Министерство образования и науки ДНР
ГОУ ВПО
«Донецкий национальный технический университет»

Кафедра «Высшая математика им. В. В. Пака»

Сборник научно-методических работ

Выпуск 9

Донецк -2015

УДК 5:371.214.114, 621.923, 517.95(09), 531.18, 915.77.54, 531.38, 517.9, 517, 518, 531, 517.8, 539.5, 517.926.

Рекомендовано к печати Ученым советом ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет», протокол № 10 от 18.12. 2015 г.

Сборник научно-методических работ. - Вып. 9. - Донецк: ДонНТУ, 2015. – 249 с.

В сборнике рассмотрены некоторые проблемы и аспекты преподавания высшей математики в техническом университете, а также различные направления применения математических методов к решению инженерных задач, а именно, задач механики твердого тела, физики магнитных явлений, статистической физики и других.

Сборник составлен по материалам VI научно-методической конференции «Обучение математике в техническом университете». Научно-методические работы, вошедшие в сборник, являются обобщением опыта преподавателей математических дисциплин образовательных учреждений высшего профессионального образования ДНР и ЛНР.

Издание рассчитано на широкий круг преподавателей математических дисциплин, научных работников, а также аспирантов и студентов старших курсов технических университетов.

Редакционная коллегия: проф. Улитин Г. М. - редактор,
проф. Лесина М. Ю, проф. Скафа Е. И., проф. Евсеева Е. Г., ст. преп. Локтионов И.К.

Адрес редакционной коллегии : Донецк, ул. Артема, 96, ДонНТУ, 3-й учебный корпус, кафедра "Высшая математика", тел. (062) 3010901.

© Донецкий Национальный технический университет, 2015 г.

УДК 37.011.31:54:378.147

РОЛЬ КУРСА МАТЕМАТИКИ В ФОРМИРОВАНИИ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ БУДУЩЕГО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ ХИМИИ

Абраменкова Ю. В.
Донецкий национальный университет

Аннотация. *В статье рассматриваются возможности реализации компетентностного подхода в обучении математике будущих преподавателей химии. Исследована профессиональная компетентность педагогов; приведены примеры использования прикладных задач химического содержания как средства формирования профессиональной компетентности студентов химических специальностей педагогического направления.*

Вступление. Успешная и качественная работа современного преподавателя химии невозможна без основательных и фундаментальных знаний в области математики и математического моделирования химических процессов. Широкий спектр применения математического аппарата в решении химических задач, моделировании и исследовании химических объектов и процессов свидетельствует о том, что преподаватель химии должен быть математически компетентным специалистом. Специалистом, который должен, не только знать математические формулы и теоремы, но и уметь применять их при решении профессиональных задач в химии, как предметной области.

В настоящее время постоянно возрастают требования к профессиональной подготовке студентов, в частности химиков. Основными путями решения данной проблемы являются индивидуализация процесса обучения, развитие творческих способностей студентов и формирование у них профессиональной компетентности.

Математическое образование играет важную роль в формировании у студентов химических специальностей профессиональной компетентности, необходимой в их будущей профессиональной деятельности. С точки зрения компетентностного подхода возможным компонентом профессиональной компетентности преподавателя химии является именно математическая компетентность.

Как считает И. В. Кузнецова [3], компетентностный подход в образовании предусматривает развитие творческого потенциала личности, профессиональных качеств, способностей адаптироваться в быстро изменяющемся мире; способностей применять знания, умения и личностные качества для эффективной профессиональной деятельности.

Подготовка будущего преподавателя химии – довольно сложный и многогранный процесс, который ориентирован на формирование профессионально значимых личностных качеств, педагогических способностей, различных компетенций. Одним из важнейших заданий высших учебных заведений является подготовка будущих специалистов, в частности преподавателей химии, с высоким уровнем сформированности профессиональной компетентности.

Вопросами формирования профессиональной компетентности преподавателя занимались такие ученые, как И. А. Зимняя, И. А. Зязюн, Н. В. Кузьмина, А. К. Маркова, Н. Ф. Радионова, В. А. Сластенин, А. П. Тряпицина и другие. Роли математических дисциплин в формировании профессиональной компетентности выпускников химических факультетов, в частности преподавателей химии, посвящены работы и труды Ю. Ю. Гавронской, Г. Ж. Елигбаевой, Н. Н. Чайченко, М. А. Шаталова и др.

Однако проблема формирования профессиональной компетентности будущих преподавателей химии в процессе обучения математике недостаточно изучена, является актуальной и требует дальнейшего изучения и обобщения.

Постановка задания. Целью работы является изучение роли курса математики в формировании у них профессиональной компетентности у студентов химических специальностей педагогического направления.

Результаты. В настоящее время нет единого подхода к толкованию понятия профессиональной компетентности преподавателя.

Например, Н. В. Кузьмина [1] определяет профессиональную компетентность как способность педагога превращать специальность, носителем которой он является, в средство формирования личности учащегося с учетом ограничений и предписаний, накладываемых на учебно-воспитательный процесс требованиями педагогической нормы, в которой он осуществляется.

В. А. Сластенин трактует профессиональную компетентность как интегральную характеристику деловых и личностных качеств специалиста, отображающую не только уровень знаний, умений, опыта, достаточных для достижения целей профессиональной деятельности, но и социально-моральную позицию личности [4].

Понятия математической компетентности учителя математики как осознание и умение использовать на практике основные составляющие исследовательской и прикладной деятельности в области математики на основе использования современных ИКТ: процедурную, логическую, технологическую, исследовательскую, методологическую компетентности раскрыл С. А. Раков [5].

Но наиболее полное, на наш взгляд, определение данному понятию дается в работах А. В. Козырева, Н. Ф. Радионовой и А. П. Тряпициной [2]. Под *профессиональной компетентностью педагога* они понимают интегральную характеристику, определяющую способность решать профессиональные проблемы и типичные профессиональные задачи, возникающие в реальных ситуациях профессиональной педагогической деятельности, с использованием знаний, профессионального и жизненного опыта, ценностей и наклонностей.

Данные ученые выделяют основные составляющие профессиональной компетентности:

1) ключевые компетентности (компетентности, которые проявляются, прежде всего, в способности решать профессиональные задачи на основе использования информации, коммуникации, социально-правовых основ поведения личности в гражданском обществе);

2) базовые компетентности (компетентности, необходимые для «построения» профессиональной деятельности в контексте требований к системе образования);

3) специальные компетентности (компетентности, отражающие специфику конкретной предметной или надпредметной сферы профессиональной деятельности. Их можно рассматривать как реализацию ключевых и базовых компетентностей в области учебного предмета, конкретной области профессиональной деятельности) [2].

В процессе обучения математике в высшем учебном заведении у студентов-химиков формируются, прежде всего, специальные профессиональные компетентности, одной из компонент которых является математическая компетентность.

Задачей преподавателя математики является не столько научить студентов-химиков основным математическим формулам и теоремам, а и умению применять полученные математические знания к решению профессиональных химических задач. Одним из путей решения данной проблемы является прикладная направленность обучения математике, что, в свою очередь, предполагает реализацию межпредметных связей математики с химией.

Рассмотрим некоторые примеры задач прикладного характера, используемые при обучении математике, как один из путей формирования и развития профессиональной компетентности будущих преподавателей химии.

При изучении линейной алгебры можно рассматривать следующие задачи.

Задача 1. Расставьте коэффициенты в уравнениях химических реакций:

а) $C_6H_6 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$;

б) $Fe(OH)_3 + H_2SO_4 \rightarrow Fe(SO_4)_3 + H_2O$.

Задача 2. Приготовьте 4250 кг нитрирующей смеси следующего состава: воды (H_2O) – 22%, азотной кислоты (HNO_3)– 16%, серной кислоты (H_2SO_4) – 62%:

– из меланжа: H_2O – 5%, HNO_3 – 85%, H_2SO_4 – 10%;
– из олеума: H_2O – 0%, HNO_3 – 0%, H_2SO_4 – 104%;
– из отработанной кислоты: H_2O – 30%, HNO_3 – 0%, H_2SO_4 – 70%.

Найдите расход кислот, идущих на приготовление этой смеси [6].

Решение задач 1 и 2 сводится к составлению систем линейных уравнений, их анализу и решению.

Широкое применение в химии получили и вектора. Например, векторная модель атома основана на рассмотрении векторного сложения угловых моментов электронов в атоме.

В органической химии уравнения химических реакций записывают, использую вектор между левой частью уравнения и правой, поскольку большинство химических реакций между органическими веществами имеют несколько направлений течения. Могут образовываться различные продукты реакции при взаимодействии одних и тех же веществ, только количественное соотношение продуктов реакций различно, поэтому записывают то уравнение химической реакции, в котором продуктами реакции являются вещества, выход которых больше. Это и будет являться основным уравнением. Чтобы указать на существование побочных процессов, используют знак вектора.

Приведем пример задачи химического содержания, при решении которой целесообразно использование векторного аппарата.

Задача 3. При сжигании в избытке кислорода 1,50 г смеси метанола и этанола образовалось 0,684 л оксида углерода (IV), измеренного при нормальных условиях. Определите количественный состав смеси.

Значительное количество задач в химии связано с изменением скорости химических реакций, которые решаются методами дифференциального исчисления.

Задача 4. Установите, при каком процентном содержании кислорода в газовой смеси скорость окисления азота будет максимальной [6].

Задача 5. Количество вещества, вступившего в химическую реакцию, задается зависимостью: $p(t)=\frac{t^3}{3}-2t+4$ (моль). Найдите скорость химической реакции через 5 секунд.

Задача 6. Из круга необходимо вырезать такой сектор, чтобы получился фильтр максимального объема.

Также в химии иногда возникают задачи, когда приходится находить функциональную зависимость двух величин, для которых бесконечно малые изменения одной из них приводят к бесконечно малым изменениям другой. А решение подобных задач основывается на применении одного из центральных математических понятий – интеграла.

Задача 7. Скорость химического превращения некоторого вещества, участвующего в химической реакции задана зависимостью $v=3t^2+t-2$. Найдите количество вступившего в реакцию вещества за первые 4 секунды.

Задача 8. Определите количество тепла, необходимого для нагревания 16 кг железа от 20°С до 100°С, если теплоемкость c_{Fe} в данном температурном интервале определяется формулой $c_{Fe} = 0,682105 + 0,0006448t$.

При решении многих задач часто требуется математически описать определенные объекты химической процессы и технологии с помощью дифференциальных уравнений, практическая ценность которых определяется тем, что пользуясь ими, можно устанавливать связь между основными переменными процесса (температурой, давлением, концентрацией и т.д.).

Задача 9. Пусть имеется некоторое количество N_0 радиоактивного вещества с известной константой распада k. Найдите время, в течение которого количество вещества уменьшится вдвое.

Задача 10. Определите среднее время жизни, в течение которого молекула находится в возбужденном состоянии, если известно, что изменение концентрации возбужденных молекул N описывается дифференциальным уравнением для экспоненты, и известна концентрация при $t = 0$, т.е. $N(0) = N_0$ [6].

Покажем на примере применение математики при решении химических задач. Решим, например, задачу 7.

Поскольку скорость химической реакции определяется изменением концентрации одного из реагирующих веществ или одного из продуктов реакции в единицу времени, т.е. $v = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = p'(t)$, то для определения количества вещества, вступившего в реакцию, необходимо проинтегрировать данное выражение.

Таким образом, количество p вступившего в химическую реакцию вещества за промежуток времени от t_0 до T , скорость химического превращения которого $v = v(t)$, есть $\int_{t_0}^{T} v(t)\,dt$.

Таким образом, количество вступившего в реакцию вещества за первые 10 секунд найдем следующим образом:

$$p = \int_0^4 \left(3t^2 + t - 2\right)dt = \left.\left(t^3 + \frac{t^2}{2} - 2t\right)\right|_0^4 = 48.$$

Итак, за первые 4 секунды 48 (ед.) вещества вступило в химическую реакцию.

Главной проблемой подбора подобных прикладных задач химической направленности, на наш взгляд, является несоответствие содержания математики и химических дисциплин. Курс математики студенты-химики слушают на первом и втором курсах. А химические дисциплины на первых курсах распределены следующим образом:

– 1 курс (неорганическая и аналитическая химии);

– 2 курс (неорганическая, аналитическая, органическая и физическая химии);

– 3 курс (органическая, физическая, квантовая и коллоидная химии).

С одной стороны, распределение дисциплин подобным образом оправдано, так как математика для химика – средство решения его профессиональных задач (то есть вначале изучается курс математики, а затем – химические дисциплины, в которых применяются изученные математические знания и умения). С другой стороны, при изучении довольно серьезных и сложных тем курса математики (например, дифференцирование и интегрирование функций одной или нескольких переменных, дифференциальные уравнения, ряды) порой проблематично подобрать такие профессионально ориентированные задачи, решение которых студентам было бы понятно и с точки зрения математики, и с точки зрения химии. Поскольку данные математические темы больше всего находят применение в химических дисциплинах, изучающихся на старших курсах.

Следует отметить также, что рассмотренные выше задачи можно использовать:

– на лекционных занятиях (в качестве мотивации к изучению соответствующих тем курса математики);

– на практических занятиях (в качестве примеров использования математического аппарата при решении химических задач);

– при организации самостоятельной работы студентов (в качестве исследовательских, проблемных задач и проектов).

Выводы. Рассмотрение и решение предложенных профессионально ориентированных задач при обучении математике вначале вызывает у студентов определенные трудности. Однако через некоторое время у студентов появляются навыки работы с подобными задачами, вырабатываются определенные подходы к их решению, формируется интерес к изучаемому материалу. Таким образом, использование в процессе обучения математике прикладных профессионально ориентированных задач способствует формированию профессиональной компетентности студентов химических специальностей.

Литература

1. Булейко О.І. Професійна компетентність педагога вищої школи / О. І. Булейко, Т. В. Іванова // Вісник Луганського національного університету імені Тараса Шевченка. – 2011. – № 20(231). – С. 28-33.
2. Компетентностный подход в педагогическом образовании: коллективная монография / под ред. проф. В. А. Козырева, проф. Н. Ф. Радионовой и проф. А. П. Тряпицыной. – СПб.: Издательство РГПУ им. А. И. Герцена, 2005. – 392 с.
3. Кузнецова И. В. Формирование профессиональной компетентности студентов педагогического вуза при изучении математических дисциплин / И. В. Кузнецова // Вестник Северного (Арктического) федерального университета. Серия: Гуманитарные и социальные науки. – № 3. – 2011. – С. 126-131.
4. Педагогика профессионального образования: учеб.пособие для студ. высш. учеб. заведений / [Е. П. Белозерцев, А. Д. Гонеев, А. Г. Пашков и др.]; под ред. В. А. Сластенина. – 4-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2008. – 368 с.
5. Раков С. А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій : автореф. дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / С. А. Раков : НПУ ім. Драгоманова. – Х., 2005. – 44 с.

Скатецкий В. Г. Математические методы в химии: учеб.пособие для студентов вузов / В. Г. Скатецкий, Д. В. Свиридов, В. И. Яшкин. – Мн.: ТетраСистемс, 2006. – 368 с.

УДК 621.923

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАБОЧЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ШЛИФОВАЛЬНОГО КРУГА

Азарова Н.В., Маленко А.Н.

Донецкий национальный технический университет

Предложена методика имитационного моделирования параметров рабочей поверхности шлифовального круга, основанная на применении метода обратной функции с использованием предельных теорем теории вероятности.

I. Вступление. Производительность алмазного шлифования, режимы обработки определяются параметрами рабочей поверхности круга (РПК), к числу которых относятся количество зерен на РПК, расстояние между ними, разновысотность зерен и величина выступания зерен из связки [1]. Характеристики РПК являются основой для определения формы и размеров среза, шероховатости обработанной поверхности. В связи с этим совершенствование способов определения параметров РПК является актуальной задачей.

Для исследования РПК нами предложен измерительный комплекс, позволяющий регистрировать на ПЭВМ рельеф рабочей поверхности кругов на металлической связке с выделением рельефа зерен и связки [2].

По результатам профилографирования рабочей поверхности шлифовальных кругов 1А1 250×76×15×5 с характеристиками АС6 100/80-4-М2-01 и АС6 160/125-4-М2-01 в состоянии поставки (правка шлифованием абразивным кругом в заводских условиях), после электроэрозионной правки и после 30 мин плоского алмазного шлифования оценивали следующие параметры: разновысотность зерен относительно наиболее выступающего зерна и расстояние между зернами.

Как установлено нами расстояние между зернами на РПК описывается показательным распределением [3], а разновысотность зерен относительно наиболее выступающего зерна – распределением Вейбулла [4].

Однако, предложенная нами методика определения параметров рабочей поверхности алмазного шлифовального круга требует значительных временных затрат на проведение экспериментальных исследований. Использование статистического имитационного моделирования позволяет значительно снизить трудоемкость исследований.

Методика статистического моделирования состоит из следующих этапов: 1) моделирование на ПЭВМ псевдослучайных последовательностей с заданным законом распределения вероятностей, имитирующих на ПЭВМ случайные значения параметров при каждом испытании; 2) преобразование полученных числовых последовательностей на имитационных математических моделях; 3) статистическая обработка результатов моделирования.

При реализации на ПЭВМ статистического имитационного моделирования возникает задача получения на ПЭВМ случайных числовых последовательностей с заданными вероятностными характеристиками. Случайные числа генерируются с помощью определенной компьютерной программы, в которой используются алгоритмы получения чисел с определенными свойствами распределения.

II. Постановка задачи. Целью работы является имитационное моделирование таких характеристик рабочей поверхности алмазного шлифовального круга, как разновысотность зерен относительно наиболее выступающего зерна и расстояние между зернами на РПК. Эти данные необходимы для прогнозирования параметров шероховатости шлифованной поверхности.

III. Результаты. Имитационное моделирование явлений и объектов, формальное описание которых возможно с помощью представления их в виде случайных величин с заданными законами распределения, основывается на использовании случайных чисел с равномерным законом распределения и их преобразований. Такие преобразования могут быть осуществлены на основе метода обратной функции с использованием предельных теорем теории вероятности [5].

Метод обратной функции состоит в следующем.

Пусть непрерывная случайная величина η задана своим законом распределения:

$$F_\eta(y) = \int_{-\infty}^{y} f_\eta(y)\,dy,$$

где $f_\eta(y)$ – плотность распределения вероятностей,

$F_\eta(y)$ − функция распределения вероятностей.

Доказано, что случайная величина $\xi = \int\limits_{-\infty}^{\eta} f_\eta(y)\,dy$, распределена равномерно на интервале (0,1).

Отсюда следует, что искомое значение ***y*** может быть определено из уравнения:

$$x = \int\limits_{-\infty}^{y} f_\eta(y)\,dy, \tag{1}$$

которое эквивалентно уравнению:

$$x = F_\eta(y), \tag{2}$$

где y – значение случайной величины η,

x − значение случайной величины ξ.

Решение последнего уравнения можно записать в общем виде через обратную функцию $F^{-1}(x)$: $y = F^{-1}(x)$.

Для решения поставленной задачи в соответствии с методом обратной функции получены преобразования, позволяющие вычислять значения случайных величин, распределенных по показательному закону и по закону Вейбулла с заданными параметрами.

Получим в соответствии с методом обратной функции преобразование, позволяющее вычислить значения случайной величины η, распределенной по показательному закону.

Показательный закон характеризуется функцией плотности:

$$f_\eta(y) = \lambda\, e^{-\lambda y} \quad (y > 0).$$

Воспользуемся методом обратной функции, вычислим интеграл (1) и получим уравнение вида (2):

$$x = \int\limits_0^y e^{-\lambda y} \lambda\, dy = -\int\limits_0^y e^{-\lambda y} d(-\lambda y) = -e^{-\lambda y}\Big|_0^y = e^0 - e^{-\lambda y},$$

$$x = 1 - e^{-\lambda y}.$$

Тогда $1 - x = e^{-\lambda y}$, прологарифмировав и разрешив полученное уравнение относительно y, будем иметь:

$$y = -\frac{1}{\lambda} \ln x. \tag{3}$$

Получая значения x при помощи датчика равномерно распределенных случайных чисел на интервале (0,1), можно получить значения y в соответствии с выражением (3) для заданного параметра λ.

Получим в соответствии с методом обратной функции преобразование, позволяющее вычислить значение случайной величины η, распределенной по закону Вейбулла.

Плотность распределения такой случайной величины имеет вид:

$$f_\eta(y) = \frac{\alpha}{\beta^\alpha} y^{\alpha-1} e^{-y^\alpha / \beta^\alpha} \quad (y > 0),$$

где α и β − параметры закона распределения.

Нетрудно вывести уравнение вида (2). Действительно,

$$x = \int_0^y \frac{\alpha}{\beta^\alpha} y^{\alpha-1} e^{-y^\alpha / \beta^\alpha} dy = -\int_0^y e^{-y^\alpha / \beta^\alpha} d\left(e^{-y^\alpha / \beta^\alpha} \right) =$$

$$= -e^{-y^\alpha / \beta^\alpha} \Big|_0^y = e^0 - e^{-y^\alpha / \beta^\alpha} = 1 - e^{-y^\alpha / \beta^\alpha},$$

откуда

$$1 - x = e^{-y^\alpha / \beta^\alpha}.$$

Прологарифмировав левую и правую части последнего равенства и выразив y через x, получим:

$$y = \beta \sqrt[\alpha]{-\ln(1-x)}. \tag{4}$$

Получая значения x при помощи датчика равномерно распределенных случайных чисел на интервале (0,1), можно получить значения y в соответствии с выражением (4) для заданных параметров α и β.

Следуя предложенной методике, можно получить выборки разновысотности зерен относительно наиболее выступающего зерна и расстояний между зернами на рабочей поверхности шлифовального круга. Полученные данные могут быть использованы для расчетов числа контактирующих зерен, формы и размеров единичных срезов, а также параметров шероховатости шлифованной поверхности.

IV. Выводы. Использование статистического имитационного моделирования позволяет значительно снизить трудоемкость исследований, необходимых для прогнозирования параметров шероховатости шлифованной поверхности.

Литература

1. Якість обробленої поверхні та продуктивність шліфування ванадієвих інструментальних сталей: монографія / П. Г. Матюха, Н. В. Азарова, В. П. Цокур, В. В. Габітов – Донецьк: Вид-во «Ноулідж» (донецьке відділення), 2014. – 164 с.

2. Пат. 75483 С2 Україна, МПК G01D 7/00. Пристрій для реєстрації рельєфу поверхні абразивних інструментів на металевій зв’язці / П. Г. Матюха, С. В. Константинов, В. П. Цокур, Н. В. Азарова, В. В. Полтавець, О. В. Литвиненко; заявник і патентовласник Донецький національний технічний університет. − № 20040604600; заявл. 14.06.2004; опубл. 17.04.2006, Бюл. № 4.

3. Азарова Н. В. Определение закона и параметров распределения расстояний между зернами на рабочей поверхности алмазного шлифовального круга / Н. В. Азарова // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Машинобудування і машинознавство. − Донецьк: ДонНТУ, 2012. – Випуск 9 (205). – С. 82-89.

4. Азарова Н. В. Определение закона и параметров распределения разновысотности алмазных зерен на рабочей поверхности шлифовального круга / Н. В. Азарова // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Машинобудування і машинознавство. − Донецьк: ДонНТУ, 2011. – Випуск 8 (190). – С. 78-87.

5. Маленко А. Н. Методы статистического имитационного моделирования / Маленко А. Н. // Математическая культура инженера. Материалы международной студенческой научно-технической конференции, 14 мая 2014 года. – Часть I. – Донецк: ДонНТУ, 2014. – С. 140-144.

УДК 517.5

РАЗЛИЧНЫЕ ПОДХОДЫ К ДОКАЗАТЕЛЬСТВУ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ТЕОРЕМЫ КОШИ

Волчкова Н.П.

Донецкий национальный технический университет

Аннотация. *Рассматриваются различные подходы к доказательству классической интегральной теоремы Коши. Предложен новый метод доказательства указанной теоремы, основанный на свойствах оператора свертки.*

I. Вступление. Одним из наиболее важных результатов теории функций комплексного переменного является интегральная теорема Коши. Она утверждает (см., например [1]), что всякая функция f, голоморфная в односвязной области D комплексной плоскости C, имеет нулевой интеграл по любой простой замкнутой кусочно-гладкой кривой γ, лежащей в D. Доказательство этого факта легко следует из формулы Грина, если дополнительно предположить, что производная f' является непрерывной в области D. Как известно, производная голоморфной функции всегда является голоморфной и, следовательно, непрерывной функцией. Однако, указанный вывод уже опирается на интегральную теорему Коши. Чтобы избежать «логического круга», необходимо дать доказательство интегральной теоремы Коши, не предполагающее непрерывность f'. Такое доказательство впервые было дано Э. Гурса и затем упрощено А. Прингсхеймом. Оно проводится по следующему плану (см., например, [2]):

1 шаг. γ - контур произвольного треугольника, лежащего в области D;

2 шаг. γ - контур произвольного многоугольника из D;

3 шаг. γ - произвольная кривая.

На первом шаге применяется обобщенный принцип Кантора о вложенных отрезках и тот факт, что голоморфную функцию «в малом» можно заменить линейной. Второй шаг требует рассмотрения различных случаев, связанных с разбиением многоугольника на треугольники. Наконец, общий случай основан на аппроксимационной лемме Гурса. Отметим, что аккуратная реализация указанного плана является весьма трудоемким процессом. Другое доказательство интегральной теоремы Коши, использующее понятие гомотопии, можно найти в [3].

II. Постановка задачи. В связи с изложенным выше, представляют интерес иные доказательства интегральной теоремы Коши, не использующие громоздких геометрических построений и сложных топологических конструкций.

III. Результаты. В данной работе приводится новое доказательство указанной теоремы, основанное на простейших свойствах оператора свертки.

Интегральная теорема Коши. Пусть функция f голоморфна в односвязной области D комплексной плоскости C. Тогда для любой простой замкнутой кусочно-гладкой кривой γ, лежащей в области D, выполняется равенство

$$\int_{\gamma} f(z)dz = 0 .$$

Доказательство. Пусть $\varepsilon > 0$, φ_ε - функция на C со следующими свойствами:

(i) φ_ε - бесконечно дифференцируема на C как функция двух вещественных переменных;

(ii) $\varphi_\varepsilon \geq 0$,

(iii) $\varphi_\varepsilon(z) = 0$ при $|z| \geq \varepsilon$;

(iv) $\int\limits_{|z|\leq\varepsilon} \varphi_\varepsilon(z)dm(z) = 1$, где $dm(z) = dxdy$ - мера Лебега на C .

Примером такой функции является «шапочка»

$$z \to \begin{cases} c_\varepsilon e^{-\frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^2 - |z|^2}}, & |z| < \varepsilon, \\ 0, & |z| \geq \varepsilon \end{cases}$$

при подходящем выборе константы c_ε (см., например, [4]). Рассмотрим свертки:

$$(f * \varphi_\varepsilon)(z) = \int\limits_{C} f(w)\varphi_\varepsilon(z-w)dm(w) = \int\limits_{|u|\leq\varepsilon} f(z-u)\varphi_\varepsilon(u)dm(u).$$

Эта функция является бесконечно дифференцируемой на множестве $D_\varepsilon = \{z \in D : dist(z, \partial D) > \varepsilon\}$. (Здесь, как обычно, ∂D - граница области D, $dist(A,B)$ - расстояние между множествами A и B). При всех достаточно малых $\varepsilon > 0$ по формуле Грина имеем

$$\int\limits_{\gamma} (f * \varphi_{\varepsilon})(z) dz = 2i \iint\limits_{\mathrm{int}\gamma} \frac{\partial}{\partial \overline{z}} (f * \varphi_{\varepsilon}) dm(z), \tag{1}$$

где $\mathrm{int}\,\gamma$ - внутренность кривой γ. Поскольку

$$\frac{\partial}{\partial \overline{z}} (f * \varphi_{\varepsilon}) = \frac{\partial f}{\partial \overline{z}} * \varphi_{\varepsilon}$$

в смысле обобщенных функций, из (1) и голоморфности функции f заключаем, что

$$\int\limits_{\gamma} (f * \varphi_{\varepsilon})(z) dz = 0. \tag{2}$$

Из свойств функции φ_{ε} следует, что при $\varepsilon \to +0$ функции $f * \varphi_{\varepsilon}$ сходятся равномерно к f на компактах в D. Поэтому, переходя в (2) к пределу при $\varepsilon \to +0$, получаем

$$\int\limits_{\gamma} f(z) dz = 0.$$

Таким образом, требуемое утверждение доказано.

В заключение отметим, что еще одно доказательство интегральной теоремы Коши можно получить, используя гладкостные свойства решений эллиптических дифференциальных операторов (см. [5]).

IV. Выводы. В работе дан анализ различных доказательств классической интегральной теоремы Коши, рассматриваемой в теории функций комплексного переменного. Предложен новый метод доказательства указанной теоремы, основанный на свойствах операции свертки.

Литература

1. Сидоров Ю.В., Федорюк М. В., Шабунин М. И. Лекции по теории функций комплексного переменного. – М. : Наука, 1989.

2. Маркушевич А. И. Теория аналитических функций. – М. : Наука, 1967. – Т. 1.

3. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. – М. : Наука, 1985. – Ч. 1.

4. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. – М. : Наука, 1981.

5. Хёрмандер Л. Линейные дифференциальные операторы с частными производными. – М. : Мир, 1965.

УДК 378.147:517:004

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ НА ОСНОВЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО ПОДХОДА

Галибина Н.А.

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры,

Аннотация: *в статье представлено описание экспериментальной проверки эффективности методической системы обучения математике студентов строительных направлений подготовки на основе деятельностного подхода.*

I. Введение. Появление и широкое внедрение новых технологий в разных областях строительной отрасли привело к увеличению сложности проектно-строительных работ, и, как следствие, к повышению требований к специалистам в области строительства.

Существующий традиционный подход к обучению математике студентов строительных направлений подготовки не обеспечивает требуемого производством уровня профессиональной компетентности инженера-строителя. Поэтому для решения данной проблемы требуется новый подход к проектированию технологии обучения математике студентов строительных специальностей, учитывающий особенности их будущей профессиональной деятельности. Таким подходом является деятельностный подход к обучению, позволяющий повысить эффективность и качество высшего образования в сфере строительства.

Основные положения деятельностного подхода описаны в работах таких учёных, как: Б. Ц. Бадмаев [1], П. Я. Гальперин [3], Ю. И. Машбиц, З. О. Решетова [9], Н. Ф. Талызина [10], и др.

Основы проектирования и организации обучения математике студентов высших технических учебных заведений на основе деятельностного подхода рассмотрены в работе Е. Г. Евсеевой [4].

Деятельностный подход к обучению математике студентов также предлагают использовать такие российские ученые, как

М. П. Филиппова, О. О. Костина, Р. В. Батурина, В. В. Павлова, О. А. Задкова, М. А. Суворова и др.

В качестве одного из возможных путей повышения эффективности обучения математике студентов строительных направлений подготовки мы видим внедрение в учебный процесс разработанной нами методической системы обучения математике на основе деятельностного подхода, включающей в себя цели, содержание, методы, организационные формы и средства обучения.

II. Постановка проблемы. Проблема состоит в том, чтобы с помощью педагогического эксперимента проверить, является ли построенная нами методическая система обучения математике студентов строительных направлений подготовки на основе деятельностного подхода эффективной.

III. Результаты. Проверка эффективности разработанной нами методической системы обучения математике студентов строительных направлений подготовки на основе деятельностного подхода осуществлялась в условиях реального учебного процесса с целью проверки рабочей гипотезы исследования, а также внедрения полученных результатов в педагогическую практику. На протяжении 8 лет (2008-2015 гг.) проводились констатирующий, поисковый и формирующий эксперименты по обоснованию, разработке и практической реализации методической системы обучения математике студентов строительных направлений подготовки на основе деятельностного подхода. Полученные результаты систематически анализировались, в них вносились коррективы, усовершенствовалась методика.

Эксперимент проводился на базе таких вузов, как Донецкий национальный технический университет (ДонНТУ, г.Донецк), Донецкий национальный университет (ДонНУ, г.Донецк), Донбасская национальная академия строительства и архитектуры (ДонНАСА, г.Макеевка) в 2008-2015 годах.

Были сформированы экспериментальная (ЭГ) и контрольная (КГ) группы в соответствии с требованиями к проведению педагогического эксперимента. Экспериментальная и контрольная группы содержали по 20 академических групп. Общее количество студентов, которые брали участие в эксперименте, составляет 948 человек.

На первом (констатирующем) этапе (2008-2010 гг.) в начале каждого учебного года проводились нулевые контрольные работы по математике. По их результатам были выделены экспериментальная и контрольная группы с близкими по значениям ровнями сформированности умений. Эксперимент проводился на занятиях по математике среди студентов строительных направлений подготовки. При этом все группы, принимавшие участие в эксперименте, находились в одинаковых условиях.

Также на данном этапе проводились беседы, опросы и анкетирование преподавателей и студентов строительных направлений подготовки, изучалась научно-методическая литература и нормативные документы.

Проведенный нами педагогический эксперимент показал, что большинство преподавателей использует при обучении студентов математике строительных направлений подготовки традиционные подходы, а студенты испытывают большие трудности с освоением теоретического материала и построением математических моделей при решении профессионально направленных задач, имеют недостаток мотивации к обучению математике и показывают низкий уровень навыков самостоятельной работы. Также практически отсутствует учебно-методическое обеспечение для самостоятельного освоения студентами строительных направлений подготовки математических учебных действий и способов действий, в частности, действий по математическому моделированию.

На втором (поисковом) этапе (2010-2012 гг.) нами проводились занятия по математике для студентов строительных направлений подготовки и определялись теоретические основы построения модели методической системы.

Для оценки эффективности функционирования методической системы обучения математике студентов строительных направлений подготовки нами были использованы критерии, показатели и измерители, предложенные в работе [4].

Оценивание проводилось по трём видам критериев: *мотивационно-личностный, деятельностный* и *когнитивный*.

В качестве показателей были взяты:

- уровень сформированности у студентов строительных направлений подготовки мотивации к изучению математики;

- уровень освоения математических учебных действий и способов действий, в частности, действий по математическому моделированию, необходимых студентам для будущей профессиональной деятельности в сфере строительства;

- уровень усвоения декларативных и процедурных предметных знаний по математике.

В качестве *измерителей* мы использовали анкетирование, опрос, контрольные работы и тестирование.

На третьем (формирующем) этапе эксперимента (2012-2015 гг.) нами проводилась проверка эффективности методической системы обучения математике студентов строительных направлений подготовки на основе деятельностного подхода. На этом же этапе происходили внедрение и корректировка разработанной нами методической системы. В экспериментальных группах обучение осуществлялось в соответствии с построенной нами методической системой, в контрольных группах обучение велось традиционным способом. Обучение математике студентов из экспериментальных групп проводилось на основе деятельностного подхода, при этом было использовано следующее:

1) опорные конспекты в форме семантического конспекта [4, 5];

2) системы математических и прикладных задач, направленные на последовательное освоение математических учебных действий и способов действий, в частности, действий по математическому моделированию;

3) схемы ориентирования [4], направленные на создание полной ориентировочной основы деятельности у студентов при решении математических задач, в том числе и профессионально направленных;

4) учебные пособия [5,6], разработанные на основе деятельностного подхода, содержащие специальным образом разработанные системы математических и прикладных задач, каждая из которых снабжена схемами ориентирования и знаниями, необходимыми для их решения;

5) компьютерный тренажёр [8], разработанный нами на основе деятельностного подхода, и компьютерные программы;

6) игровые методы и специальные "деятельностные" методы [4] обучения математике .

На этом этапе были завершены количественный и качественный анализ экспериментальных данных.

Для оценивания входного уровня по математике студентов строительных направлений подготовки мы использовали нулевую контрольную работу, при составлении которой мы исходили их принципа, что необходимо контролировать не знания студентов, а их умения выполнять определённые математические действия и способы действий. Уровень сформированности этих умений являлся измерителем, с помощью которого мы сделали выводы о математической подготовке будущих специалистов в области строительства.

Сформированность мотивации к учебной деятельности студентов строительных направлений подготовки, их профессиональной мотивации, мотивации творческой самореализации и мотивации достижения успеха мы оценивали с помощью профессионального психологического теста, разработанного по методике А. А. Реана и В. А. Якунина [11]. К 16 утверждениям вышеназванного опросника добавлены утверждения, характеризующие мотивы учебной деятельности, выделенные В. Г. Леонтьевым и Н. Ц. Бадмаевой [2] в результате опроса студентов и школьников. Это коммуникативные, профессиональные, учебно-познавательные, широкие социальные мотивы, а также мотивы творческой самореализации, престижа и избегания неудачи. Максимальное количество баллов, которые можно набрать, равно 170. При обработке результатов тестирования мы подсчитывали средний показатель по каждой шкале опросника.

Нами было проведено тестирование 598 студентов строительных направлений подготовки с целью выявления доминирующих мотивов их учебной деятельности. Оказалось, что у большинства студентов преобладают профессиональные мотивы (35 %), мотивы творческой самореализации (25%) и учебно-познавательные мотивы (34 %), которые комбинируются с другими менее значимыми мотивами. Полученные в результате тестирования баллы переводились в трёхбальную шкалу таким образом:

- 0-56 баллов – низкий уровень мотивации (Н);
- 57-113 баллов – средний уровень мотивации (С);
- 114-170 баллов – высокий уровень мотивации (В).

Результаты измерения уровня мотивации студентов до начала обучения математике и в конце каждого ученого семестра показаны в таблице 1. Как можно видеть, в экспериментальных группах количество студентов с высоким и средним уровнями учебной мотивации становится значительно больше с каждым семестром по сравнению с контрольной группой.

Таблица 1

Распределение студентов по уровням учебной мотивации

Уровни	Предэкспериментальный опрос	Семестр 1	Семестр 2
Экспериментальные группы			
В	10 %	16 %	21%
С	54 %	61 %	63 %
Н	36 %	23 %	16 %
Контрольные группы			
В	11 %	13 %	16 %
С	55 %	58 %	62 %
Н	34 %	29 %	22 %

Для оценивания уровня освоения математических учебных действий нами проводились контрольные работы. При этом мы использовали критерий оценивания уровня освоенности математических учебных действий, разработанный Е. Г. Евсеевой [4]. Согласно этому критерию, если при выполнении контрольной работы студентам для выполнения математического действия была необходима информационная поддержка (таблицы, формулы и т.д.), то считалось, что это действие освоено студентами на низком уровне. Если студенты совсем не выполняли математическое действие, то считалось, что действие не освоено (Н/О). Если студенты выполняли математическое действие, опираясь на постоянный умственный контроль без помощи материальных носителей информации, то считалось, что действие освоено студентами на среднем уровне (С). А если математическое действие выполнялось студентами автоматически, мы считали, что это действие освоено студентами на высоком уровне (В). Результаты выполнения таких контрольных работ, проведенных в конце первого и второго семестра, приведены в таблице 2.

На основе анализа данных таблицы 2 можно сделать вывод, что в экспериментальных группах большим процентом студентов математические действия были освоены на высоком и среднем уровнях, а процент студентов, которые совсем не усвоили либо усвоили на низком уровне учебные действия, стал ниже, по сравнению с контрольными группами.

Таблица 2

Распределение студентов по уровням освоения математических учебных действий

Уровни	*Нулевая контрольная работа*	*Срез в семестре 1*	*Срез в семестре 2*
Экспериментальные группы			
В	7 %	13 %	21 %
С	21 %	37 %	31 %
Н	32 %	35 %	41 %
Н/О	40 %	15 %	7 %
Контрольные группы			
В	6 %	9 %	11 %
С	24 %	24 %	22 %
Н	28 %	38 %	56 %
Н/О	42 %	29 %	11 %

В таблице 3 приведены средние арифметические показателей процентного состава студентов строительных направлений подготовки в соответствии с уровнями критериев эффективности обучения математике на основе деятельностного подхода в контрольных и экспериментальных группах в начале и в конце обучения математике.

Таблица 3

Средние арифметические процентного состава студентов строительных направлений подготовки по уровням критериев эффективности обучения математике на основе деятельностного подхода

Уровень оценивания	*Начало эксперимента*		*Завершение эксперимента*	
	Среднее арифметическое процентного состава студентов			
	КГ	*ЭГ*	*КГ*	*ЭГ*
Высокий	11,7 %	12,3 %	19,6 % (O_{21} = 93)	28 % (O_{11} = 133)
Средний	55,7 %	53,3 %	59 % (O_{22}= 273)	62 % (O_{12} = 289)
Низкий	32,6 %	32,6 %	21,4 % (O_{23} = 101)	10 % (O_{13} = 47)

Результаты, приведенные в таблице 3, были нами использованы для проверки нулевой гипотезы об отсутствии влияния построенной нами методической системы обучения математике студентов строительных направлений подготовки на основе деятельностного подхода на уровень эффективности обучения математике. В случае отрицательного результата принимается альтернативная гипотеза о том, что построенная нами методическая система обучения математике студентов строительных направлений подготовки на основе деятельностного подхода влияет на уровень эффективности обучения математике. Для статистической обработки данных нами был использован двухсторонний критерий χ^2.

Значения статистики критерия T были вычислены по формуле:

$$T = \frac{1}{n_1 \cdot n_2} \sum_{i=1}^{3} \frac{(n_1 \cdot O_{2i} - n_2 \cdot O_{1i})^2}{O_{1i} + O_{2i}},$$

где n_1, n_2 – количество студентов в экспериментальной и контрольной группах соответственно, $O_{1i}(O_{2i})$ – количество студентов из экспериментальной (контрольной) группы, которые попали в категорию i, где $i = 1$ соответствует высокому уровню оценивания, $i = 2$ – среднему уровню, $i = 3$ – низкому уровню.

Результаты вычислений показали, что $T > T_{\text{крит}}$ (25,71>5,99), что даёт возможность сделать вывод об ошибочности нулевой гипотезы в пользу альтернативной о влиянии построенной нами методической системы обучения математике студентов строительных направлений подготовки на уровень эффективности обучения математике. И поскольку в экспериментальных группах на момент завершения эксперимента количество студентов, освоивших содержание курса математики на высоком и среднем уровне выше, чем в контрольных группах, то можно сделать окончательный вывод о том, что построенная нами методическая система обучения математике студентов строительных направлений подготовки на основе деятельностного подхода является более эффективной, чем традиционная.

IV. Выводы. Таким образом, можно сделать вывод, что обучение математике студентов строительных направлений подготовки при использовании построенной нами методической системы обучения более эффективно, чем обучение на основе традиционных методик.

Литература

1. Бадмаев Б. Ц. Психология и методика ускоренного обучения / Б. Ц. Бадмаев. – М. : Владос-пресс, 2002. – 272 с.
2. Бадмаева Н. Ц. Влияние мотивационного фактора на развитие умственных способностей : монография / Н. Ц. Бадмаева. – Улан-Удэ : Изд-во ВСГТУ, 2004. – 280 с.
3. Гальперин П. Я. Основные результаты исследования по проблеме «Формирование умственных действий и понятий» / П. Я Гальперин. – М. : Педагогика, 1965. – 120с.
4. Євсеєва О. Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти : монографія / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2012. – 455 с.
5. Галібіна Н. А., Євсеєва О. Г. Математика для інженерів-будівельників: аналітична геометрія. Навчальний посібник. – Донецьк, 2014. – 250 с.
6. Галибина Н. А., Евсеева Е. Г. Разработка учебного пособия по аналитической геометрии для студентов строительных направлений подготовки на основе деятельностного подхода // Проблемы современной науки. – Вып.15. – Ставрополь, 2014. – С. 48-57.
7. Галібіна Н. А., Євсеєва О. Г. Методика використання схем орієнтування при навчанні аналітичної геометрії студентів будівельних вищих навчальних закладів. / Н.А.Галібіна, О.Г. Євсеєва // Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology. – Budapest, 2013. - I(7), Issue: 14. – pp.111-115.
8. Галибина Н. А. Программа-тренажёр по аналитической геометрии для студентов строительных направлений подготовки на основе деятельностного подхода // Тезисы докладов международной научно-практическойинтернет-конференции«Современные тенденции развития математики и её прикладные аспекты – 2015», - Донецк, 2015. – с. 57-60.

9.Решетова З. А. Процесс усвоения как деятельность / З. А. Решетова // Современные проблемы дидактики высшей школы : сб. избр. трудов Междунар. конф. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 1997. – С. 3-12.

10. Талызина Н. Ф. Деятельностный подход к построению модели специалиста / Талызина Н. Ф. // Вестник высшей школы. – 1986. – №3. – С. 10–14.

11. Якунин В. А. Обучение как процесс управления : психологические процессы / В. А.Якунин. – Л. : Изд-во Ленингр. ун-та, 1988. – 160с.

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ В ВЫСШЕМ ПРОФЕССИОНАЛЬНОМ ОБРАЗОВАНИИ ИНЖЕНЕРОВ

Гладкова Л. А.
Донецкий национальный университет
Сухинина О. А.
Донбасский государственный технический университет

Аннотация. *Формирование у будущих инженеров умения применять системный анализ для решения практических задач будет эффективным, если дифференцировать деятельность студентов по уровню обученности и обеспечить индивидуализацию обучения при организации самостоятельной работы студентов в процессе формирования навыков решения практических задач с использованием элементов системного анализа. В дальнейшем планируется подготовить задание для тестирования студентов с помощью компьютера, разработать и издать электронный учебник для самостоятельного изучения курса «Основы системного анализа»*

Вступление. Реформирование системы высшего инженерного образования направлено на повышение эффективности подготовки инженерных кадров, обладающих не только знаниями и умениями, необходимыми для осуществления профессиональной деятельности, но и готовых их применять при решении задач различного уровня сложности.

Деятельность современного инженера связана с разработкой, созданием, эксплуатацией, усовершенствованием различного рода технических объектов, представляющих собой сложные системы. Опыт показывает, что непродуманные и произвольные действия, профессиональные ошибки могут привести к непредсказуемым, необратимым последствиям, а нередко и к катастрофическим результатам. Таким образом, при подготовке специалиста необходимо вооружить его такими «инструментами», которые позволят ему действовать грамотно; осмысленно при решении профессиональных задач, сводя вероятность ошибок к минимуму. Одним из таких инструментов является методология системного анализа.

Понятие «системный анализ» подразумевает не простое исследование инженером объекта изучения, а определенную последовательность, системность рассмотрения и учет всех важных факторов, и взаимосвязей, влияющих на решение проблемы, использование определенной логики: поиска оптимального решения и т.п. Усвоение логики поиска направления деятельности по решению профессиональных задач в познавательном процессе приобретает характер «стиля мышления».

Анализ исследований (Ф.И. Перегудова [2], А.В. Катренко [1], В.Н. Спицнадель [3]и др.) по формированию профессионально значимых умений, необходимых для осуществления деятельности по решению различных задач при обучении студентов в технических вузах, показал, что спектр этих умений достаточно широк и в большинстве своем эти умения являются: сложными, включающими, отчасти, выполнение действий, соответствующих действиям при проведении системного анализа. Формирование профессиональных умений будущих инженеров осуществляется, в большинстве случаев, при изучении и определенной специальной дисциплины, и их совокупности, а также может осуществляться уже при обучении студентов.

Постановка задачи. Целью исследования является формирование у будущих инженеров умений применять системный анализ к решению практических задач и обеспечение дифференциации и индивидуализации деятельности обучаемых.

Актуальность проблемы обусловлена необходимостью кардинальных перемен не только в содержании образования, но и в технологии образовательного процесса, понимаемого нами как своеобразное сочетание обучения и учения – индивидуально значимой деятельности отдельного субъекта, в которой реализуется опыт его жизнедеятельности. Специально организуемое обучение является основным, но далеко не единственным источником этого опыта.

Результаты. В Донбасском государственном техническом университете студенты специальности "Промышленное и гражданское строительство" на 2 курсе изучают дисциплину «Основы системного анализа», в рамках которой знакомятся с методами системного анализа, способами поиска множества возможных вариантов решения системных задач, моделирования систем, учатся исследовать системы методами системного анализа, решать многокритериальные задачи оптимизации в системах, узнают о проблемах применения системного анализа в различных областях науки и техники.

Рассмотрим одну из тем дисциплины «Основы системного анализа» – «Метод анализа иерархий». Метод анализа иерархий (МАИ) это систематическая процедура, которая основывается на иерархическом представлении элементов, определяющих суть проблемы. Проблема разбивается на простые составные с последующим оцениванием личностью, принимающей решения, относительной ступени взаимодействия элементов полученной иерархической структуры. В методе используются жесткие оценки в шкале отношений.

Можно выделить ряд модификаций МАИ, определяющихся характером связей между критериями и альтернативами, расположенными на самом нижнем уровне иерархии, а также методом сравнения альтернатив.

В МАИ есть три метода сравнения альтернатив: попарное сравнение; сравнение альтернатив относительно стандартов и сравнение альтернатив копированием. Последние два метода используются в том случае, когда по тем или иным причинам отсутствуют оценки каких-нибудь альтернатив по каким-нибудь критериям.

Построение иерархии начинается с определения проблемы исследования. Дальше строится собственно иерархия, включающая цель, которой отвечает корень иерархии, промежуточные уровни и альтернативы, которые формируют самый низкий иерархический уровень.

Элементы задачи в МАИ сравниваются попарно относительно их действий (весомость, интенсивности) на общую для них характеристику. Если $B=\{B_1,...,B_n\}$ - множество элементов, а $W=\{w_1,...,w_n\}$ - соответственно их весомость, или интенсивности, то элементы матрицы их сравнительной важности $A=\{a_{ij}\}$ определяются по формуле $a_{ij}=w_i/w_j$.Если $W=\{w_1,...,w_n\}$ неизвестный, то попарные сравнения реализуются на основании субъективных утверждений, которые оцениваются по определенной шкале, и по этим данным находится.

В случае иерархического представления проблем матрица составляется для сравнения относительной важности критериев второго уровня относительно общей цели первого уровня (корня иерархии), дальше строятся такие же матрицы для парных сравнений следующего уровня относительно элементов предыдущего, т.е. процесс построения матриц попарных сравнений путем опроса экспертов реализуется «сверху – вниз».

Матрицы попарных сравнений строятся для всех элементов-наследников, принадлежащих соответствующему элементу-предку. Парные сравнения реализуются в терминах доминирования одного элемента над другим. Полученные утверждения высказываются в целых числах с учетом девятибалльной шкалы. Значения элементов этих матриц определяются в результате опроса экспертов.

Для реализации субъективных парных сравнений в МАИ используется следующая девятибалльная шкала (табл.1).

Табл.1

Балл k	Определение	Примечание
1	Одинаковая важность	Одинаковый вклад двух видов деятельности в цель
3	Умеренное превосходство	Легкое превосходство одного вида деятельности над другим
5	Существенное превосходство	Чувствительное превосходство одного вида деятельности над другим
7	Значительное превосходство	Практически значительное превосходство одного вида деятельности над другим
9	Очень большое превосходство	Очевидное превосходство - доминирование одного вида деятельности над другим
2,4,6,8	Промежуточные значения	Применяется в промежуточных случаях
1/k	Обратные величины	Используются для оценки не превосходящих видов деятельности

Как результат, после сравнения в МАИ для множества наследников каждого предка получается положительная обратная симметричная матрица. Парные сравнения реализуются в шкале отношений, т.е. в терминах доминирования одного из элементов-наследников определенного предка над другим.

Заполнение квадратной матрицы попарных сравнений A осуществляется следующим образом

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \dots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \dots & w_2/w_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \dots & w_n/w_n \end{bmatrix}$$

Матрица строится для каждого элемента-предка, её размер $n \times n$ определяется количеством непосредственных наследников n у этого элемента-предка. Если элемент-наследник B_i доминирует – т.е. лучший, чем другой элемент- наследник предка Bj, то эксперт определяет степень доминирования, используя приведенную выше шкалу в терминах определений, и соответствующее значение в баллах присваивается элементу a_{ij}, а значение $\frac{1}{a_{ij}}$ - элементу a_{ji}.

Локальным заданием для нас является определение «веса» каждого из наследников $W = \{w_1, ..., w_n\}$, относительно всех вершин иерархии (за исключением листьев) и, конечно, было б идеальным вариантом, если бы личность, принимающая решения, или эксперт могли бы непосредственно указать эти веса. Для эксперта значительно проще осуществить ряд попарных сравнений наследников между собой, чем попробовать сразу присвоить им определенные «веса», которые отображают вклад того или другого элемента-наследника в элемент-предок. Этим и объясняется необходимость использования метода попарных сравнений, потому что эта информация далее используется для получения значений «весов» и оценивания последовательности утверждений эксперта. Локальные приоритеты получаются путем вычисления множества главных собственных векторов для каждой из обратно симметричных матриц иерархии и нормализации результата.

Хотя получение собственных векторов не проблематично, но существует более простой способ приближенного вычисления приоритетов путем вычисления среднего геометрического строк матрицы попарных сравнений $A = \{a_{ij}\}$, с последующей нормализацией всех составных полученного вектора по формуле:

$$x_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} a_{ij}} \Bigg/ \sum_{i=1}^{n} \left(\sqrt[n]{\prod_{j=1}^{n} a_{ij}} \right).$$

После получения значений собственного вектора $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ они используются для дальнейших вычислений.

Авторами статьи были разработаны задания для контрольных и семестровых работ, в которых представлено 6 заданий по разным темам в 30 вариантах, что позволяет обеспечивать индивидуализацию деятельности студентов. Приведем пример одного варианта задания по теме «Метод анализа иерархий».

Семье со средним достатком необходимо приобрести дом. В результате анализа определились следующие критерии, которые необходимо при этом учесть: престижность района, стоимость, общая площадь, внутренняя отделка, подводящие коммуникации, кровля, сантехника, окна. Дальнейшее рассмотрение позволило выбрать в качестве кандидатов три модели дома и представить задачу в виде иерархии (рис.1).

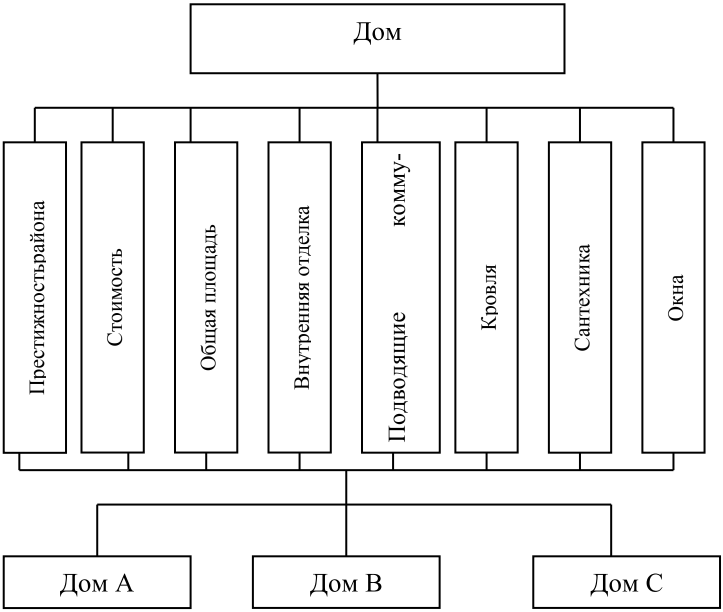


Рис. 1. Декомпозиция задачи покупки дома в иерархии.

После анализа первичное множество критериев было сокращено до следующих существенных: Q_1 – престижность района; Q_2 – общая площадь; Q_3 – стоимость; Q_4 – подводящие коммуникации; Q_5 – кровля; Q_6 – окна.

Путем опроса членов семьи построена матрица попарных сравнений для второго уровня (табл. 2.1).

После этого, сравнивая попарно три дома (А, В, С) по каждому критерию (уровень 3), получим шесть матриц (для каждого из критериев) размером 3×3 (табл. 2.2).

Необходимо рассчитать локальные векторы приоритетов, индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы попарных сравнений критериев (табл.2.1) и матриц попарных сравнений критериев (табл. 2.2).

Табл. 2.1

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6
Q_1	1	4	7	1/3	1/5	9
Q_2	1/4	1	6	4	3	5
Q_3	1/7	1/6	1	8	7	3
Q_4	3	1/4	1/8	1	5	1/3
Q_5	5	1/3	1/7	1/5	1	1/5
Q_6	1/9	1/5	1/3	3	5	1

Табл. 2.2

Q_1	A	B	C	Q_2	A	B	C	Q_3	A	B	C
A	1	3	5	A	1	1/3	1/2	A	1	9	3
B	1/3	1	6	B	3	1	1/7	B	1/9	1	4
C	1/5	1/6	1	C	2	7	1	C	1/3	1/4	1
Q_4	A	B	C	Q_5	A	B	C	Q_6	A	B	C
A	1	2	1/7	A	1	1/4	3	A	1	4	1/5
B	1/2	1	6	B	4	1	5	B	1/4	1	7
C	7	1/6	1	C	1/3	1/5	1	C	5	1/7	1

Выводы. Специалисты, получившие необходимые знания не только сугубо по специальным предметам, но и по математическим дисциплинам, в частности, по «Основам системного анализа», научившиеся самостоятельно изучать новый материал, использовать полученные знания, умения и навыки, могут сами осваивать новые направления в инженерии, легко переучиваться и приспосабливаться к новым социальным условиям.

В дальнейшем планируется подготовить задания для тестирования студентов с помощью компьютера, разработать и издать электронный учебник для самостоятельного изучения курса «Основы системного анализа».

Литература.

1. Катренко А.В. Системний аналіз об’єктів та процесів комп’ютеризації: Навчальний посібник. - Львів: «Новий світ-2000», 2003. – 224с.

2. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Введение в системнй анализ.- М.: Высшая школа, 1989.

3. Спицнадель В.Н. Основи системного анализа. М.: Бизнес-Пресса, 2000.

4. Шарапов О.Д., Дербенцев В.Д., Семьонов Д.Є. Системний аналіз: Навч.-метод. Посібник для самост. вивч. дисц.- К.: КНЕУ, 2003.

УДК 378:147

ОПЫТ РАЗРАБОТКИ УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ФАКУЛЬТЕТА ЭКОЛОГИИ И ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Гребёнкина А.С.
Донецкий национальный технический университет

Аннотация. *В статье рассмотрен вопрос разработки учебного пособия по высшей математике для студентов химических направлений подготовки, указаны особенности такого пособия, приведены некоторые элементы учебного материала из него.*

I. Введение. В современном технологическом обществе наблюдается стабильный спрос на квалифицированных инженеров различных специализаций. В частности, в последние годы в нашем регионе наблюдается определённый дефицит инженеров, экологов и технологов в химической промышленности. Поэтому перед высшей школой стоит задача подготовки таких специалистов. Важную роль в этой подготовке играет высшая математика, так как математическая подготовка является основой любого инженерного образования. Однако при математической подготовке студентов химических специальностей возникает ряд специфических проблем. К наиболее существенным из них относим:

- большой разрыв во времени между изучением курса высшей математики и курсов специальных дисциплин, использующих его. Между такими курсами нет ни одной дисциплины, которая позволила бы студентам не утратить необходимые навыки решения математических задач;
- оторванность курса высшей математики от профессиональных заданий. Студенты не видят связи математики с будущей профессиональной деятельностью, не представляют, как можно будет использовать приобретённые знания в дальнейшем. Как результат, у них создается впечатление, математика оторвана от требований современных химических технологий;

• низкий уровень мотивации студентов в изучении курса высшей математики.

Решение указанных проблем будет способствовать повышению уровня подготовки специалистов соответствующего профиля. Таким образом, вопрос развития новых подходов к обучению математике студентов химических специальностей актуален.

Анализ современных научных исследований и публикаций свидетельствует о том, что вопросом обучения математике студентов технических специальностей посвящено много работ отечественных и зарубежных научных работников. Отметим таких авторов, как А. Галица, А. Д. Дячкин, М. И. Жалдак, О. М. Кондратьева, С. Л. Недилько, О. П. Околелов, А. В. Примаков, С. А. Раков, З. Н. Слепкань и др. Исследуется широкий круг вопросов. В частности, рассматриваются перспективы использования в учебном процессе средств информационно-коммуникационных технологий [3,7,11], некоторые проблемы профессиональной направленности обучения [5-6,8-10], организации контроля знаний студентов [2], психологические аспекты учебного процесса [1] и т.д. Разрабатывается и постоянно модифицируется методическое обеспечение курса высшей математики. Но специфика математической подготовки студентов-химиков практически нигде не учитывается. Попытка нивелировать данный недостаток сделана нами в пособии[4].

II. Постановка задания. Цель данной статьи – представить опыт разработки учебного пособия по курсу высшей математики для студентов факультета экологии и химической технологии Донецкого национального технического университета.

III. Результаты. Подготовленное пособие рассчитано на студентов первого курса. Учебный материал подается в виде блоков, которые соответствуют содержательным разделам учебной программы. В первой части пособия отражен материал содержательных разделов «Линейная алгебра», «Дифференциальное исчисление». Каждая из указанных тем представлена в виде следующих логических разделов.

Первый раздел содержит базовые теоретические сведения из соответствующей темы. В нем приводятся основные понятия и определения, свойства математических объектов, теоремы, алгоритмы, методы решения задач. Все теоремы и свойства приводятся без доказательств. В случае необходимости эти доказательства можно найти в специальной литературе. В то же время их отсутствие не влияет на логику и полноту изложения материала в данном пособии. Все теоретические положения проиллюстрированы большим количеством абстрактных примеров. Решение примеров поэтапное и очень подробное. Студенты химических специальностей часто имеют недостаточную базовую математическую подготовку, поэтому подробность решения необходима для повышения эффективности обучения.

Во втором логическом разделе приведены примеры использования математических методов в решении химических задач и задач экологии. Считаем, что задания практического содержания полезны, так как они объединяют учебную деятельность и научное исследование. Поиск оптимального метода решения задачи вырабатывает математическое и инженерное сознание, формирует логическое мышление. При разработке пособия мы старались подобрать профессионально направленные задания так, чтобы они демонстрировали применение конкретного математического метода соответствующей темы. В то же время процессы и явления, которые исследуются в прикладных заданиях, не очень сложные и доступны пониманию студентов первого курса.

При использовании прикладных задач в учебном процессе возникают некоторые сложности. К основным проблемам относим следующие [5, с. 175]:

- сложность формализовать задачу и перевести ее на математический язык. Для построения математической модели, которая описывает конкретный химический процесс в экологической системе, как правило, необходимы наводящие вопросы. Студенты не готовы на занятиях по математике применять знания и умения, приобретенные вследствие изучения других дисциплин;
- переход от абстрактного математического объекта к конкретной величине, описывающей природное явление. Студентам тяжело определить какая величина будет неизвестной функцией. В результате возникают сложности при составлении дифференциальных уравнений, определении их типов и т.д.;
- интерпретация полученного результата в соответствии с экологическим или химическим содержанием задачи.

Для преодоления указанных проблем необходимо подбирать указанные задачи так, чтобы их решение способствовало формированию у студентов навыков построения математических моделей химических технологий, реальных процессов в окружающей среде. Желательно, чтобы задачи не требовали от студентов глубоких теоретических знаний по химии и экологии, чтобы сложность задач соответствовала уровню восприятия студентов первого курса. Тогда запомнится суть математических методов, а не только их запись в символьном виде.

Для наглядности приведем пример профессионально направленного задания по теме «Дифференциальное исчисление» [4, с. 88].

Задание 1. *Газовая смесь состоит из окиси азота, кислорода и посторонних элементов, не принимающих участия в химической реакции окисления окиси азота. Определить, при каком соотношении концентраций кислорода и окиси азота скорость реакции окисления будет максимальной.*

Третий раздел пособия содержит задания для самостоятельной работы по темам соответствующего содержательного модуля. Задания имеют разный уровень сложности. Большинство задач – абстрактные. Но для самостоятельного решения по каждой теме обязательно предлагаются прикладные задания, имеющие профессиональную направленность. Все задания для самостоятельной работы сопровождаются ответами. Для прикладных задач, помимо ответов, даны указания к решению. Для большинства таких задач даны уравнения химических реакций, соответствующие физические или химические законы, указан характер функциональной зависимости между величинами, описывающими протекание определенного процесса в экологической системе и т.д. Считаем, что ответы делают пособие удобным для работы студентов, а указания способствуют тому, что прикладные задачи сможет решить без помощи преподавателя большинство студентов.

Далее приводим примеры абстрактного и профессионально направленного задания для самостоятельной работы студентов факультета экологии и химической технологии [4, с. 42-43].

Задание 2. *Найти произведение матриц* $A \cdot 2B^T$, *если* $A = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 3 \\ -7 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1{,}5 & 0{,}5 & -0{,}5 \\ 2{,}5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Задание 3. *Построить базовую матрицу реакции:*

$$H_2SO_4 + NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + H_2O.$$

Ответы и указания к решению *Задания 3* опускаем, так как они не относятся к сути данной статьи.

Четвертый раздел содержит вопросы для подготовки к семестровым экзаменам по темам соответствующих содержательных модулей. Работа с этим разделом позволяет студентам сориентироваться в сложности и объеме заданий, которые будут предложены им во время проведения итоговой экзаменационной работы.

IV. Выводы. В конце укажем преимущества и отличия, которые имеет данное пособие в сравнении с другими изданиями. На наш взгляд, его наиболее существенными положительными сторонами являются:

• учебный материал в пособии оптимально объединяет абстрактность и фундаментальность изложения курса высшей математики и его доступность для восприятия студентами первого курса;

• пособие содержит большое количество прикладных задач, в том числе, для самостоятельной работы студентов. Все прикладные задания связаны с описанием разнообразных процессов химических технологий или процессов, протекающих в экологических системах;

• решение каждой профессионально ориентированной задачи в пособии демонстрирует необходимость освоения конкретных знаний и способствует выработке навыков применения конкретных математических методов;

• пособие ориентировано на математическую подготовку студентов факультета экологии и химической технологии в контексте их будущей профессиональной деятельности.

Считаем, что работа с данным пособием способствует повышению качества обучения высшей математике студентов химических специальностей, выработке у них навыков применения математических методов в решении профессиональных задач.

Литература

1. Галиця О. Психологічні аспекти навчального процесу у вищих навчальних закладах / О. Галиця // Вища школа. – Київ: Знання. – 2013. – № 1. – С. 48-56.

2. Гребьонкіна О.С. До питання проведення тематичного контролю знань студентів з вищої математики / О. С. Гребьонкіна // Педагогічна освіта: теорія і практика: зб. наук. праць. – Кам’янець Подільський: видавництво КПНУ. – 2013. – Випуск 13. – С. 225-229.

3. Гребьонкіна О.С. Досвід створення демонстраційного курсу лекцій з вищої математики для студентів факультету екології і хімічної

технології / О.С. Гребьонкіна // Збірник науково - методичних робіт. – Донецьк:ДонНТУ. – 2013. – Вип. 8. – С. 68-73.

4. Гребьонкіна О.С. Методи вищої математики в хімії: частина І. Навчальний посібник / О.С. Гребьонкіна. – Донецьк: ВІК. – 2014. – 108 с.

5. Гребьонкіна О.С. Професійна спрямованість навчання вищої математики студентів екологічних спеціальностей / О.С. Гребьонкіна//Педагогічна освіта: теорія і практика: зб. наук. праць. – Кам'янець Подільський: видавництво КПНУ. – 2013. – Випуск 15. – С. 171-176.

6. Гребьонкіна О.С. Самостійна робота в процесі навчання вищої математики студентів екологічних спеціальностей/О.С. Гребьонкіна // Проблемы горного дела и экологии горного производства: материалы IX междунар. науч.-практ. конф. (24-25 апреля, 2014 г.). - Донецк: Донбасс. – 2014. – С. 222-227.

7. Гребьонкіна О.С. Використання демонстраційного курсу лекцій з вищої математики в підготовці інженерів - екологів/О.С. Гребьонкіна, О.М. Бондаренко// Проблемы горного дела и экологии горного производства: материалы VIII междунар. науч.-практ. конф. (25-26 апреля, 2013 г.). – Донецк: Світ книги. – 2013. – С. 302-306.

8. Кондратьєва О.М. Реалізація контекстного навчання вищої математики за допомогою діалогової проблемної лекції/О.М. Кондратьєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ДонНУ. – 2012. – № 38. – С. 68-72.

9. Неділько С.Л. Математичні методи в хімії / С.Л. Неділько. – Київ:Либідь. – 2005. – 256 с.

10. Примаков А.В. Деякі методичні особливості навчання математики в контексті потреб викладання фізики в умовах інноваційної освітньої політики / А.В. Примаков,О.М. Раздуй // Нові технології навчання. – Київ: Інститут інноваційних технологій і змісту освіти МОН України. – 2010. – № 65. – с. 43-48.

11. Grebonkina O. S. The use of information and communication technologies in the mathematical preparation of engineers-ecologists: problems and prospects/ O.S. Grebonkina// progressive technologies of coal, coal bed methane, and other mining. – Taylor & Francis group, London, UK. – 2014. – p. 163-166.

УДК 378.14:[51:004]

О ДИДАКТИЧЕСКИХ ПРИНЦИПАХ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Гусар Г. А., Евсеева Е. Г.

Донецкий национальный технический университет

Аннотация. *В статье, посвященной методике обучения математике студентов ВТУЗа, приводятся дидактические принципы обучения на основе деятельностного подхода: первичности деятельности, деятельностного целеполагания, деятельностное определение содержания обучения и профессиональной направленности обучения. Принципы проанализированы на примере обучения математике бакалавров направления подготовки 6.050401 "Металлургия".*

Внедрение новых, наукоемких технологий в производство значительно повышает требования к математической подготовке, предъявляемые к выпускникам высших учебных заведений инженерного профиля. Они должны обладать глубокими профессиональными знаниями и умениями, быть осведомленными в методах математического моделирования и применять эти методы в практической деятельности, причем не только в стандартных ситуациях.

Специфика деятельности преподавателя математики технического высшего учебного заведения заключается в том, чтобы спроектировать и организовать такое обучение, в котором бы создавались оптимальные или близкие к оптимальных методические условия для повышения его эффективности, при условии овладения студентами основами их будущей профессиональной деятельности. Это возможно в обучении математики на основе деятельностного подхода.

На основе работ, посвященных методологии и методике обучения математике студентов ВТУЗа, а также обучение на основе деятельностного подхода, нами дополнены общепедагогические принципы обучения дидактическими принципами обучения математике студентов ВТУЗа на принципах деятельностного подхода [2]. К таким принципам мы относим следующие принципы.

1. Принцип первичности деятельности в обучении математике студентов технических специальностей, который заключается в том, что при проектировании и организации обучения математических дисциплин первичными являются заданная характером будущей специальности деятельность и действия, составляющие эту деятельность. Инженеры любых специальностей должны решать определенные типы математических задач. При проектировании и организации обучения математики в техническом ВУЗе сначала необходимо определить потребности будущего специалиста относительно решения математических задач определенных классов для того, чтобы сформулировать цели и содержание обучения математических дисциплин. При этом конечной целью подготовки специалистов определенного направления подготовки является формирование их профессиональной компетентности. В обучении же математике во ВТУЗе целью обучения является освоение способов действий, которые обеспечивают формирование математических компетентностей, необходимых для осуществления будущей профессиональной деятельности.

Так, например, в образовательно-профессиональной программе подготовки бакалавров направления подготовки 6.050401 "Металлургия" отрасли знаний 0504 "Металлургия и металловедение" [4] ставится задача сформировать следующие профессиональные компетентности:

– определять и рассчитывать параметры металлургических агрегатов и технологического оборудования; принципы построения, статические и динамические характеристики систем, оптимальные параметры процессов, протекающих в металлургических системах;

– вычислять площади поверхности взаимодействия фаз, скорость тепло - и массопереноса, газо - и гидродинамических процессов в металлургических системах по математическим моделям;

– определять взаимное положение тел и их частиц в пространстве и времени, согласно металлургических систем в газообразном, жидком и твердом состояниях.

Фактически, перечисленные компетентности являются видами деятельности, которые должен уметь выполнять специалист. Именно они определяют круг математических компетентностей, которые должны быть сформированы в результате изучения дисциплины "Высшая математика" студентами направления подготовки 6.050401 "Металлургия".

2. Принцип деятельностного целеполагания, который требует, чтобы целеполагание определялось будущей профессиональной деятельностью студентов. Целеполагание – это, во-первых, принятие студентом и содержание целей, поставленных перед ним преподавателем, и, во-вторых, самостоятельная постановка целей. В основе целеполагания, как отмечает Г. П. Бевз [2], лежат основные процессы сознания субъекта – созерцание, воображение, мышление. Условия осуществления и функционирования в сознании студентов целеполагания следует учитывать в организации учебно-воспитательного процесса и подготовке студентов к будущей профессиональной деятельности. Студент, выполняя учебную деятельность, должен осознавать, какие действия он овладевает, для чего они нужны.

Так, будущие бакалавры направления подготовки 6.050401 "Металлургия" должны осознавать, что дисциплина "Высшая математика" они изучают для того, чтобы уметь:

– используя средства высшей математики, с помощью стандартных методик и расчетных формул рассчитывать параметры металлургических агрегатов и технологического оборудования;

– используя средства математического анализа, с помощью вычислительной техники и приобретенных знаний определять параметры металлургических агрегатов и технологического оборудования; принципы построения, статические и динамические характеристики систем, оптимальные параметры процессов, протекающих в металлургических системах;

– используя средства высшей математики, с помощью справочников уметь вычислять площади поверхности взаимодействия фаз, скорость тепло - и массопереноса, газо - и гидродинамические процессы в металлургических системах по математическим моделям;

– используя законы статики и динамики материальной точки, твердого тела и сплошной среды, с помощью математических уравнений определять взаимное положение тел и их частиц в пространстве и времени, согласно металлургических систем в газообразном, жидком и твердом состояниях.

Фактически, приведенные умение является описанием математических компетентностей, формирование которых является целями обучения дисциплины "Высшая математика". Кроме осознания целей обучения математики вообще, студент должен в терминах действий осознавать цели каждого учебного занятия, каждого вида учебной деятельности в обучении математики. Для этого и преподаватель должен формулировать эти цели в виде действий. Например, целями обучения раздела "Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)" овладение студентами способами действий:

– решение СЛАУ методом Крамера, методом Гаусса или матричным методом;

– исследование СЛАУ на совместимость.

Каждый способ действий реализуется с помощью действий. Например, решение СЛАУ методом Крамера требует от студента выполнения следующих действий:

1) записывать и вычислять главный определитель СЛАУ;

2) определять, можно ли решить СЛАУ методом Крамера;

3) записывать и вычислять вспомогательные определители СЛАУ;

4) находить значения неизвестных по формулам Крамера.

Каждое из этих действий выполняется с помощью большого количества операций, которые должны уметь выполнять студенты и осознавать при этом необходимость их выполнения.

3. *Принцип деятельностного определения содержания обучения*, который утверждается утверждает, что содержание обучения математике составляет заданная характером будущей специальности система действий и только те знания, которые обеспечивают выполнение этих действий. Проектирование содержания обучения необходимо начинать не с определения того, что будущий специалист должен знать, а с анализа деятельности будущих специалистов. Сначала надо понять, что специалист должен будет делать и, следовательно, должен уметь. Причем не в общих формулировках, а в деталях, на уровне действий, а то и операций. После этого необходимо определить те знания, которые необходимы для формирования умений.

Так, формирование математической компетентности "Используя средства высшей математики, с помощью стандартных методик и расчетных формул уметь рассчитывать параметры металлургических агрегатов и технологического оборудования" требует освоения студентами способов действий по темам:

1 . Линейная алгебра

1.1. *Числа, операции, функции.*

1.2. Определители, определение, свойства, вычисление.

1.3. Матрицы, виды матриц, линейные операции, ранг матрицы, обратная матрица.

1.4. Системы линейных уравнений, решения методами Крамера, Гаусса, матричным.

1.5. Исследование систем линейных алгебраических уравнений на совместность.

2. Аналитическая геометрия

2.1. Векторы, способы задания векторов, линейные операции с векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведения, их свойства.

2.2. Прямая и плоскость в пространстве, их взаимное расположение.

2.3. Прямая на плоскости.

Так, содержание обучения темы “*Прямая на плоскости*” составляют математические учебные действия и знания, которые описаны в таблице 1.

Таблица 1

Содержание обучения разделу “Прямая на плоскости”

№	Действия, которые должны быть освоены	Знания, необходимые для освоения действий
.	*Составлять* уравнения прямой на плоскости, что проходит: – через данную точку параллельно данному вектору; – через данную точку перпендикулярно данному вектору; – через две данные точки; – через данную точку с данным угловым коэффициентом; – через данную точку перпендикулярно данной прямой; – через данную точку параллельно данной прямой.	*Определение:* – прямой на плоскости; – *уравнение* прямой на плоскости. *Алгоритмы* нахождения уравнения прямой, проходящей: – через данную точку паралельно данному вектору; – через данную точку перпендикулярно данному вектору; – через две данные точки; – через данную точку данным угловым коэффициентом.
.	По данному общим уравнением прямой на плоскости: – *определять* координаты	*Определение:* – общего уравнения прямой на плоскости;

	вектора нормали к прямой; – *приводить* общее уравнение прямой к уравнению прямой с угловым коэффициентом; – *определять* координаты точек пересечения прямой с кордынатними осями; – *определять* расстояние от точки к прямой; – *переходить* к уравнению прямой в отрезках; – *переходить* в уравнение прямой в нормальном виде.	– вектора нормали к прямой на плоскости; – уравнение прямой с угловым коэффициентом; –уравнение прямой в нормальном виде. *Алгоритмы* приведения общего уравнения прямой к уравнению прямой: – с угловым коэффициентом; – в нормальном виде; – в отрезках.
.	По данному уравнению прямой с угловым коэффициентом: – *изображать* прямую в декартовой системе координат; – *приводить* уравнение прямой с угловым коэффициентом к общему уравнению прямой.	*Алгоритмы:* – построения прямой в декартовой системе координат; – приведение уравнения прямой с угловым коэффициента к общему уравнению прямой.
.	По данным уравнениям двух прямых в пространстве: – *определять* угол между прямыми; – *определять*, пересекаются прямые; – *находить* точку пересечения прямых; – *определять* являются ли прямые параленальными или перпендикулярними.	*Определение* угла между двумя прямими. *Алгоритм* нахождения угла между двумя прямыми, заданными уравнениями с угловым коэффициентом. *Признаки* параллельности и перпендикулярности прямых, заданных уравнением с угловым коэффициентом.

Таким образом, содержание математических дисциплин, которое должно быть освоено студентом, составляют математические учебные действия, которые определяются будущей профессиональной деятельностью, и те знания, которые необходимы для освоения студентами этих действий.

4. Принцип профессиональной направленности обучения, который требует, чтобы в процессе обучения математике студенты осуществляли учебную деятельность, которая обеспечивает будущую профессиональную деятельность путем решения профессионально направленных задач.

Для реализации этого принципа необходимо, чтобы все виды учебной деятельности студентов были включены задания, реализующие способы действий будущей профессиональной деятельности. Это могут быть задачи профессиональной направленности, которые решаются на лекциях, практических занятиях, в индивидуальных домашних заданиях, реферативной и научно-исследовательской работе.

Приведем пример реализации принципа профессиональной направленности обучения математике на основе деятельностного подхода студентов направления подготовки 6.050401 “Металлургия”.

Задача 1. Значительная часть технологических процессов в цветной металлургии является химическими реакциями. Одной из задач моделирования таких процессов является моделирование кинетики химических реакций. Необходимо установить математическую модель протекания химической реакции [3].

Решение. Пусть происходит химическая реакция разложения вещества А, в результате которой образуется вещество. Экспериментально установлено, что скорость реакции равна $r_a = -kC_A$, или

$$\frac{dC_A}{dt} = -kC_A \quad , \tag{1}$$

где C_A – концентрация вещества А; k – константа скорости реакции.

Определим начальные условия для решения дифференциального уравнения кинетики (1). Будем считать, что в начальный момент реакции нам известна концентрация вещества А, обозначим ее через C_{A0}. Запишем начальные условия в виде $\left[t = 0; C_A = C_{A0}\right]$. Проинтегрируем уравнение (1), используя определенный интеграл. Границы интегрирования определяются из начальных условий: когда время равно нулю, концентрация вещества А имеет значение C_{A0}, а в произвольный момент t концентрация равна C_A:

$$\int_{C_{A0}}^{C_A} \frac{dC_A}{C_A} = -k\int_0^t dt \,. \tag{2}$$

В результате интегрирования (2) имеем:

$$\ln \frac{C_A}{C_{A0}} = -kt, \tag{3}$$

или:

$$\frac{C_A}{C_{A0}} = e^{-kt}. \tag{4}$$

Выразим из (4) C_A и получим решение дифференциального уравнения (1) в виде експоненциальной убывающей функции:

$$C_A = C_{A0} \cdot e^{-kt}.$$

При $t \to \infty$ экспонента с отрицательным показателем степени приближается к нулю. За бесконечно большое время в результате химической реакции вещество А полностью разлагается и образует вещество В.

Выводы. Приведенные принципы должны быть положены в основу при организации как аудиторной, так и самостоятельной работы студентов в обучении математике студентов технических направлений подготовки. Это позволит студентам усвоить содержание курса высшей математики на высоком уровне, необходимом не только для изучения фундаментальных и специальных дисциплин в системе высшего инженерного образования, но и для формирования математических компетентностей, необходимых для осуществления их будущей профессиональной деятельности.

Литература

1. Агеев Н.Г. Конспект лекций по курсу «Моделирование процессов и объектов в металлургии» : учебн. пособ. / Н. Г. Агеев. – Екатеринбург : ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2009. – 72 с.

2. Бевз Г. П. Методика викладання математики : навч. посібник / Г. П. Бевз. – К. : Рад. шк., 1989. – 296 с.

3. Євсеєва О. Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти : монографія / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2012. – 455 с.

4. Освітньо-професійна програма підготовки бакалавра галузі знань 0504 "Металургія та металознавствопід"напряму готовки 6.050401 "Металургія" " : галузевий стандарт вищої освіти.– Вид. офіц. – К. : МОН України, 2005. – 39 с.

УДК 378.013

КУЛЬТУРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КАК СРЕДСТВО ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОРИЕНТАЦИИ БУДУЩИХ СПЕЦИАЛИСТОВ

Дзундза А.И., Моисеенко И.А. , Прийменко С.А.
Донецкий национальный университет

Аннотация. *Формирование культуры математического моделирования направлено на реализацию в учебном процессе целостной концепции развития профессиональных ориентиров будущих специалистов, на восприятие и обработку информации, анализ, синтез, классификацию частных понятий в общие категории. Это предполагает включение в содержание математического обучения профессионально-ориентированных задач, формирование навыков самостоятельной исследовательской деятельности, развитие универсальных умений планирования и рационализации деятельности.*

Вступление. Успех профессиональной деятельности современного инженера в немалой степени зависит от уровня развития культуры математического моделирования, формирование которой опирается не только на фундаментальные знания естественнонаучных теорий, но и на способность логически мыслить, выявлять математические характеристики технических объектов и социальных явлений, анализировать, классифицировать и обобщать их свойства. Роль математического обучения в профессиональной подготовке специалистов разного профиля в последнее время активно исследуется в научном педагогическом сообществе. В этих исследованиях можно выделить следующие основные направления. Т. Н. Алешина, Р. М. Зайкин, Р. А. Исаков изучали различные аспекты профессиональной ориентированности математического образования: возможности применения дидактических материалов с профессиональной направленностью на уроке математики, необходимость усиления профессиональной направленности математического обучения юристов, аграриев, экономистов. Ряд ученых исследовали организационно-методические формы профессионально-ориентированного математического обучения, условия и средства реализации его профессиональной направленности в учебном процессе (С. Плотникова, Г. Бокарева). Исследователи также изучали применение математических знаний и методов в профессиональной деятельности (М. Лазарев, В. Левин, И. Михайлова, Р. Исаева). Достаточно глубоко изучена профессиональная направленность математического обучения как средство повышения мотивации студентов (О. Бочкарева, Е. Василевская, О. Каганов). И. Лурье, Г. Бесчинская, И. Михайлова исследовали воспитательные возможности математического обучения в профессиональной подготовке. М. Маливанов, Л. Бобикова анализировали возможности влияния математического обучения на разные грани личностного развития студентов технических специальностей.

Постановка задания. Математикой, как средством универсальной коммуникации в последнее время пользуются практически все отрасли науки (естественные, гуманитарные и общественные). Современная экономика, социология, информационно-коммуникационная сфера не могут обойтись без математических моделей. Математика довольно плотно вошла и в такие науки, как правоведение, экология, психология, языкознание. Сбываются слова основателя рационализма Рене Декарта: «Любые исследования, направленные на изучение порядка и меры, способствуют развитию математического мышления и наоборот».

Безусловно, в сфере инженерных технологий более всего применяется математическое моделирование. Интегрирование инженерных технологий и математики обогащает технические науки, вооружает их инструментами точных и приближенных расчетов, стохастических прогнозов, статистических оценок. Математика в свою очередь получает стимул развития через открытие новых сфер применения, возникновение новых прикладных моделей для математического анализа. Поэтому проблема формирования культуры экономико-математического моделирования будущих специалистов чрезвычайно важна на современном этапе развития теории и методики математического обучения в вузе.

Результаты. Прикладной математической моделью, с формальной точки зрения, можно назвать любую совокупность понятий, факторов и операций той или иной предметной области. С практической точки зрения для развития культуры математического моделирования будущего специалиста необходимо изучение моделей, которые являются изоморфным отображением производственных объектов, процессов и явлений [3].

Метод математического моделирования предполагает построение для производственных систем изоморфной математической модели (на основе элементов и действий операционной системы), анализ этой модели (для чего требуется выполнение использованных в ней операций) и перенос в силу изоморфизма результатов, полученных для модели, на исходную систему. Как правило, модель служит средством более глубокого понимания свойств системы и альтернативных вариантов ее совершенствования. Математическая модель изучаемого объекта может быть точной схемой этого объекта либо отражать некоторые наиболее характерные его свойства в абстрактной форме. Математическое моделирование позволяет логическим путем прогнозировать последствия альтернативных профессиональных действий и достаточно объективно показывает, какому из них следует отдать предпочтение.

Заметим, что большинство современных выпускников вузов со временем войдут в состав большой армии руководителей промышленности, образовательных и научных учреждений, финансовых организаций. Почти каждому будущему специалисту придется в той или иной степени осуществлять управленческие функции. Но в современном мире управление – дело отнюдь нелегкое, поскольку политическая, экономическая и социальная структура общества является сложной и постоянно усложняется. Для эффективного управления необходимо всесторонне учитывать характер взаимоотношений между различными элементами организации, а также принципы ее взаимодействия с окружающей средой. Математическое моделирование как инструмент производственного и социально-экономического анализа, безусловно, поможет оптимизировать управление сложными системами. Анализ математических моделей вооружает руководителей эффективным инструментом, который может использоваться для прогнозирования поведения производственных систем и оценки результатов прогноза. Математическая модель может использоваться традиционным способом, например, для получения какого-то частного решения, но в сфере управления она наиболее успешно применяется для имитационного моделирования. Имитация (от лат. *imitatio*– подражание) – это воспроизведение с помощью модели той или иной реальной ситуации, ее исследования и выбор наиболее точного решения. Имитационное моделирование основывается, главным образом, на теории сложных систем, теории вероятностей и математической статистике. Фактически, имитационное моделирование состоит из конструирования математической модели реальной системы и постановки с ее помощью экспериментов, позволяющих оценивать различные стратегии поведения и принятия решений.

Прежде чем принимать решение на основе математической модели, целесообразно изучить предыдущий опыт, как вели себя в подобных ситуациях раньше. Естественно, что когда из своего или чужого опыта известно, какое именно решение наилучшим образом удовлетворяет поставленной цели, проблемы принятия решения и оптимального управления, собственно говоря, не существует – решение заранее известно. Однако на самом деле практически никогда не бывает полностью идентичных ситуаций, поэтому принимать решения и осуществлять управление зачастую приходится в условиях неполной и недостаточной информации. В таких случаях недостающую информацию можно получить, используя гипотезы, результаты научных исследований, исследования на математических моделях. Научно обоснованная теория управления фактически является набором методов пополнения недостающей информации об управляемом процессе, а точнее говоря, о том, каким будет поведение объекта управления при выбранном воздействии.

Сложность современных социально-экономических систем и производственных процессов приводит к тому, что для их изучения приходится использовать самые разнообразные виды математических моделей. Простейшими из них являются так называемые масштабные модели, в которых соблюдается физическое подобие оригинала и модели. Однако производственные, социальные и экономические системы трудно поддаются масштабному моделированию, поэтому в этом случае часто используется моделирование по аналогии. В аналоговых моделях исследуемые процессы изучаются не непосредственно, а в соответствии с аналогичными явлениями, то есть изучаются процессы, имеющие иную природу, но которые описываются подобными математическими соотношениями.

Опять мы приходим к выводу, что наиболее универсальным методом социально-экономических исследований является использование математического моделирования. Математическая модель задает формальную зависимость между значениями параметров на входе социально-экономического объекта или процесса и выходными параметрами. При математическом моделировании абстрагируются от конкретной природы объекта и процессов, происходящих в нем, и рассматривают только преобразования входных величин в выходные. Анализировать математические модели проще и быстрее, чем экспериментально определять поведение реального объекта в различных ситуациях. К тому же, анализ математической модели позволяет выделить существенные свойства данной системы, на которые стоит обратить особое внимание при принятии решения. Дополнительное преимущество заключается в том, что при математическом моделировании не трудно исследовать поведение исследуемой системы в идеальных условиях или, наоборот, в экстремальных режимах, что требует для реальных объектов или процессов огромных расходов, которые могут быть связаны с риском банкротства или других нежелательных последствий.

В зависимости от вида системы и конкретных целей, существует множество различных подходов к математическому моделированию и системному анализу социально-экономических явлений. В основе каждого подхода лежат те или иные представления, определенный набор идей и теоретических предпосылок, или, как сейчас принято говорить, определенная концепция. Одна из наиболее актуальных целей математического моделирования связана со стремлением выяснить, хотя бы качественно, обобщенные свойства социально-экономических систем. В этом случае нужно создать и изучить модель, охватывающую как можно более широкий класс объектов и процессов. Другая задача заключается в тщательном, количественном изучении социально-экономических систем определенного класса. При этом необходимо дать подробное математическое описание объектов этого класса и столь же подробное математическое описание процессов, происходящих в них. Наконец, третий подход, с которым часто приходится сталкиваться, связан со стремлением использовать для анализа уже известные виды математических моделей.

Безусловно, формирование культуры математического моделирования студентов важнейшая цель организации учебного процесса в вузе. Но, к сожалению, учебники и дидактические пособия содержат недостаточное количество учебного материала, который способствовал бы достижению этой цели. Традиционная учебная деятельность предоставляет студентам, как правило, математические знания, которые очень часто оказываются формальными, ненасыщенными реальным профессионально-ориентированным содержанием. Профессиональная направленность содержания обучения является одним из важнейших аспектов современного воспитания и обучения.

Рассмотрим еще одно важное обстоятельство. Удобство математического моделирования не только в его простоте и универсальности. Математическая формула модели позволяет привлечь для анализа самых разнообразных производственных, социальных, экономических ситуаций электронно-вычислительную технику и получить целесообразные и приемлемые решения с помощью мощного помощника – компьютера. В последнее время реальные возможности математического моделирования значительно расширились благодаря развитию компьютерных и информационных технологий. Мощными программными средствами обеспечения математического моделирования систем широкого назначения являются пакеты Maple, MathCAD, MATLAB. Существуют и другие автоматизированные системы аналитических расчетов, имеющих адаптивный интерфейс и большие вычислительные возможности. Примерами таких систем являются Derive, MathTutor, MathMat, Mathematica, SPSS, Statistica. Создано также множество современных узкоспециализированных пакетов. В перечисленных системах реализованы средства «вычислительного» программирования на языках «сверхвысокого» уровня, дополненные большим числом встроенных библиотек, что позволяет считать их наиболее универсальным инструментом математического моделирования.

Каждое направление математического моделирования имеет свою область предметного применения. Например, элементарная математика и начала анализа (уравнения, функции и их графики) активно используются для современных экономических расчетов, связанных с определением частей (процентов) материальных ресурсов, составлением пропорций, вычислением доходов, налогов, рентабельности и пр. Арифметические и геометрические прогрессии позволяют вести расчеты, связанные с последовательностями рассроченных платежей, пенсионных аннуитетов, финансовыми пирамидами. Комбинаторика дает возможность определить число результатов, возникающих при различных комбинациях производственных объектов, их перестановках и размещениях. Аналитическая геометрия предназначена для изучения пространственных соотношений и форм объектов. В создании математических моделей геометрия благодаря исключительной наглядности имеет наибольший потенциал.

Заметим, что особенностями социальной и экономической сфер как объектов математического моделирования является невозможность «подобного конструирования» как в инженерно технологической сфере. Невозможно построить точную копию экономического или социального процесса в реальном масштабе, и с помощью этой копии исследовать различные варианты профессиональных действий. К тому же, в социально-экономической сфере ограничены возможности локальных действий, поскольку все их составляющие тесно взаимосвязаны. Именно поэтому геометрическое моделирование является прекрасным инструментом научных исследований локальных социально-экономических процессов.

Формирование культуры математического моделирования позволяет реализовать в учебном процессе целостную концепцию развития познавательных профессиональных ориентиров, которая предусматривает содержательный анализ профессионально-ориентированного понятия, усвоение его на ряде разнообразных примеров, подключение студентов к самостоятельным исследованиям существенных признаков понятия [2]. Речь идет о восприятии и обработке информации, классификации частных понятий в общие категории. Это предполагает ориентацию содержания математического обучения на изучение фундаментальной теории в процессе решения прикладных профессионально-ориентированных задач, на формирование у студентов навыков самостоятельной исследовательской деятельности, развитие универсальных умений планирования и рационализации своей деятельности.

К сожалению, задачи прикладного профессионально-ориентированного содержания, имеющиеся в наличии в учебниках и научных пособиях, зачастую не соответствуют реальным условиям будущей профессиональной деятельности студентов, они содержат искусственные ситуации, «которых на самом деле не бывает ни в жизненной практике, ни в тех областях науки или производства, к которым относится задача» [1]. Содержание этих задач требует существенного уточнения и обогащения.

Выводы. Итак, формирование культуры математического моделирования будущих специалистов позволяет, во-первых, выделить и формально описать наиболее важные, существенные связи производственных объектов, что предполагает высокую степень абстракции. Во-вторых, из четко сформулированных исходных условий и соотношений между ними можно получить выводы, наиболее адекватные исследуемому объекту. В-третьих, методы математического моделирования позволяют получить новые знания из будущей профессиональной сферы: оценивать форму и параметры зависимостей переменных характеристик, которые в наибольшей степени соответствуют имеющимся статистическим наблюдениям. Наконец, четвертое, использование математического моделирования позволяет точно и компактно излагать теоретические положения соответствующей предметной сферы, формулировать понятия и выводы.

Литература

1. Бочкарева О. В. Прикладные задачи как средство формирования профессионального мышления инженера-строителя / О.В. Бочкарева // Вестник молодых ученых: Межвуз.сб.науч.тр. - Пенза, ПГПУ, 2005. – 115с.
2. Скафа Е. И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология / Е.И. Скафа // Донецк: ДонНУ, 2004. – 439 с.
3. Хинчин А. Я. Педагогические статьи / А. Я. Хинчин // Вопросы преподавания математики. Борьба с методическими штампами. Серия «Психология, педагогика, технология обучения». - Второе изд. - М.: КомКнига, 2006. – 208 с.

УДК 378.147:517:004

МЕТОДИКА ВИЗУАЛИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Евсеева Е. Г., Забельский Б.
Донецкий национальный университет

Введение. Процессы, происходящие на современном этапе во всех сферах жизни общества, предъявляют новые требования к профессиональным качествам специалистов. На первое место выдвигаются самостоятельность, творчество, предприимчивость, активность. Решение задач по формированию названных личностных качеств традиционная система образования решить не в состоянии или делает это с большим трудом. Поэтому система образования поставлена перед проблемой поиска новых форм, методов и средств обучения и их совершенствования с целью более эффективной организации учебной деятельности обучающихся, в том числе и студентов высших учебных заведений.

В настоящее время выпускник вуза выступает активным субъектом на рынке труда, который распоряжается своим капиталом – профессией, специальностью, квалификацией. Выпускник вуза как специалист должен быть профессионально компетентным, инициативным, способным к непрерывному самообразованию, что сделает его конкурентоспособным.

Наблюдения показывают, что многие студенты учатся далеко не в полную меру своих возможностей. Причиной этого является, с одной стороны, несовершенство форм, методов и средств обучения, применяемых преподавателями вузов для организации учебной деятельности студентов, с другой стороны, низкий уровень усвоения фундаментальных понятий школьного курса математики у школьников-абитуриентов, а затем и у студентов вузов (уравнение, функция, производная, первообразная, интеграл), а также учебных умений оперировать ими, низка их обобщенность и функциональность, кроме того, сами студенты, особенно первокурсники, порой не умеют организовывать свою учебную деятельность.

Совершенствование обучения математике студентов нематематических специальностей возможно, как показывает практика, с помощью применения наглядности.

Постановка проблемы. При обучении студентов технических университетов высшей математике, в частности теории функций нескольких переменных, существенную роль играет наглядность. Ведь именно наглядное обучение способствует реализации принципов научности и доступности, обеспечению успешности формирования понятий, поддержанию у обучающихся интереса к предмету, приводит к более высокому уровню развития математической культуры, математической грамотности, логического мышления.

Проблемой наглядности и визуализации процесса обучения в теории и методике обучения математике занимались М. И. Башмаков, В. Н. Березин, В. Г. Болтянский, М. Б. Волович, В. А. Далингер, В. И. Евдокимов, Н. М. Ежова, Д. Д. Ефремова, Н. В. Иванчук, П. А. Карасев, О. О. Князева, Н. В. Лагунова, Н. С. Малецкая, Н. А. Резник, П. Г. Сатьянов, Е. И. Смирнов, Л. М. Фридман, А. Л. Цукарь, М. А. Чошанов и др. Ими были сделаны выводы о необходимости усиления роли наглядности в процессе обучения математике.

Суть процесса обучения с помощью наглядности состоит в формировании узловых, опорных качеств объекта восприятия. Именно при такой организации процесса обучения математике, когда представления, возникающие в мышлении обучаемых, отражают основные, существенные, ключевые стороны предметов, явлений и процессов. Большое внимание уделяется средствам наглядности: рисунку, графику, схеме, таблице и др., образовательное, значение которых достаточно велико и отвечает современным требованиям, предъявляемым к процессу обучения.

Открытие функциональной асимметрии головного мозга, и в частности, правого (невербального – образного) полушария, позволило говорить о значении приобретения студентами навыка "математического видения". В употребление вошел термин - "визуальное мышление",означающий оперирование образами. С момента открытия такого "математического зрения",появилась возможность активно и сознательно изучать многие непонятные абстрактные понятия, быстрее достигать результата при работе с функциями нескольких переменных, уравнениями, неравенствами, системами уравнений и неравенств. Поэтому к перечисленным выше ученым, которые используют в своих трудах наглядные образы, можно по праву отнести и ряд других исследователей, активно работающих над проблемами визуализации: Р. Арнхейма, А. В. Брушлинского, П. Я. Гальперина, Р. Грегори, М. И. Зайкина, В. П. Зинченко, В. А. Крутецкого, А. Н. Леонтъева, А. Р. Лурия, С. Л. Рубинштейна, О. К. Тихомирова, М. С. Шехтера, В. Н. Березина, М.

В. Гамезо, Е. Н. Кабанову-Меллер, Т. И. Кузнецову, Н. А. Менчинскую, Н. А. Резник, Я. М. Фридмана, И. С. Якиманскую и др.

Развитие образного мышления при изучении математики, прежде всего, должно быть связано с графической интерпретацией математических понятий и требует постоянной апелляции к чертежам, схемам и пространственным моделям математических объектов. Вот почему одна из приоритетных задач обучения сегодня – это повышение эффективности обучения математике за счет использования компьютерной техники не только как универсального вычислительного инструмента, но, главным образом, как современного средства обучения, позволяющего быстро, точно и ярко визуализировать и исследовать сложные графические объекты (изображения). Этой проблеме посвящен ряд публикаций следующих ученых: С. А. Абрамова, Е. П. Велихова, Б. С. Гершунского, Г. М. Клеймана, А. П. Ершова, Е. И. Машбица, В. М. Монахова, С. Пейперта, Ю. А. Первина, Е. В. Ашкинузе, И. Г. Кузнецова, С. А. Степанова, М. А. Степанова и др.

Проблема визуализации при обучении математике привлекает также внимание российских [1, 4, 5] и зарубежных исследователей в области дидактики математики. Этой проблеме посвящены работы Aharoni, D. (2000), Malara, N. (1998), Sinclair, M. P. (2003), Stylianou, D. (2001), Stylianou, D.A., Leikin, R., & Silver, E.A. (1999), Warren, E. (2000), Woolner, P. (2004) и др.

Изучив литературу по проблеме визуализации при обучении математики, мы пришли к выводу, что под визуализацией математических объектов следует понимать их образное представление, а также мысленное оперирование этими образами при описании и характеристике основных свойств изучаемого материала. Систематическому визуальному исследованию математических объектов с помощью компьютера при обучении высшей математике в вузе должно предшествовать формирование графического образа исследуемого объекта.

В настоящее время задачи, предполагающие работу с наглядными образами, применяются в обучении высшей математике лишь эпизодически и односторонне, сводятся в основном к построению графиков аналитически заданных функций. Задач же, требующих оперирования геометрической интерпретацией производной, интеграла и других понятий, задач качественного характера в действующих вузовских учебниках практически нет. Мало разработана и методика применения таких задач, отсутствует их достаточно полная классификация.

Таким образом, в настоящее время имеют место следующие противоречия:

• между стремительно развивающимися педагогическими и информационными технологиями, позволяющими эффективно решать проблему повышения эффективности учебной деятельности студентов и традиционной практикой преподавания математики в вузе, когда решение этой проблемы идет нецеленаправленно, спонтанно;

• между потребностью практики в научно-обоснованной методике визуализации математических объектов компьютерными средствами и ее фактическим состоянием.

Эти противоречия определяют актуальность проблемы, которая состоит в поиске путей систематического применения компьютерной визуализации математических объектов в процессе обучения высшей математике студентов технических специальностей.

Результаты. В своем исследовании мы остановились на разделе «Функций нескольких переменных», поскольку этот раздел является концептуальным для дисциплины «Высшая математика», которую изучают студенты в техническом вузе. Знания и умения, сформированные у студентов при изучении этого раздела, востребованы в таких темах как теория поля, кратные и криволинейные интегралы, дифференциальные уравнения, теория вероятностей, математическое программирование, и др.

В качестве средства визуализации нами рассматривались разные виды задач, используемых в обучении. В качестве универсального средства визуализации выбраны учебные задачи, которые трактуются как вид учебного задания, направленного на формирование обобщенного способа действий (по Е. Г. Евсеевой [1]). Учебная задача представляет собой систему учебных заданий, при решении которых в разных условиях и для разных исходных данных формируются умения выполнять определённые учебные действия. Это действия направленные на преобразования математических объектов, вычисление их характеристик, и в том числе действия по созданию графических образов. Именно эти действия и будем называть учебными действиями по визуализации.

Нами проведен анализ учебных задач и тех учебных действий, которые необходимо выполнить студенту для получения графического образа решения задачи, при изучении темы «Функции нескольких переменных» в техническом университете [12] (таблица 1).

Таким образом, визуализируемыми математическими объектами являются точки, векторы, функции одной и двух переменных, непустые множества точек на плоскости и в пространстве.

Таблица 1

Действия, требующие визуализации при решении учебных задач по теме «Функции нескольких переменных»

№ п/п	Учебная задача	Способ действий	Учебные действия по визуализации
1.	Нахождение областей определения функций двух и трех переменных	Графическое решение систем неравенств с двумя переменными	Построение кривых в пространстве R^2
2.	Построение линий уровня функций двух переменных	Построение семейства кривых на плоскости	Построение кривых в пространстве R^2
3.	Построение поверхностей уровня функций трех переменных	Построение семейства поверхностей в пространстве	Построение поверхностей в пространстве R^3
4.	Построение графиков функций двух переменных	Построение поверхности методом сечений	Построение поверхностей в пространстве R^3
5.	Исследование функций двух переменных на экстремум	Графическое решение систем уравнений с двумя неизвестными, Графическое нахождение экстремума	Построение кривых в пространстве R^2 Построение поверхностей в пространстве R^3
6.	Исследование функций двух переменных на условный экстремум	Построение семейства кривых на плоскости, нахождение точек пересечения линий на плоскости	Построение кривых в пространстве R^2. Построение поверхностей в пространстве R^3
7.	Построение градиентов функции двух переменных в точке	Нахождение двухмерного вектора- функции, вычисление значений вектора-функции в точке	Построение векторов в пространстве R^2
8.	Построение градиентов функции трех переменных в точке	Нахождение трехмерного вектора-функции, вычисление значений вектора-функции в точке	Построение векторов в пространстве R^3
9.	Нахождение точек пересечения линии уровня функции двух переменных с кривой на плоскости	Графическое решение системы уравнений с двумя неизвестными	Построение кривых в пространстве R^2

Далее необходимо выбрать инструментарий визуализации. Одним из инструментов, с помощью которых можно решить задачу визуализации математических объектов, является пакет символьной математики Wolfram Mathematica [2]. Эта программа имеет большое количество заложенных разработчиками функций, высокую скорость и практически не ограниченную точность вычислений, что позволяет ей работать как на очень мощных компьютерах, так и не очень сильных ПК.

Часто основными конкурентами пакета Wolfram Mathematica называют Maple, MathCAD и MatLab. Если с первым сложно поспорить, то насчет MathCAD и MatLab можно. Дело в том, что эти два пакета занимают совсем другую нишу, нежели Wolfram Mathematica. Оба при вычислении используют численные алгоритмы, а не символьные. Символьные вычисления являются слабо развитыми дополнениями по сравнению с пакетами символьных вычислений.

Также пакет Wolfram Mathematica имеет свое собственное руководство, позволяющее новому пользователю сразу понять, каким образом и куда вводить свою данные задачи для решения. Наличествует строка поиска, которая поможет быстро найти интересующую информацию.

Немаловажным фактором является наличие в программе Wolfram Mathematica возможности визуализации всевозможных функций одной и более переменных, на которые впоследствии можно будет посмотреть с различных ракурсов. Из-за четкой структуры и простоты интерфейса, данную операцию возможно выполнить без особых затруднений.

Кроме построения графических образов в этой программе возможно также производить вычисления, что делает ее универсальным инструментом при изучении математики.

Рассмотрим учебную задачу на нахождение экстремума функции двух переменных. Пусть функция $z = f(x; y)$ определена в некоторой окрестности точки $(x_0; y_0)$. Говорят, что $(x_0; y_0)$ – точка (локального) максимума, если для всех точек $(x; y)$ некоторой окрестности точки $(x_0; y_0)$ выполнено неравенство $f(x; y) < (x_0; y_0)$. Если же для всех точек этой окрестности выполнено условие $f(x; y) > (x_0; y_0)$, то точку $(x_0; y_0)$ называют точкой (локального) минимума. Точки максимума и минимума часто называют общим термином – точки экстремума.

Если $(x_0; y_0)$ – точка максимума, то значение функции $f(x_0; y_0)$ в этой точке называют максимумом функции $z = f(x; y)$. Соответственно, значение функции в точке минимума именуют минимумом функции

$z = f(x;y)$. Минимумы и максимумы функции объединяют общим термином – экстремумы функции.

Обобщенный способ действий исследования функции $z = f(\mathrm{x}, \mathrm{y})$ на экстремум включают следующие действия.

1.Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial z}{\partial y}$. Составить и решить систему уравнений: $\begin{cases} \dfrac{\partial z}{\partial x} = 0; \\ \dfrac{\partial z}{\partial y} = 0. \end{cases}$

2. Точки, координаты которых удовлетворяют указанной системе, называют стационарными.

3.Найти $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}; \dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}; \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ и вычислить значение

$\Delta = \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \left(\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right)^2$ в каждой стационарной точке. После этого необходимо использовать следующую схему:

- ✓ Если $\Delta > 0$ и $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} > 0$ (или $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} > 0$), то исследуемая точка есть точкой минимума.
- ✓ Если $\Delta < 0$ и $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} < 0$ (или $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} < 0$), то исследуемая точка есть точкой максимума.
- ✓ Если $\Delta < 0$, то в рассматриваемой стационарной точке экстремума нет.
- ✓ Если $\Delta = 0$, то ничего определённого про наличие экстремума сказать нельзя; требуется дополнительное исследование.

Рассмотрим пример исследования функции двух переменных на экстремум.

Задача. Исследовать на экстремум функцию

$$z = 4x^2 - 6xy - 34x + 5y^2 + 42y + 7.$$

Решение. Будем следовать указанному выше алгоритму и используем для вычислений программу Wolfram Mathematica 10.

Для начала найдём частные производные первого порядка. Щелкнем на плюс и выберем опцию “Wolfram Language input”. Запишем следующее выражение:

$$D\left[z = 4*x^2 - 6*x*y - 34*x + 5*y^2 + 42*y + 7, x\right],$$

где функция $D[\mathrm{f}, \mathrm{x}]$ дает частную производную по *x*. Для получения результата, необходимо зажать сочетание клавиш “Shift+Enter”.

Подобно этому, запишем и найдем частную производную по *y:*

$$D\left[z = 4*x^2 - 6*x*y - 34*x + 5*y^2 + 42*y + 7, \mathrm{y}\right].$$

Получим:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 8x - 6y - 34$$
$$\frac{\partial z}{\partial y} = -6x + 10y + 42$$

В программе данное решение будет выглядеть как на рисунке 1.

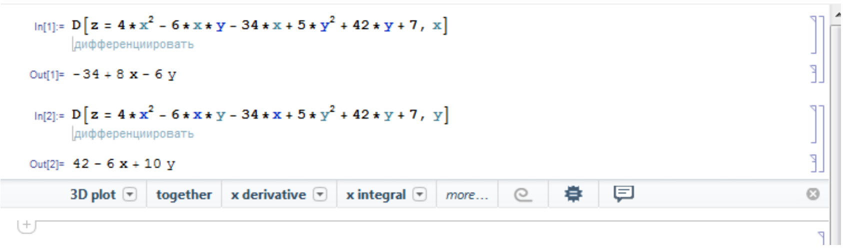


Рис. 1. Нахождение частных производных

Составим систему уравнений: $\begin{cases} \dfrac{\partial z}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial z}{\partial y} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 6y - 34 = 0 \\ -6x + 10y + 42 = 0 \end{cases}.$

Сократим каждое уравнение этой системы на 2 и перенесём числа в правые части уравнений: $\begin{cases} 4x - 3y = 17 \\ -3x + 5y = -21 \end{cases}.$

Мы получили систему линейных алгебраических уравнений. Применим метод Крамера для решения полученной системы.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = 11;$$
$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 17 & -3 \\ -21 & 5 \end{vmatrix} = 22;$$
$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 4 & 17 \\ -3 & -21 \end{vmatrix} = -33;$$
$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta},\ y = \frac{\Delta_y}{\Delta}.$$

Значения $x = 2$, $y = -3$ – это координаты стационарной точки.

Посчитаем в Wolfram Mathematica:

Найдем $\Delta, \Delta_x, \Delta_y$ соответственно: $Det\left[\{\{4,-3\},\{-3,5\}\}\right]$

$Det\left[\{\{17,-3\},\{-21,5\}\}\right]$

$Det\left[\{\{4,17\},\{-3,-21\}\}\right]$

Подробное решение представлено на рисунке 2.

Рис. 2. Вычисление определителей

Видно, что результаты наших вычислений совпали.

Следующий шаг – это найти значение $\Delta = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right)^2$.

Для этого посчитаем

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 8, \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 10, \qquad \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right)^2 = -6.$$

Вычислим $\Delta = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right)^2 = 44.$

Впишем по очереди следующие выражения в программу, подтвердив ответы:

$$a = D\left[D\left[z = 4*x^2 - 6*x*y - 34*x + 5*y^2 + 42*y + 7, x\right], x\right];$$

$$b = D\left[D\left[z = 4*x^2 - 6*x*y - 34*x + 5*y^2 + 42*y + 7, y\right], y\right];$$

$$c = D\left[z = 4*x^2 - 6*x*y - 34*x + 5*y^2 + 42*y + 7, x, y\right];$$

$$\mathrm{d} = \mathrm{a}*\mathrm{b} - \mathrm{c}^2$$

Так как $\Delta > 0$ и $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} > 0$, то согласно алгоритму точка (2;-3) есть точкой минимума функции z. Минимум функции z найдём, подставив в заданную функцию координаты точки (2;−3):

$$z_{\min} = z(2;-3) = 4\cdot 2^2 - 6\cdot 2\cdot(-3) - 34\cdot 2 + 5\cdot(-3)^2 + 42\cdot(-3) + 7 = -90\,.$$

При помощи функции MinValue[f,x,y] можно сразу вычислить нужное значение, просто набрав следующее выражение:

$$MinValue\left[z = 4*x^2 - 6*x*y - 34*x + 5*y^2 + 42*y + 7, \{x, y\}\right]$$

Изобразим точки экстремума функции на графике и линиях уровня (рис. 3), которые можно построить с помощью программы Wolfram Mathematica, используя следующие выражения:

$$Plot3D\left[\{z = 4*x^2 - 6*x*y - 34*x + 5*y^2 + 42*y + 7\}, \{x, -100, 100\}, \{y, -100, 100\}\right]$$

$$ContourPlot\left[\{z = 4*x^2 - 6*x*y - 34*x + 5*y^2 + 42*y + 7\}, \{x, -100, 100\}, \{y, -100, 100\}\right],$$

где функции $Plot3D[\mathrm{f}, \{\mathrm{x}, \mathrm{x}_{\min}, \mathrm{x}_{\max}\}, \{\mathrm{y}, \mathrm{y}_{\min}, \mathrm{y}_{\max}\}]$ и $ContourPlot[\mathrm{f}, \{\mathrm{x}, \mathrm{x}_{\min}, \mathrm{x}_{\max}\}, \{\mathrm{y}, \mathrm{y}_{\min}, \mathrm{y}_{\max}\}]$ есть функции построения графика и линий уровня.

Таким образом, с помощью программы Wolfram Mathematica 10 можно с легкостью построить графики самых разных по сложности функций, найти максимумы и минимумы (и прочее), что безусловно облегчает исследование этих функций. С помощью подобных программ можно более детально рассмотреть функцию с разных ракурсов, не тратя много времени на построение графика.

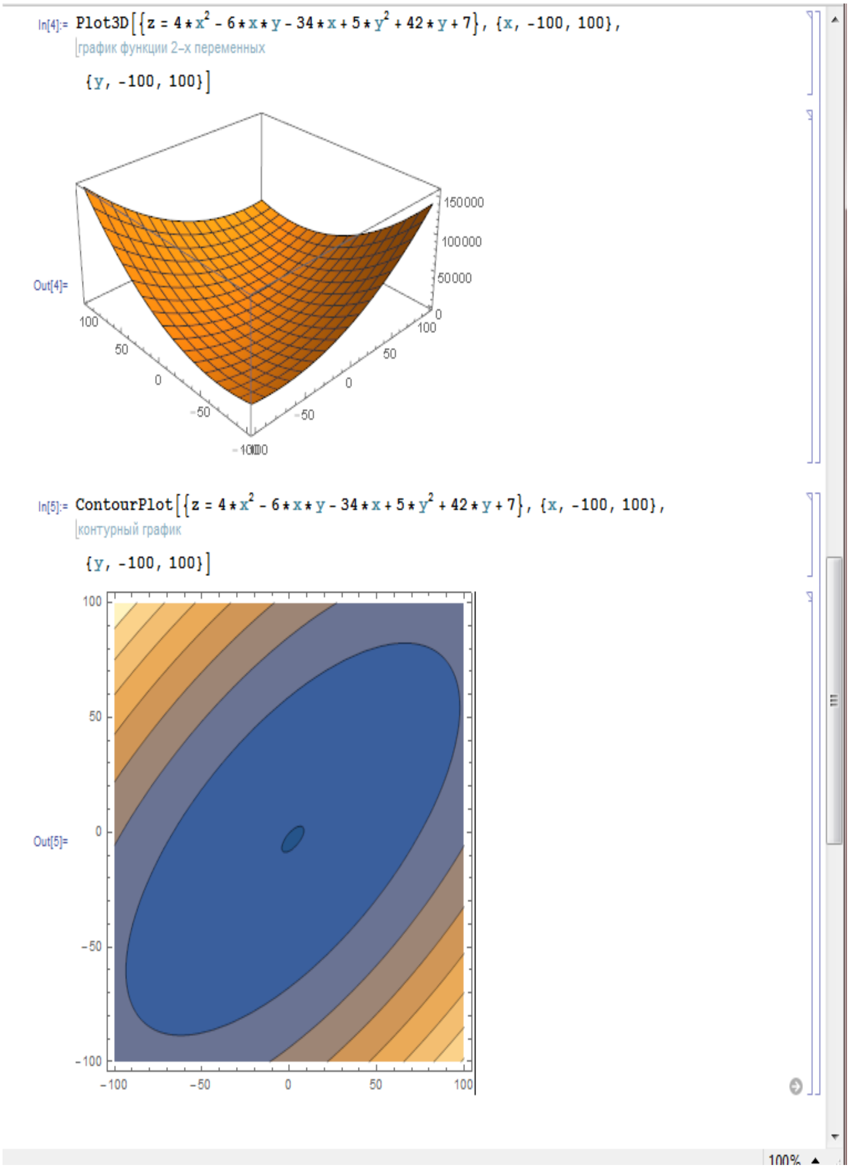


Рис. 3. График и линии уровня исследуемой функции

Выводы. В процессе исследования получены следующие результаты и выводы:

1. На основе анализа психолого-педагогической, математической, методической, философской и учебной литературы, обобщения

практического опыта определены психолого-педагогические основы повышения эффективности учебной деятельности студентов посредством визуализации.

2. Определены роль и место визуализации в обучении математике студентов инженерных специальностей, заключающиеся в использовании средств визуализации на всех этапах учебной деятельности: мотивационно-ориентировочном, исполнительно-деятельностном и контрольно-оценочном. Выявлено, что средства визуализации способствуют большей осознанности и доступности изучаемого материала; позволяют активизировать учебную деятельность студентов; позволяют осуществлять дифференцированный подход к обучению, что способствует повышению эффективности учебного процесса.

3. Разработаны средства визуализации (учебные задачи), по теме «Функции нескольких переменных», способствующие развитию визуального мышления студентов. Выявлены особенности использования средств визуализации в обучении высшей математике.

4. Разработана методика применения визуализации, позволяющая повысить эффективность учебной деятельности студентов в обучении высшей математики.

Проведенное исследование не исчерпывает всех возможных аспектов исследуемой проблемы и может быть продолжено в следующих направлениях:

• разработка средств наглядности для изучения других разделов математики: линейная алгебра, аналитическая геометрия, векторная алгебра и др.

• применение новых информационных технологий в создании визуализированной учебной среды, обеспечивающей эффективность учебной деятельности студентов.

Литература

1. Євсеєва О. Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти / О. Г. Євсеєва / Монографія. – Донецьк: «ДВНЗ» ДонНТУ, 2012. – 455 с.

2. Ежова Н. М. Визуальная организация информации в компьютерных средствах обучения : на примере математики. / Н. М. Ежова / автореф. дисс. … канд. пед. наук. – Мурманск, 2004. – 22 с.

3. Информационный центр Wolfram: [Электронный ресурс]. URL: http://reference.wolfram.com/language/

4. Никольский Е. В. Визуализация функциональных зависимостей компьютерными средствами в курсе математики средней школы / Е. В. Никольский / автореф. дисс. … канд. пед. наук. – Арзамас, 2000. -24 с.

5. Сидорова Л. В. Обучение будущих педагогов проектированию средств мультимедиа-визуализации учебной информации/ Л. В. Сидорова / автореф. дисс. … канд. пед. наук. – Брянск, 2006. -23 с.

6. Aharoni, D. (2000). What you see is what you get – the influence of visualization on the perception of data structures. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th PME International Conference*, 2, 1-8.

7. Malara, N. (1998). On the difficulties of visualization and representation of 3D objects in middle school teachers. In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd PME International Conference*, 3, 239-246.

8. Sinclair, M. P. (2003). The provision of accurate images with dynamic geometry. In N. Pateman, B. J. Dougherty, & J. Zillox (Eds.), *Proceedings of the 27th PME International Conference*, 4, 191-198.

9. Stylianou, D. (2001). On the reluctance to visualize in mathematics: Is the picture changing? In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th PME International Conference*, 4, 225-232.

10. Stylianou, D.A., Leikin, R., & Silver, E.A. (1999). Exploring students' solution strategies in solving a spatial visualization problem involving nets. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd PME International Conference*, 4, 241-248.

11. Warren, E. (2000). Visualisation and the development of early understanding of algebra. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th PME International Conference*, 4, 273-280.

12. Werner, Frank and Sotskov, Yuri N. (2006). Mathematics of Economics and Business. - Taylor & Francis e-Library.

13. Woolner, P. (2004). A comparison of a visual-spatial approach and a verbal approach to teaching mathematics. In M. J. Høines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th PME International Conference*, 4, 449-456.

УДК 519.8:330.4:004

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ КЛАССИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОННЫХ УЧЕБНИКОВ

Загурская Т.Н.
Донецкий национальный университет

Аннотация. *Статья посвящена методике обучения математике студентов первого курса классического университета с помощью электронных учебников. В работе дана характеристика проблемы методов в методиках обучения.*

Введение. На успешность обучения студентов в высших учебных заведениях влияют многие факторы: уровень довузовской подготовки; возраст; состояние здоровья; материальное положение; семейное положение; владение навыками самоорганизации, планирования и контроля учебной деятельности; мотивы выбора ВУЗа; форма обучения (очная, заочная, дистанционная и др.); наличие платы за обучение и ее величина; организация учебного процесса в ВУЗе; материальная база ВУЗа; уровень квалификации преподавателей и обслуживающего персонала; престижность ВУЗа и, наконец, индивидуальные психологические особенности студентов.

Почему одни студенты много и охотно работают над овладением знаниями и профессиональным мастерством, а возникающие трудности только добавляют им энергии и желания добиться поставленной цели, в то время как другие все делают «через не могу», а появление каких-нибудь препятствий резко снижает их активность вплоть до разрушения учебной деятельности?

Такие различия можно наблюдать при одних и тех же внешних условиях учебной деятельности (социально-экономическое положение, организация и методическое обеспечение учебного процесса, квалификация преподавателя и т. п.). При объяснении этого феномена психологи и педагоги чаще всего апеллируют к таким индивидуально-психологическим особенностям обучающихся как уровень интеллекта (способность усваивать знания, умения, навыки и успешно применять их для решения задач), креативность (способность самому вырабатывать новые знания), учебная мотивация, обеспечивающая сильные положительные переживания при достижении учебных целей, высокая самооценка, приводящая к формированию высокого уровня притязаний и др. Но ни каждое из этих качеств в отдельности, ни даже их сочетания недостаточны для того, чтобы гарантировать формирование установки студента на повседневный, упорный и тяжелый труд по овладению знаниями и профессиональным мастерством в условиях достаточно частых неудач, которые неизбежны в любой сложной деятельности.

Каждый преподаватель может привести примеры из своей педагогической практики, когда очень способный и творческий студент с высокой (а иногда и неадекватно высокой) самооценкой и исходно сильной учебной мотивацией, «ломался», сталкиваясь с серьезными трудностями в том или ином виде учебной деятельности и переставал двигаться вперед, в то время как гораздо менее одаренный его товарищ успешно преодолевал эти трудности и со временем добивался гораздо большего.

На базе общей мотивации учебной деятельности у студентов появляется определенное отношение к разным учебным предметам. Оно обусловливается:

- важностью предмета для профессиональной подготовки;
- интересом к определенной отрасли знаний и к данному предмету, как ее части;
- качеством преподавания (удовлетворенностью знаниями по данному предмету и проводимым занятиями);
- мерой трудности овладения этим предметом исходя из собственного опыта и способностей;
- взаимоотношениями с преподавателем данного предмета.

Но при этом надо учитывать, что огромное значение для мотивации учебной деятельности студентов имеет наглядность практической значимости изучаемого учебного предмета или профессии в целом, активное личное участие студентов в преподавании, что может осуществляться при «диалоговой» форме преподавания, практической направленности обучения.

Постановка проблемы. ***Объект исследования:*** процесс обучения математике студентов первого курса высшего учебного заведения.

Предмет исследования: методика обучения математике студентов первого курса классического университета, повышающая уровень математической подготовки.

Цель исследования: обосновать методику обучения математике, которая будет являться основой улучшения качества математической подготовки студентов экономических специальностей классического университета.

Гипотеза исследования: обучение математике, повышающее уровень математической подготовки, будет эффективно способствовать повышению качества математического образования студентов, если:

– методика обучения учитывает индивидуальные особенности студентов, уровень их начальной математической подготовки;

– учитываются особенности процесса адаптации студентов первого курса ВУЗа к обучению в ВУЗе.

Всего можно выделить четыре уровня методов обучения:

1) общедидактический, дающий общий угол зрения для характеристики и осмысления всех элементов и его частных проявлений;

2) частнодидактический, рассматривающий методы в разных звеньях, общих для процесса обучения;

3) частнопредметный. На этом уровне общедидактические методы проявляются в сочетаниях приемов, в устойчивых методиках обучения конкретному учебному предмету;

4) конкретных приемов, преследующих частные по отношению к данному частнопредметному методу цели [1, с. 174].

К общедидактическим методам относятся: 1) информационно-рецептивный; 2) репродуктивный; 3) проблемного изложения; 4) эвристический; 5) исследовательский.

На уровне изучения учебного материала в реальном учебном процессе фигурируют отдельные приемы, преследующие узкие, частные цели, входящие в более широкую цель обучения, обуславливаемую методом. Здесь могут отсутствовать устойчивые сочетания приемов. Однако и отдельные приемы поддаются интерпретации в свете дидактической системы методов. Вне этой системы нет приемов обучения, а возможное появление приемов, не интерпретируемых дидактической системой, означало бы необходимость коррекции самой системы методов на дидактическом уровне.

На методическом уровне способов может быть много. Когда говорят о разнообразии методов, то следует иметь ввиду методы не на дидактическом, а на частнодидактическом и методическом уровнях, тем более на уровне приемов, число которых может быть довольно большим. На общедидактическом уровне число методов ограничено.

Частнодидактические цели достигаются организационными формами обучения (закрепление, домашнее задание, самостоятельная работа), однако каждая из них соотносится с системой общедидактических методов.

Все частные методы подчиняются общим и охватываются ими, а конструировать частные методы необходимо, только исходя из общедидактической точки зрения. В противном случае проблема частных методов может быть решена неполно и неэффективно. Например, в теории и практике обучения долгое время для закрепления предусматривали только упражнения, повторение, т.е. репродуктивный метод, между тем как закрепление может быть осуществлено и эвристическим или исследовательским методом. Так же до сих пор при проверке знаний преобладает репродуктивный опрос, в то же время как творческие задания разного типа и объема являются необходимым средством проверки не только знаний, но и успешности обучения в целом [1, с. 157].

Результаты. В настоящее время существует потребность в разработке новых подходов и совершенствовании существующих общедидактических и методических основ – создании и применении электронных учебников (ЭУ) в образовательных системах для повышения их эффективности. В образовании большое внимание уделяется компьютерному сопровождению профессиональной деятельности. В условиях возрастающего информационного потока педагогам становится все сложнее обеспечить высокий уровень образования, применяя для этой цели только традиционные технологии и методы обучения. Все это заставляет педагогов в условиях информатизации образования все больше применять новые формы и методы обучения, разрабатывать и использовать различные средства информационных и коммуникационных технологий, а также расширять масштаб их внедрения в учебном процессе [2]. В условиях активных темпов информатизации образования заметно отстают темпы развития методической помощи и поддержки деятельности преподавателей и студентов в информационной среде.

Как известно, существуют разные подходы к определению понятия «эффективности обучения». Определение, данное д.п.н., профессором П. В. Зуевым в его известной монографии «эффективность обучения – это мера достижения учеником и учителем позитивного результата учебного познания в ходе их совместной деятельности при рациональном использовании ресурсов субъектов этой деятельности и среды, в которой происходит процесс обучения» [3, с. 27].

Для достижения эффективности учебно-воспитательного процесса педагогу необходимо:

- учитывать педагогические закономерности и дидактические принципы;
- формировать внутренние мотивы учащихся;

- создавать условия для реализации индивидуального потенциала учащихся на основе их образовательных потребностей;
- гармонизировать морально-этические отношения между субъектами образовательного процесса;
- систематически анализировать, оценивать и корректировать учебно-воспитательный процесс на основе критериев эффективности.

Особую роль играют вопросы эффективности обучения студентов при изучении математики. Благодаря новым информационно-коммуникационным технологиям (ИКТ) методика преподавания математики получила новую более яркую «окраску», так как современный уровень развития информатики предоставляет большие возможности для преподавания математики.

На данный момент существует достаточно много образовательных компьютерных программных продуктов, что на первый взгляд должно освободить преподавателя от необходимости создания ЭУ по дисциплине собственными силами и повысить эффективность обучения. Однако существующие ЭУ могут использоваться для определенных аспектов преподаваемого материала. Для различных разделов курса необходимы отдельные ЭУ, в которых учитывалась бы специфика обучения, но это нарушает целостность курса обучения.

Среди большого числа существующих ЭУ по математике практически не встречаются такие учебники (где учитывалась бы специфика обучения), которые, с одной стороны, отражали бы полный учет структуры и закономерностей познавательного процесса, а с другой, учитывали бы психологические особенности студента. Совершенствование содержания образования с целью уплотнения учебного материала (путем создания ЭУ) предусматривает широкое использование современных способов формирования системы научных знаний, разработку четкой и доступной для студентов структуры изучаемого материала. Поэтому возникает проблема модернизации учебной работы в направлении повышения эффективности обучения студентов. Применение ЭУ обеспечивает решение этой проблемы наиболее эффективно, поскольку они выступают как новые интерактивные средства обучения, обладающие целым рядом дидактических достоинств и позволяющие качественно изменить методы, формы и содержание обучения.

Преимущества ЭУ по сравнению с традиционными – его специфические дидактические характеристики: открытость, разнородность, большие возможности для самоконтроля, выработка своей индивидуальной траектории обучения и т.д.

Одним из главных факторов, определяющих в комплексе качество и эффективность обучения, является учебный материал. От уровня качества дидактической обработки учебного материала зависит пригодность информации для учебного процесса, ее доступность и посильность для усвоения обучаемыми.

При разработке ЭУ для повышения эффективности обучения математике основные принципы создания ЭУ (принцип полноты, принцип наглядности, принцип регулирования и принцип компьютерной поддержки [4, с. 53-55]), а также требования, предъявляемые к структуре ЭУ.

Специфика подхода состоит в следующем: 1) учет общих требований к разработке ЭУ; 2) профессиональная направленность ЭУ; 3) учет организационных особенностей учебного заведения. В практической части с учетом принципа регулирования – пошаговые решения типовых задач и упражнений по данному учебному материалу с выдачей минимальных пояснений и ссылками на соответствующие разделы теоретического курса.

Важным качеством ЭУ, учитывающим принцип регулирования, является наличие в нем возможности обратной связи. Отдельного внимания при описании таких функциональных возможностей учебника заслуживает режим «Задачи», без которого невозможен ЭУ по математике. В данной особенности ЭУ (которая является одним из наиболее сложных участков программной реализации) присутствуют элементы обратной связи с пользователем. Здесь, при выполнении хода решения упражнения, осуществляется не только проверка полученного результата, но и интерактивное разъяснение решения в случае ошибки.

Контрольная часть может состоять из набора тестов, включающих как вопросы по теоретической части, так и решение задач и упражнений.

Для проверки знаний и умений, полученных при работе с ЭУ – тестирование с контрольными заданиями в модуле «Контрольное тестирование» – в виде тестов, которые загружаются непосредственно из ЭУ.

Полученные результаты помогут обучающемуся оценить самостоятельно свой уровень знаний. Другими словами, обеспечивается внутренний контроль самим обучающимся. Такого рода самоконтроль позволит ему в дальнейшем спроектировать свою учебную деятельность. Он может либо повторить изучение теоретической части ЭУ, либо, если результаты достаточно высокие, приступить к применению на практике полученных знаний.

Справочная часть может включать в себя: предметный указатель (система поиска), основные формулы (сводки основных формул, таблиц основных констант, размерностей и т.п.), краткий теоретический материал в виде слайдов, программу, которая строит различные функции, другую необходимую информацию в графической, табличной или любой другой форме.

В ЭУ имеется возможность демонстрировать теоретический материал в компактном виде (слайды). Эта возможность, удобная в первую очередь для преподавателя в случае использования учебника как наглядного материала на занятии.

Основной концептуальной линией при построении ЭУ является профессионально-ориентированные задачи. Кроме стандартной теории и практики в ЭУ даются также профессионально-ориентированные задачи, учитывающие специфику обучения специалистов.

Для мотивации обучения закрепление приобретенных навыков в умении решать задачи может происходить в виде игры. Игры в ЭУ в большей степени развивают не только навыки и умения решать уравнения, но и творческие способности студентов, что повышает эффективность обучения по теме.

Выводы. ЭУ по математике позволяет повысить эффективность обучения и делает сам учебный процесс увлекательным, свободным от принуждения, развивает творческие способности студентов, а также формирует продуктивную мыслительную деятельность студентов, повышает их мотивацию к обучению и изучению предмета, обеспечивает готовность к использованию новейших компьютерных технологий в учебной и профессиональной деятельности.

Литература

1. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения, М.: Педагогика, 1981. – 186с.

2. Семенова, Н. Г. Теоретические основы создания и применения мультимедийных обучающих систем лекционных курсов электротехнических дисциплин: монография / Н. Г. Семенова. – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2007. – 317 с.

3. Зуев, П. В. Теоретические подходы эффективного обучения физике в средней школе (праксеологический подход): монография / П. В. Зуев. Урал.гос. пед. ун-т. - Екатеринбург, 2000. – 153 с.

4. Зайнутдинова, Л. Х. Создание и применение электронных учебников / Л. Х. Зайнутдинова. – Астрахань, ООО «ЦНТЭП», 1999.

УДК 519.22

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ НАБОРА ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ

Казакова Е. И., Нечаев А. В.
Донецкий национальный технический университет

Аннотация. *Рассматривается метод выделения диагностических признаков. Используется метод разбиения и метод образования единиц групп.*

Во многих экономических исследованиях возникает потребность в уменьшении числа признаков, описывающих изучаемую область действительности. Однако при уменьшении числа переменных должны соблюдаться некоторые требования, с тем, чтобы получающееся описание не искажало действительности. Этой цели отвечает метод выделения так называемых диагностических признаков [1].

При этом методе стремятся получить признаки, которые наиболее полно характеризовали бы изучаемые объекты, но при этом образовывали бы как можно менее многочисленный набор. Приведенные требования выполняются тогда, когда диагностические признаки обладают следующими свойствами: не коррелированы или слабо коррелированы между собой; сильно коррелированы с признаками, не входящими в диагностический набор; позволяют разделять изучаемые единицы, т. е. характеризуются высокой вариацией по всем единицам множества и достаточно низкой вариацией по единицам внутри выделенных групп; не испытывают внешних воздействий.

Самую важную роль играют два первых свойства, поскольку они исключают признаки, повторяющие одну и ту же информацию, а также обеспечивают выбор признаков, наилучшим образом представляющих все те элементы, которые не входят в данный набор. Для того чтобы выполнялось первое из этих свойств, используют методы разбиения на группы. В свою очередь, использование методов выбора репрезентантов равнозначно выполнению второго условия. Поэтому если в совокупности признаков, характеризующих изучаемые единицы, выделить группы сходных признаков, а затем выбрать репрезентанты в каждой группе, то полученные таким образом признаки удовлетворяют двум первым условиям, налагаемым на диагностические признаки.

Проверка третьего условия заключается в сравнении коэффициента вариации для всех единиц изучаемого множества с коэффициентами вариации, исчисленными для единиц выделенных групп. Выполнение указанного условия имеет место тогда, когда наблюдается существенная разница между значениями этих коэффициентов.

Проверка четвертого свойства достаточно трудна. Ее нельзя произвести с помощью математико-статистических методов. Удостовериться в том, что оно выполняется, можно путем соответствующего качественного анализа.

Процедура группировки признаков выполняется таким же образом, как и описанный ранее метод группировки единиц. Различие состоит лишь в том, что для ее проведения необходимо располагать матрицей расстояний между признаками. Элементы этой матрицы получаются путем исчисления расстояний между отдельными точками-признаками. Таким образом, здесь мы имеем дело не с точками-единицами n-мерного пространства, а с точками-признаками, находящимися в ω-мерном пространстве. Поэтому рассматриваемая процедура представляет собой задачу, в некотором смысле двойственную по отношению к методу выделения групп сходных единиц. Двойственность заключается в том, что множество n признаков характеризуется ω единицами. Это множество признаков можно описать следующим образом:

$$X^T = \begin{bmatrix} x_{11}x_{21} \dots x_{i1} \dots x_{\omega 1} \\ x_{12}x_{22} \dots x_{i2} \dots x_{\omega 2} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{1k}x_{2k} \dots x_{ik} \dots x_{\omega k} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{1n}x_{2n} \dots x_{in} \dots x_{\omega n} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где x_{ik} — значение признака k для единицы i.

Воспользуемся формулами [2]:

$$c_{rs} = 1 - |r_{rs}|(r, s = 1, \dots, n), \quad (2)$$

$$r_{rs} = \frac{\sum_{i=0}^{\omega}(x_{ir} - \overline{x_r})(x_{is} - \overline{x_s})}{\omega s_r s_s}; \quad (3)$$

$$\overline{x_r} = \frac{1}{\omega}\sum_{i=1}^{\omega} x_{ir}\,; \quad (4)$$

$$\overline{x_s} = \frac{1}{\omega}\sum_{i=1}^{\omega} x_{is}\,; \tag{5}$$

$$s_r = \left[\frac{1}{\omega}\sum_{i=1}^{\omega}(x_{ir} - \overline{x_r})^2\right]^{\frac{1}{2}}; \tag{6}$$

$$s_s = \left[\frac{1}{\omega}\sum_{i=1}^{\omega}(x_{is} - \overline{x_s})^2\right]^{\frac{1}{2}}; \tag{7}$$

$$c_{rs} = 1 - |R_s|; \tag{8}$$

$$R_{rs} = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{\omega}(v_r - v_s)^2}{\omega^3 - \omega}, \tag{9}$$

где v_r — порядковый номер значения признака r в ранжированном ряду значений признака, v_s — порядковый номер значения признака s в ранжированном ряду значений признака, ω — число значений признака.

Операцией, предшествующей каждой таксономической процедуре, является стандартизация признаков. Она необходима, поскольку все признаки должны быть сопоставимы, а следовательно, должны быть приведены к сопоставимому виду путем исключения единиц измерения. Стандартизация имеет, однако, и отрицательные последствия, заключающиеся в том, что каждый из стандартизированных признаков оказывает в среднем одинаковое влияние на расстояние между изучаемыми объектами. Смягчения этого нежелательного явления можно добиться введением коэффициентов иерархии, разделяющих признаки по их важности. Эти коэффициенты отражают положение каждого признака, его значение и роль в проводимом исследовании. Поэтому их использование является необходимостью также и в случае выделения достаточно многочисленного набора диагностических переменных, поскольку они способствуют возрастанию значения нескольких признаков при одновременном уменьшении влияния остальных.

Рассмотрим расчет коэффициентов иерархии для диагностических признаков.

При первом способе используются расстояния, фигурирующие в дендрите, построенном на элементах набора диагностических переменных. Как известно, элементы дендрита связаны кратчайшим путем нелинейным образом. Это нелинейное упорядочение характеризуется помимо всего прочего тем, что обычно наблюдается неодинаковое число связей между отельными признаками.

За основу построения коэффициентов иерархии взята сумма расстояний данного признака от соседних, т. е. от признаков, соединенных с ним дугой. Каждый элемент дендрита имеет по крайней мере одного соседа и сам является соседом по крайней мере одного признака.

Из рассмотренного выше следует, что признак имеет тем большее значение коэффициента иерархии, чем больше сумма его расстояний от соседей. Значение, равное 1, имеет тот признак, у которого в дендрите получилась наибольшая сумма расстояний от соседних признаков.

Последовательность операций, выполняемых при расчете коэффициентов иерархии, следующая:

Рассчитывается сумма расстояний отдельных признаков от соседей:

$$\omega_i = \sum_{j=1}^{r_i} \rho\left(\alpha_i, \alpha_{i_j}\right), \tag{10}$$

где α_{i_j} — номер соседа; $i = 1, 2, \dots, h; r_i$ — число соседей признака α_i; h — число диагностических признаков; $\rho\left(\alpha_i,\ \alpha_{i_j}\right)$ — расстояние между признаками α_i и α_{i_j};

Выбирается наибольшая величина:

$$\omega_0 = \max_i \omega_i \tag{11}$$

Рассчитываются коэффициенты иерархии:

$$\lambda_i = \frac{\omega_i}{\omega_o}. \tag{12}$$

Критическим расстоянием будет наибольшее расстояние между соседними признаками

$$k = \max_i \min_j \rho\left(\alpha_i,\ \alpha_j\right)(13)$$

или же самая длинная дуга дендрита, построенного на элементах набора диагностических признаков.

После выбора одного из предложенных вариантов критического расстояния приступают к выполнению действий, связанных с расчетом коэффициентов иерархии: для каждого признака диагностического набора находятся все расстояния, не превышающие критического расстояния,

$$Q_i = \{(i, \quad j) | \rho(\alpha_i, \alpha_j) \le k; j = 1, \quad 2, \dots, h\}. \tag{14}$$

Суммируются полученные расстояния для каждого из элементов

$$\omega_i = \sum_{(i,j) \in Q_i} \rho(\alpha_i, \alpha_j); \tag{15}$$

выбирается признак, для которого исчисленная сумма расстояний наибольшая

$$\omega_m = \max_i \omega_i; \tag{16}$$

Рассчитываются коэффициенты иерархии

$$\lambda_i = \frac{\omega_i}{\omega_m}. \tag{17}$$

Из описанных выше методов расчета коэффициентов иерархии в некотором смысле «лучшим» является второй, поскольку в нем фигурируют все расстояния, которые меньше установленного определенным образом критического расстояния. Вследствие этого выбранными оказывается расстояния между признаками. На практике удобнее применять тот метод, в котором критическое расстояние определяется путем нахождения наименьших расстояний в каждом столбце (или строке) матрицы и затем выбора из них наибольшей величины. В первом же варианте исчисления коэффициентов используются только расстояния, встречающиеся в дендрите, построенном на признаках диагностического набора. При этом часто получается, что упускаются из виду многие расстояния, которые меньше критического, поскольку не все они встречаются в построенном дендрите.

Литература

2. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. — М.: Мир, 1974

1. Четыркин Е. М., Калихман И. Л. Вероятность и статистика. – М.: Финансы и статистика, 1982.

УДК 519.237.7

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА

Казакова Е. И., Шуляк Б.А.
Донецкий национальный технический университет

Аннотация. *Расположение признаков-векторов относительно друг друга. Связь признаков с использованием некоррелированных факторов.*

Факторный анализ — это метод объяснения связи признаков с помощью некоррелированных факторов. Он заключается в том, что путем выделения менее многочисленной группы факторов уменьшается размерность пространства, определяемого набором изучаемых признаков. Основными величинами, фигурирующими в этом методе, являются коэффициенты корреляции для каждой пары взятых признаков.

Главной целью факторного анализа является установление общих закономерностей, определяющих сущность изучаемого явления. Материалом на базе которого проводятся такие исследования, служат наблюдения над вариацией значения множества признаков, характеризующих данное явление. Непосредственное раскрытие существующих закономерностей бывает весьма затруднено, а иногда и просто невозможно, если рассматриваемое множество признаков оказывается настолько велико, что избыток информации начинает мешать понимаю наиболее существенных взаимосвязей. Выявление закономерностей облегчается, если среди рассматриваемых признаков найдутся такие, которые сильно коррелированы между собой и потому мало отличаются друг от друга в отношении информации об изучаемом явлении. В таких случаях следует заменить группу сильно коррелированных признаков некой расчётной «синтетической» величиной (равнодействующей). Полученная величина после интерпретации (соответствующей области исследования) называется *фактором* и рассматривается как одна из закономерностей изучаемого явления.

Такая замена групп коррелированных признаков факторами должна производиться с наименьшими потерями информации, заключённой в исходном множестве признаков. Теоретически полное отражение информации, содержащейся в некотором множестве признаков, достигается лишь в том случае, когда число факторов равно числу признаков. На практике же чаще всего такое решение не является необходимым, поскольку лишь первым факторам (трем-четырем) удается дать ясную экономическую интерпретацию, и, что особенно существенно, при этом уже достигается достаточное полное отражение информации.

В дальнейшем мы будем рассматривать задачу факторного анализа, в которой число факторов существенно меньше числа признаков. Такой подход представляется более правильным, если принять во внимание возможности практического применения рассматриваемого метода.

Методы факторного анализа нашли самое широкое применение в экономических исследованиях. Наиболее ранние работы в этой области [1], [2], [3].Возможность сокращения числа переменных с помощью факторного анализа вызывает интерес в статистике и эконометрике [3], [4].

Геометрическая интерпретация важнейших понятий факторного анализа требует рассмотрения отдельных признаков как векторов. Тогда можно представить расположение признаков-векторов относительно друг друга, т. е. определить их длину, а также углы между ними. Кроме того, можно считать выделенные факторы осями прямоугольной системы координат, находящимися среди изучаемых векторов-признаков.

Прежде чем рассмотреть вышеуказанные факты, напомним понятие скалярного произведения. Оно определяется следующей формулой:

$$\vec{x}\vec{y} = |\vec{x}||\vec{y}|\cos\alpha = x_1 y_1 + {}_{\dots} + x_i y_i + {}_{\dots} + x_\omega y_\omega = \sum_{i=1}^{\omega} x_i y_i \ , \qquad (1)$$

где $\overrightarrow{x}, \vec{y}$ – векторы $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$; $|\vec{x}||\vec{y}|$ – длины векторов $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$; α –угол между векторами $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$; $x_i\,, y_i$ – компоненты векторов, а длина вектора рассчитывается по формуле:

$$|\vec{x}| = \sqrt{x_1^2 + {}_{\dots} + x_i^2 + {}_{\dots} + x_\omega^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{\omega} x_i^2} \ . \qquad (2)$$

Трактовка отдельных признаков как векторов позволяет представить их расположение в пространстве. С этой целью воспользуемся зависимостью, из которой следует, что коэффициент корреляции равен косинусу угла между данными векторами-признаками. Для доказательства правильности упомянутого выше соотношения используется общеизвестная формула:

$$r_{k,l} = \frac{\sum_{i=1}^{\omega}(z_{ik} - \overline{z}_k)(z_{il} - \overline{z}_l)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{\omega}(z_{ik} - \overline{z}_k)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{\omega}(z_{il} - \overline{z}_l)}} . \tag{3}$$

Поскольку признаки стандартизованы,

$$r_{k,l} = \frac{\sum_{i=1}^{\omega} z_{ik} z_{il}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{\omega} z_{\overline{ik}}^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{\omega} z_{\overline{il}}^2}} . \tag{4}$$

В числителе правой части (4) находится скалярное произведение:

$$\sum_{i=1}^{\omega} z_{ik} z_{il} = |\overrightarrow{z_k}||\overrightarrow{z_l}| \cos\alpha , \tag{5}$$

а в знаменателе — произведение длин этих векторов:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{\omega} z_{\overline{ik}}^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{\omega} z_{\overline{il}}^2} = |\overrightarrow{z_k}||\overrightarrow{z_l}| . \tag{6}$$

Окончательный вид формулы коэффициента корреляции получается при подстановке приведенных соотношений в формулу (4). Получаем:

$$r_{k,l} = \frac{|\overrightarrow{z_k}||\overrightarrow{z_l}| \cos\alpha}{|\overrightarrow{z_k}||\overrightarrow{z_l}|} = \cos\alpha . \tag{7}$$

Исходя из условия равенства коэффициентов корреляции в матрицах **R** и **R'** можно записать:

$$r_{k,l} = \acute{r}_{k,l} = \cos\alpha \qquad \text{для } k \neq l \tag{8}$$

Известно также, что общность охватывает только некоторую часть «длины» вектора:

$$h_k^2 = a_{k1}^2 + a_{k2}^2 + \dots + a_{km}^2\,; \tag{9}$$

она охватывает только общую дисперсию, полностью опуская характерную дисперсию.

На основе полученных зависимостей можно доказать, что как матрица **R**, так и матрица **R'** содержат всю информацию о признаках: известны длины векторов (выраженные элементами главной диагонали), а также углы между ними (косинусы углов являются недиагональными элементами).

Рассмотренный способ интерпретации признаков, т. е. их длину и расположение в пространстве, принято называть в факторном анализе *конфигурацией векторов*. Каждая матрица корреляций содержит необходимые элементы для однозначного определения подобной конфигурации.

Теперь дадим геометрическую интерпретацию факторных нагрузок. Это возможно, поскольку мы знаем условие, определяющее зависимость между факторной нагрузкой и коэффициентом корреляции соответствующего признака и фактора:

$$a_{jk} = r_{Z_j, F_k} = \cos\alpha. \tag{10}$$

Из соотношения (10) следует, что факторная нагрузка равна косинусу угла между признаком z_j и факторомF_k. Она, следовательно, является проекцией признака j на фактор-ось k.

Как известно, на величину коэффициента корреляции признака и фактора не влияет исключение специфической дисперсии, т. е.:

$$r_{Z_j, F_k} = r_{Z'_j, F_k}. \tag{11}$$

Упрощенная форма постановки задачи факторного анализа не приводит, таким образом, ни к каким переменам в этой зависимости.

Конфигурация трех векторов для двух допустимых случаев расположения системы отсчета, образуемой двумя факторами, приведена на рисунке 1.

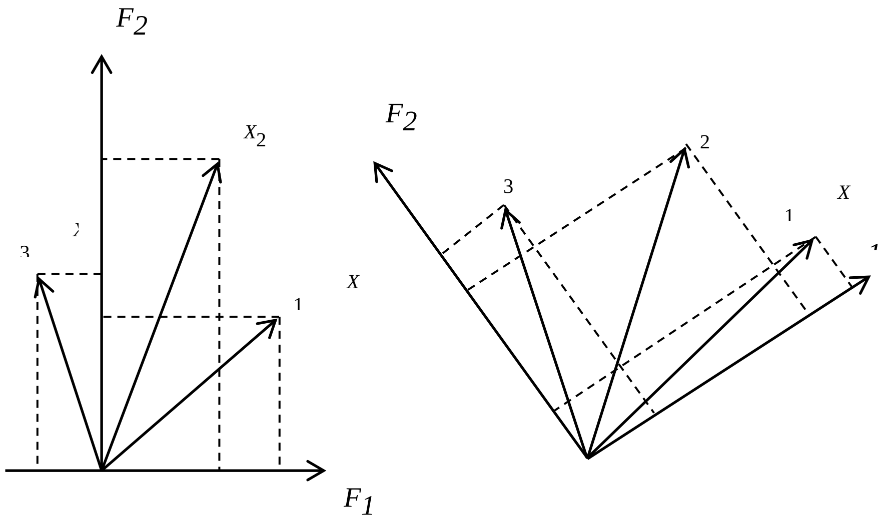


Рисунок 1. Определение факторных нагрузок

Выводы. Рассмотренная геометрическая интерпретация важнейших понятий факторного анализа дает возможность уяснить основную проблему факторного анализа. А именно, речь идет об отсутствии однозначного решения указанной выше задачи. Для понимания этого вопроса достаточно отметить, что проекции векторов-признаков на оси-факторы зависят от положения системы отсчета, которое не определяется однозначно. Это неоднозначное расположение системы осей-факторов ведет к неоднозначному решению задачи факторного анализа, несмотря на то, что признаки в конфигурации векторов всегда расположены однозначно.

Литература

1. Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. — М.: Наука, 1968

2. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. — М.: Мир, 1974

3. Окунь Я. Факторный анализ. — М.: Статистика, 1974

4. Елисеева И. И. Эконометрика. — М.: Финансы и статистика, 2003.

УДК 536.421

ВЛИЯНИЕ ПРИНУДИТЕЛЬНОЙ КОНВЕКЦИИ НА ЗАТВЕРДЕВАНИЕ МЕТАЛЛА В ЧУГУННОЙ И КЕРАМИЧЕСКОЙ ИЗЛОЖНИЦАХ

Калашникова О. А.
Донецкий национальный технический университет

Аннотация. *В статье рассмотрена и решена вариационным методом нестационарная задача затвердевания слитка в различных изложницах и с учетом принудительной конвекции в жидкой фазе металла. Получена формула распределения температуры в жидкой фазе и зависимость времени продвижения фронта затвердевания от координат. Выполнены численные расчеты времени затвердевания слитка в чугунной и керамической изложницах при разных значениях скорости конвекции.*

Введение. Влияние естественной конвекции на движение фронта затвердевания металла в чугунной и песчаной клинообразных изложницах рассмотрено численным методом в [1]. Влияние принудительной конвекции в изложнице с обратной конусностью при заданной температуре стенок изложницы рассмотрено вариационным методом в [2]. В предлагаемой работе рассматривается влияние теплового сопротивления стенок изложницы и температуры окружающей среды на движение фронта затвердевания в чугунной и керамической изложницах при различных скоростях принудительной конвекции.

Постановка задачи. В данной задаче рассматривается затвердевание металла в клинообразной изложнице, имеющей в поперечном сечении вид вертикально вытянутой трапеции с малыми углами конусности α_1. Заполнение изложницы металлом происходит быстро, металл перед заполнением перегревается. Поэтому, до тех пор, пока на границе соприкосновения металла с изложницей температура не опустится до температуры кристаллизации, затвердевание металла у стенок и дна будет незначительным и им можно пренебречь.

Металл предполагается однородным по составу, поэтому затвердевание происходит при одной и той же температуре кристаллизации. Дно изложницы находится на песчаной подушке, а после заполнения изложницы металлом сверху насыпают утепляющие смеси, поэтому не учитываются потоки тепла через дно и верх изложницы. То есть предполагается, что все тепло отводится через боковые стенки, площадь которых намного больше площади дна и верха. Кроме того, ввиду больших размеров изложницы по длине, площадь торцевых поверхностей будет много меньше площади боковых поверхностей, поэтому не учитываются потоки тепла через торцевые поверхности изложницы. Предположим, что тепловые константы, характеризующие жидкую и твердую фазу металла, не зависят от температуры. Вследствие того, что свободных поверхностей металла нет, не учитывается потеря тепла через излучение.

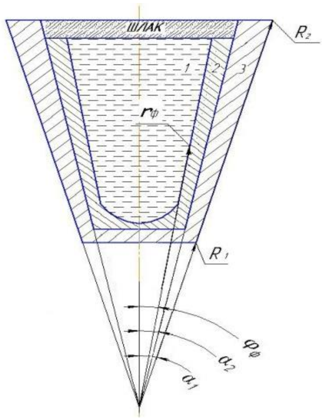


Рис. 1. Поперечное сечение изложницы с прямой конусностью.

Решение поставленной задачи. При решении данной задачи последовательная кристаллизация рассматривается в клинообразной изложнице с боковыми поверхностями, расположенными под малым углом $2\alpha_1$ (рис.1). Область 1 – жидкий металл, 2 – твердый металл, 3 – стенки изложницы. Сверху и снизу изложница ограничена цилиндрическими поверхностями радиусами R_1 и R_2. При решении задачи используется цилиндрическая система координат (r, φ, z). Задача считается бесконечной по z, поэтому температура и скорость движения фронта затвердевания не зависят от z. Уравнение теплопереноса в области жидкого металла запишем в следующем виде [3]

$$\rho_1 C_{V1}\left(\frac{\partial T_1}{\partial t}+V_{\mathrm{r}}\frac{\partial T_1}{\partial r}+V_{\varphi}\frac{1}{r}\frac{\partial T_1}{\partial \varphi}\right)=\lambda_1\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_1}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T_1}{\partial \varphi^2}\right) \quad (1)$$

при $0<\varphi<\varphi_{\Phi}$; $r_{\Phi}<r<R_2$. Фронт кристаллизации движется от боковой поверхности изложницы к центру и для малых углов конусности толщину затвердевшей корки можно найти по формуле:

$$\varepsilon(r_\Phi, \varphi_\Phi, t_\Phi) = r_\Phi(t_\Phi)(\alpha_2 - \varphi_\Phi(t_\Phi)). \quad (2)$$

Предполагается, что в момент t = 0 твердая фаза отсутствует, а $T_1(r, \varphi, 0)$ = $T_{\text{Н}}$ при $R_1 < r < R_2$ и $0 < \varphi < \alpha_1$. На фронте кристаллизации при $t > 0$ имеем $T_1(r_\Phi, \varphi_\Phi, t_\Phi)$ = T_K.

Во время кристаллизации металла соприкосновение жидкой фазы с фронтом кристаллизации считается плотным, без газообразных пузырей и других посторонних включений, поэтому при $r = r_\Phi(t)$, $\varphi = \varphi_\Phi(t)$ имеем $T_1(r_\Phi, \varphi_\Phi, t_\Phi) = T_2(r_\Phi, \varphi_\Phi, t_\Phi) = T_{\text{К}}$.

На движущемся фронте фазового перехода выделяется скрытая теплота кристаллизации L_1, которая вместе с теплом перегрева отводится через твердую фазу и выделяется в окружающую среду. Поэтому уравнение теплового баланса на фронте кристаллизации запишется в виде:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{r \partial \varphi} + L_1 \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = K_{\text{Т1}}(T_{\text{К}} - T_{\text{СР}}). \quad (3)$$

Коэффициент теплопередачи $K_{\text{Т1}}$ учитывает тепловое сопротивление затвердевшей корки и теплоотдачу в окружающую среду [4]:

$$K_{\text{Т1}} = \left(\frac{1}{\alpha_0} + \frac{r_\phi(\alpha_2 - \varphi_\phi)}{\lambda_2} + \frac{r_\phi(\alpha_1 - \alpha_2)}{\lambda_3} \right)^{-1}. \quad (4)$$

Уравнение (3) теплового баланса на фронте кристаллизации используется для определения $\varepsilon(t)$. Из уравнений (1), (2) и граничных условий найдем функции $T_1(r, \varphi, t)$ и $\varepsilon(t)$. Для решения уравнения (1) введем коэффициент температуропроводности $a_1 = \lambda_1 / (\rho_1 C_{V1})$ и перепишем (1) в следующем виде:

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} + V_{\text{r}} \frac{\partial T_1}{\partial r} + V_\varphi \frac{1}{r} \frac{\partial T_1}{\partial \varphi} = a_1 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_1}{\partial \varphi^2} \right). \quad (5)$$

Полагая $\frac{\partial T_1}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial^2 T_1}{\partial \varphi^2} = 0$, $V_{\text{r}} = 0$, $V_\varphi = 0$ получим уравнение:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} = 0.$$

Точное решение этого уравнения по r имеет следующий вид:

$$T_1(r) = \frac{(T_\text{Н} - T_\text{К})\ln r + T_\text{К}\ln R_2 - T_\text{Н}\ln r_\Phi}{\ln(R_2 / r_\Phi)}\,. \qquad (6)$$

Аппроксимируя (6) линейной функцией, получим:

$$T_1(r) = \frac{(T_\text{Н} - T_\text{К})r + T_\text{К} R_2 - T_\text{Н} r_\Phi}{R_2 - r_\Phi}\,. \qquad (7)$$

Приближенное решение по φ уравнения (5) для стационарного случая, когда $\partial T_1 / \partial t = 0$ ищем вариационным методом в виде:

$$T_1(r,\varphi) = T_1(r)\cdot f(\varphi)$$

$$T_1(r,\varphi) = \frac{(T_\text{Н} - T_\text{К})r + T_\text{К} R_2 - T_\text{Н} r_\Phi}{R_2 - r_\Phi}\cdot f(\varphi) \qquad (8)$$

Получим:

$$V_\text{r}\frac{\partial T_1}{\partial r} + V_\varphi \frac{1}{r}\frac{\partial T_1}{\partial \varphi} = a_1\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_1}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T_1}{\partial \varphi^2}\right). \qquad (9)$$

Введем новые обозначения производных $\partial T_1 / \partial r = T_\text{r}$, $\partial^2 T_1 / \partial r^2 = T_\text{rr}$, $\partial^2 T_1 / \partial \varphi^2 = T_{\varphi\varphi}$, тогда уравнение (9) запишется в виде:

$$\frac{V_\text{r}}{a_1} r T_\text{r} + \frac{V_\varphi}{a_1} T_\varphi - T_\text{r} - r T_\text{rr} - \frac{1}{r} T_{\varphi\varphi} = 0\,. \qquad (10)$$

V_r, V_φ - продольные и поперечные составляющие скорости конвекции в расплавленном металле [2]:

$$V_r = \frac{4V_{r.\max}}{(R_2 - R_1)^2}\cdot(R_2 - r)\cdot(r - r_\phi)\cdot\cos\left(\frac{\pi\varphi}{\varphi_\phi}\right), \qquad (11)$$

$$V_\varphi = \frac{-4V_{r.\max}}{(R_2 - R_1)^2}\cdot(2R_2 r - 3r^2 + 2r r_\phi - R_2 r_\phi)\cdot\frac{\varphi_\phi}{\pi}\cdot\sin\left(\frac{\pi\varphi}{\varphi_\phi}\right), \qquad (12)$$

где обозначим $k = \dfrac{\pi}{\varphi_\phi}$.

Запишем функционал, соответствующий уравнению (10) в виде:

$$L=\int_{r_\text{ф}}^{R_2}\int_{0}^{\varphi_\text{ф}}\left[2\frac{V_\text{r}}{a_1}rT_\text{r}{}^0T+2\frac{V_\varphi}{a_1}T_\varphi{}^0T+rT_\text{r}{}^2+\frac{1}{r}T_\varphi{}^2\right]drd\varphi\,, \tag{13}$$

где $T_\text{r}{}^0$, $T_\varphi{}^0$ - неварьируемые производные от температуры.

Проверим, что вариация от L по T функционала (13) дает уравнение (10). Для этого запишем уравнение Эйлера-Лагранжа:

$$\frac{\partial L}{\partial T}-\frac{\partial}{\partial r}\frac{\partial L}{\partial T_\text{r}}-\frac{\partial}{\partial \varphi}\frac{\partial L}{\partial T_\varphi}=0\,. \tag{14}$$

Вычислим соответствующие производные:

$$\frac{\partial L}{\partial T}=2\frac{V_\text{r}}{a_1}rT_\text{r}{}^0,\ \frac{\partial L}{\partial T_\text{r}}=2rT_\text{r},\ \frac{\partial L}{\partial T_\varphi}=2\frac{T_\varphi}{r},$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\frac{\partial L}{\partial T_\text{r}}=2\left(T_\text{r}+rT_\text{rr}\right),\ \ \frac{\partial}{\partial \varphi}\frac{\partial L}{\partial T_\varphi}=2\frac{T_{\varphi\varphi}}{r}$$

и подставим их в (14). Сокращая на 2, и опуская нулевой индекс при $T_\text{r}{}^0$, получим (10). Следовательно, функционал (13) действительно соответствует уравнению (10) и функция, минимизирующая его, будет наилучшим приближением решения уравнения (10). Как указано выше из (8), неизвестную функцию ищем в виде:

$$T=T(r)\cdot f(\varphi)=\frac{(T_\text{Н}-T_\text{К})r+T_\text{К}R_2-T_\text{Н}r_\text{Ф}}{R_2-r_\text{Ф}}\cdot f(\varphi)\,.$$

Найдем:

$$T_\text{r}=\frac{T_\text{Н}-T_\text{К}}{R_2-r_\text{Ф}}\cdot f(\varphi);T_\text{r}{}^0=\frac{T_\text{Н}-T_\text{К}}{R_2-r_\text{Ф}}\cdot f^0(\varphi);$$

$$T_{\varphi} = \frac{(T_{\text{Н}} - T_{\text{К}})r + T_{\text{К}}R_2 - T_{\text{Н}}r_{\Phi}}{R_2 - r_{\Phi}} \cdot \; f'(\varphi); \tag{15}$$

$$T_{\varphi}{}^{0} = \frac{(T_{\text{Н}} - T_{\text{К}})r + T_{\text{К}}R_2 - T_{\text{Н}}r_{\Phi}}{R_2 - r_{\Phi}} \cdot (f'(\varphi))^{0}.$$

Подставляя (8) и полученные производные в (13) и интегрируя по r, получим:

$$L = \int_{0}^{\varphi_{\Phi}} \left[\begin{aligned} & A_1 \cos k\varphi \cdot f^{0}(\varphi) f(\varphi) + B_1 \frac{\sin k\varphi}{k} \cdot (f'(\varphi))^{0} f(\varphi) + \\ & + C_1 (f(\varphi))^2 + D_1 (f'(\varphi))^2 \end{aligned} \right] d\varphi \tag{16}$$

где
$$A_1 = \frac{2V_{\text{r.max}}(T_{\text{Н}} - T_{\text{К}})}{15a_1(R_2 - R_1)^2(R_2 - r_{\phi})} \cdot \left(\begin{aligned} & T_{\text{Н}}(3R_2{}^4 - 7R_2{}^3 r_{\phi} + \\ & + 3R_2{}^2 r_{\phi}{}^2 + 3R_2 r_{\phi}{}^3 - 2r_{\phi}{}^4) + \\ & + T_{\text{К}}(2R_2{}^4 - 3R_2{}^3 r_{\phi} - 3R_2{}^2 r_{\phi}{}^2 + \\ & + 7R_2 r_{\phi}{}^3 - 3r_{\phi}{}^4) \end{aligned} \right)$$

$$B_1 = 2A_1; \qquad C_1 = \frac{(R_2 + r_{\phi}) \cdot (T_{\text{Н}} - T_{\text{К}})^2}{2(R_2 - r_{\phi})};$$

$$D_1 = \frac{(R_2 + r_{\phi}) \cdot (T_{\text{Н}} - T_{\text{К}})^2}{2(R_2 - r_{\phi})} + \frac{2(T_{\text{Н}} - T_{\text{К}}) \cdot (T_{\text{К}}R_2 - T_{\text{Н}}r_{\phi})}{R_2 - r_{\phi}} + \\ + \frac{(T_{\text{К}}R_2 - T_{\text{Н}}r_{\phi})^2 \cdot \ln(R_2 / r_{\phi})}{(R_2 - r_{\phi})^2}.$$

Функцию $f(\varphi)$ выбираем так, чтобы интеграл (16) был минимальным, что соответствует выполнению уравнения Эйлера-Лагранжа, записанного для переменной:

$$f(\varphi): \frac{\partial L}{\partial f(\varphi)} - \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{\partial L}{\partial f'(\varphi)} = 0 \tag{17}$$

Возьмем производные от (16) и подставим в уравнение (17). В результате получим:

$$f''(\varphi)-\frac{A}{k}\cdot\sin k\varphi\cdot f'(\varphi)-(B+\frac{A}{2}\cdot\cos k\varphi)\cdot f(\varphi)=0\,, \qquad (18)$$

где $A=\frac{B_1}{2D_1}$, $B=\frac{C_1}{D_1}$.

Приближенным решением (18) будет [2]:

$$f(\varphi)=(C_1\mathrm{ch}\omega\varphi+C_2\mathrm{sh}\omega\varphi)\cdot\exp(\frac{-A}{2k^2}\cos k\varphi)\,, \qquad (19)$$

где $\omega=\sqrt{B+\frac{A^2\varphi_\phi{}^2}{8\pi^2}}$.

Найдем константы C_1 и C_2, используя граничные условия $T=T_\text{К}$ при $\varphi=\varphi_\text{Ф}$ и $r=r_\text{Ф}$, а также $\partial T/\partial\varphi=0$ при $\varphi=0$: $C_1=\frac{1}{\mathrm{ch}\omega\varphi_\phi\cdot\exp(A/2k^2)}$, $C_2=0$. Тогда

$$f(\varphi)=\frac{\mathrm{ch}\omega\varphi}{\mathrm{ch}\omega\varphi_\text{Ф}}\cdot\exp(\frac{-A}{2k^2}(1+\cos k\varphi))\,. \qquad (20)$$

Итак, решением (12) по r и по φ является функция

$$T_1(r,\varphi)=\frac{(T_\text{Н}-T_\text{К})r+T_\text{К}R_2-T_\text{Н}r_\text{Ф}}{R_2-r_\text{Ф}}\cdot\frac{\mathrm{ch}\omega\varphi}{ch\omega\varphi_\phi}\times \times\exp(\frac{-A}{2k^2}(1+\cos k\varphi))\,. \qquad (21)$$

Поиск полного нестационарного решения уравнения теплопроводности в жидкой фазе осуществляется аналогично нахождению зависимости по φ. Функционал, соответствующий уравнению (5), запишем в виде:

$$L=\int_0^{t_\text{Ф}}\int_0^{\varphi_\text{Ф}}\int_{r_\text{Ф}}^{R_2}\left(\begin{array}{l}\frac{2V_\text{r}}{a_1}rT_\text{r}{}^0T+\frac{2V_\varphi}{a_1}T_\varphi{}^0T+\frac{2r}{a_1}T_\text{t}{}^0T+\\ +rT_\text{r}{}^2+\frac{1}{r}T_\varphi{}^2\end{array}\right)drd\varphi dt\,. \qquad (22)$$

Решение уравнения (5) ищем в виде:

$$T_1(r,\varphi,t)=\frac{(T_{\text{Н}}-T_{\text{К}})r+T_{\text{К}}R_2-T_{\text{Н}}r_{\Phi}}{R_2-r_{\Phi}}\cdot\frac{\text{ch}\omega\varphi}{ch\omega\varphi_{\phi}}\times$$
$$\times\exp(\frac{-A}{2k^2}(1+\cos k\varphi))\cdot f(t) \qquad (23)$$

Вычислим производные $T_{\text{r}}, T_{\varphi}, T_{\text{t}}, T_{\text{r}}^{\,0}, T_{\text{t}}^{\,0}$ и подставим их в (22). Проинтегрировав по r и по φ, получим:

$$L=\int_0^{t_\Phi}\begin{pmatrix} M_1\cdot f^{\,0}(t)f(t)+N_1\cdot f^{\,0}(t)f(t)+ \\ S_1\cdot f(t)(f'(t))^0++P_1\cdot(f(t))^2+Q_1\cdot(f(t))^2\end{pmatrix}dt, \qquad (24)$$

где M_1, N_1, S_1, P_1, Q_1 - константы интегрирования по r и по φ. Варьируя (24) по $f(t)$, найдем

$$f'(t)+f(t)\frac{G_1}{S_1}=0, \qquad (25)$$

где $G_1=M_1+N_1+2P_1+2Q_1$.
Решением уравнения (25) будет функция [6]:

$$f(t)=C\cdot\exp(-\frac{G_1}{S_1}t)\cdot \qquad (26)$$

Ищем константу C, используя граничные условия $T=T_{\text{К}}$ при $r=r_{\Phi}$,

$t=t_\Phi$ и $\varphi=\varphi_\Phi$. Получим $f(t)=\exp(-\frac{G_1}{S_1}(t-t_\Phi))\cdot$ (27)

Итак, полное нестационарное решение уравнения (1):

$$T_1(r,\varphi,t)=\frac{(T_{\text{Н}}-T_{\text{К}})r+T_{\text{К}}R_2-T_{\text{Н}}r_{\Phi}}{R_2-r_{\Phi}}\cdot\frac{\text{ch}\omega\varphi}{ch\omega\varphi_{\phi}}\times$$
$$\times\exp(\frac{-A}{2k^2}(1+\cos k\varphi))\cdot\exp(\frac{-G_1}{S_1}(t-t_\phi)) \qquad (28)$$

Используя уравнение (3) и соотношение (2), ищем зависимость толщины затвердевшей корки от времени. Условие на движущемся фронте с учетом (4) принимает следующий вид:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{r_\Phi \partial \varphi} + L_1 \rho(\alpha_2 - \varphi_\Phi) \frac{\partial r_\Phi}{\partial t} = \frac{T_К - T_{СР}}{\dfrac{1}{\alpha_0} + \dfrac{r_\Phi(\alpha_2 - \varphi_\Phi)}{\lambda_2} + \dfrac{r_\phi(\alpha_1 - \alpha_2)}{\lambda_3}} . \tag{29}$$

Найдем из (28) производную $\partial T_1 / \partial \varphi$ и, учитывая, что на фронте кристаллизации $\varphi = \varphi_\Phi$, $r = r_\Phi$, $t = t_\Phi$. Получим:

$$L_1 \rho(\alpha_2 - \varphi_\Phi) \frac{r_\Phi \partial r_\Phi}{\partial t} = \frac{T_К - T_{СР}}{\dfrac{2}{\alpha_0 (R_1 + R_2)} + \dfrac{\alpha_2 - \varphi_\Phi}{\lambda_2} + \dfrac{\alpha_1 - \alpha_2}{\lambda_3}} - \tag{30}$$
$$-\lambda_1 T_К \;\omega \cdot \mathrm{th}(\omega \varphi_\phi)$$

где в знаменателе в выражение для теплового потока через твердую корку введено среднее значение $r_\Phi = (R_1 + R_2)/2$.

В результате имеем

$$r_\Phi \frac{\partial r_\Phi}{\partial t} = \frac{T_K - T_{CP}}{\left(\dfrac{2}{\alpha_0 (R_1 + R_2)} + \dfrac{\alpha_2 - \varphi_\Phi}{\lambda_2} + \dfrac{\alpha_1 - \alpha_2}{\lambda_3}\right) L_1 \rho(\alpha_2 - \varphi_\Phi)} - \tag{31}$$
$$- \frac{\lambda_1 T_К \omega \cdot \mathrm{th}(\omega \varphi_\phi)}{L_1 \rho(\alpha_2 - \varphi_\Phi)}$$

Интегрируя (31), найдем:

$$r_\phi{}^2 = C^* \cdot t + R_1{}^2 \quad , \tag{32}$$

где

$$C^* = \frac{2}{L_1 \rho(\alpha_2 - \varphi_\Phi)} \cdot \left(\begin{array}{l} \dfrac{T_К - T_{СР}}{\dfrac{2}{\alpha_0 (R_1 + R_2)} + \dfrac{\alpha_2 - \varphi_\Phi}{\lambda_2} + \dfrac{\alpha_1 - \alpha_2}{\lambda_3}} - \\ -\lambda_1 T_К \omega \cdot \mathrm{th}(\omega \varphi_\Phi) \end{array} \right).$$

Фиксируя φ_ϕ, вычислим время, за которое фронт затвердевания достигнет координаты r_ϕ:

$$t_\phi = \frac{r_\phi{}^2 - R_1{}^2}{C^*} . \tag{33}$$

По формуле (33) выполнены численные расчеты для следующих параметров металла, изложницы и окружающей среды: R_1=1,2 м, R_2 =2,2 м, α_1=12°, α_2=10°, $T_{\text{Н}}$=1783 К, $T_{\text{К}}$=1733 К, $T_{\text{СР}}$=300 К, ρ =7,31·10^3 кг/м^3, λ_1=26,5 Вт/м·К, λ_2=30,3 Вт/м·К, a_1=4,5·10^{-6} м^2/с, $V_{\text{г}}$ =5·10^{-2}; 5·10^{-3} м/с, L_1=2,72·10^5 Дж/кг. Для чугунной изложницы: α_0 =68 Вт/м^2·К, λ_3=58,7 Вт/м·К. Для керамической формы: α_0 =30 Вт/м^2·К, λ_3 =25 Вт/м·К.

Заключение. По полученным результатам построены графики зависимости $t_{\Phi}(\varphi_{\Phi}, r_{\text{ф}})$ для чугунной изложницы (рис. 2 а и б) и керамической формы (рис. 2 в и г) при разных скоростях конвекции:

$$V_{\text{г}} = 5\cdot 10^{-2}\ \text{м/с},\ V_{\text{г}} = 5\cdot 10^{-3}\ \text{м/с}.$$

Кривые соответствуют значениям координаты $r_{ф}$: 1,5; 1,6; 1,7; 1,75 м.

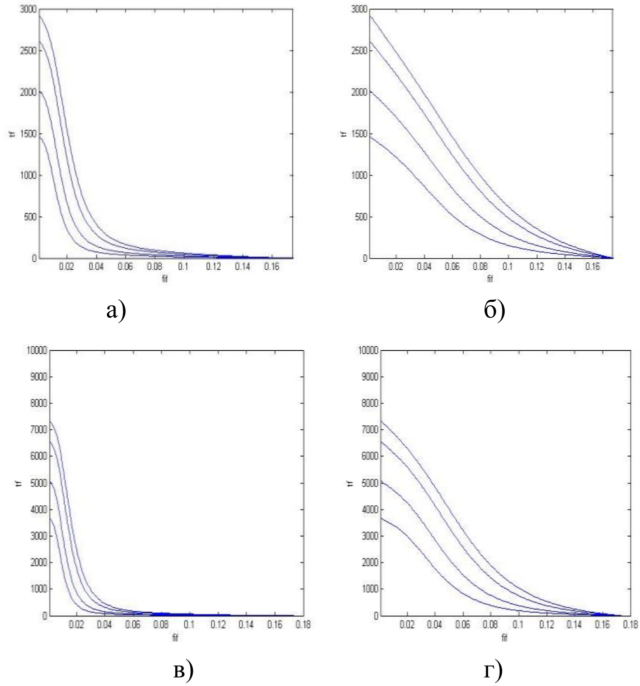


Рис. 2. Положения фронта кристаллизации в правой половине клинообразных изложниц с различной теплопроводностью стенок

На рис. 2 а), б) представлены графики для чугунной изложницы, на рис. в), г) для керамической изложницы (отсчет кривых ведется снизу вверх в каждом рисунке).

Отсчет кривых на всех графиках снизу вверх. На графиках наблюдаются три зоны, которые соответствуют разным скоростям движения фронта кристаллизации, характеризующиеся разными наклонами кривых. Например, для r_{ϕ} = 1,5 (на рис. 2 а) для $V_{\text{г}} = 5{\cdot}10^{-2}$ м/с, первая зона располагается от φ_{Φ} = 0,16 рад до φ_{Φ} =0,03 рад, что соответствует временам от нуля до $3{\cdot}10^{2}$ с и средняя скорость движения фронта затвердевания равна $\text{v}_{\Phi 1}$ = 0,65мм/с.

Вторая зона находится в пределах от φ_{Φ} = 0,03 рад до φ_{Φ} = 0,005 рад и ей соответствуют времена от $t_{\Phi} = 3{\cdot}10^{2}$ с до $t_{\Phi} = 14{\cdot}10^{2}$ с, откуда следует, что $\text{v}_{\Phi 2}$ = 0,035 мм/с. И третья зона находится в пределах от φ_{Φ} = 0,005 рад до φ_{Φ} = 0 , по времени от $t_{\Phi} = 14{\cdot}10^{2}$ с до $t_{\Phi} = 14{,}6{\cdot}10^{2}$ с, откуда следует $\text{v}_{\Phi 3}$ = 0,133 мм/с. Для других значений r_{ϕ} и скоростей конвекции результаты будут другими и их можно посчитать из приведенных графиков.

Итак, вначале затвердевание идет с большей скоростью в 1-й зоне, далее замедляется во 2-й зоне и в 3-й зоне вновь ускоряется. Такое поведение фронта затвердевания может объяснить наличие трех зон, образующихся в затвердевшем слитке: вначале, в 1-й зоне, образуется мелкокристаллическая структура, затем во 2-й зоне – столбчатые кристаллы и в 3-й зоне – равноосные кристаллы. При уменьшении скорости конвекции уменьшаются 1-я и 2-я зоны и растет 3-я зона равноосных кристаллов и это видно из рис. 2 б и 2 г для скорости конвекции $V_{\text{г}} = 5{\cdot}10^{-3}$ м/с.

Обозначения: a_1 - коэффициент температуропроводности жидкого металла, м^2 /с; C_{V1} - удельная теплоемкость жидкого металла; K_{T1} - коэффициент теплопередачи; L - функционал или лагранжиан; L_1 - скрытая теплота кристаллизации, Дж/кг; R_1, R_2 - радиусы дна и верха изложницы, м; r , φ - цилиндрические координаты точек внутри изложницы; r_{Φ} - радиальная координата точки на фронте кристаллизации, м; T_1 - функция температуры в жидкой фазе, К; $T_{\text{К}}$ - температура кристаллизации, К; $T_{\text{Н}}$ - начальная температура заливки, К; $T_{\text{СР}}$ - температура окружающей среды, К; t_{Φ} - время на фронте кристаллизации, с; V_{r} - радиальная составляющая скорости конвекции, м/с; V_{φ} - азимутальная составляющая скорости конвекции, м/с; α_0 - коэффициент теплоотдачи в окружающую среду, Вт/м^2·К; α_1 - угол между осью и внешней поверхностью стенки изложницы, рад; α_2 - угол между осью и внутренней поверхностью стенки изложницы, рад; ε - толщина затвердевшего металла, м; λ_1, λ_2, λ_3 - коэффициенты теплопроводности жидкой, твердой фаз металла и материала изложницы соответственно, Вт/м·К; ρ - плотность жидкого металла, кг/м^3; φ_{Φ} - азимутальная координата точки на фронте кристаллизации, м.

Литература

1. Александров В. Д., Голоденко Н. Н., Дремов В. В., Недопекин Ф. В. Математическое моделирование затвердевания металла в клинообразной изложнице с учетом естественной конвекции. Инженерно-физический журнал. 2010. Т. 83, № 3. С. 478-484.
2. Дремов В. В. Исследование влияния двумерной конвекции на затвердевание слитков с обратной конусностью. Инженерно-физический журнал. 2009. Т. 82, № 4. С. 711-717.
3. Дремов В. В., Недопекин Ф. В., Минакова О. А. Влияние теплопроводности стенок изложницы на движение фронта затвердевания плоского слитка. Металлургическая теплотехника. Сборник научных трудов. Национальная металлургическая академия Украины. Днепропетровск: Пороги, 2009. С. 67–72.
4. Алабовский А. Н., Недужий И. А. Техническая термодинамика и теплопередача. Киев: Выща школа, 1990. С. 225.
5. Цлаф Л. Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения. Москва: Наука, 1970. С. 191.
6. Камкэ Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Москва: Наука, 1971. С. 365.

УДК 37.013.3:37.017.91:37.031.37.046.16:371.214.115:378147.11

ТЕХНИЧЕСКИЙ ПРОГРЕСС В СТРОИТЕЛЬСТВЕ И СОДЕРЖАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ-ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ ЭТОГО НАПРАВЛЕНИЯ

Левин В.М.

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры

Аннотация. *Раскрывается влияние технического прогресса на содержание математического образования будущих инженеров - исследователей а области «Строительство». Рассматриваются основные факторы технического прогресса в строительстве и обусловленные ими требования к математической культуре инженера – исследователя.*

Введение. На протяжении новой и новейшей истории математика все в большей степени становится, по выражению акад. А.Н. Крылова [3], “рабочим инструментом инженера»; конечно, это, в первую очередь, относится к инженерам – исследователям. В настоящее время математическому образованию магистрантов и аспирантов уделяется серьезное внимание. Однако, исследователи, занимающиеся как вопросами математического образования, так и решающие научные проблемы в области техники, математики, преподающие инженерам, на наш взгляд, вопросам содержания математического образования этой категории студентов уделяют (явно незаслуженно) недостаточное внимание.

Между тем, вопрос это далеко не праздный. Касаясь его в той или иной мере, различные очень авторитетные авторы (например, [1,2, 4…6]) отмечали, что преподавание математики математикам - прикладникам и инженерам должно обеспечивать выполнение одновременно нескольких задач. Оно должно снабжать будущих исследователей мощным инструментарием (теперь его называют «математическое моделирование»). Не менее важно подготовить их к изучению в ВУЗе специальных дисциплин, которые, как правило, написаны на языке математики, и пополнению своих знаний в процессе дальнейшей работы. Обязательная задача - научить адекватно и творчески использовать этот инструмент; сознательно подходить к выбору того или иного математического аппарата. В процессе обучения происходит ознакомление с процессом постановки задачи. Быть может, в результате обучения слушатель сможет, в случае необходимости (и тому есть ряд интересных примеров), самому предложить метод решения. Многие авторы подчеркивают также большую роль математического образования нематематиков в воспитании у них математической, общенаучной и общечеловеческой культуры.

Постановка задачи. В то же время, весьма ограниченный и постоянно уменьшающийся лимит времени на изучение математики ставит очень остро вопрос, какой именно математический материал следует отобрать для одновременного решения этих задач. Из всех стоящих перед нами проблем эта - едва ли не самая **актуальная**. К сожалению, она весьма сложна, поскольку работаем мы в условиях революционного, сверхбыстрого преобразования всех отраслей техники и технологии, скачкообразной смены взглядов, решений, самой парадигмы этих отраслей и обслуживающих их наук. Наши выпускники - исследователи должны быть готовы к деятельности в таких условиях и ментально, и психологически, и по уровню подготовки.

С целью преодоления этой проблемы было сочтено целесообразным исследовать:

- содержание инженерных дисциплин направления «Строительство» с точки зрения использования более или менее серьезного математического аппарата и подвергнуть такому же анализу (по необходимости выборочно) научные публикации этого направления;

- характерные особенности технического прогресса в строительстве в настоящее время и обусловленные ими требования к деятельности инженеров - исследователей.

Мы в ДонНАСА на кафедре высшей и прикладной математики и информатики начали работу в этом направлении. С первыми ее результатами мы сочли полезным ознакомить математическую общественность технических ВУЗов.

Результаты исследований. В результате работы были собраны основные случаи обращения к серьезному математическому аппарату при обучении в бакалавриате, магистратуре и аспирантуре и выборочно основные применения математики в исследованиях рассматриваемого направления. Здесь уместно ограничиться только фактами исследовательского плана.

Во-первых, вся современная научно – техническая литература насыщена информацией об использовании технологии математического моделирования при исследованиях буквально по любой относящейся к обсуждаемому кругу вопросов теме. Следует отметить, однако, что далеко не всегда обеспечивается должное соответствие выполняемого исследования современным требованиям к этой технологии. Так, часто рекомендуются те или иные модели без должной их верификации, упрощающие гипотезы никак не комментируются (в лучшем случае ограничиваются ссылкой на авторитеты) и не имеют ясного физического смысла, после редактирования модели по результатам верификации не выполняется повторная верификация и т.д. При построении структурных моделей в их основу кладутся не всегда достаточно адекватные закономерности с невыясненной областью применения. Достаточно редко встречаются оценки погрешности результата и рекомендации по ее использованию. Приходится сделать вывод о том, что подготовка исследователей в области математического моделирования нуждается в совершенствовании.

Во-вторых, для моделирования все чаще применяются различные программные пакеты. Доставляя несомненные удобства в стандартных ситуациях, они могут привести недостаточно квалифицированного исследователя в нестандартной ситуации к грубым промахам. Впрочем, для такого исследователя опасной может оказаться и ситуация вполне стандартная. Кроме того, в учебной литературе по этим пакетам часто даются совершенно недостаточные сведения как о методах (и, в особенности, об алгоритмах), положенных в основу программы, отсутствуют четкие рекомендации по выбору значений отдельных параметров, характеризующих метод, или отсутствует возможность влияния на эти параметры. Конечно, исследователь должен владеть навыками пользования такими пакетами, но ограничиваться этим нельзя, нужно понимание заложенных в них принципов, а также особенностей их использования, включая соответствующие ограничения.

В–третьих, одними из наиболее часто применяемых являются модели в виде краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, краевых и начально-краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных. Широко применяются приближенные аналитические и численные методы. Среди часто применяемых аналитических методов можно указать на метод потенциала, метод замены области, асимптотические методы, вариационные методы. Начали использовать подходы, развивавшиеся ранее в теоретической физике (теория поля, общие вариационные принципы, канонические преобразования, анализ симметрий), Из применяемых часто численных методов можно указать на классические прямые вариационные методы (методы дискретизации функционального пространства), методы дискретизации области (МКР, МКЭ). Некоторые преимущества аналитических и численных методов объединяют схема Канторовича и МГЭ.

В–четвертых, в современных работах по механике деформируемого твердого тела (а именно она лежит в основе современных исследований вопросов прочности и жесткости несущих конструкций) широко используется достаточно развитый аппарат тензорного исчисления, о котором в курсе математики ничего не сообщается.

В-пятых, сейчас все более уделяется внимание все более полному учету реальных механических свойств материалов и совершенствованию проектных решений с целью улучшения их технико-экономических показателей и повышения их надежности. Это обуславливает широкое распространение нелинейных и нестационарных моделей и методов их анализа, постоянно растущее количество работ по оптимизации и наличие многочисленных работ по учету случайного характера свойств материалов, нагрузок и воздействий (обычно в рамках теории надежности). В то же время программы обучения содержат совершенно недостаточно информации о постановке соответствующих задач и методах их решения.

В-шестых, в настоящее время выполняется большое количество экспериментальных исследований на различном методическом уровне, включая вопросы математики (планирование и обработка результатов экспериментов, проверка гипотез, параметризация моделей с неопределенными параметрами и т.д.).

Выводы. Программы подготовки инженеров – исследователей нуждаются в постоянном совершенствовании с учетом накопленного опыта работы отрасли и прогноза ее развития.

При этом обязательны: ее индивидуализация с учетом специализации обучающегося; наличие общематематической компоненты, направленной на расширение кругозора слушателя, его готовности к появлению нестандартных ситуаций, выработку способности обсудить появляющуюся проблему с математиками.

Литература

1. Блехман И. И. Механика и прикладная математика: Логика и особенности приложений математики/ И. И. Блехман, А. Д. Мышкис, Я. Г. Пановко[Текст]. – М.: Наука, 1983. – 328 с.

2. Гнеденко Б. В. Математическое образование в вузе / Б.В. Гнеденко[Текст]. – М.: Высшая школа, 1981. – 174 с.

3. Крылов А.Н. Мои воспоминания / А.Н. Крылов[Текст]. – Л.: Судостроение, 1979.–480 с.

4. Кудрявцев Л.Д. Мысли о современной математике и ее изучении / Л.Д. Кудрявцев[Текст]. – М.: Наука, 1977. – 112 с.

5. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и ее преподавание / Л.Д. Кудрявцев[Текст]. – Т.: 1980. – 143 с.

6. Пак В.В. Инженер, математика и другие. Простые методы математического моделирования природных и технологических процессов / В.В. Пак [Текст]. – Донецк: ДонГТУ, 1995. – 224 с.

7. Левін В.М. Профессиональная ориентация математического образования строителей / В.М. Левін [Текст] // Застосування та удосконалення методики викладання математики / Матеріали IX регіонального науково-методичного семінару. - Донецьк, 2003. -С. 12-14.

8. Левін В.М. О содержании курса высшей математики для будущих инженеров-строителей / В.М. Левін [Текст] // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики / Збірник наукових праць. Вип. 3. Том 1. - Кривий Ріг: Видав. НметАУ. - 2003. - С. 152-155.

9. Левін В.М. Содержание обучения математике для инженеров направления «Строительство» / В.М. Левін [Текст] // Математична культура інженера: формування, вплив на професійну діяльність : Матеріали міжнародної науково-практичної конференції присвяченої 70-річчу з дня народження професора, доктора технічних наук Пака В.С., 3-5 червня 2005 р., м. Донецьк. Збірник статей. - Донецьк: РВВ ДонНТУ, 2005. – С. 41 – 42.

10. Левін В.М. Загальнокультурна та професійно орієнтована компоненти математичної освіти інженера – будівельника / В.М. Левін [Текст] // Проблеми фізико – математичної і технічної освіти і науки України в контексті євро інтеграції («Вища освіта – 2006). Збірник наукових праць за матеріалами науково – методичної конференції. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. – С. 131 – 137.

11. Левін В.М. Зміст математичної освіти інженера – важлива складова її якості / В.М. Левін [Текст] // Сучасні проблеми якості освіти/Зб. Доповідей Регіональної науково-практичної конференції 17.03.07.- Донецьк; Вид. ДонНУ.2007.-с.89-93.

12. Левин В.М. Математика – важнейшая компонента профессиональной компетенции инженера-строителя / В.М. Левін [Текст] // Навчання математики в сучасних умовах/Матеріали 2-ї міжнародної науково-методичної конференції 23-25.05.07/Зб. статей.-Донецьк: РВВ-ДонНТУ, 2007.- с.58-59.

13. Левін В.М. Математичні спецкурси у інженерній освіті [Текст] / В.М. Левін // ДонНТУ.- Збірник наук. - метод. робіт. - Вип 7.- Донецьк: ДонНТУ, 2011. - С. 152 - 159.

14. Левин В.М. Математика - важнейшая составляющая современного фундаментального образования аспирантов направления «Строительство» / В.М. Левин // ДонНТУ.- Збірник наук. - метод. робіт. - Вип 9.- Донецьк: ДонНТУ, 2013. - С.185 - 190.

УДК 378.013

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА КАК СРЕДСТВО ЭСТЕТИЧЕСКОГО ВОСПИТАНИЯ БУДУЩИХ СПЕЦИАЛИСТОВ

Литвинова В.Ю., Цапов В.А., Чудина Е.Ю.
Донецкий национальный университет

Аннотация. *В статье изучается значимость математической подготовки с точки зрения эстетического воспитания будущих специалистов. Рассмотрена внешняя и внутренняя эстетика математических знаний, выделены основные направления воздействия математической подготовки на личность будущего специалиста.*

Вступление. Исследованием эстетики естественнонаучного обучения занимались Г. Саранцев, О. Волошинов, М. Якир, В. Болтянский, В. Писарева и другие. Некоторые исследователи придерживаются пассивно-созерцательного подхода, рассматривая эстетику точных наук в качестве эмоционального фона учебно-воспитательного процесса (И. Зенкевич, В. Ковешников, В. Минковский), другие придерживаются активно-деятельностного подхода к реализации эстетического потенциала математики в процессе обучения (В. Болтянский, Н. Рощина, Н. Фирстова). Педагоги исследовали систему гуманитарно-ориентированного математического образования (А. Азевич, Т. Иванова, И. Смирнова), определение нетрадиционных функций процесса математического образования (Г. Саранцев), а также проблему мотивационного потенциала математики (М. Родионов). Несмотря на обширные педагогические исследования в этом направлении, математическая подготовка как средство эстетического воспитания будущих специалистов в технических вузах практически не используется.

Постановка задания. Личностное развитие будущего специалиста должно быть ориентиром естественнонаучной подготовки. Если будущий инженер получает лишь узкоспециальные знания, это ограничивает его интеллектуальные и духовные резервы и лишает возможности профессионального роста. Нельзя пренебрегать воспитательными возможностями точных наук, поскольку это лишает будущего инженера возможности повышать свою эстетическую культуру и обогащать свой творческий потенциал в дальнейшем. Нам бы хотелось подчеркнуть значимость математической подготовки в эстетическом воспитании будущих специалистов в условиях технического вуза.

Результаты. Математическая подготовка является базой для широкой, культурно-ориентированной подготовки будущего специалиста в техническом вузе. Математические модели позволяют воссоздать большое количество производственных процессов, вычислять их характеристики и делать прогнозы относительно их развития. Поэтому математический аппарат является мощным средством решения научно-технических проблем, но нельзя отодвигать на второй план и эстетическую значимость естественных наук. Еще М.Жуковский писал: «В математике есть своя красота, как в живописи и в поэзии».

Ученые с древних времен отмечают эстетическую ценность естественных наук, их влияние на способность человека чувствовать гармонию и стремление к совершенству. Например, по мнению Аристотеля, математика обнаруживает порядок, симметрию и определенность, которые являются наиболее важными видами прекрасного. Галилей говорил, что невозможно понимать язык природы, не зная языка математики. Важность точных наук для эстетического воспитания личности была признана учеными много веков потому назад. А. Пуанкаре писал: «Математика преследует троякую цель. Она должна давать орудия для изучения природы. Кроме этого, она преследует цель философскую, и, я осмелюсь сказать, эстетическую».

И. Кеплер считал, что математика является прообразом красоты мира. Н.Винер писал: «Вряд ли кто-нибудь из нематематиков в состоянии привыкнуть к мысли, что цифры могут представлять собой культурную или эстетическую ценность или иметь какое-то отношение к таким понятиям, как красота, сила, вдохновение. Я решительно протестую против этого искаженного представления о математике». Л. Лурье в своей работе «Математическое образование в пространстве эстетического опыта» цитирует шотландского философа XVIII столетия Ф. Хатчинсона, который в труде «Исследования о происхождении наших идей красоты и добропорядочности в двух трактатах» выделил такие характеристики эстетической красоты естественных наук: единство в многообразии, идеал всеобщности научных истин, нахождения неочевидной истины, которая нуждается в доказательстве [4].

Некоторые ученые стремились даже численно оценить эстетическую ценность тех или других научных объектов. Так, математик-педагог В. Болтянский предложил формулу оценки красоты математического объекта:

Красота = наглядность + неожиданность = изоморфизм (эквивалентность) + простота + неожиданность [3].

Г. Биркгоф вывел следующую формулу эстетической ценности научного объекта:

Мера красоты = мера порядка / мера усилий, потраченных на понимание сути объекта [8].

Эстетику точных наук исследователи разделяют на внешнюю и внутреннюю. Внешняя эстетика точных наук основывается на эстетике математических знаний, которые являются необходимым инструментом познания законов гармонии и красоты окружающего мира. Н. Фирстова во внешней эстетике точных наук выделяет эстетику геометрических форм и эстетику аналитической записи [6]. Внешняя эстетика геометрических форм заключается в красоте геометрических чертежей, геометрических орнаментов, многогранников, симметрии, пропорции (в частности, в понятии золотого сечения) и тому подобное. Внешняя эстетика аналитической записи заключается в точности, универсальности и логичности записи научных фактов, в красоте математических, физических и химических формул; в использовании табличных или матричных способов представления учебного материала и так далее.

Внутренняя эстетика точных наук связана с интеллектуальной красотой научных знаний. Она основывается на особенностях научных объектов (фактов, теорем, заданий, доказательств), благодаря которым эти объекты могут вызывать чувство изящного [8]. О. Хинчин приводит такие особенности научных объектов с точки зрения внутренней эстетики [7]:

- упорядоченность, которая проявляется в соразмерном сочетании аналитических и геометрических факторов, в симметрии формы;
- возможность установления неожиданных связей;
- контраст между глубиной, сложностью факта, который выводится, и простотой средств, которые используются;
- логичность математических рассуждений;
- лаконичность математических записей и математического языка.
- высокая мера универсальности научных знаний;
- возможность "визуализации" объекта, то есть создание его наглядного образа;
- способность к дальнейшему расширению на основе абстракции и обобщения;
- красивые, неожиданные, интересные доказательства, а также их научная стройность;
- творческий процесс решения нестандартных заданий, красота вычислений;
- полезность как в сфере точных наук, так и в других сферах знаний.

Следовательно, важным компонентом внутренней эстетики точных наук является эстетика процесса научного познания, а именно те эмоциональные переживания, которые возникают у студентов при постепенном успешном овладении научными знаниями и создании конечного продукта в результате научной деятельности. Мы согласны с

С. Вершиловским, что естественнонаучная подготовка способствует развитию личности, умственных способностей и формирует потребность в профессиональном росте и самосовершенствовании [1].

Эстетическое воспитание будущего специалиста и фундаментальная составляющая инженерного образования тесно связаны между собой. На наш взгляд, естественнонаучная подготовка имеет огромное влияние на личность студента технического вуза. Имеются в виду не только умственные качества (гибкость, критичность, логичность, системность и другие), но и профессиональные качества (настойчивость, самостоятельность, добросовестность, ответственность) и общекультурные ценности (умение видеть прекрасное, способность анализировать результаты своей деятельности с точки зрения их технической и эстетической ценности). Если не реализуется эстетический потенциал фундаментальной подготовки, мы получим специалиста, который умеет разрешать стандартные производственные проблемы, но не умеет создать новые подходы и средства решения нестандартных проблем производства, не способен к эстетическому творчеству, не ставит целью своей профессиональной деятельности создавать прекрасное.

В эпоху технического прогресса естественнонаучное образование, в первую очередь, предоставляет специалисту возможность обогащения его интеллектуального и культурно-эстетического потенциала. По мнению А. Суханова, естественная подготовка должна занимать приоритетное место в современном учебно-воспитательном процессе вуза, поскольку это основа не только для накопления знаний и профессиональных навыков, но и для личностного развития будущего специалиста [5].Естественнонаучные дисциплины повышают общий интеллектуальный уровень студентов, формируют точность, критичность, логичность мышления, которые являются почвой для развития большинства качеств личности, значимых для формирования эстетического сознания будущих инженеров-строителей. Эстетика геометрических построений, точность логических доказательств, умение увидеть внутреннюю красоту решений математических задач формируют эстетическое отношение к самому процессу деятельности и результатам труда у студентов. Как определяют исследователи проблем естественного образования (В. Болтянский, В. Крутецкий, Е. Скафа и другие), видение красоты точных наук определяет эстетико-ценностную ориентацию личности.

Выводы. Основываясь на анализе научно-педагогических источников, мы выделили основные направления воздействия математической подготовки на личность будущего специалиста:

1. Эстетическое направление. Как было отмечено выше, эстетика естественных наук, которая заключается в краткости, логичности, точности и красоте математического аппарата, формирует у студентов эстетическое отношение к процессу и результатам учебного процесса.

Умение увидеть красоту точных наук является необходимым фактором эстетического воспитания будущего специалиста.

2. Познавательное направление. С помощью естественнонаучных теорий человек познает количественные и пространственные характеристики окружающего мира, осознает взаимосвязь естественных наук искусства.

3. Интеллектуальное направление. Естественнонаучные дисциплины формируют высший уровень мышления человека и создают базу для дальнейшего саморазвития.

4. Практическое направление. Математическая подготовка предоставляет студенту тот научный аппарат, который позволит ему в будущем не только овладеть специальными дисциплинами и освоить профессию, но и самосовершенствоваться и повышать свой профессиональный уровень.

Следовательно, можно сделать вывод, что эстетическая составляющая фундаментальной подготовки будущих инженеров-строителей является неотъемлемой составляющей воспитательного процесса технического вуза и осуществляет весомое влияние на становление личности будущего специалиста.

Литература

1. Вершиловский С.Г. Общее образование взрослых: Стимулы и мотивы. – М.: Педагогика, 1987. – 184 с.
2. Биркгоф Г. Математика и психология. — М., 1977.
3. Болтянский В.Г. Математическая культура и эстетика. — // Математика в школе, № 2/1982, с. 40-43.
4. Лурье Л. И. Математическое образование в пространстве эстетического опыта // Образование и наука, 2006, № 6 (42).
5. Суханов А.Д. Концепция фундаментализации высшего образования и ее отражение в ГОСах. // Высшее образование в России. – 1996. - № 3. – с. 17-23.
6. Фирстова, Н. И. Эстетическое воспитание при обучении математике в средней школе: дис. канд. пед. наук / Н.И.Фирстова. – М., 1999.
7. Хинчин А. Я. О воспитательном эффекте уроков математики. Математическое просвещение / А. Я. Хинчин // Математика в школе. –1995. – № 4. — М., Школа-Пресс. - С.3-5.
8. Шатуновский, Я. Математика как изящное искусство и ее роль в общем образовании / Я. Шатуновский // Математика в школе. – 2000. – №3. – М., Школа-Пресс. - С. 6-11.

УДК 536.7

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАВНОВЕСНЫХ СВОЙСТВ ПРОСТЫХ ЖИДКОСТЕЙ НА ОСНОВЕ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕГО ПОТЕНЦИАЛА. НУЛЕВОЙ И БЕСКОНЕЧНЫЙ ПРЕДЕЛЫ

Локтионов И.К., Калашникова О.А., Гусар Г.А., Руссиян С.А.

Донецкий национальный технический университет, ДНР

Аннотация. *В рамках статистического подхода выполнено исследование равновесных теплофизических свойств простой жидкости. Нахождение значений параметров четырехпараметрического потенциала для адекватного воспроизведения результатов измерений сводится к определению одного варьируемого параметра. Рассмотрены два предельных случая, допускающих точное аналитическое решение задачи. Полученные результаты сопоставляются с опытными данными.*

Введение. В ряде недавних работ [1-4] в рамках статистического подхода были выполнены исследования равновесных теплофизических свойств классических однокомпонентных систем, в которых взаимодействие между частицами описывается парными осциллирующими потенциалами (ОСЦ-П).

В [1] с привлечением «простейших» двухпараметрических ОСЦ-П получены в целом удовлетворительные результаты, соответствующие данным измерений. Однако погрешности некоторых величин, в частности, температуры Бойля, оказались весьма значительными, а температурная зависимость скорости звука на линии насыщения качественно неверно описывает экспериментальную картину. В связи с этим в статьях [2,3] была предпринята попытка устранить указанные недостатки с помощью четырехпараметрических ОСЦ-П $V(r)$, представляющих сумму «простейших» ОСЦ-П с положительным Фурье-образом

$\tilde{v}(k)$. На первый взгляд увеличение числа свободных параметров ни к чему, кроме чрезвычайно громоздких математических формул, и следовательно, к усложнению задачи, привести не может. Однако исследование поверхности критической сжимаемости $Z_c = P_c V_c / RT_c$ показало, что существование степенных асимптот линий уровня этой поверхности открывает некоторые возможности для описания свойств простой жидкости на основе обозримых и асимптотически точных выражений для термодинамических функций. Заметим, что при использовании четырехпараметрических потенциалов совокупность экспериментальных данных удается воспроизвести точнее, чем в случае с «простейшими» ОСЦ-П. Два варианта вычислительной схемы, позволяющей редуцировать четырехпараметрическую задачу к однопараметрической и сопутствующие им особенности, подробно изложены в [2,3].

Постановка задачи и её решение. До сих пор оставался открытым вопрос о предсказательных возможностях потенциала, представленного в виде разности двух «простейших» ОСЦ-П. В настоящей работе в качестве потенциала $V(r)$ межчастичного взаимодействия с положительными параметрами A, a, B, b рассматривается функция

$$V(r) = V_A(r) - V_B(r), \tag{1}$$

где $V_A(r) = \left(A / 4\pi a^2 r\right)\exp\left(-ar/\sqrt{2}\right)\sin\left(ar/\sqrt{2}\right)$, для получения $V_B(r)$ параметры A и a в $V_A(r)$ следует заменить на B и b соответственно. Далее будем предполагать, что Фурье-образ потенциала (1)

$$\tilde{v}(k) = A/\left(k^4 + a^4\right) - B/\left(k^4 + b^4\right), \tag{2}$$

удовлетворяет условиям [5]

$$\tilde{v}(0) > 0 \quad \text{и} \quad \int d^3k\, \tilde{v}(k) > 0, \tag{3}$$

которые обеспечивают устойчивость потенциала. Из условий (3) вытекают неравенства $\varepsilon < \delta^4$ и $\varepsilon < \delta$, ($\varepsilon = B/A$, $\delta = b/a$), определяющие область устойчивости, представленную на рисунке 1.

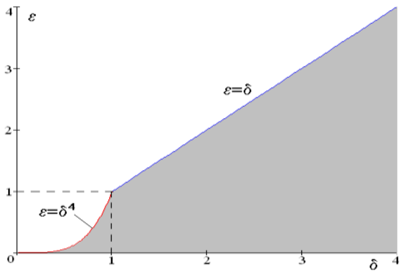


Рис.1. Фрагмент области устойчивости потенциала (1).

В общей постановке задача описания свойств вещества на основе потенциала (1) состоит в том, чтобы определить такие значения его параметров A, a, B, b, при которых отклонение (или сумма отклонений, если речь идет о совокупности свойств) теоретического свойства от экспериментального было бы минимальным.

Основным «инструментом» для расчета свойств системы N частиц, расположенных в объеме V, и взаимодействующих попарно посредством центрального потенциала $V(r)$ с Фурье-образом $\tilde{v}(k)$, как и в [1-3], служит следующее выражение для свободной энергии F, полученное в гауссовом приближении метода перевала [6]

$$F = F_{\text{id}} - \frac{N}{2}\left(V_0 - n\tilde{v}_0\right) + \frac{V}{2\beta} I\left(n, \beta\right), \qquad (4)$$

где обозначено: $F_{id} = Nk_B T\left(\ln\left(n \cdot \lambda^3\right) - 1\right)$, $\lambda = h\big/\sqrt{2\pi m_0 k_B T}$ – тепловая длина волны де Бройля, h – постоянная Планка, T – температура, $\beta = 1/k_B T$, k_B – постоянная Больцмана, $n = N/V$ – плотность числа частиц, $V_0 = \left(A/a - B/b\right)\big/4\pi\sqrt{2}$, $\tilde{v}_0 = A/a^4 - B/b^4$ – значения потенциала и его Фурье-образа при $r = 0$ и $k = 0$ соответственно, $I\left(n, \beta\right) = \int\limits_{\Omega} d^3k \left(2\pi\right)^{-3} \ln\left(1 + n\beta\,\tilde{v}(k)\right)$ – интеграл, устанавливающий связь термодинамических величин с параметрами потенциала $V(r)$.

Выполняя интегрирование по k с Фурье-образом (2) в правой части (4), имеем

$$I\left(x\right) = I\left(n, \beta\right) = \left(a^3\big/3\pi\sqrt{2}\right) \cdot I_0\left(x\right), \qquad (5)$$

где $I_0(x) = p^3(x) + g^3(x) - (1+\delta^3)$, $p(x) = \left(\left(K_1(x) + Q(x)\right)/2\right)^{1/4}$,

$g(x) = \left(\left(K_1(x) - Q(x)\right)/2\right)^{1/4}$, $Q(x) = \sqrt{K_1^2(x) - 4K_2(x)}$,

$K_1(x) = 1 + \delta^4 + xd$, $K_2(x) = \delta^4(1 + xD)$, $w = A/a^4$, $D = 1 - \varepsilon/\delta^4$,

$d = 1 - \varepsilon$.

Здесь и далее зависимость от n и β ради сокращения записей обозначена через $x = n\beta w$.

Заметим, что введенные после формулы (5) вспомогательные функции содержат безразмерные параметры ε и δ. Поэтому указанная задача определения оптимальных значений A, a, B, b может быть сведена к нахождению точки $(\varepsilon_0, \delta_0)$ в области устойчивости потенциала (рис.1), минимизирующей отклонения результатов расчета от данных измерений. Пользуясь обычной техникой термодинамики, из свободной энергии нетрудно найти уравнение состояния

$$P = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = \frac{n}{\beta} + \frac{n^2 \tilde{v}_0}{2} - \frac{C}{\beta} J(x), \tag{6}$$

где $C = a^3/6\pi\sqrt{2}$, $J(x) = I_0(x) - n \cdot \partial I_0(x)/\partial n$.

Величина $x_c = n_c \beta_c w$ является решением системы уравнений, определяющих критическое состояние вещества

$$\begin{cases} \left(\dfrac{\partial P}{\partial n}\right)_c = \dfrac{1}{\beta_c}\left(1 + x_c D + C\dfrac{x_c^2}{n_c} J_1(x_c)\right) = 0, \\ \left(\dfrac{\partial^2 P}{\partial n^2}\right)_c = w\left(D + C\dfrac{x_c}{n_c}\left(J_1(x_c) + x_c J_2(x_c)\right)\right) = 0, \end{cases} \tag{7}$$

($J_1(x) = I_0''(x)/(\beta\tilde{v}_0)^2$, $J_2(x) = I_0'''(x)/(\beta\tilde{v}_0)^3$, $q = q(x) = \sqrt{1 + xD}$, $I_0''(x)$, $I_0'''(x)$ — производные по n, индекс «с» соответствует критической точке (КТ)), которая сводится к нелинейному уравнению

$$J_1(x_c) + x_c q_c^2 J_2(x_c) = 0, \tag{8}$$

где $q_c = q(x_c) = \sqrt{1 + x_c D}$.

Входящие в (8) величины $J_1\left(x_c\right)$ и $J_2\left(x_c\right)$ являются функциями ε и δ, поскольку при последовательном дифференцировании $I_0\left(x\right)$ по n соответствующие степени множителя $\beta_c\tilde{v}_0$ сокращаются. Поэтому корень x_c уравнения (8) зависит только от ε и δ.

Очевидно, что расчет свойств в каждой точке области устойчивости и выбор среди них одной или нескольких точек, отвечающих условию минимума суммы погрешностей свойств, не представляется возможным. Однако авторам удалось исследовать термодинамику модельной системы в двух предельных случаях: $\delta \to 0\left(\varepsilon \to 0\right)$ и $\delta \to \infty\left(\varepsilon \to \infty\right)$.

Зададим уравнения связи между ε и δ в области устойчивости, определяемой верхней её границей, в виде $\varepsilon = K_0\delta^4$ при $\delta \to 0$ и $\varepsilon = K_\infty\delta$ при $\delta \to \infty$, ($K_0, K_\infty \in \left(0;1\right)$). Этот шаг позволяет построить аналитические формулы, по которым осуществляется расчет свойств и, следовательно, избежать трудностей, связанных с дискретным характером вычислений в отдельных точках интересующей области.

Интегралы $J\left(x_c\right)$, $J_1\left(x_c\right)$, $J_2\left(x_c\right)$ подвергнем разложению по степеням δ с учетом связи $\varepsilon = K_0\delta^4$ ($\varepsilon = K_\infty\delta$), и сохраняя в разложении неисчезающие при $\delta \to 0$ ($\delta \to \infty$) члены, получим асимптотически точные выражения

$$J\left(x_c\right) = \frac{4 + x_c}{4\left(1 + x_c\right)^{1/4}} - 1,\ J_1\left(x_c\right) = -\frac{3}{16\left(1 + x_c\right)^{5/4}},\ J_2\left(x_c\right) = \frac{15}{64\left(1 + x_c\right)^{9/4}} \quad (9)$$

Следует обратить внимание на совпадение выражений для $J\left(x_c\right)$, $J_1\left(x_c\right)$, $J_2\left(x_c\right)$ в обоих предельных случаях. На самом деле они различны, поскольку входящая в эти интегралы величина $x_c = n_c\beta_c w$ является решением уравнений, получаемых из (8) в соответствующих пределах и представленных ниже вместе с положительными корнями

$$5\left(1 - K_0\right)x_c^2 + x_c - 4 = 0,\quad x_c\left(K_0\right) = \frac{\sqrt{1 + 80\left(1 - K_0\right)} - 1}{10\left(1 - K_0\right)},\ \delta \to 0,\quad (10)$$

$$5 \cdot x_c^2 + x_c - 4 = 0\,,\quad x_c = 4/5\,, \delta \to \infty\,. \qquad (11)$$

Возникающие отличия связаны с присутствующим в уравнении (8) параметром $D = 1 - \varepsilon/\delta^4$, который в нулевом пределе равен $D_0 = 1 - K_0$, а в бесконечном $D_\infty = 1$, поскольку $\varepsilon/\delta^4 = K_\infty \delta/\delta^4 = K_\infty/\delta^3 \to 0$. Отрицательные корни уравнений (10) и (11) не имеют смысла, т.к. $w = A/a^4 > 0$. Заметим, что случай бесконечного предела эквивалентен модели с «простейшим» ОСЦ-П, исследование которой выполнено в [1].

Покажем теперь, что предельные переходы $\delta \to 0$ ($\delta \to \infty$) приводят к доминированию первого слагаемого в потенциале (1). Так как все величины, входящие в правую часть формулы $a^3 = -6\pi\sqrt{2} q_c^2 n_c / x_c^2 J_1(x_c)$, полученной первого уравнения системы (7), конечны, то и параметр $A = x_c a^4 / n_c \beta_c$ является конечным. Если $\delta \to 0$ и $\varepsilon = K_0 \cdot \delta^4 \to 0$, то и параметры $B = \varepsilon A \to 0$, $b = \delta a \to 0$. Тогда второе слагаемое в формуле (1) обращается в нуль

$$\lim_{\delta \to 0} v_B(r) = \frac{A \cdot K_0}{4\pi r a^2} \lim_{\delta \to 0} \left[\delta^2 \exp\left(-\frac{\delta a r}{\sqrt{2}} \right) \sin\left(\frac{\delta a r}{\sqrt{2}} \right) \right] = 0\,.$$

Поэтому потенциал (1) в нулевом пределе принимает вид:

$$v(r) = v_A(r, K_0) = \frac{A(K_0)}{4\pi r a^2(K_0)} \exp\left(-\frac{a(K_0) r}{\sqrt{2}} \right) \sin\left(\frac{a(K_0) r}{\sqrt{2}} \right) \qquad (12)$$

а следующие ниже расчеты относятся к случаю нулевого предела.

Действуя аналогично, можно показать, что при $\delta \to \infty$ и $\varepsilon = K_\infty \cdot \delta \to \infty$ $\lim_{\delta \to \infty} v_B(r) = 0$, а потенциал (1) совпадает с «простейшим» ОСЦ-П, который конструктивно подобен потенциалу (12) с параметрами A, a независящими от K_∞.

Здесь уместным будет замечание о том, что аналогичная ситуация имеет место при $\delta \to 0$ и $\delta \to \infty$, когда $V(r) = V_A(r) + V_B(r)$. Однако в первом случае сохраняется $V_A(r)$, а во втором — $V_B(r)$. В обоих случаях, которые во всех деталях описаны в [2,3], параметры лидирующих частей потенциала регулируются варьируемым параметром K, соответствующим каждому пределу. В бесконечном пределе потенциал имеет вид

$$v_B(r)=\frac{B(K_L)}{4\pi r b^2(K_L)}\exp\left(-\frac{b(K_L)r}{\sqrt{2}}\right)\sin\left(\frac{b(K_L)r}{\sqrt{2}}\right), \quad (13)$$

где $b(K_L)=4\left(\frac{\pi q_c^2 n_c}{\sqrt{2}x_c^2K_L^2}\left(q_c^2-x_c\right)^{5/4}\right)^{1/3}$, $B(K_L)=\frac{x_cK_L}{n_c\beta_c}b^4(K_L)$,

x_c – корень квадратного уравнения $5K_L(1+K_L)x_c^2+K_Lx_c-4=0$ [2].

На рисунке 2 представлены «предельные» потенциалы (12) при различных K_0, «простейший» ОСЦ-П (потенциал (1) при $\delta\to\infty$), а так же потенциал (13) при $K_L=0.94$, рассчитанные для аргона.

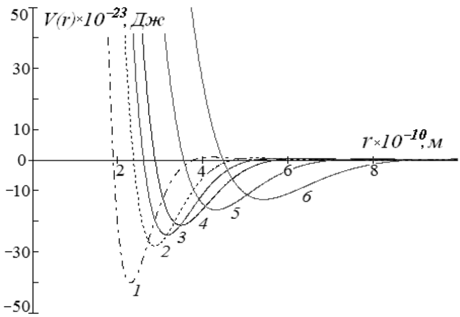


Рис.2. «Предельные» потенциалы взаимодействия:
1– потенциал (13) при $K_L=0.94$; потенциал (12): 2– при $\delta\to\infty$ («простейший» ОСЦ-П); 3– при $K_0=0.2745$; 4– при $K_0=0.5$; 5– при $K_0=0.8$; 6– при $K_0=0.95$.

Расчет фазовых диаграмм – теория и эксперимент. Расчет теплофизических свойств выполняется стандартными методами термодинамики с привлечением УС, получаемого подстановкой первого из выражений (9) в (6). Для определения плотности системы $\omega=n/n_c$ при температуре $\tau=T/T_c$ и давлении $\Pi=P/P_c$ с целью построения температурных зависимостей свойств в надкритической области асимптотическое УС, содержащее параметр K_0, удобно представить в безразмерной форме:

$$\Pi(\omega,\tau)=\frac{1}{Z_c}\left(\tau\omega+\frac{x_c D\omega^2}{2}+\frac{q_c^2\cdot\tau}{x_c^2 J_1(x_c)}J(\omega,\tau)\right). \qquad (14)$$

Очевидно, что все представленные ниже выражения для термодинамических функций, связанные с УС (14), зависят от K_0:

– молярная изобарная теплоемкость

$$C_P(\tau)=C_V(\tau)+Z_c R\frac{\tau}{\omega^2}\frac{\left(\partial\Pi/\partial\tau\right)_\omega^2}{\left(\partial\Pi/\partial\omega\right)_\tau}, \qquad (15)$$

где $C_V(\tau)=-T\left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_V=R\left[\frac{3}{2}+\frac{q_c^2\cdot\omega}{J_1(x_c)\tau^2}J_1(\omega,\tau)\right]$,

$$\left(\frac{\partial\Pi}{\partial\omega}\right)_\tau=\frac{1}{Z_c}\left(q^2(\omega,\tau)+\frac{q_c^2\cdot\omega}{J_1(x_c)\tau^2}J_1(\omega,\tau)\right),$$

$$\left(\frac{\partial\Pi}{\partial\tau}\right)_\omega=\frac{\omega}{Z_c}\left(1+\frac{q_c^2}{x_c^2 J_1(x_c)\cdot\omega}\left[J(\omega,\tau)+\left(\frac{x_c\omega}{\tau}\right)^2 J_1(\omega,\tau)\right]\right),$$

– критическая сжимаемость Z_c определяется из уравнения (14) при $\tau=\omega=\Pi=1$,

– скорость звука

$$u(\tau)=\frac{Z_c R}{\omega}\left(\frac{T_c}{M}\right)^{1/2}\left(\frac{\tau}{C_V(\tau)}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial\tau}\right)_\omega^2+\frac{\omega^2}{Z_c R}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial\omega}\right)_T\right)^{1/2}, \qquad (16)$$

где $R=k_B N_A$ - универсальная газовая постоянная,

– коэффициент Джоуля-Томсона

$$\alpha(\tau)=\frac{N_A}{C_P(\tau)n_c\omega}\left[\frac{\tau}{\omega}\frac{\left(\partial\Pi/\partial\tau\right)_\omega}{\left(\partial\Pi/\partial\omega\right)_\tau}-1\right]. \qquad (17)$$

Задача нахождения оптимального значения K_0 для наилучшего воспроизведения экспериментальной картины по совокупности свойств формулируется как задача поиска минимума функции

$$\Phi\left(K_0\right)=\sum_i\left(\frac{1}{X_i^{\exp}}\left(X_i^{\exp}-X_i^{theor}\left(K_0\right)\right)\right)^2, \qquad (18)$$

здесь X_i - величина i - го экспериментального или расчетного свойства системы.

Конкуренция слагаемых, входящих в (18) может привести к существованию минимума функции $\Phi\left(K_0\right)$. Для расчета K_0 использовались следующие экспериментальные значения для аргона в КТ $Z_c=0.292$, $u_c=168.0\,м/с$ [7], $\left(\partial\prod/\partial\tau\right)_c=6.0$ [8], а так же экстремальные значения теплоемкости $C_p^{\max}=2513\,Дж/(кг.К)$, скорости звука $u_p^{\min}=259.0\,м/с$ [7] и коэффициента Джоуля-Томсона $\alpha_p^{\max}=4.26\cdot10^{-6}$ $К/Па$ [9] при давлении $P=10.0\,МПа$. Минимум $\Phi\left(K_0\right)$ достигается в точке $K_0=0.2745$.

На рис.3-6 представлены результаты расчетов зависимостей C_P, u_P, α_P при постоянном давлении $P=10\,МПа$, и скорости звука на бинодали от абсолютной температуры T для трёх модельных систем — модель с потенциалом (1) при $\delta\to0$ и $\delta\to\infty$, и модель с потенциалом (13), а также результаты, полученные по УС Редлиха-Квонга и соответствующие им данные измерений для аргона.

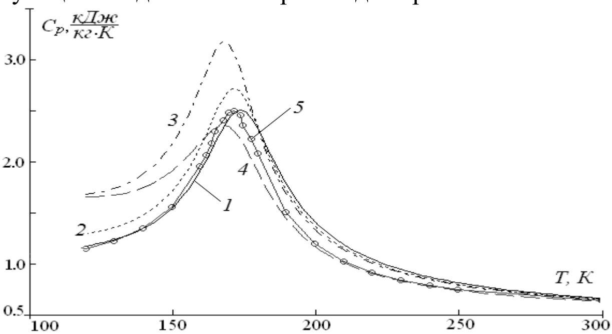


Рис.3. Зависимость $C_P\left(T\right)$ при $P=10\,МПа$ для аргона.

Расчёт: 1 – потенциал (12) при $K_0=0.2745$, 2 – «простейший» ОСЦ-П; 3 – потенциал (13) при $K_L=0.940$, 4 – УС Редлиха-Квонга [10]; 5 – эксперимент [7].

Расчеты изобарной теплоёмкости $C_P\left(T\right)$, выполненные по формуле (15), показаны на рис.3.Видно, что при низких температурах и в окрестности максимума кривая 1, полученная в модели с потенциалом (12) наиболее точно аппроксимирует экспериментальную кривую 5 [7] . Однако точка максимума кривой 1 лежит несколько правее ($T_{\max}^{theor} = 174\,K$) экспериментального значения $T_{\max} = 172\,K$.

Следующей по точности оказывается кривая 2, построенная в бесконечном пределе той же модели. Уравнение Редлиха-Квонга замыкает тройку лидеров, которому уступает модель с «предельным» потенциалом (13) – кривая 3.

Теоретические кривые 1-3 зависимости скорости звука от температуры на рис.4, построенные по результатам моделей с ОСЦ-П качественно воспроизводят данные измерений. Погрешности в окрестности точки минимума $u_P\left(T\right)$ в модели с потенциалом (1) при $\delta \to 0$ и $\delta \to \infty$ показаны в таблице. При увеличении температуры до 400 К погрешности уменьшаются до 5-7%. Кривая 4, построенная по уравнению Редлиха-Квонга хорошо, а в окрестности минимума $u_{\min}$ превосходно, описывает реальную ситуацию.

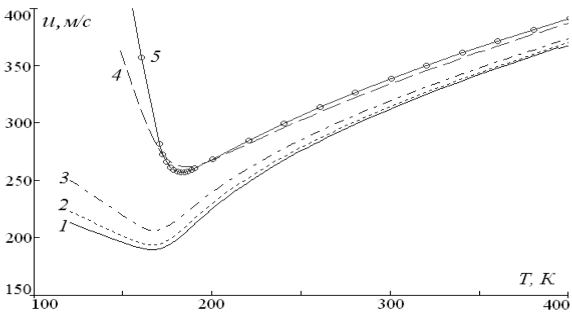


Рис.4. Зависимость скорости звука $u_P\left(T\right)$ при $P = 10\,МПа$ для аргона. Расчёт: 1 – потенциал (12) при $K_0 = 0.2745$, 2 – «простейший» ОСЦ-П, 3 – потенциал (13) при $K_L = 0.940$, 4 – УС Редлиха-Квонга [10]; 5 – эксперимент [7];

Из рис.5, где приведены зависимости коэффициента Джоуля-Томсона от температуры при постоянном давлении, рассчитанные по формуле (17), видно, что все теоретические кривые удовлетворительно воспроизводят данные эксперимента. Однако среди них выделяются две кривые, отвечающие обсуждаемой модели — кривая 1 в окрестности максимума, а кривая 2 при высоких температурах описывают эксперимент с минимальными погрешностями.

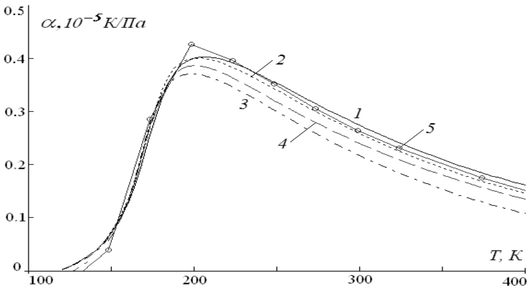


Рис.5. Зависимость коэффициента Джоуля-Томсона α от температуры при $P = 10\ МПа$ для аргона. Расчёт: 1 – потенциал (12) при $K_0 = 0.2745$; 2 – «простейший» ОСЦ-П; 3 – потенциал (13) при $K_L = 0.940$; 4 – УС Редлиха-Квонга [10]; 5 – эксперимент по данным [9];

В таблице 1 приведены относительные погрешности некоторых величин, рассчитанных для трёх моделей с ОСЦ-П и УС Редлиха-Квонга в КТ и надкритической области. Погрешности экстремальных значений $C_P(T)$, $u_P(T)$ и $\alpha_P(T)$ зависимости, которых от температуры при $P = 10\ МПа$ показаны на рис. 3-5, содержатся в последних трёх столбцах.

Таблица 1

Относительные погрешности δX_i^{theor} (%)

Модель	δZ_c	δu_c	$\delta(\partial\Pi/\partial\tau)_c$	δT_B	$\delta C_P^{\max}$	$\delta u_P^{\min}$	$\delta\alpha_P^{\max}$
потенциал (12), $K_0 = 0.2745$	8.62	5.2	0.002	106.2	0.41	26.30	5.41
«прост.» потенциал	6.2	2.9	1.9	71.2	9.0	24.7	6.0
потенциал (13), $K_L = 0.940$	1.3	3.3	8.9	18.7	29.96	20.2	11.4
УС Редлиха-Квонга [10]	14.1	27.9	18.4	5.8	5.4	1.8	6.8

Заметим, что изменение набора свойств или использование результатов других экспериментов для аргона в формуле (18) может привести к корректировке значения $K_0 = 0.2745$ и изменению величин погрешностей, представленных в таблице 1. Вопрос о зависимости значения K_0 от конкретного вещества не исследовался.

Заключение. На основе гауссова приближения для свободной энергии Гельмгольца продемонстрированы предсказательные возможности потенциала взаимодействия с параметрами A, a, B, b, образованного разностью двух, так называемых, «простейших» ОСЦ-П. Задача выбора оптимальных значений A, a, B, b с целью наилучшего воспроизведения совокупности опытных данных до конца проанализирована в случае асимптотически малых и больших δ и ε, и сводится к нахождению только одного варьируемого параметра K_0. В бесконечном пределе ($\delta \to \infty$) модель с упомянутым потенциалом эквивалентна модели с «простейшим» ОСЦ-П, результаты которой достаточно подробно изложены в [1]. Представляет интерес сопоставление результатов модели в случае нулевого предела ($\delta \to 0$), когда сохраняется вариабельность модели, связанная с выбором оптимального значения параметра K_0 для улучшения согласия теории, с выводами, получаемыми в других моделях жидкого состояния и данными экспериментов. К достоинствам рассмотренной модели следует отнести высокую точность расчёта, во-первых, для изобарной $C_P(T)$, во-вторых, для коэффициента Джоуля-Томсона $\alpha_P(T)$ в надкритической области в интервале температур, включающем экстремальные значения этих величин. Однако модель заметно хуже описывает зависимость $u_P(T)$ при постоянном давлении в интервале от 120 до 400 К. Кроме того, расчетное значение температуры Бойля более чем вдвое превышает экспериментальное значение. Поэтому модель оказывается непригодной для описания второго вириального коэффициента. Пределы применимости рассмотренных моделей ограничиваются областью низких температур и высоких давлений, где проявляются эффекты, связанные с многочастичными силами.

Литература

1. *Локтионов И. К.* Применение двухпараметрических осциллирующих потенциалов взаимодействия для описания теплофизических свойств простых жидкостей // ТВТ. 2012. – Т.50. № 6 . – С.760-768.

2. *Локтионов И.К.* Исследование равновесных теплофизических свойств простых жидкостей на основе четырехпараметрического осциллирующего потенциала взаимодействия // ТВТ. 2014. Т.52. № 3 . – С.402-414.

3. *Локтионов И.К.* Прогнозирование равновесных термодинамических свойств простых жидкостей в модели с четырехпараметрическим осциллирующим потенциалом взаимодействия // ЖТФ. 2015. Т.85. вып.3 . – С. 1-10.

4. *Локтионов И.К.* Влияние параметров потенциала взаимодействия на координаты критической точки // Вестник НовГУ. 2013. Т.2. №73. – С.28-33.

5. *Киржниц Д.А., Непомнящий Ю.А.* Когерентная кристаллизация квантовой жидкости // ЖЭТФ. 1970. Т.59. вып. 6(12). – С. 2203-2214.

6. *Захаров А.Ю., Локтионов И.К.* Классическая статистика однокомпонентных систем с модельными потенциалами // ТМФ. 1999. Т. 119. №1. – С. 167.

7. *Stewart R.B., Jacobsen R.T.* Thermodynamical Properties of Argon from the TriplePoint to 1200 K with Pressures to 1000 MPa // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1989. V.18. №2.– P. 639.

8. *Каганер М.Г.* Максимумы термодинамических свойств и переход газа к жидкости в надкритической области // ЖФХ. 1958. Т. XXX11. №2. – С.332-340.

9. Таблицы физических величин. Спр./Под ред. Кикоина И.К. – М.:Атомиздат, 1976. – 1008 с.

10. *Шпильрайн Э.Э., Кессельман П.М.* Основы теории теплофизических свойств веществ. – М.: «Энергия», 1977. – 248 с.

УДК 539.5

ОЦЕНКА ВКЛАДА ТОЧЕЧНЫХ ДЕФЕКТОВ В ВЕЛИЧИНУ ДЕФОРМИРУЮЩИХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ КАНАЛЬНО-УГЛОВОМ ПРЕССОВАНИИ

Малашенко В.В.
ГУ ”Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина”

Аннотация. *Исследовано движение дислокаций в поле хаотически распределенных точечных дефектов при высокоскоростной деформации. Вычислен вклад точечных дефектов в величину деформирующих напряжений.*

Высокоскоростная пластическая деформация является одним из эффективных методов улучшения механических свойств кристаллов ([1], [2]). Такая деформация имеет место, в частности, при ударно-волновом воздействии на металлы, при воздействии на кристаллы лазерными импульсами высокой мощности [3] и при использовании метода динамического канального углового прессования [4].
В ходе этих процессов скорость пластической деформации достигает значений $10^3 - 10^5 s^{-1}$ [4], а изменение механических свойств кристаллов определяется главным образом движением дислокаций и их взаимодействием с элементарными возбуждениями кристалла и потенциальными барьерами, создаваемыми различными дефектами структуры. При этом дислокации движутся со скоростями $v \geq 10^{-2} c$, где c – скорость распространения поперечных звуковых волн в кристалле, и преодолевают эти барьеры без помощи тепловых флуктуаций. Это так называемая динамическая область скоростей. Механизм диссипации при динамическом взаимодействии со структурными дефектами заключается в необратимом переходе кинетической энергии дислокации в энергию ее изгибных колебаний в плоскости скольжения ([5], [6], [7]). Этот механизм весьма чувствителен к виду спектра дислокационных колебаний. При высокоскоростной деформации плотность дислокаций достигает весьма больших значений, а взаимодействие дислокаций между собой приводит к перестройке дислокационного спектра, что в свою очередь облегчает преодоление дислокациями различных точечных дефектов (примесей, междоузельных атомов, вакансий). Влияние этого эффекта на величину примесного вклада в деформирующие напряжения ранее не исследовалось.

Пусть бесконечные краевые дислокации совершают скольжение под действием постоянного внешнего напряжения σ_0 в положительном направлении оси *OX* с постоянной скоростью v в кристалле, содержащем хаотически распределенные точечные дефекты. Линии дислокаций параллельны оси *OZ*, их векторы Бюргерса $\mathbf{b} = (b,\ 0,\ 0)$ одинаковы и параллельны оси *OX*. Плоскости скольжения дислокаций параллельны плоскости *XOZ*. Положение *k*-ой дислокации определяется функцией

$$X_k = vt + w_k \tag{1}$$

Здесь w_k – случайная величина, описывающая изгибные колебания дислокации, возбужденные ее взаимодействием с хаотически распределенными дефектами. Среднее значение этой величины по длине дислокации и по хаотическому распределению дефектов равно нулю.
Уравнение движения *k*-ой дислокации может быть представлено в следующем виде

$$m\left\{\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} - c^2\frac{\partial^2 X}{\partial z^2}\right\} = b\left[\sigma_0 + \sigma_{xy}^d\right] + F_k - B\frac{\partial X}{\partial t} \tag{2}$$

где F_k – сила, действующая на единицу длины *k*-ой дислокации со стороны других дислокаций, σ_{xy}^d – компонента тензора напряжений, создаваемых точечными дефектами на линии дислокации, m – масса единицы длины дислокации (массы всех дислокаций считаем одинаковыми), c – скорость распространения в кристалле поперечных звуковых волн, B – константа демпфирования, обусловленная фононными, магнонными или электронными механизмами диссипации.

Перейдя, как и в работе [5], в систему центра масс дислокации и выполняя преобразование Фурье, получим спектр дислокационных колебаний

$$\omega^2(p_z) = c^2 p_z^2 + \Delta_{dis}^2 \tag{3}$$

$$\Delta_{dis} = \sqrt{\frac{2\pi^3 c^2 \xi}{3(1-\gamma)\ln\dfrac{L}{b}}}\ , \tag{4}$$

где L – расстояние порядка размера кристалла, γ – коэффициент Пуассона, ξ – плотность дислокаций.

Воспользовавшись методами, развитыми ранее в работах ([5], [6], [7]), определим вклад точечных дефектов в величину деформирующего напряжения по формуле

$$\sigma_d = < \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial X} G \sigma_{xy} > , \qquad (5)$$

где G – функция Грина уравнения (2), символ <…> означает усреднение по длине дислокации и случайному расположению дефектов.

Выполняя вычисления, получим выражение для величины σ_d в динамической области

$$\sigma_d = \frac{(1-\gamma) n_0 \chi^2 \mu^2 \dot{\varepsilon}}{2\pi^2 m c^3 b \xi^2} \ln \frac{L}{b} \qquad (6)$$

где χ – параметр несоответствия дефекта, μ – модуль сдвига, $\dot{\varepsilon}$ – скорость деформации, n_0 – безразмерная концентрация дефектов, которая связана с объемной концентрацией дефектов n соотношением $n_0 = nb^3$. Как следует из полученной формулы, примесный вклад в этом случае убывает обратно пропорционально квадрату плотности дислокаций.

Полученная формула показывает, что повышение плотности дислокаций, а, следовательно, и усиление их взаимодействия между собой в результате взаимного сближения облегчает динамическое преодоление дислокациями точечных дефектов. Как было отмечено выше, механизм диссипации заключается в переходе кинетической энергии дислокации в энергию ее поперечных колебаний. Сильное взаимодействие дислокаций между собой создает щель в дислокационном спектре, что затрудняет возбуждение этих колебаний и снижает энергетические потери при прохождении точечных дефектов.

Оценим плотность дислокаций, при которой рассматриваемый динамический эффект может быть существенным. Поскольку характерная скорость $v \approx b\Delta_{dis} \approx cb\sqrt{\xi} \approx 10^{-2} c$, получим, что для типичных значений $b = 3 \cdot 10^{-10}$ м, $c = 3 \cdot 10^3$ м/с плотность дислокаций по порядку величины $\xi = 10^{14} - 10^{15}$ м$^{-2}$. Такие плотности дислокаций достигаются при высокоскоростной деформации, создаваемой ударно-волновым нагружением и динамическим канальным угловым прессованием [4].

Выполним оценку вклада точечных дефектов в величину деформирующих напряжений. Для типичных значений $\mu = 5 \cdot 10^{10}$ Па, $c = 3 \cdot 10^3$ м/с, $\chi = 10^{-1}$, $b = 3 \cdot 10^{-10}$ м, $\xi = 10^{14}$ м$^{-2}$, $n_0 = 3 \cdot 10^{-3}$, $\gamma = 0.3$, $\dot{\varepsilon} = 10^5$ s^{-1} получим $\sigma_d \approx 10^8$ Па, т.е. вклад примесей может составлять десятки процентов.

Рассмотренный выше случай реализуется, когда междислокационное взаимодействие оказывает доминирующее влияние на формирование спектра дислокационных колебаний. Однако при очень высокой концентрации точечных дефектов именно их коллективное воздействие на дислокации становится главным фактором при формировании спектра. Это происходит при значениях концентрации, удовлетворяющих условию:

$$n_0 > \frac{\left(\xi b^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\chi^2} \qquad (7)$$

В случае высокоскоростной деформации это значения концентрации $n_0 = 10^{-1} - 10^{-2}$. Тогда вклад точечных дефектов определяется выражением:

$$\sigma_d = \frac{\pi n_0^{\frac{1}{3}} \chi^{\frac{2}{3}} \mu^2 b \dot{\varepsilon}}{3mc^3 \xi} \qquad (8)$$

Проведенный анализ показывает, что при высокоскоростной деформации, с одной стороны, точечные дефекты способны оказывать существенное влияние на процесс пластической деформации, с другой стороны, рост плотности дислокаций снижает это влияние.

Литература

1. Lee J.,Veysset D.,Singer J.,Retsch M.,Saini G.,Pezeril T.,Nelson K., Thomas E. High strain rate deformation of layered nanocomposites // Nature Communications. 2012. No. 3.P.1164.
2. Hallberg H., Ryttberg K., Ristinmaa M. Model Describing Material-Dependent Deformation Behavior in High Velocity Metal Forming Processes // ASCE J. Eng. Mech. 2009. V. 135, N. 4, P. 345-357.
3. Tramontina D., Bringa E., Erhart P., Hawreliak J., Germann T., Ravelo R., Higginbotham A., Suggit M., Wark J., Park N., Stukowski A., Tang Y. Molecular dynamics simulations of shock-induced plasticity in tantalum // High Energy Density Physics. 2014. V. 10. P. 9-15.
4. Бородин И.Н., Майер А.Е.. Локализация пластической деформации в процессе динамического канального углового прессования // ЖТФ. 2013. Т. 83, № 8. С. 76-80.
5. Малашенко В.В. Коллективное преодоление дислокациями точечных дефектов в динамической области // ФТТ. 2014. Т. 56, № 8. С. 1528–1530.
6. Малашенко В.В. Особенности динамики дислокаций в облученных металлах и сплавах с гигантской магнитострикцией // ПЖТФ. 2012. Т. 38, № 19. С. 61-65.
7. Malashenko V.V. Dynamic drag of edge dislocation by circular prismatic loops and point defects// PhysicaB: Phys. Cond. Mat. 2009. V. 404, № 2. P. 3890-3892.

УДК 539.5

АНАЛИЗ ОБЛАСТИ ДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ДЕФЕКТОВ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ

Малашенко В.В.,
ГУ "Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина"
Малашенко Т.И.
Донецкий национальный технический университет

Аннотация. *Исследовано движение ансамбля краевых дислокаций в условиях высокоскоростной деформации кристалла с высокой концентрацией точечных дефектов. Получены условия существования области динамической неустойчивости дислокационного движения. Показано, что существование такой области и ее границы определяются соотношением концентрации точечных дефектов и плотности дислокаций.*

Пластическая деформация при определенных условиях может иметь неустойчивый скачкообразный характер. Физической причиной этого явления является разупрочнение кристалла, обусловленное, в частности, аномальным характером дислокационного торможения (отрицательное трение) [1, 2]. В настоящее время все более широкое применение находят процессы, при которых материалы подвергаются высокоскоростной деформации. Такая деформация имеет место, в частности, при ударно-волновом воздействии на металлы [3–5], при воздействии на кристаллы лазерными импульсами высокой мощности [6–8], при использовании метода динамического канального углового прессования [9, 10] и при высокоскоростной обработке[11, 12]. При этом скорость пластической деформации достигает значений $10^3 - 10^7 s^{-1}$ [4, 9], а дислокации совершают надбарьерное скольжение и движутся со скоростями $v \geq 10^{-2} c$, где c – скорость распространения поперечных звуковых волн в кристалле [13]. При таких скоростях аномальное торможение дислокаций (т.е. снижение силы торможения при увеличении скорости) может возникать при высокой концентрации точечных дефектов в области их независимого взаимодействия с дислокацией [14–16].

В работе [17] исследовалось движение одиночной дислокации в кристаллах с большим содержанием точечных дефектов, в работе [18] – движение дислокационной пары в таких кристаллах. Механизм диссипации при надбарьерном скольжении дислокации в упругом поле дефектов заключается в необратимом переходе кинетической энергии дислокации в энергию ее изгибных колебаний в плоскости скольжения, а потому весьма чувствителен к виду спектра дислокационных колебаний [14–16]. При указанных выше методах высокоскоростного воздействия на кристаллы плотность дислокаций значительно возрастает, расстояние между ними уменьшается, в результате чего именно междислокационное взаимодействие вносит главный вклад в формирование щели дислокационного спектра [19]. Возникаюшая в этом случае динамическая неустойчивость дислокационного движения и условия ее существования ранее не исследовались, их анализ является целью настоящей работы.

Рассмотрим движение ансамбля бесконечных краевых дислокаций с плотностью ρ под действием постоянного внешнего напряжения σ_0 в положительном направлении оси *OX* с постоянной скоростью v в кристалле, содержащем хаотически распределенные точечные дефекты. Линии дислокаций параллельны оси *OZ*, их векторы Бюргерса $\mathbf{b} = (b,\ 0,\ 0)$ одинаковы и параллельны оси *OX*. Плоскость скольжения дислокаций совпадает с плоскостью *XOZ*. Положение *k*-ой дислокации определяется функцией

$$X_k(y=0,z,t) = vt + w_k(y=0,z,t) \tag{1}$$

Здесь $w_k(y=0,z,t)$ – случайная величина, описывающая изгибные колебания дислокации, возбужденные ее взаимодействием с хаотически распределенными дефектами. Среднее значение этой величины по длине дислокации и по хаотическому распределению дефектов равно нулю.

Уравнение движения *k*-ой дислокации может быть представлено в следующем виде

$$m\left\{\frac{\partial^2 X_k}{\partial t^2} - c^2\frac{\partial^2 X_k}{\partial z^2}\right\} = b\left[\sigma_0 + \sigma_{xy}^d\right] + F_k - B\frac{\partial X_k}{\partial t} \tag{2}$$

где σ_{xy}^{d} – компонента тензора напряжений, создаваемых точечными дефектами на линии дислокации, m – масса единицы длины дислокации (массы всех дислокаций считаем одинаковыми), c – скорость распространения в кристалле поперечных звуковых волн, B – константа демпфирования, обусловленная фононными, магнонными или электронными механизмами диссипации, F_k – сила, действующая на дислокацию со стороны других дислокаций ансамбля.

Воспользовавшись методами, развитыми ранее в работах [14–19], получим выражение для полной силы торможения дислокации в виде

$$F = F_d + Bv = \frac{B_d v}{1+\dfrac{v^2}{v_0^2}} + Bv \qquad (3)$$

Здесь F_d – вклад в силу торможения, обусловленный рассеянием энергии движущейся дислокации точечными дефектами. Формально это выражение имеет тот же вид, что и сила торможения при скольжении одиночной дислокации [17] и дислокационной пары [18]. Однако в рассматриваемом нами случае константа демпфирования B_d и скорость v_0 имеют совершенно иной вид и являются функциями плотности дислокаций

$$B_d = \frac{2(1-\gamma)n_0\chi^2\mu}{\rho bc}; \qquad (4)$$

$$v_0 = b^2\sqrt{\frac{\pi\mu\rho}{6(1-\gamma)m}} \approx bc\sqrt{\rho} \qquad (5)$$

Здесь γ – коэффициент Пуассона, μ – модуль сдвига, χ – параметр несоответствия дефекта, n_0 – безразмерная концентрация точечных дефектов, которая связана с объемной концентрацией дефектов n соотношением $n_0 = nb^3$.

Как следует из формул (4), (5), с ростом дислокационной плотности сила торможения дислокации снижается, а положение максимума смещается в сторону более высоких скоростей.

Скорость v_1 соответствует значению, при котором фононные механизмы торможения начинают преобладать над торможением на дефектах. Эта скорость не зависит от плотности дислокаций и определяется таким же выражением, как и в работах [17, 18].

$$v_1 = v_0\sqrt{\frac{B_d}{B}} = 2\pi\chi\sqrt{\frac{(1-\gamma)n_0\mu bc}{3B}} \tag{6}$$

Как и в работах [17, 18], два экстремума на графике скоростной зависимости силы торможения могут существовать только при выполнении условия $B_d > 8B$, т.е. при высокой концентрации точечных дефектов. В нашем случае это условие примет вид

$$\frac{(1-\gamma)n_0\chi^2\mu}{4Bbc\rho} > 1 \tag{7}$$

Воспользовавшись данными [4, 19], выполним численные оценки.Для значений $\mu = 5\cdot 10^{10}$ Pa, $c = 3\cdot 10^{3}$ m/s, $\chi = 10^{-1}$, $b = 3\cdot 10^{-10}$ m, $\rho = 10^{15}\,\mathrm{m}^{-2}$, $n_0 = 5\cdot 10^{-4}$, $\gamma = 0.3$, $B = 10^{-5}\,\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{s}$ это условие выполняется, при этом $v_0 = 30\mathrm{m/s}$, $v_1 = 460\mathrm{m/s}$, $B_d = 10^{-4}\,\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{s}$.

Кроме того, важную роль при возникновении *N*-образной скоростной зависимости играет нелинейность спектра дислокационных колебаний, а именно возникновение спектральной щели. Щель в спектре дислокационных колебаний может возникать как в результате коллективного взаимодействия дефектов с дислокацией, так и в результате взаимодействия дислокаций между собой. В первом случае, согласно [17], вклад дефектов в формирование этой щели имеет вид

$$\Delta = \Delta_{def} = \frac{c}{b}\left(n_0\varepsilon^2\right)^{1/3} \approx \frac{c}{l_{def}}, \tag{8}$$

где l_{def} – среднее расстояние между точечными дефектами, случайным образом распределенными в объеме кристалла.

Вклад дислокационного взаимодействия определяется, согласно [19], следующим выражением

$$\Delta_{dis} = \pi b\sqrt{\frac{\mu\rho}{6\pi(1-\chi)m}} \approx c\sqrt{\rho} \approx \frac{c}{l_{dis}}, \tag{9}$$

где l_{dis} – среднее расстояние между дислокациями.

Как было отмечено в работе [19], влияние междислокационного взаимодействия на формирование щели будет доминирующим при выполнении условия $\Delta_{dis} > \Delta_{def}$, которое приближенно можно представить в виде

$$\rho > \frac{1}{b^2}\left(n_0\varepsilon^2\right)^{2/3} \tag{10}$$

При выполнении этого условия скоростная зависимость силы торможения будет иметь вид, представленный на рисунке 1. Для типичных значений $\varepsilon = 10^{-1}$, $b = 3\cdot10^{-10}$ m, $n_0 = 10^{-4}$ это условие выполняется, если плотность дислокаций $\rho = 10^{15}\,\mathrm{m}^{-2}$ и более.

Таким образом, выполнение условия (7) приводит к возникновению области неустойчивости дислокационного движения, а при выполнении условия (10) величина этой области будет определяться плотностью дислокаций.

Если же условие (7) не выполняется, сила торможения будет монотонно возрастать с увеличением скорости и область динамической неустойчивости будет отсутствовать. В этом случае вклад точечных дефектов в величину деформирующих напряжений может быть представлен в виде

$$\sigma_d = \frac{(1-\gamma)n_0\chi^2\mu^2\dot{\varepsilon}}{2\pi^2 mc^3 b\rho^2}\ln\frac{L}{b} \approx \frac{n_0\chi^2\mu\dot{\varepsilon}}{cb^3\rho^2} \tag{11}$$

где $\dot{\varepsilon}$ – скорость деформации, L – расстояние порядка размера кристалла. Как следует из полученной формулы, влияние точечных дефектов в этом случае убывает обратно пропорционально квадрату плотности дислокаций.

Выполним численную оценку σ_d. Для значений $\mu = 5\cdot10^{10}$ Pa, $c = 3\cdot10^3$ m/s, $\chi = 10^{-1}$, $b = 3\cdot10^{-10}$ m, $\rho = 10^{15}\,\mathrm{m}^{-2}$, $n_0 = 5\cdot10^{-4}$, $\dot{\varepsilon} = 3\cdot10^6\,\mathrm{s}^{-1}$ получим $\sigma_d = 10^7$ Pa .

Таким образом, при высокоскоростной деформации кристаллов с высокой концентрацией точечных дефектов возможно возникновение области неустойчивости дислокационного движения, а ее существование и размеры определяются соотношением концентрации дефектов и плотности дислокаций.

Литература

1. Сарафанов Г.Ф. ФТТ **43**, 1041 (2001).
2. Коттрелл А.Х. Дислокации и пластическое течение в кристаллах. Металлургиздат, М. (1958). 768 с.
3. Малыгин Г.А., Огарков С.Л., Андрияш А.В. ФТТ, **56**, 1123 (2014).
4. Красников В.С., Куксин А.Ю., Майер А.Е., Янилкин А.В. ФТТ **52**, 1295 (2010).
5. Канель Г.И., Фортов В.Е., Разоренов С.В. УФН**177**, 809 (2007).
6. Малыгин Г.А., ФТТ, **57**, 75 (2015).
7. Tramontina D., Bringa E., Erhart P., Hawreliak J., Germann T.,
8. Ravelo R., Higginbotham A., Suggit M., Wark J., Park N., Stukowski A., Tang Y.High Energy Density Physics **10**, 9 (2014).
9. [8] M.A. Meyers, H. Jarmakani, E.M. Bringa, B.A. Remington. Dislocation in Solids. V. 15 / Ed. J.P. Hirth, L. Kubin, B.V. Elsevier (2009). Ch. 89. P. 96.
10. Бородин И.Н., Майер А.Е. ЖТФ **83**, 76 (2013).
11. Зельдович В.И., Шорохов Е.В., Добаткин С.В., Фролова Н.Ю., Хейфец А.Э., Хомская И.В., Насонов П.А., Ушаков А.А. ФММ **111**, 439 (2011).
12. Куксин А.Ю., Янилкин А.В. ДАН **413**, 615 (2007).
13. Шпейзман В.В., Николаев В.И., Смирнов Б.И., Лебедев А.Б., Ветров В.В., Пульнев С.А., Копылов В.И., ФТТ 52, 1295 (2010).
14. Куксин А.Ю., Стегайлов В.В., Янилкин А.В. ДАН**420**, 467(2008).
15. Malashenko V.V., Physica B: Phys. Cond. Mat. **404**, 3890 (2009).
16. Малашенко В.В., Белых Н.В., ФТТ **55**, 504 (2013).
17. Малашенко В.В.ПЖТФ **38**, 61 (2012).
18. Малашенко В.В.ФТТ **49**, 78 (2007).
19. Малашенко В.В.ФТТ **48**, 433 (2006).
20. Малашенко В.В.ФТТ **56**, 1528 (2014).

УДК 539.5

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОЛЛЕКТИВНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СТРУКТУРНЫХ ДЕФЕКТОВ В ДИНАМИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ

Малашенко В.В.,

ГУ "Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина"

Малашенко Т.И.

Донецкий национальный технический университет

Аннотация. *Предложен механизм коллективного преодоления точечных дефектов дислокациями при надбарьерном скольжении. Показано, что междислокационное взаимодействие облегчает преодоление точечных дефектов при высокой плотности дислокаций.*

Особенности протекания пластической деформации и формирования целого ряда механических свойств реальных кристаллов определяются поведением дислокационных ансамблей. Исследованию динамических свойств этих ансамблей, их колебательных спектров и коллективных эффектов, возникающих при их движении, посвящено значительное количество работ [1–10].

На движение дислокационных ансамблей существенное влияние оказывает наличие различных структурных несовершенств, в частности точечных дефектов (примесей, вакансий, междоузельных атомов). Медленно движущиеся дислокации преодолевают потенциальные барьеры, созданные такими дефектами, с помощью термических флуктуаций. Кинетическая энергия быстро движущихся дислокаций превосходит высоту энергетических барьеров, такие дислокации преодолевают препятствия без термических флуктуаций. Это так называемая динамическая область скоростей, нижняя граница которой определяется неравенством $v \geq 10^{-2}c$, где $c-$ скорость распространения поперечных звуковых волн в кристалле [11].

В последние годы отмечается повышение интереса к исследованию движения дислокаций в динамической области, что обусловлено важностью понимания процессов, происходящих в кристаллах при высокоскоростной обработке [12, 13], под действием ударных нагрузок [14–16], в частности, создаваемых коротковолновым лазерным излучением огромной мощности [17–19], а также при использовании взрыва для обработки и сварки металлов [20, 21].

Торможение дислокаций в этой области в значительной степени определяется перекачкой энергии от дислокации к различным элементарным возбуждениям в кристалле, однако при высокой концентрации примесей и других дефектов решетки динамическое взаимодействие дислокации с этими дефектами становится весьма существенным и оказывает значительное влияние на ее подвижность, а также свойства кристаллов, обусловленные дислокационным движением.

Как было отмечено выше, существенное влияние на динамическое движение дислокаций оказывает их взаимодействие со структурными дефектами. В динамической области механизм диссипации заключается в необратимом переходе кинетической энергии дислокации в энергию ее изгибных колебаний в плоскости скольжения [22–27]. Этот механизм весьма чувствителен к виду спектра дислокационных колебаний, который испытывает существенные изменения в результате взаимодействия дислокаций ансамбля между собой. При высокой плотности дислокаций такое взаимодействие приводит к появлению специфического коллективного эффекта преодоления дислокациями точечных дефектов в динамической области, который ранее не изучался и является предметом исследования данной работы.

Пусть бесконечные краевые дислокации совершают скольжение под действием постоянного внешнего напряжения σ_0 в положительном направлении оси *OX* с постоянной скоростью v (рисунок 1) в кристалле, содержащем хаотически распределенные точечные дефекты. Линии дислокаций параллельны оси *OZ*, их векторы Бюргерса $\mathbf{b} = (b,\ 0,\ 0)$ одинаковы и параллельны оси *OX*. Плоскость скольжения дислокаций совпадает с плоскостью *XOZ*. Положение *k*-ой дислокации определяется функцией

$$X_k(y=0,z,t) = vt + w_k(y=0,z,t) \tag{1}$$

Здесь $w_k(y=0,z,t)$ – случайная величина, описывающая изгибные колебания дислокации, возбужденные ее взаимодействием с хаотически распределенными дефектами. Среднее значение этой величины по длине дислокации и по хаотическому распределению дефектов равно нулю. Будем считать, что все дислокации расположены эквидистантно, расстояние между соседними дислокациями равно *a*. Тогда сила, действующая на единицу длины *k*-ой дислокации со стороны других дислокаций, равна

$$F_k = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Mb^2}{na + w_k} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Mb^2}{na - w_k}\,, \tag{2}$$

где $M = \dfrac{\mu}{2\pi(1-\nu)}$, μ – модуль сдвига, ν – коэффициент Пуассона.

После несложных преобразований получим

$$F_k = -2Mb^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{w_k}{n^2 a^2 \left(1 - \dfrac{w_k^2}{n^2 a^2}\right)} \approx -\lambda^2 w_k \tag{3}$$

$$\lambda^2 = \frac{Mb^2 \pi^2}{3a^2} \tag{4}$$

Здесь учтено, что $w_k << a$ и, кроме того, согласно [28], сумма ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} \tag{5}$$

Уравнение движения k-ой дислокации может быть представлено в следующем виде

$$m\left\{\frac{\partial X^2}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 X}{\partial z^2}\right\} = b\left[\sigma_0 + \sigma_{xy}^d\right] + F_k - B\frac{\partial X}{\partial t} \tag{6}$$

где σ_{xy}^d – компонента тензора напряжений, создаваемых точечными дефектами на линии дислокации, m – масса единицы длины дислокации (массы всех дислокаций считаем одинаковыми), c – скорость распространения в кристалле поперечных звуковых волн, B – константа демпфирования, обусловленная фононными, магнонными или электронными механизмами диссипации. Здесь, как и в работах [22–27, 29], будем считать выполненным условие $\left[Bbv/(mc^2)\right] << 1$, позволяющее пренебречь влиянием константыB на силу торможения дислокации структурными дефектами.

Сила динамического торможения движущейся краевой дислокации точечными дефектами согласно [22–27], может быть вычислена по формуле

$$F_d = \frac{nb^2}{8\pi^2 m} \int d^3 q |q_x| \cdot \left|\sigma_{xy}^d(\mathbf{q})\right|^2 \delta(q_x^2 v^2 - \omega^2(q_z)) \tag{7}$$

где $\omega(q_z)$ – спектр дислокационных колебаний, n – объемная концентрация дефектов.

Для нахождения спектра колебаний дислокации перейдем в систему центра масс дислокации и выполним преобразование Фурье. В результате получим

$$\omega^2(q_z) = c^2 q_z^2 + \Delta_{dis}^2 \tag{8}$$

$$\Delta_{dis} = \frac{\pi b}{a}\sqrt{\frac{M}{3m}} = \frac{c}{a}\sqrt{\frac{2\pi^3}{3(1-\nu)\ln\frac{L}{b}}} \approx \frac{c}{a}\,, \tag{9}$$

где L – расстояние порядка размера кристалла.

Конечно, в реальном кристалле дислокации не могут располагаться эквидистантно, и порядок величины щели в дислокационном спектре будет определяться средним расстоянием между дислокациями, которое в свою очередь зависит от плотности дислокаций: $a = \frac{1}{\sqrt{\rho}}$. Таким образом, величина спектральной щели увеличивается с ростом плотности дислокаций

$$\Delta_{dis} = \pi b\sqrt{\frac{M\rho}{3m}} \approx c\sqrt{\rho} \tag{10}$$

Используя результаты и методику работ [22–27], получим выражение для силы торможения дислокации точечными дефектами в динамической области

$$F_d = \frac{\pi n_0 b \mu^2 \varepsilon^2}{3mc\Delta_{dis}^2} v = 2(1-\nu) n_0 \varepsilon^2 \mu b \left(\frac{a}{b}\right)^2 \frac{v}{c} = \frac{2(1-\nu) n_0 \varepsilon^2 \mu}{\rho b c} v \tag{11}$$

где ε – параметр несоответствия дефекта, n_0 – безразмерная концентрация дефектов, $n_0 = nb^3$.

Из этой формулы следует, что с ростом плотности дислокаций сила их динамического торможения точечными дефектами уменьшается, т.е. дислокация, находящаяся в ансамбле, преодолевает дефекты легче, чем одиночная. Чтобы объяснить этот факт, вспомним, что исследуемый механизм диссипации заключается в переходе кинетической энергии дислокации в энергию ее поперечных колебаний. Взаимодействие дислокаций между собой приводит к возникновению щели в дислокационном спектре, что затрудняет возбуждение этих колебаний.

Оценим плотность дислокаций, при которой рассматриваемый эффект коллективного преодоления дефектов будет существенным в динамическом диапазоне скоростей. Поскольку характерная скорость $v \approx b\Delta_{dis} \approx cb\sqrt{\rho} \approx 10^{-2}c$, получим, что для типичных значений $b = 3\cdot 10^{-10}$ m, $c = 3\cdot 10^{3}$ m/s плотность дислокаций по порядку величины $\rho = 10^{14} - 10^{15}\,\mathrm{m}^{-2}$. Такие плотности дислокаций достигаются при высокоскоростной деформации, создаваемой ударным нагружением [15, 30], а также при больших пластических деформациях, создаваемых гидроэкструзией и прессованием [31].

Как было показано в работах [22–27], коллективное воздействие точечных дефектов на каждую из дислокаций скопления также может создавать щель в спектре дислокационных колебаний, выражение для которой имеет вид

$$\Delta = \Delta_{def} = \frac{c}{b}\left(n_0\varepsilon^2\right)^{1/3} \approx \frac{c}{l_d}, \tag{12}$$

где l_d – среднее расстояние между точечными дефектами, случайным образом распределенными в объеме кристалла.

Таким образом, колебательный спектр дислокации формируется под влиянием конкурирующих коллективных воздействий: взаимодействия дислокации с другими движущимися дислокациями и с ансамблем точечных дефектов. Коллективное взаимодействие дислокаций будет доминирующим при выполнении условия $\Delta_{dis} > \Delta_{def}$, которое приближенно можно представить в виде

$$\rho > \frac{1}{b^2}\left(n_0\varepsilon^2\right)^{2/3} \tag{13}$$

Для типичных значений $\varepsilon = 10^{-1}$, $b = 3\cdot 10^{-10}$ m, $n_0 = 10^{-2} - 10^{-4}$ и плотности дислокаций $\rho = 10^{14} - 10^{15}\,\mathrm{m}^{-2}$ это условие выполняется.

Оценим значение константы демпфирования, обусловленной исследуемым механизмом диссипации и имеющей следующий вид

$$B = \frac{2(1-\nu)n_0\varepsilon^2\mu}{\rho bc} \tag{14}$$

Для значений $\mu = 5\cdot 10^{10}$ Pa, $c = 3\cdot 10^{3}$ m/s, $\varepsilon = 10^{-1}$, $b = 3\cdot 10^{-10}$ m, $\rho = 10^{15}\,\mathrm{m}^{-2}$, $n_0 = 10^{-4}$, $\nu = 0.3$ получим $B \approx 10^{-5}\,\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{s}$.

Проведенный анализ показывает, что при высокой плотности дислокаций их коллективное взаимодействие облегчает преодоление различных точечных дефектов в динамической области.

Литература

[1] Г.А. Малыгин, УФН,**169**, 979 (1999).

[2] Г.А. Малыгин, УФН, **181,** 1129 (2011).

[3] Г.Ф. Сарафанов, ФТТ, **50**, 1793 (2008).

[4] Г.Ф. Сарафанов, В.Н. Перевезенцев, ФТТ, **51**, 2309 (2009).

[5] Г.Ф. Сарафанов, ФТТ, **39**, 1575 (1997).

[6] Г.Ф. Сарафанов, Письма в ЖТФ, **24**, 42 (1998).

[7] И.Л. Батаронов, Т.А. Надеина, Известия РАН. Серия физическая, **72**, 1246 (2008).

[8] И.Л. Батаронов, Т.А. Надеина, Известия РАН. Серия физическая, **71**, 1406 (2007).
[9] A.V. Bekhterev, A.B. Volyntsev, and A.N. Shilov, Phys. Stat.Sol.(a), **148**, 107 (1995).
[10] С.И. Сивер, Л.А. Зильберман, О.И. Дацко, ЖТФ, **58**, 1996 (1988).
[11] А.Ю. Куксин, В.В. Стегайлов, А.В. Янилкин. ДАН **420**, 467(2008).
[12] А.Ю. Куксин, А.В. Янилкин. ДАН **413**, 615 (2007).
[13] В.В. Шпейзман, В.И.Николаев, Б.И. Смирнов, А.Б.Лебедев, В.В.Ветров, С.А. Пульнев, В.И.Копылов, ФТТ 52, 1295 (2010).
[14] M. Molotskii. Appl. Phys. Let. **93**, 051905 (2008).
[15] Г.И. Канель, В.Е. Фортов, С.В. Разоренов. УФН **177**, 809 (2007).
[16] В.В. Стегайлов, А.В. Янилкин. ЖЭТФ **13**, 1064 (2007).
[17] D. Batani, H. Stabile, A. Ravasio, G. Lucchini, F. Strati, T. Desai, J. Ullschmied, E. Krousky, J. Skala, L. Juha, B. Kralikova, M. Pfeifer, Ch. Kadlec, T. Mocek, A. Präg, H. Nishimura, Y. Ochi, Phys. Rev. E.68, 067403 (2003).
[18] D. Batani,F. Strati, H. Stabile, M. Tomasini, G. Lucchini, A. Ravasio, M. Koenig, A. Benuzzi-Mounaix, H. Nishimura, Y. Ochi, J. Ullschmied, J. Skala, B. Kralikova, M. Pfeifer, Ch. Kadlec, T. Mocek, A. Präg, T. Hall, P. Milani, E. Barborini, P. Piseri, Phys. Rev. Lett.**92**,065503 (2004).
[19] Y. Wang, Z.-K.Liu, L.-Q. Chen, L. Burakovsky, D. L. Preston, W. Luo, B. Johansson, R. Ahuja, Phys. Rev. B.**71**, 054110 (2005).
[20] В.Г. Петушков. Применение взрыва в сварочной технике. Наукова думка, К. (2005). 775 с.
[21] А.В. Крупин, С.Н. Калюжин, Е.У. Атабеков. Процессы обработки металлов взрывом. Металлургия, М. (1996). 336 с.
[22] В.В. Малашенко, Н.В. Белых, ЖТФ **83**, 149 (2013).
[23] В.В. Малашенко, Н.В. Белых, ФТТ **55**, 504 (2013).
[24] В.В. Малашенко, ПЖТФ **38**, 61 (2012).
[25] V.V. Malashenko, Physica B: Phys. Cond. Mat. **404**, 3890 (2009).
[26] V.V. Malashenko,Modern Phys.Lett.B. **23**, 2041 (2009).
[27] В.В. Малашенко, ФТТ **53**, 2204 (2011).
[28] А.П. Прудников Интегралы и ряды / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. – М.: Наука, 1981. – 800 с.
[29] V.D. Natsik, K.A. Chishko. Crystal Res. and Technol. **19**, 763 (1984).
[30] Г.А. Малыгин, С.Л. Огарков, А.В. Андрияш, ФТТ, **56**, 1123, (2014).
[31] В.В. Рыбин. Большие пластические деформации и разрушение металлов. Металлургия, М. (1986). 224 с.

УДК 51-7

УЧЕБНАЯ ЛАБОРАТОРИЯ КАК ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ И ИННОВАЦИОННЫЙ ЦЕНТР КАФЕДРЫ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ЭКОНОМИКЕ

Пелашенко А.В., Лисянская И.И.
Донецкий национальный университет

Аннотация. *В статье рассмотрены цели, задачи и функции учебной лаборатории кафедры математики и математических методов в экономике, направленные на формирование у студентов экономических специальностей компетенций, необходимых для будущей успешной профессиональной деятельности.*

Существуют различные точки зрения на политические и экономические процессы, которые в настоящий момент происходят в нашем обществе. Однако все они сходятся на том, что экономические условия жизни стали гораздо сложнее. А это, в свою очередь, не может не вызывать нового интереса к математическим методам в экономике, которые помогают выработать оптимальную стратегию как на ближайшее будущее, так и на более длительную перспективу.

Экономико-математическое моделирование представляет собой эффективный механизм, позволяющий не только наметить внешние контуры любого процесса и явления, но и проследить за внутренним устройством изучаемого объекта, изучить в деталях взаимодействие и взаимообусловленность его составляющих.

Математика и математические методы в экономике обеспечивают надежность результатов моделирования, прежде всего в такой сфере, как экономика. В частности, математика как основа принятия решений широко применяется для управления экономическими объектами и процессами, например, для прогнозирования социально-экономического развития республики на основании анализа ретроспективных показателей.

В связи с этим разработка и совершенствование экономически ориентированных математических курсов при подготовке специалистов в области экономики приобретает особую актуальность. Задачей таких курсов является не только предоставление фундаментальных знаний в области математики, но и формирование навыков экономического мышления, экономического подхода к оценке различных ситуаций и проблем, умений находить оптимальные решения и стратегии поведения с помощью построения математических моделей.

Одним из важнейших показателей уровня подготовки студента экономического профиля является качество экономико-математических моделей, разработанных им при написании квалификационной магистерской или дипломной работы.

Для полноценного формирования у студента необходимых знаний и навыков, способности обобщать, строить и анализировать модели, делать выводы, и адекватно понимать возможности математики и ее значимость необходимо соответствующее научно-методическое и методологическое обеспечение. В этом аспекте трудно переоценить значение учебной лаборатории кафедры.

Учебная лаборатория экономико-математического моделирования была создана как структурное подразделение кафедры математики и математических методов в экономике экономического факультета Донецкого национального университета для обеспечения функционирования учебного процесса и внедрения в учебный процесс новых информационных технологий, методов моделирования, технических инноваций, а также элементов дистанционного обучения студентов.

На учебную лабораторию возлагается целый ряд важных функций, среди которых приоритетными являются организационная, учебно-методическая и научно-исследовательская. В рамках каждой из этих функций выполняется целый комплекс задач, на которых следует остановиться подробнее.

Для обеспечения учебного процесса лаборатория располагает современными техническими средствами. В лаборатории осуществляется разработка и совершенствование дистанционных курсов кафедры. Техническое оснащение учебной лаборатории позволяет проводить обучение и консультирование студентов всех форм обучения на платформе экономического факультета, платформе ДонНУ, в социальных сетях, с помощью электронной почты и скайпа.

Учебная лаборатория обеспечивает мультимедийное сопровождение и использование наглядных средств при проведении учебных занятий по дисциплинам кафедры.

С целью создания условий для проведения лабораторных, самостоятельных, практических занятий по дисциплинам кафедры, оказания студентам методической помощи при написании дипломных и магистерских работ и других видов учебной деятельности в учебной лаборатории кафедры МММЭ установлены необходимые программные продукты. Наряду с известными надстройками офисного приложения MicrosoftExcel, таких как «Поиск решения» и «Анализ данных» применяются и специализированные программы. В частности для решения задач линейного программирования используется «WinQSB», а для регрессионно-корреляционного анализа – “Eviews”.

В учебной лаборатории кафедры сосредоточены все необходимые учебно-методические материалы: учебники, учебные пособия, методические указания, тексты лекций, учебные программы, планы проведения практических и лабораторных занятий, картотека учебно-методической литературы и другие. Все эти материалы доступны как в электронном виде, так и изданные типографским способом.

В последнее время в связи со сложившейся ситуацией значительно возросла роль дистанционного обучения студентов. Преподавателями кафедры только за последний год разработаны дистанционные курсы «Высшая математика» и «Теория вероятностей и математическая статистика», усовершенствованы и обновлены дистанционные курсы по дисциплинам «Оптимизационные методы и модели» и «Эконометрия». Учебная лаборатория обеспечивает высокий уровень технического и информационного сопровождения внеаудиторной работы со студентами. Для этого активно используются ЦДО экономического факультета, социальные сети, в частности «Вконтакте», электронная почта, скайп и другие.

Особое внимание уделяется консультированию студентов по применению математических методов в экономике при подготовке ими дипломных и магистерских работ. Преподавателями кафедры созданы ряд методических указаний и рекомендаций, активно используются пакеты прикладных программ, технические и информационные ресурсы учебной лаборатории. Показателем высокой эффективности данного вида работы является успешная защита студентами экономического факультета в 2015 году квалификационных бакалаврских и магистреских работ в Российской Федерации (ЮФУ).

Особое внимание на кафедре МММЭ уделяется научно-исследовательской работе. Преподаватели кафедры принимают активное участие в разработке инициативной научной темы в рамках рабочего времени “Экономико-математические методы и модели функционирования систем в нестабильной социально-экономической среде”. В прошлом году был реализован ее третий этап «Адаптация экономико-математических моделей к условиям региональной, государственной и мировой экономики», результатом которого стала разработка экономико-математических моделей и методов управления социально-экономическими системами.

Результаты научно-исследовательской работы кафедры математики и математических методов в экономике внедряются в научные разработки студентов. Студентами ДонНУ под руководством преподавателей кафедры ежегодно готовятся публикации (статьи и тезисы докладов). Только в прошлом году 30 студентов, руководимых преподавателями кафедры МММЭ, приняли участие в работе 3-х конференций (1 международная и 2 всеукраинских). Студенты получили 29 сертификатов участников и были награждены 11-ю грамотами.

Учебная лаборатория кафедры МММЭ активно способствует профориентации студентов, содействует в осуществлении творческого сотрудничества кафедры с предприятиями и организациями.

Таким образом, учебная лаборатория экономико-математического моделирования кафедры математики и математических методов в экономике играет важнейшую роль в подготовке специалистов, обладающих творческим экономическим мышлением, способных квалифицированно выполнять сложные задачи и стремящихся не только постоянно повышать свой профессиональный уровень, но и активно принимать участие в прогрессивных преобразованиях своей отрасли деятельности.

Литература

1. Положение об учебно-научной лаборатории экономического факультета МГУ имени Ломоносова «Центр исследования экономики культуры, городского развития и креативных индустрий», 2015 г.

2. Положение о Центре когнитивной экономики экономического факультета МГУ имени Ломоносова, 2014 г.

3. Положение об учебной лаборатории экономико-математического моделирования кафедры математики и математических методов в экономике, 2015 г.

4. Должностная инструкция заведующего лабораторией кафедрыматематики и математических методов в экономике, 2015 г.

УДК 378.147:517:004

ПРИКЛАДНАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ ОБУЧЕНИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ СТУДЕНТОВ

Перетолчина Г.Б.

Донецкий национальный технический университет

Аннотация. *Работа посвящена изучению возможности формирования экономического мышления студентов экономических направлений подготовки посредством реализации прикладной направленности обучения теории вероятностей.*

I. Введение. Развитие рыночной экономики породило необходимость изменения существующего и формирования современного типа экономического мышления, для которого характерны усиление инициативы, предприимчивости, личной хозяйственной самостоятельности; здоровый прагматизм; гибкость, адаптивность, динамизм; способность действовать в условиях конкуренции. Особая роль в формировании такого типа мышления отводится экономическому образованию, которое представляет собой систему форм и методов получения системных знаний, умений и навыков, необходимых для: эффективной экономической деятельности.

Особое значение при подготовке специалистов в сфере экономики играет овладение вероятностно-статистическими методами, поскольку любая предпринимательская деятельность связана с неопределенностью достижения конечного результата из-за влияния большого числа случайных и неконтролируемых факторов.

Вопросы методики преподавания теории вероятностей рассматриваются в исследованиях Г.С. Евдокимовой [1], И.Б. Лариной [5], Д.В. Маневича [6], А. Плоцки [7], В.Д. Селютина [8] и др. в связи с формированием статистического мышления учащихся в процессе обучения в вузе. Основным условием достижения целей обучения теории вероятностей в указанных работах выступает его прикладная направленность.

Проблема прикладной направленности занимает ведущее место в методике преподавания математических дисциплин в средней и высшей школе. Она находит отражение в трудах Ф. С. Авдеева, И. И. Баврина, В. А. Гусева, Г. В. Дорофеева, М. И. Зайкина, Ю. М. Колягина [3], Г. Л. Луканкина, Н. В. Метельского, А. Г. Мордковича, Э. Д. Новожилова, Г. И. Саранцева, Н. А. Терешина, М. И. Шабунина, С. И. Шварцбурда и др. Основные содержательно-методические положения прикладной направленности обучения теории вероятностей сформулированы вработах В.В Фирсова. Они развиваются в многочисленных исследованиях, посвященных решению конкретных научно-методических проблем обучения математике. Так работе Е. В. Сухоруковой доказано влияние решения прикладных задач на развитие математического мышления учащихся. В исследованиях В. И. Карповой и С. И. Федоровой прикладная направленность обучения математике рассматривается как средство формирования системности научных взглядов и отмечается ее положительное воздействие на объем знаний и профессиональных умений, а также уровень мотивации будущей деятельности студентов инженерных вузов.

В то же время следует отметить, что среди научных исследований отсутствуют работы, посвященные выявлению специфики обучения теории вероятностей студентов экономических направлений подготовки и возможностей воздействия на процесс формирования экономического мышления студентов посредством реализации прикладной направленности обучения.

Анализ учебной литературы по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», рекомендованной для студентов экономических направлений подготовки вузов, показывает, что принцип прикладной направленности в ней практически не реализуется. Большинство студентов, изучивших формализованный курс теории вероятностей, не владеет методами количественного анализа экономических процессов. Они испытывают затруднения при самостоятельном исследовании экономических ситуаций, которые носят вероятностный характер, не умеют использовать полученные знания при решении; экономических задач, выполнении курсовых и квалификационных работ.

Таким образом, возникает противоречие между целями современного экономического образования и традиционно сложившейся методикой обучения теории вероятностей, которая не способствует формированию у студентов профессионально значимых умений.

II. Постановка проблемы. Указанное противоречие позволяет обозначить проблему, которая состоит в изучении возможности формирования экономического мышления студентов экономических направлений подготовки посредством реализации прикладной направленности обучения теории вероятностей.

III. Результаты. Мы исходили из того, что прикладная направленность обучения теории вероятностей может способствовать формированию элементов экономического мышления, если в процессе ее реализации вооружить студентов:

- знанием прикладных разделов теории вероятностей; .
- умением самостоятельно добывать и анализировать статистические данные, а также использовать их при разрешении экономических проблем;
- навыками моделирования экономико-статистических процессов;
- владением современными компьютерными технологиями обработки статистической информации.

Для реализации прикладной направленности обучения теории вероятностей нами разработана система задач для студентов экономических направлений подготовки.

Задачи, входящие в систему подбирались в соответствии с принципами, сформулированными в работе [2]:

1) отбор задач системы должен соответствовать содержанию курса теории вероятностей для студентов экономических направлений подготовки;
2) задачи системы должны удовлетворять требованиям полноты спектров знаний и действий в соответствии с целями обучения математике студентов экономических направлений подготовки;
3) каждая задача должна иметь логическую последовательность шагов, ведущих к её решению, дающих возможность оценить её техническую сложность и обеспечить полноту ориентировочной основы деятельности;
4) задачи в системе должны располагаться в порядке возрастания сложности;
5) отбор задач системы необходимо осуществлять дифференцированно для разных типологических групп студентов;
6) задачи системы должны способствовать межпредметному обобщению содержания обучения и направленности на самостоятельную работу студентов;
7) система задач должна способствовать овладению студентами экономических направлений подготовки приёмами деятельности по математическому моделированию экономических процессов и явлений, иметь прикладную направленность.

По каждой теме, изучаемой в курсе теории вероятностей[4], разработана система задач возрастающей сложности, которая включает задачи различных типов:

1) тестовые задания закрытого типа, направленные на усвоение теоретического материала;

2) тестовые задания закрытого типа, направленные на формирование базовых умений;

3) типовые задания открытого типа, направленные на освоения способов действий;

4) задачи прикладной направленности, направленные на формирование экономического мышления.

Приведем примеры задач прикладной направленности по разным темам курса теории вероятностей.

Задача 1. (Операции с событиями)

Предприниматель – владелец четырех кредитных карточек. Любая кредитная карточка может по тем или иным причинам попасть в стоп-лист банка-эквайера (перечень карточек, операции по которым на сегодняшний день приостановлены). Событие A_i (i= 1, 2, 3, 4) заключается в том, что i-ая карточка попала в стоп-лист банка-эквайера. Выразите в терминах A_i следующие события:

1) ни одна из кредитных карточек не попала в стоп-лист.
2) какие-то две из карточек предпринимателя заблокированы.
3) не менее трех карточек предпринимателя попали в стоп-лист.

Задача 2. (Элементы комбинаторики)

Одна из фирм приобрела на бирже акции в количестве 550 штук. Из них 200 акций– это акции нефтяной компании, 270 – угольной компании, а остальные – акции машиностроительного завода. Спустя некоторое время, когда цены на нефть и уголь выросли, фирма решила продать приобретенные ранее акции поштучно. Сколько существует способов продажи одной акции нефтяной или угольной компаний?

Задача 3. (Классическая формула вероятности)

Производится опрос, связанный с планами улучшения жилищных условий работников большого предприятия. Каждому из опрашиваемых задают два вопроса:

- Удовлетворены ли вы качеством жилья?
- Удовлетворены ли вы удаленностью квартиры от места работы?

Найти вероятность того, что при опросе одного человека были получены два утвердительных ответа.

Задача 4. (Геометрическое определение вероятности)

Город условно разбит на одинаковые квадраты площадью 10 км². Пять квадратов находятся под надзором одного работника налоговой . Найдите вероятность того, что объявленный в розыск преступник находится на территории этого работника, если возможности нахождения этого преступника в любой точке города равновероятны, а территория города занимает 200 км².

Задача 5. (Теоремы сложения и умножения вероятностей)

Три независимых эксперта оценивают инвестиционную привлекательность фирмы. Вероятность того, что первый эксперт даст неверную оценку, равна 0,2, для второго и третьего экспертов эти вероятности равны, соответственно, 0,1 и 0,09. Найдите вероятность того, что по крайней мере два эксперта дадут верную оценку инвестиционной привлекательности фирмы.

Задача 6. (Формула полной вероятности)

Предприятие получает прибыль от операционной деятельности на трех своих филиалах. При этом на первом филиале получают 35% всей прибыли, на втором предприятии – 40%, на третьем – 25%. На первом предприятии 60% полученной прибыли поступает от операционной деятельности, на втором предприятии – 90%, на третьем – 85%. Найдите вероятность того, что анализируемая единица прибыли была получена от операционной деятельности.

Задача 8. (Формула Байеса)

Экономист полагает, что в течение периода активного экономического роста американский доллар будет расти в цене с вероятностью 0,7, в период умеренного экономического роста доллар подорожает с вероятностью 0,4 и при низких темпах экономического роста доллар подорожает с вероятностью 0,2. В течение любого периода времени вероятность активного экономического роста 0,3, умеренного экономического роста0,5 и низкого роста - 0,2. Предположим, что доллар дорожает в течение текущего периода. Чему равна вероятность того, что анализируемый период совпал с периодом активного экономического роста?

Задача 7. (Формула Бернули)

Средний процент нарушений работы финансового отдела крупного предприятия в течение месяца срока равен 5%. Найдите вероятность того, что из двадцати крупных предприятий городау пятнадцати не будет нарушений в работе финансового отдела в течении текущего месяца.

Задача 8. (Операции со случайными величинами)

Прибыль предприятия состоит из прибыли, полученной в результате операционной деятельности и прибыли, полученной в результате инвестиционной деятельности. Предполагается, что эти составляющие прибыли – случайные величины, X и Y, соответственно. Известны законы распределения этих случайных величин:

X:

x_i	0	1000	1500	2000
p_i	0,2	0,3	?	0,1

Y:

y_i	0	400	500
p_i	0,5	?	0,1

1) Найдите закон распределения суммарной прибыли предприятия.
2) Вычислите математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение прибыли предприятия.
3) Найдите вероятность того, что предприятие получит положительную прибыль.

Задача 9. (Стандартные распределения дискретных случайных величин)

Случайной величина Х – количество выплат, сделанных страховой компанией, из трёх одинаковых страховых полисов, если вероятность наступления страхового случая, оговоренного в каждом из этих полисов, равна 0,1.

2. а) Составьте ряд распределения случайной величины Х
   б) Постройте функцию и полигон распределения Х
   в) Найдите математическое ожидание и дисперсию Х
   г) Найти вероятность того, что страховой компанией будет сделана хотя бы одна выплата по трём одинаковым страховым полисам.

Задача 10. (Стандартные распределения непрерывных случайных величин)

Процент неоплаченных к концу отчетного периода счетов определенного банка является нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием, равным 9% и среднеквадратическим отклонением, равным 2%. Найдите вероятность того, что в одном из отчетных периодов количество неоплаченных счетов будет составлять от 6% до 10%.

Задача 11. (Закон больших чисел)

Статистическое бюро занимается сбором информации для предвыборной компании одного политика. Эксперты заявляют, что вероятность отрицательного отношения избирателей к этому политику невелика. Сколько нужно опросить человек, чтобы с вероятностью не менее 0,92 можно было утверждать, что относительная частота отрицательного отношения к политику отличается от заявленной экспертами не более, чем на 0,03.

Задача 12.(Двумерная дискретная случайная величина) Изучалась зависимость между влажностью воздуха Y (%) и количеством заключенных сделок за сутки X (шт). Результаты наблюдений приведены в виде корреляционной таблицы:

Y \ X	18	22	26	30
70	0,025			
75	0,035	0,23	0,005	
80		0,145	0,36	0,04
85			0,145	0,015
90				

Вычислить коэффициент линейной корреляции зависимости Y от X.

Задача 13.(Двумерная непрерывная случайная величина) Пусть X и Y независимые случайные величины с возможными значениями [0, ½] и [0, 1] соответственно, выражающие линейные размеры детали. Плотность их совместного распределения задана $f_{X,Y}(x,y)= 16xy$, для $0 \le x \le 0.5$ и $0 \le y \le 1$. Найдите плотность распределения X и Y. Являются ли X и Y некоррелированными?

Приведенные задачи могут быть использованы как при организации учебной деятельности на аудиторных занятиях, так и в самостоятельной работе студентов, например в качестве задач индивидуальных заданий. В них на простом материале показано, как теория вероятностей может быть использована в профессиональной деятельности экономиста.

Выводы. В процессе анализа существующей практики преподавания основ теории вероятностей в экономических вузах выявлено недостаточное использование потенциала теории вероятностей в формировании экономического мышления студентов, а также отсутствие учебно-методической литературы, отвечающей социальному заказу общества к стохастической подготовке специалистов экономического профиля.

Основные пути реализации прикладной направленности обучения теории вероятностей состоят в комплексе мероприятий, среди которых:

- включение в курс лекций прикладных разделов;
- проведение статистических экспериментов;

- обучение моделированию экономико-статистических ситуаций;
- использование современных компьютерных технологий;
- подготовка рефератов;
- выполнение типовых расчетов.

Содержательная основа реализации прикладной направленности обучения теории вероятностей в экономическом вузе состоит в изучении элементов математической теории рисков, математических моделей формирования портфеля инвестиций и методов прогнозирования экономических показателей.

Литература

1. Евдокимова Г.С. Теория и практика обучения стохастике при подготовке преподавателей математики в университете: Автореф. дис. … докт. пед. наук. М., 2001.-34 с.
2. Євсеєва О. Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти : монографія / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2012. – 455 с.
3. Колягин Ю. М., Луканкин Г. Л., Федорова Н. Е. О создании курса математики для школ и классов экономического направления. Математика в школе, 1993. №3, с.43-45.
4. Кремер Н.Ш. «Теория вероятностей и математическая статистика», учебник, - М., 2007. - 551 с.
5. Ларина И. Б. Профессиональная направленность курса стохастикив педагогическом вузе: Дис. … канд. пед. наук.- М., 1997.-186с.
6. Маневич Д. В. Совершенствование содержания общего среднего образования на основе теории вероятностей и математической статистики: Дис. … д-ра пед. наук.-Ташкент, 1990.–416с.
7. Плоцки А. Стохастика в школе как математика в стадии созидания и как новый элемент математического и общего образования: Дис. … д-ра пед. наук в форме науч. докл. С.-Петербург, 1992. - 52 с.
8. Селютин В.Д. Методика формирования готовности учителя к обучению школьников стохастике.- Орел: ОГУ, 2001.-189с.

УДК 519.8:330.4:004

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ДИПЛОМНЫХ РАБОТАХ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Полшков Ю.Н., Прийменко С.А.
Донецкий национальный университет

Аннотация. *Статья посвящена описанию особенностей методов экономико-математического моделирования в современной постановке. В работе дана классификация основных способов первичной обработки экономической информации. Отдельно рассмотрены пакеты прикладных программ, применяемые при моделировании экономических процессов и явлений.*

Введение. Особенностью современного этапа развития экономической науки и практики является повышение интереса специалистов к решению проблем с использованием математических методов и моделей средствами информационных технологий. Экономико-математические методы дают фундаментальную основу решения аналитических задач в различных сферах деятельности предпринимателей и делают управленческие решения научно обоснованными.

Несмотря на обилие научных и учебно-методических публикаций по данной тематике (см. библиографию учебного пособия [1]), многие вопросы остаются нерешёнными. Само нестабильное состояние современной социально-экономической среды ставит перед исследователями новые задачи.

Актуальность данного исследования обусловлена тем, что построение математических моделей в экономике во многих случаях связано с анализом статистических данных, получение и обработку которых невозможно организовать без применения современных информационных технологий. Поэтому решение задач, поставленных в дипломных работах, требует от студентов не только знаний в области конкретных экономических проблем, но и умений использовать методы экономико-математического моделирования в компьютерных приложениях.

Постановка проблемы. Объектом изучения экономико-математического моделирования является экономика в целом и её составные части. Предмет – математические модели экономических объектов.

Целью данной работы является изучение особенностей современных методов экономико-математического моделирования с применением информационных технологий. Совокупность рассматриваемых методов исследования опирается на текущие потребности моделирования поведения социально-экономических систем в детерминированной и стохастической постановке.

Результаты. В применении к объекту исследования метод экономико-математического моделирования имеет ряд характерных особенностей. Выделим три из них.

1. Исследуется система экономических показателей, при помощи которых дается количественная оценка отдельных сторон хозяйственной деятельности экономического объекта или системы. Каждое экономическое явление или процесс описывается, как правило, комплексом экономических показателей, которые в зависимости от объекта анализа группируются в подсистемы.

2. Система показателей изучается в их взаимосвязи, взаимозависимости и взаимообусловленности.

Изучение взаимосвязи требует выявления соподчиненности показателей, выделения совокупного, результативного показателя и факторов, которые на него влияют.

В процессе анализа показатели-факторы целесообразно предварительно классифицировать по группам: внешние и внутренние, основные и не основные, определяющие и не определяющие, входные и выходные. Факторы следует соотнести с уровнями управления.

3. Производится количественное измерение влияния факторов на совокупный показатель. Это не всегда можно сделать легко, т.к. большинство факторов находится не в прямой функциональной зависимости, а в вероятностной, стохастической. Для того чтобы в последнем случае определить форму связи, следует провести статистические наблюдения, накопить множество фактов, создать массив информации, обработать его и построить математическую модель.

Применение метода экономико-математического моделирования включает в себя несколько процедур:

1) анализ объекта исследования;
2) определение системы показателей, описывающих предмет исследования;
3) установление соподчинённости показателей;
4) выделение групп соподчинённых факторов;

5) классификация факторов на основные и второстепенные;
6) установление формы взаимосвязей между показателями;
7) выбор приёмов и способов для изучения взаимосвязей.

Совокупность математических приёмов и способов, которые применяются при изучении экономических процессов, составляет методику экономико-математического анализа.

Методика этого анализа имеет свои особенности на различных этапах исследования:

– при первичной обработке информации;
– при изучении состояния и закономерностей развития исследуемых объектов и систем;
– при определении взаимного влияния показателей-факторов друг на друга;
– при оценивании резервов роста эффективности экономического объекта или системы;
– при принятии решений.

На каждом этапе применяется свой перечень приёмов и способов. Так, при первичной обработке информации применяются методы группировки показателей, сравнение, графическое представление анализируемых данных, расчёт относительных и средних величин.

Изучение состояния и закономерностей развития исследуемых объектов осуществляется с помощью статистических методов и анализа показателей рядов динамики.

С целью определения взаимного влияния показателей-факторов используется множество приёмов и способов, составляющих содержание факторного анализа.

При оценке резервов роста эффективности экономического объекта или системы, и при принятии решений распространены методы: экономические, матричные, теории производственных функций, теории межотраслевого баланса, оптимального программирования.

Большие возможности для экономико-математического моделирования заложены в электронных таблицах офисного приложения MicrosoftExcel. В учебном пособии [1] подробно описаны способы решения задач математической экономики с помощью надстроек: «Мастер функций»; «Мастер построения диаграмм»; «Анализ данных»; «Поиск решения».

Программирование в системе компьютерной алгебры «Maple»охватывает многие направления современной математики. В учебном пособии [2] описаны интерфейс, основные понятия и конструкции, операции и функции математического анализа, способы решения уравнений и неравенств, типовые средства программирования, основные графические возможности, специализированные пакеты системы «Maple». Многие задачи экономико-математического моделирования в вероятностно-статистической постановке решены с помощью «Maple»в учебном пособии [3].

В настоящее время разработано большое число эффективных алгоритмов для решения задач экономико-математического моделирования. Эти алгоритмы запрограммированы в пакете прикладных программ «WinQSB» (Quantitative Systems for Business, адаптированная под Windows). Разработчиком этого пакета является американский математик и программист китайского происхождения Yih-Long Chang. Данный программный продукт можно найти в интернете в свободном доступе. Основные возможности «WinQSB» описаны в [1].

Множество методов, применяемых при исследовании процессов и явлений, протекающих на экономических объектах и системах, может быть сгруппировано по нескольким признакам:

- научному подходу;
- характеру взаимосвязи между показателями;
- по объектам исследования (методы микро- и макроэкономики);
- способам оптимизации.

Научный подход позволяет выделить три группы методов:

- общеэкономические;
- статистические;
- математические.

К общеэкономическим методам анализа хозяйственной деятельности относятся: сравнение, графическое сопоставление, балансовая увязка, цепные подстановки, арифметические разности и др.

Статистические методы можно разделить на две группы:

1) традиционные (средних и относительных величин, индексный, обработки рядов динамики);

2) математико-статистические (дисперсионно-корреляционный анализ, регрессионный анализ, кластерный анализ).

Математические методы в обобщённом виде представлены тремя основными группами методов:

- методы оптимального программирования (линейное, динамическое, нелинейное и др.);
- методы исследования операций и принятия решений (теория графов, теория игр, теория массового обслуживания и др.);
- эконометрические методы.

По характеру взаимосвязи между показателями различают методы детерминированного и стохастического анализа.

По сложности применяемого инструментария аналитические методы делятся на методы элементарной и высшей математики.

Методы элементарной математики используются в обычных традиционных экономических расчётах при обосновании потребностей в ресурсах, учёте затрат на производство, разработке планов, проектов, при балансовых расчётах и т.д. Выделение методов классической высшей математики обусловлено тем, что они применяются не только в рамках других методов, например, методов математической статистики и математического программирования, но и самостоятельно. Так, факторный анализ изменения многих экономических показателей может быть осуществлён с помощью дифференцирования и интегрирования.

По признаку оптимальности все экономико-математические методы (задачи) подразделяются на две группы: оптимизационные и не оптимизационные. Если при решении используется критерий оптимальности, то метод относится к оптимизационным, в противном случае, он относится к группе не оптимизационных методов.

Многообразие перечисленных методов предоставляет экономисту широкие возможности в выборе инструментария исследования.

К основным способам первичной обработки экономической информации относятся:

- способ сравнения;
- способ группировки;
- балансовый способ;
- графический способ.

Рассмотренные способы выполняют, в основном, вспомогательную роль в анализе. Для решения более сложных задач (определение состояния и закономерностей развития исследуемых объектов и систем, определение взаимного влияния экономических показателей-факторов друг на друга, оценка резервов роста эффективности экономического объекта или системы, управление экономическими объектами или системами) необходимо использование методов экономико-математического моделирования, применение которых основывается на построении соответствующих моделей.

В общем смысле модель – это система, способная заменить оригинал (то есть реальную систему) так, чтобы её изучение давало информацию об оригинале. Модель может полностью или частично воспроизводить структуру моделируемой системы и её функции. Моделирование – процесс построения, реализации и исследования модели, который способен заменить реальную систему и дать информацию о ней.

Математическая модель – система математических и логических соотношений, которые описывают структуру и функции реальной системы.

Экономико-математическая модель – это математическое описание экономического процесса или явления с целью его исследования и управления.

Методика проведения экономико-математического моделирования состоит в следующем:

1) осуществляют экономическую постановку задачи, для чего формулируют объект и цель исследования, выделяют функциональные, структурные элементы и наиболее важные качественные характеристики объекта исследования, словесно, качественно описывают взаимосвязи между элементами модели;

2) вводят символические обозначения для учёта характеристик экономического объекта и формализуют взаимосвязи между ними, т.е. составляют математическую модель;

3) с помощью определённых методов проводят расчёты по математической модели и анализируют полученный результат;

4) корректируют построенную модель, если она не даёт желаемых результатов.

На основании разработанных моделей осуществляется процесс принятия решений, который включает следующие этапы:

– предварительное формулирование проблемы;
– определение целей решения и выбор соответствующих критериев оптимальности;
– выявление и установление ограничений;
– составление списка альтернатив и их предварительный анализ с целью исключения явно неэффективных;
– сбор экономической информации и прогнозирование изменения параметров решения в будущем;
– точное формулирование поставленной задачи;
– разработка модели решения;
– анализ и выбор метода решения задачи и разработка алгоритма решения;
– оценка альтернатив и выбор наиболее эффективных из них;
– принятие решения.

Практическая реализация отдельных математических методов и моделей в экономических исследованиях освещена в статьях [4-6].

Выводы. В работе изучены практические задачи экономико-математического моделирования:

- анализ экономических объектов и процессов средствами математики;
- экономическое прогнозирование с целью предвидения развития экономических процессов;
- выработка управленческих решений на всех уровнях хозяйственной иерархии.

Решение этих задач в среде информационных технологий предполагает создание чётких алгоритмов, разработку и отладку программ реализации алгоритмов на компьютере, осуществление проверки (верификации).

Литература

1. Экономико-математические методы и модели: практика применения в курсовых и дипломных работах: учебное пособие / В. В. Христиановский, Т. В. Нескородева, Ю. Н. Полшков; под ред. В. В. Христиановского. – Донецк: ДонНУ, 2012. – 324 с.

2. Программирование в системе MAPLE: учебное пособие / А. И. Дзундза, М. Д. Гремалюк, И. А. Моисеенко, Р. Н. Нескородев, С. А. Прийменко. – Донецк: ДонГУ, 1999. – 123 с.

3. Теория вероятностей и математическая статистика с применением информационных технологий: учебное пособие / М. И. Медведева, Е. Г. Новожилова, Ю. Н. Полшков, Н. В. Румянцев. – Донецк: ДонНУ, 2002. – 331 с.

4. Полшков Ю. Н. О математических методах оптимального управления товарными запасами / Ю. Н. Полшков // Вісник Донецького національного університету. Серія В. Економіка і право. – 2010. – № 1. – С. 236-241.

5. Полшков Ю.Н. Теоретико-игровые подходы в математическом моделировании международной торговли / Ю.Н. Полшков // Проблемы развития внешнеэкономических связей и привлечения иностранных инвестиций: региональный аспект. Сборник научных трудов. – Донецк: ДонНУ. – 2012. – Т. 1. – С. 309-314.

6. Полшков Ю. Н. О прогнозировании макроэкономических показателей с помощью конечно-разностных уравнений и эконометрических методов / Ю.Н. Полшков // Бизнес Информ. – 2013. – № 11. – С. 95-100.

УДК 378.147

О ДИСТАНЦИОННОМ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ ИНОСТРАННЫХ СЛУШАТЕЛЕЙ НА ДОВУЗОВСКОМ ЭТАПЕ

Прач В. С.
Донецкий Национальный технический университет

Аннотация. *В статье предложены особенности организации дистанционного обучения математики иностранных слушателей на довузовском этапе. Это позволяет сформировать у иностранцев навыки и умения владения русским языком математики в объёме, обеспечивающем возможность общения в учебно-профессиональной и социально-культурной сферах, а также в овладении системой предметных знаний, необходимых для продолжения образования в вузах по выбранной специальности.*

Введение. На современном этапе довузовской подготовки иностранных слушателей возникла необходимость соединения образовательных и информационных технологий и формирование на этой основе новых форм обучения, одной из которых является дистанционное.

Дистанционное обучение определяется как индивидуализированный процесс передачи и усвоения знаний, умений и способов познавательной деятельности человека, который происходит при опосредованном взаимодействии удалённых друг от друга участников обучения в специализированной среде, которая создана на основе современных психолого-педагогических и информационно-коммуникационных технологий [1].

Мы рассматриваем дистанционную форму обучения как возможность для слушателей самостоятельно пройти обучение на расстоянии, используя современные информационные технологии, общаясь с преподавателем посредством Internet.

Дистанционные формы обучения приобретают массовый характер. За последние годы сделано много в разработке и реализации новых информационных технологий (Князева В.А., Пидкасистый П.И., Тыщенко О.Б., Фалина Н.И., Шадриков В.Д. и другие) и дистанционного обучения (Полат Е.С., Беспалько В.С., Гузеев В.В., Щуркова Н.Е., Селевко В.К., Болотов В.А., Хуторской А.В. и другие).

В стратегии модернизации образования определена прямая установка на его информатизацию. Необходима разработка и реализация технологий дистанционного обучения, так как технологии позволяют понимать последовательность действий, приводящих к результату.

Цель статьи – раскрытие особенностей организации дистанционного обучения математики иностранных слушателей на довузовском этапе.

Постановка задания. Таким образом, проблема организации дистанционного обучения математики иностранных слушателей на довузовском этапе является актуальной, раскрыть ее можно, применяя дистанционные курсы обучения математике.

Результаты. Основываясь на вышесказанном, нами был разработан дистанционный курс по математике для иностранных слушателей, отвечающий современным требованиям преподавания математики.

Курс составлен в соответствии с рабочим учебным планом и учебными программами.

Рабочая программа учебной дисциплины «Математика» разработана на основании учебного плана подготовительных отделений, факультетов для иностранных граждан и в соответствии с «Требованиями к освоению дополнительных общеобразовательных программ, обеспечивающих подготовку иностранных граждан и лиц без гражданства к освоению профессиональных образовательных программ на русском языке» (утвержденными приказом МО и науки РФ от 3 октября 2014 г. № 1304), по направлению подготовки (специальности) – медико-биологическое, инженерно-техническое и технологическое.

***Общая цель курса*:** научить иностранных слушателей математической терминологии на русском языке; заполнить пробелы в их знаниях; подготовить будущих студентов к прослушиванию и конспектированию лекций при обучении в высших учебных заведениях по математическим дисциплинам.

Задачи курса – научить слушателей:

— активно пользоваться русским языком математики, использовать в научной речи основные математические термины;
— правильно употреблять математическую терминологию при составлении устного и письменного высказывания научного стиля речи;
— сознательно читать и понимать математические тексты и задания;
— конспектировать лекции по математическим дисциплинам;
— чётко давать определения математическим понятиям на русском языке;
— обобщать, закреплять и систематизировать знания, умения и навыки слушателей по элементарной математике и началам мате-

матического анализа, которые были приобретены ими на родине и в процессе изучения дисциплины.

Компетенции слушателя, формируемые в результате освоения учебной дисциплины:

– *коммуникативная компетенция* – это знание необходимых языков, в том числе и математического, а также способов взаимодействия с людьми непосредственно и на расстоянии, навыки работы в группе, владение различными социальными ролями в коллективе. Формирование этой компетенции необходимо для продолжения обучения в высшем учебном заведении на русском языке;
– *учебно-познавательная компетенция* – это совокупность компетенций слушателя в сфере самостоятельной познавательной деятельности, включающей элементы логической, учебной деятельности, соотнесённой с реальными познавательными, в том числе и математическими объектами;
– *терминологическая компетенция* – это овладение терминологическими знаниями, умениями, символами, правилами и нормативами в профессионально-коммуникативной деятельности, которое является необходимым и достаточным для продолжения обучения математике;
– *информационная компетенция* – это сформированные при помощи реальных объектов и информационных технологий умения самостоятельно искать, анализировать и отбирать необходимую информацию, организовывать, преобразовывать, сохранять и передавать ее. Эта компетенция обеспечивает навыки деятельности слушателя с информацией из различных учебных предметов и образовательных областей, а также содержащейся в окружающем мире;
– *ценностно-смысловая компетенция* – это компетенция в сфере мировоззрения, связанная с ценностными представлениями слушателя, его способностью видеть и понимать окружающий мир, ориентироваться в нем, осознавать свою роль и предназначение, уметь выбирать целевые и смысловые установки для своих действий и поступков, принимать решения;
– *общекультурная компетенция* – это особенности национальной и общечеловеческой культуры, духовно-нравственные основы жизни человека, культурологические основы семейных, социальных, общественных явлений и традиций, роль науки и религии в жизни человека, их влияние на мир, компетенции в бытовой и культурной сфере.

Материал дисциплины «Математика» даёт возможность сформировать у иностранцев навыки и умения владения русским языком математики в объёме, обеспечивающем возможность общения в учебно-профессиональной и социально-культурной сферах, а также в овладении системой предметных знаний, необходимых для продолжения образования в вузах по выбранной специальности.

Курс для медико-биологического направления подготовки рассчитан на 162 часа (таблица 1), для инженерно-технического и технологического – на 252 часа (таблица 2).

Таблица 1

Учебно-тематический план дисциплины «Математика» для медико-биологического направления

Наименование модуля (раздела)	Аудиторные занятия		Всего часов на аудиторную работу	СРС	Итого часов
	Лекции	Практические занятия			
1. Понятие множества. Рациональные числа. Математические действия	2	12	14	14	28
2. Рациональные выражения	2	10	12	12	24
3. Элементарные функции	2	10	12	12	24
4. Уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств	2	10	12	12	24
5. Числовые последовательности	2	6	8	10	18
6. Предел последовательности и функции	1	6	7	10	17
7. Производная функции	2	4	6	10	16
8. Интеграл	1	4	5	6	11
ИТОГО:	14	62	76	86	162

Таблица 2

Учебно-тематический план дисциплины «Математика» для инженерно-технического и технологического направления

Наименование модуля (раздела)	Аудиторные занятия		Всего часов на аудиторную работу	СРС	Итого часов
	Лекции	Практические занятия			
1. Понятие множества. Рациональные числа. Математические действия	6	24	30	12	42
2. Рациональные выражения	4	20	24	12	36
3. Элементарные функции	6	20	26	12	38
4.Уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств	8	20	28	12	40
5.Числовые последовательности	4	14	18	10	28
6. Предел последовательности и функции	4	14	18	10	28
7. Производная функции	4	8	12	10	22
8. Интеграл	4	8	12	6	18
ИТОГО:	40	128	168	84	252

По каждому разделу курса разработаны занятия, расположенные в системе дистанционного обучения Moodle.

Лекционные и лекционно-практические занятия содержат: интерактивные презентации, созданные и озвученные в Power Point, тексты лекций, домашних заданий, словари с переводом ключевых слов на английский и родной язык, написанные в текстовом редакторе Word, интерактивные игры и тестовые задания. Для мотивации и актуализации знаний по многим темам слушателям представлены видеофрагменты, расположенные на Youtube [2].

Тесты представлены в двух вариантах. Первый вариант тестов набран в виде текста. Его необходимо распечатать, выполнить и прислать преподавателю для проверки и оценивания по e-mail (домашние задания проверяются и оцениваются аналогично). Второй вариант тестов разработан с помощью средств системы Moodle, где проверка и оценивание осуществляются автоматически. Контрольные работы включают в себя оба варианта тестов. Результаты выполнения заданий фиксируются в виртуальном дневнике и журнале. Известно, что не все родители готовы отпустить 16-летних юношей и девушек в другую страну без знания её языка, а дистанционный курс позволит им не только контролировать учебный процесс, но и совместно с учащимися ознакомиться с изучаемым курсом. Кроме того, такая форма обучения позволит родителям не затрачивать лишние средства на перелёт, проживание, питание и бытовые нужды детей, что даёт возможность большему числу иностранных граждан выбрать для получения специальности высшее учебное заведение.

Неотъемлемой частью разработанного экспериментального дистанционного курса является обучение с помощью Skype, которое позволяет заниматься студенту-иностранцу с преподавателем индивидуально в режиме реального времени, слышать его голос, интонации, задавать вопросы. Преподаватель, в свою очередь, может ответить на вопросы студента, исправить недочёты в произношении, объяснить задание. Всё это создаёт ощущение привычного занятия. Также Skype позволяет организовывать групповые занятия преподавателя с будущими студентами, используя видеоконференции.

Выводы. Разработанный нами дистанционный курс может быть использован не только как форма заочного обучения иностранных слушателей, но и для студентов очной формы во время самостоятельной подготовки к занятию или отработки пропущенного материала. Таким образом, дистанционное обучение является интерактивным и перспективным взаимодействием преподавателя и студентов-иностранцев в единой образовательной среде. Что, несомненно, будет способствовать скорейшей и менее болезненной социокультурной адаптации, и, как следствие, повышению качества освоения языка-специальности, а также эффективности образовательного процесса в целом.

Литература

1. Про затвердження Положення про дистанційне навчання. – Режим доступа: рokyhttp://osvita.ua/legislation/Dist_osv/2999/– Название с экрана.

2. Прач В.С. О разработке дистанционных курсов обучения физике, математике, информатике для подготовки иностранных студентов / В. С. Прач, Е. Н. Бойцова, А. В. Крюкова-Лыгач // Науково-методичні проблеми мовної підготовки іноземних студентів: матеріали VIII Міжнародної науково-практичної конференції м. Київ, 16-17 квітня 2015 р. Національний авіаційний університет / за заг. ред.. М. М. Бондарчук, І. В. Жогіної. – К.: НАУ, 2015. – 104 с. – С. 67-69.

УДК 378.147:517:004

ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ИНТЕГРАЦИЯ И ЕЁ МЕСТО В ПОВЫШЕНИИ КАЧЕСТВА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Прокопенко Н. А.

Донецкий национальный технический университет

Аннотация. *В работе обоснована актуальность разработки и реализации педагогической интеграции высшей математики и фундаментальных дисциплин в обучении будущих инженеров. Рассмотрены различные определения понятия «педагогическая интеграция» а также пути повышении качества обучения математике студентов инженерных специальностей на основе интеграции высшей математики и фундаментальных дисциплин в системе высшего инженерного образования.*

Введение. Основная цель высшего инженерного образования заключается в подготовке квалифицированного компетентного инженера, который свободно владеет профессией и ориентируется в смежных отраслях деятельности, готов к постоянному профессиональному росту, социальной и профессиональной мобильности. Одним из путей обучения этой проблемы является обновление системы подготовки специалистов, ориентация на деятельностный подход и поиск эффективных способов его внедрения.

Каждая дисциплина в системе высшего инженерного образования способна сделать вклад в повышение ее качества. Важную роль в этом играет математика как универсальный инструмент профессиональной деятельности инженера. Качественная математическая составляющая высшего инженерного образования – необходимое условие формирования профессиональной компетентности выпускника ВТУЗа, который должен владеть математическими методами, такими как моделирование, оптимизации, прогнозирование и тому подобное. Учитывая это, обучение математике студентов технических направлений подготовки должно выйти на новый качественный уровень. Вместе с тем, в современном обществе происходит интеграция и глобализация социальных и образовательных процессов. В условиях активного развития науки и техники, распространения информационных и компьютерных технологий от современного инженера требуются интегративные творческие умения, способности анализировать, отбирать, объединять и суммировать разнообразные компоненты научного знания.

Подготовка таких специалистов требует соответствующей перестройки инженерного образования, одним из перспективных направлений которой является интеграция обучения студентов математике и фундаментальным дисциплинам.

Постановка проблемы. Изучение проблемы интеграции в обучении будущих инженеров позволяет констатировать, что дидактическая интеграция является многоуровневой характеристикой всей системы высшего инженерного образования. Исследования этой проблемы охватывает широкий круг вопросов, разных по глубине и степени обобщения. Среди них можно выделить такие направления как педагогические концепции интеграции и ее категории; интеграции форм и методов организации обучения; интеграция учебных дисциплин; межпредметные связи и их роль в подготовке инженера.

Актуальность разработки и реализации педагогической интеграции высшей математики и фундаментальных дисциплин в обучении будущих инженеров диктуется следующими противоречиями:

- между необходимостью повышения качества современной математической подготовки студентов технических специальностей и большим объемом теоретического материала, предусмотренного учебными вузовскими программами;
- между значительной ролью, которую играет математика в изучении фундаментальных дисциплин в системе высшего инженерного образования, в науке, технике и профессиональном становлении будущего инженера и недостаточным вниманием к иллюстрации этой роли в учебном материале при изучении математики.

Возникает необходимость в разработке методической системы интеграции высшей математики и фундаментальных дисциплин в системе высшего инженерного образования, включающей цели и содержание обучения математике, методы и дидактические средства обучения, а также организационные формы обучения.

Результаты. В педагогической энциклопедии интеграция определяется как «сторона процесса развития, связанная с объединением в целое ранее разнородных частей и элементов и характеризуемая ростом объема и интенсивностью взаимосвязей и взаимодействия между элементами, их упорядочиванием и самоорганизацией в некое целостное образование с появлением качественно новых свойств» [9]. С философской точки зрения, термин «интеграция» (от лат. слова integration— восстановление, восполнение), трактуется либо как понятие, означающее состояние связанности отдельных дифференцированных частей и функций системы в целое, либо как процесс, ведущий к такому состоянию [8].

Попытка интеграции обучения с фундаментальными и прикладными научными проблемами была предпринята еще в XVII I в. М. В. Ломоносовым, который выступил с идеей единства обучения и науки. Эта идея развивалась В. Гумбольдом в середине XIX в. в университетах Германии, и была подхвачена ведущими университетами Великобритании и США.

В школьном образовании интеграцию в форме межпредметных связей исследовали такие классики педагогической мысли, как Я. А. Коменский, Г. Песталоцци, К, Д. Ушинский и др. Я. А. Коменский установление взаимосвязей между учебными дисциплинами считал необходимым условием обеспечения целостности учебного процесса и формирования у учащихся системы знаний.

В советской школе исследованию интеграции в форме межпредметных связей также посвящено ряд работ В. Н. Максимовой, И. Д. Зверева, В. П. Федоровой и др. В идее осуществления межпредметных связей выделялись две тенденции – интеграция и координация предметных знаний. При этом интеграция в обучении рассматривалась как процесс и результат создания неразрывно связанного, единого, цельного из элементов разных учебных предметов и представляла собой суммирование основ наук, способствующих раскрытию комплексных учебных тем. Координация трактовалась как согласование учебных программ по родственным предметам в рамках одного цикла.

Одними из первых попытку педагогического определения интеграции предприняли И. Д. Зверев и В. Н. Максимова. Интеграция в обучении осуществлялась путем слияния в одном синтезированном курсе (теме, разделе программы) элементов разных учебных предметов, научных понятий и методов разных дисциплин в общенаучные понятия и методы познания, а также комплексирования и суммирования основ наук для раскрытия межпредметного содержания учебных, программ.

Исследование проблемы межпредметных связей в качестве самостоятельного направления в педагогических исследованиях осуществляли В. П. Федорова, Д. М. Кирюшкин, И. Д. Зверев, В. Н. Максимова, Ю. М. Колягин, О. Л. Алексеенко, II. А. Лошкарева.

Разделяя точку зрения этих авторов, мы считаем целесообразным использовать следующее определение: «Межпредметные связи есть педагогическая категория для обозначения синтезирующих, интегративных отношений между объектами, явлениями и процессами реальной действительности, нашедших свое отражение в содержании, формах и методах учебно-воспитательного процесса и выполняющих образовательную, развивающую и воспитывающую функции в их органическом единстве» [2, с. 30-31].

Такой подход с точки зрения И. В. Бровки [2, с. 30-31] представляется наиболее перспективным, поскольку определение межпредметных связей как педагогической категории предполагает подведение понятия «межпредметные связи» под более широкое родовое понятие «межнаучные связи», является производным от общего родового понятия «связь» как философской категории, тем самым отражает диалектическую взаимосвязь единичного и общего и даст возможность рассматривать их как средство педагогической интеграции [2, с, 52-53].

В. А. Шершнева [14] рассматривает понятия междисциплинарных связей и междисциплинарной интеграции в контексте компетентностного подхода. Под междисциплинарной связью автор понимает применение знаний по одной дисциплине в предметном поле другой дисциплины, а под междисциплинарной интеграцией – целенаправленное создание условий для использования междисциплинарных связей.

Конкретизируя понятие межпредметных связей с точки зрения деятельностного подхода междисциплинарные связи математики и фундаментальных дисциплин в системе высшего инженерного образования целесообразно понимать, как *реализацию умений выполнять математические учебные действия и действия математического моделирования в предметном поле фундаментальных дисциплин*.

Междисциплинарные связи и междисциплинарная интеграция, понимаемые таким образом, создают условия, в которых студент, многократно выполняя математические учебные действия и действия математического моделирования за рамками предметного поля дисциплины, в новых условиях, формирует готовность выполнять их в профессиональной деятельности. Такое понимание междисциплинарных связей и междисциплинарной интеграции в деятельностном подходе открывает дополнительные пути обновления содержания, форм, методов и средств обучения математике в инженерном вузе.

Следует принципиально различать два типа ситуаций реализации учений по одной дисциплине в предметном поле другой дисциплины. А именно, применительно к предметной области математики ситуация междисциплинарной реализации умений I типа состоит в следующем: если в обучении математике при решении некоторой математической задачи непосредственно применяются знания и умения по другой дисциплине, например, по физике – формула, правило, свойство. Ситуации этого типа реализуются в один шаг, который состоит в непосредственном применении в обучении дисциплине знаний по другой, «внешней» по отношению к ней, при этом локальное предметное поле внешней дисциплины не создается.

Ситуация междисциплинарного применения знаний II типа состоит в том, что в обучении математике, в рамках ее предметного поля создается «локальное предметное поле другой дисциплины», и в нем применяются знания по математике. Ситуации II типа реализуется в два шага: на первом создается локальное-предметное поле внешней дисциплины, а уже на втором шаге в этом поле применяются знания по исходной дисциплине. Например, при рассмотрении на занятии по математике задачи с физическим содержанием в предметном поле математики создается локальное предметное поле физики, в рамках которого применяются математические знания. Локальное предметное поле внешней дисциплины характеризуется тем, что студенты осознают, что оно порождается этой дисциплиной, в достаточной степени знакомы с ней, считают ее значимой и обладают по ней необходимыми знаниями.

Реализация междисциплинарных связей является сложным трехэтапным универсальным процессом, в основе которого лежит процесс реализации умений. Применение знаний по дисциплине А, происходящее при решении задачи из области X (например, X - другая дисциплина B или профессиональная деятельность P), осуществляется в три этапа: построение междисциплинарной модели задачи из дисциплины В – записи ее условий в терминах дисциплины А; исследование модели и получение новых знаний по дисциплине А; их интерпретация в предметную область дисциплины В (или в область профессиональной деятельности Р) и получение в качестве решения задачи новых знаний из этой области.

Принцип междисциплинарных связей в знаниевом понимании направлен не только на согласованное изучение родственных дисциплин, но и на синтез знаний и умений из разных предметов, однако такая направленность не была в полной мере востребована в знаниевом подходе, цель которого – формирование непосредственно знаний, а не способности их применения.

Знаниевый принцип междисциплинарных связей применительно к предметной области математики необходимо развить до компетентностного принципа междисциплинарной интеграции: в обучении математике как с родственными, так и «удаленными» от нее дисциплинами, систематически, т.е. в каждой теме создавая ситуации междисциплинарного применения умений.

Руководствуясь обновленным принципом междисциплинарной интеграции, преподаватель математики может устанавливать связи между дисциплинами на требуемом уровне, используя рассмотренные ситуации междисциплинарного применения умений I и II типов, которые должны формировать у студента опыт применения умений выполнять математические действия в новых условиях. При этом междисциплинарные связи перестают быть статичными, раз и навсегда заданными, они приобретают гибкость и динамичность.

В таком понимании междисциплинарная интеграция создает своеобразную виртуальную междисциплинарную лабораторию, в которой студент, многократного применяя знания, умения и навыки за пределами предметного поля дисциплины, формирует способность и готовность применять их в профессиональной деятельности.

Целесообразно рассматривать объективную и субъективную составляющие междисциплинарных связей дисциплины - междисциплинарные связи «до» и «после обучения». Новый подход к решению проблемы оценки междисциплинарных связей состоит в том, что оценка междисциплинарных компетенций студентов одновременно является оценкой междисциплинарных связей, реализованных в обучении. При этом предметные и междисциплинарные компетенции оцениваются по таким индикаторам математической компетентности, как способность и готовность применять математические знания, умения и навыки при решении профессионально направленных и междисциплинарных задач, что позволяет осуществить проектирование тестов и методов контроля.

Научно обоснованная и разработанная методическая система обучения математике студентов инженерного вуза на основе деятельностного подхода опирается на авторскую концепцию обучения, описание методов и форм обучения; подход к проектированию профессионально направленных средств обучения для укрупненных групп направлений подготовки; совокупность разработанных средств обучения, в том числе, в электронной обучающей среде Moodle.

В работе О. С. Билык [1] рассматриваются педагогические условия интеграции методов обучения специальным дисциплинам будущих строителей в высших технических учебных заведениях. В исследовании теоретически обоснованы педагогические условия интеграции методов обучения специальным дисциплинам в высших технических учебных заведениях, которым автор относит: теоретическое обоснование и практическую разработку интеграции методов обучения в контексте закономерностей и принципов профессиональной дидактики; обеспечение органичной связи методов обучения с содержанием и целями изучения специальных дисциплин; соединение внутренней (структурных компонентов в рамках одного метода) и внешней (отдельных методов) интеграции.

По нашему мнению, для построения эффективной методической системы обучения математике недостаточно обеспечить связь методов обучения с содержанием и целями изучения математических дисциплин, необходимо также в систему включить организационные формы и средства обучения. Кроме того, внутреннюю интеграцию следует рассматривать как внутрипредметную интеграцию курсов математических дисциплин, а внешнюю – как интеграцию математики и фундаментальных дисциплин в системе высшего инженерного образования.

В диссертации Н. В. Стучинской [13] предложена открытая и гибкая дидактическая система изучения физико-математических дисциплин в медицинском университете, в основу которой положена интеграция фундаментальной и профессиональной подготовки будущих врачей и фармацевтов. Автор рассматривает дидактическую систему в структурно-организационном аспекте как динамический процесс реализации взаимосвязанных и взаимообусловленных фундаментальной и профессиональной составляющих.

Считаем, что в системе инженерного образования также, как и в медицинском высшем образовании, очень важной является интеграция фундаментальной и профессиональной подготовки. Но для её обеспечения необходимо глубокое усвоение фундаментальных дисциплин, системообразующим базисом среди которых являются именно математические дисциплины. Поэтому обеспечение интеграции математики и фундаментальных дисциплин – одна из важнейших задач в процессе формирования профессиональной компетентности инженера.

Диссертационное исследование О. В. Левчук [7] посвящено проблеме интеграции естественно-математической и специальной подготовки будущих экономистов-аграриев. Доказано, что процесс интеграции учебных дисциплин окажется эффективным при условии: формирования системы естественно-математических, экономических и специальных знаний аграрного профиля на основе интегративного подхода; использования проблемного подхода к структурированию содержания обучения с ориентацией на идеи междисциплинарной интеграции; реализация модульной организации обучения с использованием новых информационных технологий на основе интегративного подхода; реализация метаподхода и конструирования учебных интегрированных метапредметов на основе естественно-математической и специальной подготовки экономистов-аграриев.

Мы согласны с О. В. Левчук [7] в том, что интеграция естественно-математической и специальной подготовки является необходимым условием профессиональной подготовки будущих экономистов-аграриев. Но мы не согласны с автором в том, что основой для эффективной системы обучения может стать интеграция знаний, так как для обеспечения профессиональной компетентности выпускника ВУЗа кроме знаний необходимо освоение им способов действий будущей профессиональной деятельности. Формирование способов действий кроме усвоения системы знаний требует освоения системы учебных действий при обучении каждому учебному предмету, в том числе и математике. что возможно при обучении на основе деятельностного подхода.

Еще одной работой, посвященной проблеме интеграции знаний по математике и специальным дисциплинам, является исследование

Л. С. Васиной [3]. В работе на основе выделения компонентов содержания профессиональной и математической подготовки и обоснования их взаимодействия выявлены необходимые и достаточные дидактические условия интеграции математических и специальных дисциплин в подготовке радиотехников. К необходимым условиям автор относит методологическую совместимость элементов интеграции, профессиональную направленность математических знаний и умений, обеспечение единства теоретического и эмпирического уровней интеграции, мотивацию к изучению математических дисциплин, обеспечение системного подхода. Достаточным условием интеграции, по мнению Л. С. Васиной, является создание прикладного программного обеспечения (ППО) специальных дисциплин и разработка методики его использования.

На наш взгляд, необходимым для обеспечения эффективной интеграции математики с другими дисциплинами в системе высшего инженерного образования является построение методической системы обучения на основе деятельностного подхода, так как именно этот подход позволяет студентам освоить способы действий их будущей профессиональной деятельности. Достаточное условие, на наш взгляд, заключается в разработке интегрированного учебно-методического комплекса, обеспечивающего как изучение математических дисциплин, так и интегрированных с ними дисциплин в системе высшего инженерного образования.

В своей работе Г. М. Семенова [11] рассматривает формирование исследовательской компетентности будущих радиофизиков в обучении математике на основе междисциплинарной интеграции. Автор доказывает, что комплекс профессионально-ориентированных задач физического содержания способствует интеграции математических и специальных знаний на основе математического моделирования. Реализация методики формирования исследовательской компетентности при обучении математике будущих радиофизиков с использованием комплекса профессионально-ориентированных позволяет эффективно организовать междисциплинарную интеграцию. Ее эффективность достигается при органичном соединении различных форм аудиторной и внеаудиторной деятельности, которые имеют интеграционный характер и реализуют междисциплинарные интеграции на уровне знаний и видов деятельности.

Мы согласны с Г. М. Семеновой в том, что для эффективной организации междисциплинарной интеграции необходимо органичное соединение различных форм учебной деятельности, но в их основу мы предлагаем положить не комплекс профессионально-направленных задач, а интегрированную предметную модель студента по математике, разработанную на основе деятельностного подхода.

Еще одной работой, в которой рассматривается междисциплинарная интеграция в обучении математике студентов инженерного вуза, является исследование В.А. Шершневой [14]. Автор рассматривает теоретические положения, направленные на применение междисциплинарных связей в обучении математике студентов инженерного вуза, как условие формирования математической компетентности. В соответствии с этими положениями В.А. Шершневой выявлен трехэтапный процесс осуществления междисциплинарных связей, которые, создавая условия для многократного применения математических знаний в предметном поле других дисциплин, способствуют формированию готовности применять их в профессиональной деятельности – новизна авторской позиции заключается в развитии теории междисциплинарных связей в условиях компетентностного подхода.

По нашему мнению, ценным является предложенный В.А. Шершневой подход к решению проблемы оценки междисциплинарных связей по таким индикаторам математической компетентности, как способность и готовность применять математические знания, умения и навыки при решении профессионально направленных и междисциплинарных задач.

В то же время, мы считаем, что наиболее эффективной междисциплинарная интеграция в обучении математике будет в условиях деятельностного подхода, так как её осуществление в этом случае возможно как на уровне знаний, так и на уровне учебных действий и способов деятельности.

В работе О. Е. Кириченко [6] рассматриваются межпредметные связи курса математики и смежных дисциплин в техническом вузе связи как средство профессиональной подготовки студентов. Автором разработан учебно-методический комплекс, реализующий межпредметные связи на примере темы «Дифференциальные уравнения», включающий рабочую учебную программу, тематический план занятий по данной теме; систему межпредметных задач с учетом профессиональной направленности для лекций, практических занятий и самостоятельных работ; методические рекомендации для преподавателей по проведению различных видов занятий; тематику научно-исследовательской работы студентов.

Мы согласны с О Е. Кириченко, что для реализации межпредметных связей необходимо создание учебно-методического комплекса, но считаем, что разделом курса высшей математики в техническом университете, который обладает наибольшей востребованностью в курсах фундаментальных дисциплин, является векторная алгебра.

Выводы.

1. На основе анализа теоретического та практического состояния проблемы исследования выявлено, что ориентация на обучение математике без надлежащих интегративных связей с курсами фундаментальных и специальных дисциплин не способно ощутимо повысить качество профессиональной подготовки инженеров.

2. Основной причиной низкого уровня интеграции математических дисциплин с профессионально-значимыми дисциплинами в системе высшего инженерного образования является отсутствие соответствующих методик обеспечения такой интеграции.

3. В системе инженерного образования очень важной является интеграция фундаментальной и профессиональной подготовки. Но для её обеспечения необходимо глубокое усвоение фундаментальных дисциплин, системообразующим базисом среди которых являются математические дисциплины. Поэтому обеспечение интеграции математики и фундаментальных дисциплин – одна из важнейших задач в процессе формирования профессиональной компетентности инженера.

4. Необходимым для обеспечения эффективной интеграции математики с фундаментальными дисциплинами в системе высшего инженерного образования построение методической системы обучения на основе деятельностного подхода, так как именно этот подход позволяет студентам освоить способы действий их будущей профессиональной деятельности.

5. Достаточное условие интеграции математики с фундаментальными дисциплинами заключается в разработке интегрированного учебно-методического комплекса, обеспечивающего как изучение математических дисциплин, так и интегрированных с ними дисциплин в системе высшего инженерного образования.

6. Для эффективной организации междисциплинарной интеграции необходимо органичное соединение различных форм учебной деятельности, в их основу проектирования которых должна быть положена интегрированная предметная модель студента по математике, разработанная на основе деятельностного подхода.

Литература

1. Білик О. С. Педагогічні условия интеграции методів обучения фахових дисциплин будущих будівельників у вищих технічних учебных закладах : Дис... канд. наук: 13.00.04 – теорія і методика профессиональной освіти. – Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, Вінниця, 2009.
2. Бровка Н. В. Интеграция теории и практики обучения математике как средство повышения качества подготовки студентов / Н. В. Бровка. — Минск : БГУ, 2009. - 243 с.
3. Васіна Л. С. Дидактичні условия интеграции знаний з математики та спеціальних дисциплин у підготовці будущих радиотехников : Дис... канд. пед. наук: 13.00.04 / Інститут педагогіки і психології профессиональной освіти АПН України. — К., 2006. — 274арк.
4. Гоголева И. В. Развитие положительной мотивации учебной деятельности у студентов-экономистов вуза :На основе междисциплинарной интеграции курса математики : Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 - Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования). — Якутск, 2007. — 247 с.
5. Євсеєва О. Г. Теоретико-методичні основи деятельностного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти : монографія / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2012. – 455 с.
6. Кириченко О. Е., Межпредметные связи курса математики и смежных дисциплин в техническом вузе связи как средство профессиональной подготовки студентов: Дис... канд. пед. наук: 13.00.02 -Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования). — Орел, 2003. —170 с.
7. Левчук О. В. Интеграція природничо-математической та специальной подготовки будущих экономистов у вищих аграрних учебных закладах : Дис... канд. наук: 13.00.04 – теорія та методика профессиональной освіти. – Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, Вінниця, 2008.

8. Новая философская энциклопедия : в 4 т. – М. : Мысль, 2000. - Т. 1. - 722 с.

9. Пудовкина Ю. В. Межпредметные связи как средство повышения эффективности процесса обучения математике студентов аграрного университета. : Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 - Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования). — Омск, 2004. — 223 с.

10. Российская педагогическая энциклопедия в двух томах: 1993. Российская педагогическая энциклопедия в двух томах: Том II / Гл. ред. В.В. Давыдов. – М.: Научное издательство «БОЛЬШАЯ РОССИЙСКАЯ ЭНЦИКЛОПЕДИЯ», 1999.

11. Семенова Г. М. Формирование исследовательской компетентности будущих радиофизиков в обучении математике на основе междисциплинарной интеграции: Дис... канд. пед. наук: 13.00.02 (Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования). — Ярославль, 2011. — 169 с.

12. Старцева Е. В. Реализация межпредметных связей физики и математики в средней школе : На примере факультативного курса «Вектор в физике и математике»: Дис... канд. пед. наук: 13.00.02 -Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования). — Москва, 2000. — 170 с.

13. Стучинська Н. В. Интеграція фундаментальної та фахової подготовки будущих лікарів у процесі вивчення фізико-математических дисциплін. : Дис... д-ра наук: 13.00.02 – теорія і методика обучения (фізика) / Національний педагогічний університет ім. М. П. Драгоманова. – Київ, 2008.

14. Шершнева В. А. Формирование математической компетентности студентов инженерного вуза на основе полипарадигмального подхода: Дис... докт. пед. наук: 13.00.02 -Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования). — Красноярск, 2011. — 402 с.

УДК 517.9

ВОПРОСЫ УСРЕДНЕНИЯ ВАРИАЦИОННЫХ ЗАДАЧ С ВЫРОЖДЕНИЯМИ В ОБЛАСТЯХ СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЫ

Рудакова О.А.

Донецкий национальный технический университет

Аннотация. *В работе представлен обзор результатов по вопросам Г-сходимости и усреднения для интегральных функционалов, определенных на переменных весовых пространствах Соболева, а также вопросов сходимости решений некоторых вариационных задач для этих функционалов.*

I.Вступление. Во многих областях науки и техники (например, в теории упругости, радиофизике, гидродинамике, теории композитных материалов и др.) изучаются процессы, протекающие в сильно неоднородных средах. Математическое описание таких процессов приводит к краевым задачам для дифференциальных уравнений с частными производными. При этом уравнения имеют быстро осциллирующие коэффициенты и (или) области, в которых они рассматриваются, имеют сложную, например, сильно перфорированную структуру, что в свою очередь, приводит к проблемам усреднения таких задач. Во многих важных случаях усредненное описание изучаемых процессов сводится к предельным (усредненным) краевым задачам для дифференциальных уравнений, которые имеют достаточно простые коэффициенты и (или) рассматриваются в простой области. Типичный пример областей сложной структуры, возникающих в теории усреднения, – перфорированные области, которые получаются из фиксированной области посредством выбрасывания большого числа непересекающихся компонент.

Впервые на математическом уровне строгости вопросы усреднения краевых задач в таких областях были исследованы в 60-е годы XX века в работах харьковских математиков В.А. Марченко и Е.Я. Хруслова [1], [2]. Результаты их монографии[2] получили дальнейшее развитие в работах Е. Я. Хруслова, в которых были разработаны вариационные методы исследования асимптотического поведения решений задач Дирихле и Неймана для линейных уравнений в областях сложной, вообще говоря, непериодической структуры.

Первые работы по усреднению для уравнений с частными производными с периодическими быстро осциллирующими коэффициентами относятся к началу 70-х годов прошлого столетия. Среди них отметим, например, работы Э. Санчес-Паленсии, Э. Де Джорджи, С. Спаньоло, А. Бенсуссана, Ж.-Л. Лионса, Дж. Папаниколау и Н. С. Бахвалова.

Важные результаты в теории усреднения в областях сложной структуры были получены И.В. Скрыпником. Им были разработаны методы усреднения задач Дирихле для нелинейных эллиптических уравнений второго порядка и некоторых классов нелинейных эллиптических уравнений высшего порядка в перфорированных областях, вообще говоря, непериодической структуры. В дальнейшем эти методы развивались в работах математиков донецкой школы по теории усреднения– С. А. Ламонова, А. И. Прокопенко, И. И. Скрыпника, Д. В. Ларина, М. А. Наумовой, Ю. В. Намлеевой.

Основные вопросы теории усреднения, заключающиеся в обосновании перехода от краевых задач для уравнений со сложными коэффициентами или уравнений в сложных областях к соответствующим усредненным задачам, тесно связаны с такими понятиями, как G-сходимость операторов и Γ-сходимость функционалов. Эти понятия характеризуются тем, что G-сходимость операторов сопровождается сходимостью решений соответствующих операторных уравнений к решению уравнения с G-предельным оператором, а Γ-сходимость функционалов во многих важных случаях влечет сходимость минимизантов этих функционалов к минимизанту Γ-предельного функционала.

Понятие Γ-сходимости функционалов с единой областью определения было введено в работе Э. Де Джорджи и Т. Франзони [3] и изучалось в работах многих итальянских математиков – Э. Де Джорджи, К. Сбордоне, П. Марчеллини, Дж. Даль Мазо, А. Брэйдеса и других (см., например, [4–8]).

Понятия G-сходимости операторов и Γ-сходимости функционалов с переменными областями определения, в том числе дифференциальных операторов и интегральных функционалов, связанных с перфорированными областями различной структуры, были введены и изучались в работах А.А. Ковалевского (см., например, [9–14]).

В вышеупомянутых исследованиях по теории усреднения рассматриваются преимущественно краевые и вариационные задачи для уравнений и функционалов с обычными условиями роста и коэрцитивности (без вырождения по пространственным переменным), и существует не так много работ, посвященных изучению задач усреднения с вырождениями, хотя исследование именно таких задач представляет существенный интерес и содержит еще много открытых вопросов.

В настоящей работе будет представлен обзор результатов, полученных автором в рамках исследования вопросов Г-сходимости функционалов и усреднения вариационных задач с вырождениями в областях сложной структуры (см. [15–19]).

II. Постановка задачи. Объектом исследования являются функционалы и прежде всего интегральные функционалы, определенные на весовых пространствах Соболева, связанных с последовательностью n-мерных областей, причем условия роста и коэрцитивности относительно интегрантов функционалов содержат весовую функцию и некоторую неограниченную последовательность добавочных слагаемых. Заметим, что, вообще говоря, эта последовательность может не иметь поточечной мажоранты. Ввиду этого обстоятельства соответствующее условие роста и коэрцитивности на интегранты рассматриваемых функционалов не сводится к соответствующим условиям на интегранты функционалов (как с единой, так и переменной областью определения), рассматриваемых в исследованиях по Г-сходимости другими авторами.

Используя методы вариационного исчисления, теории Г-сходимости функционалов и теории пространств Соболева, удается получить условия Г-компактности и Г-сходимости последовательностей рассматриваемых функционалов, а также условия сходимости решений некоторых вариационных задач для этих функционалов.

III. Результаты. Отметим следующие результаты:

- установлены достаточные условия сходимости глобальных минимизантов и соответствующих минимальных значений рассматриваемых функционалов, доказаны теоремы о Г-компактности для последовательностей интегральных функционалов, определенных на рассматриваемых пространствах (см. [15], [18], [19]);
- для последовательности функционалов, имеющих основную интегральную компоненту и определенных на переменных весовых соболевских пространствах, установлены достаточные условия сходимо-

сти минимизантов и минимальных значений вариационных задач с некоторыми неявно заданными поточечными ограничениями соответственно к минимизанту и минимальному значению предельной вариационной задачи с поточечным ограничением, определяемым той же функцией, что и исходные ограничения. В качестве приложения этого результата для рассмотренных функционалов установлены достаточные условия сходимости минимизантов и минимальных значений вариационных задач с односторонними зависящими от параметра регулярными препятствиями соответственно к минимизанту и минимальному значению предельной вариационной задачи с односторонним регулярным препятствием [16];

- установлено условие на весовую функцию, при котором в случае определенной (вообще говоря, непериодической) перфорации n-мерных областей соответствующие весовые соболевские пространства регулярно сильно связаны с предельным весовым пространством Соболева [15];

- доказана теорема о Г-сходимости последовательности интегральных функционалов, области определения которых связаны с периодически перфорированными областями, а интегранты имеют быстро осциллирующую компоненту и весовой множитель. При этом дано эффективное представление для интегранта Г-предельного функционала [17].

Заметим, что одним из установленных условий сходимости минимизантов и соответствующих минимальных значений функционалов является сильная связанность последовательности пространств. Об этом понятии следует сказать особо. Оно играет важную роль в вопросах усреднения задач Неймана в областях сложной структуры. Впервые условие сильной связанности было введено в работе Е.Я. Хруслова [20]. Сильная связанность последовательности пространств, используемых при исследовании сходимости решений краевых и вариационных задач в переменных (например, сильно перфорированных областях), позволяет перейти от последовательности решений, каждое из которых содержится в "своем", пространстве, к ограниченной последовательности в некотором едином пространстве. А это, в свою очередь, является первым шагом к выделению некоторого предельного элемента исходной последовательности и последующему доказательству того, что этот элемент есть решение соответствующей усредненной задачи.

Понятие сильной связанности изучается для последовательности весовых пространств Соболева (см., например, [15]). Будем говорить, что последовательность весовых пространств $\widetilde{W}_0^{1,p}(\nu,\Omega_s)$ сильно связана с пространством $W_0^{1,p}(\nu,\Omega)$, если существует последовательность линейных непрерывных операторов $l_s\colon \widetilde{W}_0^{1,p}(\nu,\Omega_s)\to W_0^{1,p}(\nu,\Omega)$ такая, что $\sup_{s\in\mathbb{N}}\|l_s\| < +\infty$ и для любых $s\in\mathbb{N}$ и $u\in\widetilde{W}_0^{1,p}(\nu,\Omega_s)$ имеем $(l_s u)(x) = u(x)$ для почти всех $x\in\Omega_s$.

Заметим также, что было установлено условие на весовую функцию, при котором в случае определенной (вообще говоря, непериодической) перфорации областей последовательность соответствующих весовых пространств Соболева сильно связана с некоторым предельным весовым соболевским пространством, причем имеет место более сильное свойство – регулярная сильная связанность рассматриваемых пространств [15].

Относительно понятия Г-сходимости заметим следующее. Г-сходимость – это особая сходимость функционалов, которая во многих важных случаях сопровождается сходимостью решений соответствующих вариационных задач для этих функционалов.

Отметим, что для различных ситуаций формулируется адекватное понятие Г-сходимости, учитывающее специфику рассматриваемых задач и связанное с определенной сходимостью последовательностей из областей задания функционалов, а по своей структуре требующее выполнение двух свойств, характеризующих поведение функционалов на соответствующих последовательностях. Пусть для любого$s\in\mathbb{N} I_s$ – функционал на $\widetilde{W}_0^{1,p}(\nu,\Omega_s)$, I– функционал на $W_0^{1,p}(\nu,\Omega)$. Согласно определению [18] Г-сходимость последовательности функционалов $\{I_s\}$ к функционалу I означает, что:

1) для любой функции$u\in W_0^{1,p}(\nu,\Omega)$существует последовательность$w_s\in\widetilde{W}_0^{1,p}(\nu,\Omega_s)$ такая, что

$$\lim_{s\to\infty}\int_{\Omega_s}|w_s-u|^p\,dx = 0, \lim_{s\to\infty} I_s(w_s) = I(u);$$

2) для любой функции $u\in W_0^{1,p}(\nu,\Omega)$ и любой последовательности $u_s\in\widetilde{W}_0^{1,p}(\nu,\Omega_s)$ такой, что $\lim\limits_{s\to\infty}\int_{\Omega_s}|u_s-u|^p\,dx = 0$, имеем $\underline{\lim}_{s\to\infty} I_s(u_s) \ge I(u)$.

С точки зрения приложений наибольший интерес представляет исследование Г-сходимости интегральных функционалов. Г-сходимость таких функционалов и эффективное представление для интегранта соответствующего Г-предела имеют место, например, в случае определенной периодичности интегрантов исходных функционалов по пространственной переменной или (и) периодичности структуры областей. В общем же случае особый интерес заключается в теоремах о Г-компактности. Результаты такого типа представлены в работах [18], [19].

IV. Выводы. В целом за прошедшие полстолетия исследования по теории усреднения приобрели широкий размах. Они отмечены существенными достижениями в изучении различных аспектов данной теории и вместе с тем не утратили своей актуальности, что не в последнюю очередь определяется их реальными и возможными приложениями в физике и технике.

Литература

1. Марченко В.А. Краевые задачи с мелкозернистой границей / В.А. Марченко, Е.Я. Хруслов //Мат. сб. – 1964. –**65**, № 3. – С. 458-472.

2. Марченко В.А. Краевые задачи в областях с мелкозернистой границей / В.А. Марченко, Е.Я. Хруслов. – К.: Наук.думка, 1974. – 278 с.

3. De Giorgi E. Su un tipo di convergenza variazionale / E. De Giorgi, T. Franzoni // Atti Accad. Naz. Lincei. Rend. Cl. Sci. Fis. Mat.e Natur. –1975. –**58**,№ 6. – P. 842-850.

4. De Giorgi E. Г-convergenza e G-convergenza / E. De Giorgi // Boll. U. M. I. – 1977. –**5**, 14-A. –P. 213-220.

5. De Giorgi E. Г-convergence and calculus of variations / E. De Giorgi, G. Dal Maso // Lecture Notes in Math. –1983. –**979**. –P. 121-143.

6. Dal Maso G. An introduction to Г-convergence / G. Dal Maso. – Boston: Birkhäuser, 1993. –337 p.

7. Braides A. Homogenization of multiple integrals / A. Braides, A. Defranceschi // Oxford Lect. Ser. Math. and Appl. – New York: Clarendon Press, 1998. –12.–298 p.

8. Marcellini P. Sur quelques questions de G-convergence et d'homogénéisation non linéare / P. Marcellini, C. Sbordone // C. R. Acad. Sci. Paris. Sér. A–B. – 1977. – 284. – P. 535-537.

9. Ковалевский А.А. Усреднение переменных вариационных задач / А.А. Ковалевский // Докл. АН УССР. Сер. А. – 1988. – № 8. – С. 6-9.

10. Ковалевский А.А. Условия Г-сходимости и усреднение интегральных функционалов с различными областями определения / А.А. Ковалевский // Докл. АН УССР. –1991. – № 4. – С. 5-8.

11. Ковалевский А.А. О Г-сходимости интегральных функционалов, связанной с вариационной задачей Дирихле в переменных областях / А.А. Ковалевский // Докл. АН Украины. –1992. – № 12. – С. 5-9.

12. Ковалевский А.А. О необходимых и достаточных условиях Г-сходимости интегральных функционалов с различными областями определения / А.А. Ковалевский // Нелинейные граничные задачи. – 1992. – Вып.4. – С. 29-39.

13. Ковалевский А.А. О Г-сходимости интегральных функционалов, определенных на слабо связанных соболевских пространствах / А.А. Ковалевский // Укр. мат. журн. – 1996. – 48, № 5. – С. 614-628.

14. Ковалевский А.А. Усреднение интегральных функционалов, связанных с областями периодической структуры каркасного типа с тонкими каналами / А.А. Ковалевский // Укр. мат. журн. – 2000. –52, № 5. –С. 616-625.

15. Ковалевский А.А. О сильной связанности весовых пространств Соболева и компактности последовательностей их элементов / А.А. Ковалевский, О.А. Рудакова // Труды ИПММ НАН Украины. – 2006. – 12. – С. 85-99.

16. Kovalevsky A.A. Variational problems with pointwise constraints and degeneration in variable domains / A.A. Kovalevsky, O.A. Rudakova // Differ. Equ. Appl. – 2009. – 1, № 4. – P. 517-559.

17. Kovalevsky A.A. Г-convergence of integral functionals with degenerate integrands in periodically perforated domains / A.A. Kovalevsky, O.A. Rudakova // Труды ИПММ НАН Украины. – 2009. – 19. – С. 101-109.

18. Рудакова О.А. О коэрцитивности интегранта Г-предельного функционала последовательности интегральных функционалов, определенных на различных весовых пространствах Соболева / О.А. Рудакова // Труды ИПММ НАН Украины. – 2007. –15. –С. 171-180.

19. Рудакова О.А. О Г-сходимости интегральных функционалов, определенных на различных весовых пространствах Соболева /О.А. Рудакова // Укр. мат. журн. – 2009. – 61, №1. – С. 99-115.

20. Хруслов Е.Я. Асимптотическое поведение решений второй краевой задачи при измельчении границы области / Е.Я. Хруслов // Мат. сб. – 1978. –106, № 4. – С. 604-621.

УДК 536.7

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ МЕТОДОМ КОНДЕНСАЦИИ ДОДЖСОНА

Руссиян С.А., Локтионов И.К., Иванисенко Н.С.
Донецкий национальный технический университет

Аннотация. *В статье рассматривается способ вычисления определителей размерности $n \times n$ методом конденсации Доджсона. Он представляет собой альтернативу правилу треугольников, и правилу расширения матрицы (правило Саррюса), для определителя третьего порядка, а также методу «накопления нулей» в определителях более высокого порядка.*

I. Введение. Хорошо известно, какую роль в высшей математике играет линейная алгебра. Это, первый фундаментальный раздел высшей математики формирующий основу математического образования специалиста и научного работника. В этой статье мы покажем альтернативный «универсальный» способ вычисления определителей любого порядка методом конденсации Доджсона [1] более известного как Льюис Кэрролл (английский писатель, математик, логик, философ, диакон и фотограф).

II. Постановка задачи. Объектом исследования этой статьи является способ вычисления определителей размерности $n \times n$, на примере определителей третьего, четвёртого и пятого порядка методом конденсации Доджсона.

III. Результаты. Конденсация Доджсона представляет собой способ вычисления определителей квадратных матриц. Она названа в честь ее изобретателя Чарльза Доджсона, более известного как Льюис Кэрролл. В случае матрицы размерности $n \times n$, метод состоит в построении матриц $(n-1)\times(n-1)$, $(n-2)\times(n-2)$, и так далее, заканчивая матрицей 1×1, соответствующей определителю исходной матрицы.

Этот алгоритм состоит из четырёх шагов:

1) Пусть *A* исходная матрица $n \times n$. Запишем матрицу *A* таким образом, чтобы она содержала только ненулевые элементы во внутренней части, то есть, $a_{i,j} \neq 0$ если $i, j \neq 1, n$. Это всегда можно добиться эквивалентными преобразованиями, не изменяя величину определителя.

2) Запишем матрицу $B\,(n-1)\times(n-1)$, состоящую из миноров второго порядка матрицы *A*. Т. е.

$$b_{i,j}=\begin{vmatrix} a_{i,j} & a_{i,j+1} \\ a_{i+1,j} & a_{i+1,j+1} \end{vmatrix},\ i,j\neq 1...n-1.$$

3) Применяя этап №2 к матрице *B*, запишем матрицу *C* размера $(n-2)\times(n-2)$, разделив соответствующие элементы полученной матрицы на внутренние элементы матрицы *A* каждое слагаемое матрицы *C* на $a_{i+1,j+1}$, соответствующее матрице *A*:

$$c_{i,j}=\frac{1}{a_{i+1,j+1}}\begin{vmatrix} b_{i,j} & b_{i,j+1} \\ b_{i+1,j} & b_{i+1,j+1} \end{vmatrix},\ i,j\neq 1...n-2.$$

4) Таким образом, *A*=*B* и *B*=*C*. Повторить пункт 3,пока не будет найдена матрица 1×1. Её единственный элемент и будет искомым определителем.

Пример 1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} -2 & -1 & -1 & -4 \\ -1 & -2 & -1 & -6 \\ -1 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & -3 & -8 \end{vmatrix}$.

Образуем матрицу *B* из миноров порядка 2:

$$\begin{vmatrix} \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -1 & -4 \\ -1 & -6 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -8 \end{vmatrix} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -1 & -5 & 8 \\ 1 & 1 & -4 \end{vmatrix}.$$

Затем составляем матрицу *C*:

$$\begin{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & -5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 8 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -1 & -5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -5 & 8 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -16 & 2 \\ 4 & 12 \end{vmatrix} . C = \begin{vmatrix} 8 & -2 \\ -4 & 6 \end{vmatrix} .$$

Элементы матрицы *C,* мы получили, разделив элементы полученной матрицы $\begin{vmatrix} -16 & 2 \\ 4 & 12 \end{vmatrix}$ на внутренние элементы матрицы *A*

$a_{2,2} = \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$. После деления получаем: $\begin{vmatrix} 8 & -2 \\ -4 & 6 \end{vmatrix} = |40|$. Делим на внутреннюю часть матрицы размера 3×3, т.е. определитель $|a_{2,2}| = -5$. Таким образом, окончательный ответ: -8.

Пример 2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \to \begin{vmatrix} 5 & -5 & -3 & -1 \\ -3 & -3 & -3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & -1 \\ -5 & -3 & -1 & -5 \end{vmatrix} \to \begin{vmatrix} -30 & 6 & -12 \\ 0 & 0 & 6 \\ 6 & -6 & 8 \end{vmatrix}$$

Появляется проблема. Если мы продолжим этот процесс, то возникнет необходимость деления на 0. Однако мы можем переставить строки исходной матрицы и повторить процесс:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 1 & -3 \end{vmatrix} \to \begin{vmatrix} -3 & -3 & -3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & -1 \\ -5 & -3 & -1 & -5 \\ 3 & -5 & 1 & 1 \end{vmatrix} \to \begin{vmatrix} 0 & 0 & 6 \\ 6 & -6 & 8 \\ -17 & 8 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\to \begin{vmatrix} 0 & 12 \\ 18 & 40 \end{vmatrix} \to |36|$$

Доказательство конденсации Доджсона основано на тождестве Доджсона – Якоби.

Тождество Доджсона – Якоби

Пусть $M = (m_{i,j})_{i,j=1}^{k}$ квадратная матрица, и для всех $1 \le i, j \le k$, обозначим M_i^j минор матрицы M, который получается вычеркиванием i-той строки и j-того столбца. Аналогично, для всех $1 \le i, j, p, q \le k$, обозначим $M_{i,j}^{p,q}$ минор матрицы M, который получается вычеркиванием i-той и j-той строк и p-того и q-того столбцов. Тогда

$$\det(\mathrm{M})\det(\mathrm{M}_{1,k}^{1,k}) = \det(\mathrm{M}_1^1)\det(\mathrm{M}_k^k) - \det(\mathrm{M}_1^k)\det(\mathrm{M}_k^1)$$

Доказательство тождества:

Обозначим через $a_{i,j} = (-1)^{i+j}\det\left(M_i^j\right)$ (с точностью до знака, (i,j) –го минора матрицы M), определим матрицу M' $(k \times k)$ через

$$M' = \begin{pmatrix} a_{1,1} & 0 & 0 & & 0 & a_{k,1} \\ a_{2,1} & 1 & 0 & \cdots & 0 & a_{k,2} \\ a_{3,1} & 0 & 1 & & 0 & a_{k,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{1,k-1} & 0 & 0 & & 1 & a_{k,k-1} \\ a_{1,k} & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{k,k} \end{pmatrix}.$$

(Заметим, что первый и последний столбцы матрицы M' равны соответственно первому и последнему столбцам транспонированной матрицы A). Тождество получается путем вычисления $\det(MM')$. Сначала вычислим произведение матриц MM':

$$MM' = \begin{pmatrix} \det(M) & m_{1,2} & m_{1,3} & & m_{1,k-1} & 0 \\ 0 & m_{2,2} & m_{2,3} & \cdots & m_{2,k-1} & 0 \\ 0 & m_{3,2} & m_{3,3} & & m_{3,k-1} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \; \vdots & \vdots \\ 0 & m_{k-1,2} & m_{k-1,3} & & m_{k-1,k-1} & 0 \\ 0 & m_{k,2} & m_{k,3} & \cdots & m_{k,k-1} & \det(M) \end{pmatrix},$$

где мы используем $m_{i,j}$ для обозначения (i,j) –ого элемента матрицы M. Определитель $\det(M)^2 \cdot \det(M_{1,k}^{1,k})$ матрицы MM' равен произведению определителей $\det(M) \cdot \det(M')$. Очевидно, что тождество

$$\det(M') = a_{1,1}\,a_{k,k} - a_{k,1}a_{1,k} =$$
$$\det(M_1^1)\det(M_k^k) - \det(M_1^k)\det(M_k^1)$$

следует из приравнивая двух полученных выражений $det(MM')$ и делением на $\det(M)$.

Доказательство конденсации Доджсона:

Перепишем тождество в виде:

$$\det(M) = \frac{\det(M_1^1)\det\left(M_k^k\right) - \det(M_1^k)\det(M_k^1)}{\det(M_{1,k}^{1,k})}.$$

Заметим, что по методу математической индукции, при применении процедуры конденсации Доджсона к квадратной матрице A порядка n, матрица на k −ом этапе вычислений (на первом этапе, при $k = 1$ матрица соответствует исходной матрице A) состоит из всех дополнительных миноров матрицы A порядка k, где дополнительный минор является определителем дополнительного $k \times k$ подмножества соседних элементов матрицы A. В частности, на последнем этапе $k = n,$ получаем матрицу, содержащую один элемент, который равен уникальному дополнительному минору порядкаn, а именно определителю A.

V. Выводы. Рассмотрен альтернативный способ вычисления определителей, с которыми мы сталкиваемся при изучении линейной алгебры, аналитической геометрии и других разделах высшей математики. В частности, согласно методу конденсации Доджсона определитель третьего порядка вычисляется в форме, лёгкой для запоминания:

$$\Delta_3\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \frac{1}{a_{22}}\begin{vmatrix} M_{11} & M_{13} \\ M_{31} & M_{33} \end{vmatrix}.$$

V. Литература

1. Dodgson condensation**.** - Интернет ресурс. Режим доступа:
https://en.Wikipedia.org/wiki/Dodgson_condensation

УДК 378.147

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ СРЕДСТВ ОБУЧЕНИЯ ПРИ ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ

Савин А.И.
Донецкий национальный технический университет

Аннотация. *Рассмотрены преимущества и недостатки использования компьютерных средств обучения. Приведено описание электронного учебного пособия по линейной алгебре.*

I. Введение. Приоритетом развития современного образования является внедрение информационно-коммуникационных технологий обучения, обеспечивающих совершенствование учебно-воспитательного процесса, доступность и эффективность различных форм образования. Информационные технологии в образовании играют всё более существенное значение. Современный учебный процесс сложно представить без использования компьютерных учебников, задачников, тренажёров, тестирующих систем и других компьютерных средств обучения.

Компьютерное средство обучения – это программное средство или программно-технический комплекс, предназначенный для решения определённых педагогических задач, имеющий предметное содержание и ориентированный на взаимодействие с обучаемым [1].

Основные педагогические задачи, решаемые с помощью компьютерных средств обучения: начальное ознакомление с предметной областью, освоение её базовых понятий; базовая подготовка на разных уровнях глубины и детальности; выработка умений и навыков решения типовых задач; проведение исследовательской работы с моделями изучаемых объектов; контроль и оценивание уровней знаний и умений.

II. Постановка задания. Рассмотрим преимущества и недостатки использования компьютерных средств обучения, а также приведём описание электронного учебного пособия по разделу высшей математики «Линейная алгебра», предназначенного для студентов технических специальностей.

III. Результаты.

1. Компьютерные средства обучения могут использоваться на всех этапах учебного процесса. По сравнению с традиционными учебно-методическими средствами они обеспечивают новые возможности, а многие существующие функции реализуются с более высоким качеством. В компьютерных средствах обучения возможно эффективно использовать все разнообразие мультимедийных технологий. Существует множество определений понятия «мультимедиа». Почти все они сходятся на том, что мультимедиа включает в себя текстовую, графическую, анимационную, видео- и звуковую информацию, допускающую различные способы структурирования, интегрирования и представления [2].

Одним из ключевых свойств мультимедиа является интерактивность. Интерактивность подразумевает процесс представления информации в ответ на запросы пользователя, позволяет в определенных пределах управлять представлением информации: пользователи могут индивидуально менять настройки, изучать результаты, а также отвечать на запросы программы о своих конкретных предпочтениях.

Выделяют три формы интерактивности мультимедиа [3]:

1. Реактивная интерактивность – обучающиеся отвечают на то, что им представляет программа. Последовательность заданий определяется очень строго, индивидуальное влияние на программу очень невелико.

2. Действенная интерактивность – обучающиеся управляют программой, они решают сами, выполнять ли задания по порядку или действовать самостоятельно в пределах приложения.

3. Взаимная интерактивность – обучающийся и программа способны приспособиться друг к другу.

Компьютер предоставляет обучающимся широкий круг возможностей установления интерактивного взаимодействия с программами [2]:

– манипулирование экранными объектами с помощью мыши;

– линейную навигацию: скроллинг вперед/назад в рамках экрана;

– иерархическую навигацию: выбор подразделов с помощью меню, структур, деревьев;

– интерактивные справки;

– обратную связь: программа отвечает обучающемуся, оценивая правильность выполнения им заданий;

– конструктивное взаимодействие: программа позволяет создавать и настраивать экранные объекты, а также управлять ими;

– рефлексивное взаимодействие: программа учитывает действия обучающегося для последующего анализа (например, для того чтобы на основе этой информации рекомендовать оптимальную последовательность изучения материала в рамках занятия);

– имитационную интерактивность: экранные объекты связаны друг с другом и взаимодействуют таким образом, что настройка этих объектов определяет их поведение, имитируя реальное функционирование технических устройств, систем, различных процессов и т. д.

Компьютерные средства обучения позволяют обучающимся самостоятельно работать над учебными материалами и решать, как и в какой последовательности их изучать, как использовать интерактивные возможности. Таким образом, обучающиеся становятся активными участниками образовательного процесса. Они могут влиять на процесс обучения, подстраивая его под индивидуальные способности и предпочтения, то есть они могут изучать именно тот материал, который их интересует в данный момент, повторять материал столько раз, сколько им необходимо, что способствует индивидуальному восприятию учебной информации. Индивидуализация обучения при использовании компьютерных средств способствует реализации принципов активного, самостоятельного, творческого обучения.

Применение компьютерных средств обучения имеет также отрицательные стороны: некоторые обучающиеся не могут воспользоваться той свободой, которую предоставляет самостоятельное обучение посредством мультимедийных материалов; запутанные и сложные способы представления информации отвлекают обучающегося от изучаемого материала, рассеивая его внимание; некоторые обучающиеся не умеют пользоваться компьютером, поэтому предварительно необходимо обучать их основам компьютерных технологий; не все обучающиеся располагают требуемым аппаратным и программным обеспечением.

2. С целью организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов технических специальностей автор разрабатывает компьютерное средство обучения − электронное учебное пособие по разделу высшей математики «Линейная алгебра». Пособие предназначено для обеспечения информационной поддержки учебной деятельности студентов, улучшения качества их подготовки.

Электронное учебное пособие состоит из трёх блоков: инструктивного, информационного и контрольного.

Инструктивный блок содержит описание пособия, краткое руководство по работе с ним, список используемых обозначений. Инструктивный блок представлен в виде тестового документа.

Информационный блок содержит изучаемый материал и представляет собой набор страниц гипертекста, которые объединены в разделы и подразделы. Такое представление материала сохраняет привычный для обучающегося алгоритм обучения.

Первая страница содержит оглавление, каждый из заголовков которого снабжен гипертекстовой ссылкой на соответствующий раздел.

Учебный материал электронного пособия разбит на три раздела:

1. Определители.
   - 1.1. Определители второго и третьего порядка.
   - 1.2. Основные свойства определителей.
   - 1.3. Вычисление определителей.
2. Матрицы.
   - 2.1. Основные виды матриц.
   - 2.2. Действия над матрицами.
   - 2.3. Обратная матрица.
3. Системы линейных алгебраических уравнений.

3.1. Метод Крамера.

3.2. Метод Гаусса.

3.3. Решение СЛАУ с помощью обратной матрицы.

Каждый раздел содержит теоретический материал, примеры решения задач и вопросы для самопроверки.

Демонстрация типовых задач, иллюстрирующих теоретическую часть курса, проводится через каскад открывающихся графических форм на экране компьютера: условие задачи, разбор решения, ответ.

Контрольный блок содержит тестовые задания, а также включают в себя наборы задач для самостоятельного решения.

В электронном учебном пособии используются все возможности гипертекста – от расшифровки понятий во всплывающих подсказках до перехода по ключевым словам и словосочетаниям к тексту, имеющему отношение к рассматриваемому материалу. При этом в каждом новом фрагменте могут содержаться новые ключевые слова, так что траектория передвижения обучающегося в текстовом пространстве может быть весьма сложной. Гипертекст позволяет разбить весь материал на мелкие структурные единицы, сохраняя при этом логическое единство курса. Гипертекст также предоставляет обучающимся возможность прямой и обратной навигации между структурными единицами и разделами.

IV. Выводы. Компьютерные средства обучения позволяют не только сообщать фактическую информацию, снабженную иллюстративным материалом, но и наглядно демонстрировать те или иные процессы, которые невозможно показать при использовании традиционной учебно-методической литературы. Компьютерные средства обучения предоставляют больше возможностей обучающимся для самостоятельной работы. Применение компьютерных средств обучения способствует повышению мотивации обучающихся, развитию у них осознанного подхода к обучению и, следовательно, помогает им в формировании более глубокого понимания предмета.

Литература

1. Башмаков А.И. Разработка компьютерных учебников и обучающих систем / А.И. Башмаков, И.А. Башмаков – М.: Информационно–издательский дом «Филинъ», 2003. – 616 с.

2. Бент Б. Андресен Мультимедиа в образовании: специализированный учебный курс / Бент Б. Андресен, Катя ван ден Бринк. – М.: Дрофа, 2007. – 224 с.

3. Смолянинова О.Г. Мультимедиа в образовании (теоретические основы и методика использования): монография / О.Г. Смолянинова. – Красноярск: Изд. КрасГУ, 2002. –300 с.

УДК 371.26:51

АНАЛИЗ ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ ШКОЛ ГОРОДА ДОНЕЦКА К ГОСУДАРСТВЕННОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО МАТЕМАТИКЕ

Селякова Л. И., Панова Л. И.
Донецкий национальный университет

Аннотация. *В статье проведен сравнительный анализ государственной аттестации по математике в России и в Украине для подготовки учащихся к единому государственному экзамену и внешнему независимому оцениванию; проанализированы общие положения организации государственных аттестаций в России и в Украине, а так же структура и содержание заданий по математике.*

Введение. Для учебных заведений среднего образования одной из важных является задача подготовки учащихся к поступлению в высшее учебное заведение. Большинство учебных заведений в сегменте среднего образования являются государственными. Это, в свою очередь, подразумевает наличие соответствующих стандартов качества, при этом, имеется в виду единый образовательный минимум, который можно найти в любой школьной программе. Как в России, так и в Украине, соответственно образовательным программам проводятся государственные аттестации: старшеклассники уже несколько лет сдают в качестве выпускных и одновременно вступительных экзаменов единые государственные экзамены (ЕГЭ) в России и внешнее независимое оценивание (ВНО) в Украине.

В г. Донецке сложилась ситуация, в которой нынешним учащимся, будущим абитуриентам, приходится выбирать, где учиться. Многие школьники делают выбор в пользу родного города, хотят остаться в Донецке, здесь поступить в ВУЗ, получить образование и в дальнейшем работать на благо родного края. Другим выпускникам приходится выбирать между ВУЗами России и Украины. Соответственно, кто-то будет сдавать ЕГЭ, а кому-то придется сдавать ВНО. Именно поэтому проблема выбора между ЕГЭ и ВНО в нашем регионе в настоящее время является достаточно актуальной, и, очевидно, останется актуальной еще несколько лет. В современных условиях в Донецком регионе существует противоречие между необходимостью для определенного контингента учащихся сделать выбор между единым государственным экзаменом и внешним независимым оцениванием и совершенно не изученным вопросом сравнительного анализа, который помог бы сделать такой выбор. Это противоречие обусловило выбор темы нашего исследования: «Анализ подготовки учащихся школ города Донецка к государственной аттестации по математике».

Цель нашего исследования заключается в проведении сравнительного анализа государственной аттестации по математике в России и в Украине для подготовки учащихся к ЕГЭ и ВНО. Объектом исследования стала государственная аттестация по математике. Предметом нашего исследования стали подготовка, организация, содержание и проведение государственной аттестации по математике в России и в Украине. Согласно цели исследования проведен сравнительный анализ истории введения ЕГЭ и ВНО, общих положений этих государственных аттестаций, структуры и вида заданий, организации проведения испытаний, содержания программы по математике.

Государственная аттестация в России и в Украине: общие положения. Впервые эксперимент по введению ЕГЭ был проведён в 2001 г. в некоторых отдельных республиках и областях России по восьми учебным дисциплинам. В 2002 году эксперимент по введению единого государственного экзамена прошёл в 16 регионах страны. В 2003 году эксперимент охватил 47 субъектов РФ, а в 2004 — 65 регионов страны. В 2006 ЕГЭ уже сдавали около 950 тысяч школьников в 79 регионах России, а в 2008 – свыше миллиона учащихся во всех регионах страны. Конкретный перечень предметов, по которым ЕГЭ проводился в 2001-2008 годах, устанавливался каждым регионом самостоятельно [3]. Единый государственный экзамен – это форма государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования. При проведении ЕГЭ используются контрольные измерительные материалы (КИМ), представляющие собой комплексы заданий стандартизированной формы, а также специальные бланки для оформления ответов на задания. На территории Российской Федерации ЕГЭ организуется и проводится Федеральной службой по надзору в сфере образования и науки совместно с органами исполнительной власти субъектов Российской Федерации [3]. С 2009 года ЕГЭ является единственной формой выпускных экзаменов в школе и основной формой вступительных экзаменов в ВУЗ, при этом есть возможность повторной сдачи ЕГЭ в последующие годы. Начиная с 2009 года, выпускники школ сдают два обязательных выпускных экзамена: по русскому языку и математике. Для поступления в ВУЗ абитуриенту в России необходимо сдать вступительные экзамены в форме ЕГЭ. Выпускники могут сдавать любое количество дополнительных экзаменов в форме ЕГЭ.

С 2004 г. при поддержке международных и общественных организаций система внешнего независимого оценивания формируется в Украине [1]. Внешнее независимое оценивание (ВНО) – это стандартизированное тестирование, прохождение которого является обязательным для всех выпускников украинских школ, желающих поступать в высшие учебные заведения Украины. Условия проведения всех тестирований определяются Украинским центром оценивания качества образования – учреждением, обеспечивающим организацию проведения внешнего независимого оценивания в Украине. ВНО предназначено только для тех выпускников средних учебных заведений, которые поступают в ВУЗ. Принять участие в тестировании можно только один раз в год. Пересдать тесты в случае негативного результата невозможно. Тест по украинскому языку и литературе является обязательным для всех абитуриентов Украины, прохождение других тестов внешнего оценивания предлагается на выбор абитуриенту в зависимости от специальности, которую он выбрал для обучения в высшем учебном заведении. Абитуриент может выбрать не более четырех предметов для сдачи тестов внешнего оценивания [2].

ЕГЭ проводится по русскому языку, математике, иностранным языкам (английскому, немецкому, французскому, испанскому), физике, химии, биологии, географии, литературе, истории, обществознанию, информатике. Внешнее независимое оценивание проводится по основным предметам школьного курса: украинскому языку и литературе, истории Украины, математике, биологии, химии, физике, географии, английскому языку, немецкому языку, французскому языку, испанскому языку и русскому языку.

Содержание программы по математике. Мы сравниваем два программных документа, согласно которым составляются задания для ЕГЭ и ВНО, которые, в свою очередь, составлены на основе программы по математике для средних учебных заведений. В Российской Федерации таким документом является «Кодификатор элементов содержания по математике для составления контрольных измерительных материалов для проведения единого государственного экзамена». В Украине это – «Програма зовнішнього незалежного оцінювання з математики для осіб, які бажають здобувати вищу освіту на основі повної загальної середньої освіти».

Сравнительный анализ документов показал, что перечень тем, знание которых проверяют ЕГЭ и ВНО, приблизительно одинаковый, существует различие только в последовательности перечисления тем. В обоих документах рассматриваются следующие разделы: числа и выражения; уравнения, неравенства и их системы; функции; начала математического анализа; планиметрия; стереометрия; элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

Содержание упомянутых разделов, также, практически совпадает. В документах мы видим перечень практически одних и тех же тем. Среди различий можно отметить только лишь две темы: «Параллельное проектирование, изображение пространственных фигур» (присутствует только в российском документе) и «Геометрические преобразования» (присутствует только в украинском документе).

Сравнительный анализ заданий государственной аттестации. Сравним варианты заданий единого государственного экзамена и внешнего независимого оценивания за 2014 год.

ЕГЭ по математике за 2014 год содержит 21 задание, причем 15 из них (задания группы В) – задания с коротким ответом, а еще 6 (задания группы С) – задания, в которых экзаменующийся должен записать полное обоснованное решение и ответ. Заданий внешнего независимого оценивания по математике за 2014 год видим в количестве 34. Это задания трех видов: тестовые задания с предлагаемыми вариантами ответов (№1 - №20), тестовые задания с выбором соответствия (№21 - №24) и тестовые задания «открытого типа», в которых требуется найти и записать только числовой ответ (№25 - №34).

Анализируя количество и вид предлагаемых заданий, хотим заметить, следующее:

- ✓ российский экзамен по математике содержит меньшее количество заданий, чем украинский, но при этом, на решение меньшего количества заданий отводится большее количество времени, что говорит, по-видимому, о разном уровне сложности заданий, предлагаемых в России и в Украине;
- ✓ большее количество заданий, очевидно, дает возможность охватить большее количество тем по математике, но в погоне за количеством можно потерять качество и перегрузить экзаменующегося;
- ✓ в украинском ВНО встречаем задания с выбором предлагаемых ответов, задания с выбором соответствия, правильные ответы в которых можно просто угадать (по количеству таких заданий более 70%), что затрудняет, на наш взгляд, проверку качества знаний испытуемого;

- ✓ во всех заданиях российского ЕГЭ экзаменующийся должен ответ получить сам, то есть, нет заданий с предлагаемыми вариантами ответов, что исключает момент угадывания;
- ✓ среди заданий ВНО мы не встречаем ни одного задания, в котором требовалось бы полное обоснование решения и ответ, а среди заданий ЕГЭ таких заданий – 6 (по количеству, более 30%), именно такие задания, на наш взгляд, проверяют глубину и качество знаний;
- ✓ тестовый вид заданий ВНО позволяет выполнять проверку исключительно при помощи компьютера, что исключает влияние на оценку при проверке так называемого человеческого фактора (многие считают это важнейшим показателем объективности);
- ✓ наличие заданий в ЕГЭ с требованием полного обоснованного решения делает невозможной проверку работ без привлечения проверяющих экзаменаторов, но одну и ту же работу проверяют несколько специалистов, что значительно сокращает возможность необъективности в выставлении оценки.

Очевидны совпадения в подавляющем количестве представленных заданиями тем, что и понятно, потому что имеем практическое совпадение в программах по математике. Различия невелики: ЕГЭ за 2014 г. содержит задания на оптимизацию затрат (в отличие от ВНО), а среди заданий ВНО за этот же год видим задания на числовые последовательности, на координаты и векторы на плоскости и в пространстве (в ЕГЭ таких заданий мы не увидели).

Хотя в перечне представленных тем существенных различий мы не нашли, хочется обратить внимание на отличие, на наш взгляд, весьма важное. Не смотря на то, что охват тем, практически, одинаковый, темы эти представлены заданиями прикладного характера значительно в большем количестве в ЕГЭ. Заданий, демонстрирующих применение математических знаний в реальных жизненных ситуациях, в ЕГЭ за 2014 г. мы насчитали 8 из 21 (это около 38 % по количеству), а среди заданий ВНО за тот же год – только 3 из 34 (это меньше 9% по количеству). Очевидно, что далеко не все, сдающие и ЕГЭ, и ВНО по математике, свяжут свою профессиональную деятельность с математикой. Но практически всем, так или иначе, придется применять математические знания в жизни, в профессиональной деятельности. Именно умение применить математические знания, по-видимому, важнее проверять прежде всего остального. Математика должна быть «живой», а математические знания – применимыми и полезными.

Наконец, предлагая для решения учащимся школ г. Донецка задания ЕГЭ и ВНО, мы пришли к следующим выводам:

- ✓ задания ВНО нам показались значительно легче, чем задания ЕГЭ;
- ✓ в тестовых заданиях с предложенными вариантами ответа (ВНО) можно угадать правильный ответ без понимания, откуда этот ответ берется и наоборот, можно ошибиться в выборе правильного ответа, но при этом понимать, каким путем можно получить ответ;
- ✓ задания, требующие полного обоснования решения (ЕГЭ), проверяют не только знание определенных разделов математики, умение применить эти знания, но и способность логически мыслить, умение анализировать и делать умозаключения, обосновывать свои логические выводы;
- ✓ задания ЕГЭ и ВНО располагаются в порядке возрастания сложности, но именно последнее задание ЕГЭ нам показалось особенно сложным, «олимпиадного» уровня, требующим особого опыта и мышления.

Выводы. Мы видим, что введение государственных аттестаций в России и в Украине происходит примерно одновременно, в начале XXI века, в виде эксперимента, охватывая все больше число регионов страны. В общих положениях, задачах и целях, организации ЕГЭ и ВНО видим существенные различия. Основное из отличий заключается в том, что ЕГЭ является единственной формой выпускных экзаменов в школе и основной формой вступительных экзаменов в ВУЗы, а ВНО предназначено только для тех выпускников, которые хотят поступить в ВУЗы. Кроме того, в РФ обязательными для всех выпускников средних учебных заведений являются экзамены по русскому языку и математике, а в Украине обязательным является тест по украинскому языку и литературе, да и то, только для абитуриентов. Так же, мы видим разницу в перечне предметов (для ЕГЭ их больше, включены обществознание и информатика, в отличие от ВНО), в количестве предметов, которые может сдать выпускник (в РФ – любое количество, а в Украине – не более четырех). Есть разница и в правилах поступления в ВУЗы: если в Украине ВНО является единственной формой вступительных в ВУЗ экзаменов, то в РФ, кроме ЕГЭ, при поступлении на некоторые специальности возможны дополнительные творческие экзамены, а при поступлении в некоторые ВУЗы – дополнительные экзамены.

Сравнительный анализ программных документов по математике показал, что перечень тем, знание которых проверяют ЕГЭ и ВНО, приблизительно одинаковый, существует различие только в последовательности перечисления тем и форме программных документов.

Документы, подтверждающие прохождение государственной аттестации по математике (сертификаты), существуют и в России, и в Украине. В России, в отличие от Украины, сертификат действителен в течение 4 лет и с 2015 года будет существовать только в электронном виде, в базе данных. Как участник ЕГЭ, так и участник ВНО имеет право подать заявление в апелляционную комиссию для пересмотра количества полученных баллов. Процедура апелляции в Украине и России аналогична.

Сравнение качественного состава заданий государственных аттестаций по математике показывает самую существенную, на наш взгляд, разницу между этими испытаниями.

Подытоживая, можно сказать, что основные причины введения ЕГЭ и ВНО одинаковы: уравнение шансов и искоренение коррупции при поступлении в любой ВУЗ страны, при проживании в любой ее части. В этом и заключаются самые главные аргументы в пользу проведения государственной аттестации, хотя, как и везде, можно говорить и о некоторых недочетах.

Мы надеемся, что наше исследование будет полезно для учащихся и учителей школ г. Донецка для подготовки к государственной аттестации по математике.

Мы предполагаем дальнейшую работу над темой исследования по следующим направлениям:

- ✓ анализ результатов мониторинга учебных достижений по математике учащихся школ г. Донецка с целью обобщить типичные ошибки для улучшения подготовки учащихся к государственной аттестации;
- ✓ исследование особенностей подготовки к ЕГЭ по математике в условиях обучения в школах г. Донецка.

Литература

1. Адам О. Усе про зовнішнє незалежне тестування від перших осіб / О. Адам // Математика в школах України. – 2006. – № 10. – С.4-13.

2. Горох В.П. Готуємося до зовнішнього незалежного оцінювання з математики / В.П. Горох // Вісник ТІМО. – 2007. – № 1. – С. 9-20.

3. Единый государственный экзамен. Научные основы, методология и практическая организация эксперимента: Сб.статей / под ред. В.А. Болотова. – М.:Логос, 2002.

УДК 371.1

ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ПРОЦЕССА АДАПТАЦИИ СТУДЕНТОВ К ОБУЧЕНИЮ В ВЫСШЕМУЧЕБНОМ ЗАВЕДЕНИИ

Скафа Е. И.

Донецкий национальный университет

Аннотация. *В работе на основе психолого-педагогического представления о процессе адаптации обучаемых раскрываются основные его формы, присущие студентам, поступившим в высшие учебные заведения. Автором выделены четыре этапа такого процесса, позволяющие студентам наиболее мягко адаптироваться к условиям обучения в вузе и сформировать мотивацию к будущей профессиональной деятельности.*

Введение. Вступление выпускников общеобразовательной школы в высшие учебные заведения сопровождается переходом молодых людей в новое социальное окружение, которое порождает проблемы и трудности адаптационного характера. При этом, как отмечает Т.Алексеева [2, с. 28], важность переходного периода с точки зрения перспектив дальнейшего профессионального роста будущих специалистов заключается в том, что "неадаптированные студенты переносят негативное отношение к социальной среде вуза на избранную профессиональную деятельность"

Необходимым условием успешной деятельности студента в высшем учебном заведении является освоение новых для него особенностей образовательной деятельности. В течение первых курсов складывается студенческий коллектив, формируются навыки и умения рациональной организации умственной деятельности, осознается призвание к избранной профессии, производится оптимальный режим труда, досуга и быта, устанавливается система работы по самообразованию и самовоспитанию профессионально значимых качеств личности.

Успешность обучения студента зависит от многих факторов, среди которых одним из важнейших является его интеллектуальное развитие как показатель умственной деятельности и внимание – функция регуляции познавательной деятельности. Но резкое изменение предыдущего многолетнего привычного рабочего стереотипа, основу которого составляет открытое И. Павловым психофизиологическое явление – динамический стереотип, иногда приводит к нервным срывам и стрессовым реакциям, что может сначала обусловить и сравнительно низкую успеваемость, и трудности в общении. Избежать подобных явлений возможно благодаря всестороннему психолого-педагогическому исследованию проблемы адаптации студентов к обучению в высшем учебном заведении.

То есть главным условием для успешного включения студентов в разные виды учебной и профессионально-ориентированной деятельности в высшем учебном заведении является их адаптация к обучению.

Понятие "адаптация", что переводе с латинского языка (adaptare – приспосабливать)означает в первую очередь приспособление, толкуют в нескольких проекциях. Так, трактуя термин в широком понимании, исследователи отождествляют адаптацию с "приспособлением к окружающей среде"[10]. Авторы Большой советской энциклопедии квалифицируют адаптацию как процесс приспособления строения и функций организмов и их органов к условиям среды [4, с. 216]. По утверждению А. Мороза [9, с. 27], термин "адаптация" был введен к научной терминологии немецким физиологом Аубертом в 1865 году для обозначения явления приспособления органов чувств к действию на них раздражителей. Таким объяснением ограничивали понимание адаптационного процесса. Индивид и среда в ходе взаимодействия постоянно возобновляют и поддерживают равновесие. Первичная семантика адаптации означает процесс, который происходит с организмом до тех пор, пока его функционирование опять не будет отвечать условиям среды. То есть процесс адаптации – это установление взаимосоответствия организма и среды [11].

В современной научной литературе отсутствует единое трактование сущности понятия адаптации. Сопоставления дефиниций, которыми пользуются ученые, представители разных областей науки, удостоверяет синонимичность толкований: понимания адаптации как процесса приспособления организма к новым условиям жизни.

Вопросы адаптации студентов рассматривают в своих исследованиях Т. Алексеева [2], Г. Балл [3], С. Гура [5], А. Деркач и В. Зазыкин[1], Т. Левченко[6], А. Мороз [9], Е. Скафа [13] и др.

Исследователи различают три формы адаптации студентов-первокурсников к условиям обучения в высшем учебном заведении:

- адаптация формальна, которая касается познавательно-информационного приспособления студентов к новому окружению, к структуре высшей школы, к содержанию обучения в ней, ее требований, к своим обязанностям;
- общественная адаптация, то есть процесс внутренней интеграции (объединение) групп студентов-первокурсников и интеграция этих же групп со студенческим окружением в целом;
- дидактичная адаптация, которая касается подготовки студентов к новым формам и методам образовательной деятельности в высшей школе.

Постановка задания. Мы остановимся на освещении вопросов, связанных с дидактичной адаптацией студентов к обучению в высших учебных заведениях.

Цель. *На основе анализа современных психолого-педагогических исследований по вопросам адаптации обучающихся и анализа личного опыта работы со студентами осветить основные возможные направления работы по формированию адаптации студентов к обучению в современном университете.*

Задание.

1. *Проанализировать теоретические основы проблемы адаптации студентов к обучению в высшей школе.*

2. *На основе опыта работы со студентами-математиками и их анкетирования ввести основные этапы процесса адаптации обучающихся в современном университете.*

Результаты. В условиях реформирования высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики и интегрирования многих направлений подготовки к Российскому образовательному пространству, объектом и субъектом обучения выступает студент. Он должен не только быть подготовленным к восприятию новой системы, но и главное уже уметь сразу же с 1 сентября адаптироваться к новым технологиям, новому оцениванию, к выполнению самостоятельной работы, понимать, что такое индивидуально-консультативная работа и др.

В психолого-педагогических исследованиях А. Деркач и В. Г. Зазыкина [1], А. Кузьминского [7], Т. Левченко [8], М. В. Буланова-Топоркова, А. В. Духавнева, Л. Д. Столяренко[10] и др. в процессе адаптации первокурсников в ВУЗе выделяют следующие трудности, присущие студентам:

- негативные переживания, связанные с выходом вчерашних учеников из школьного коллектива с его взаимной помощью и моральной поддержкой;
- неопределенность мотивации выбора профессии, недостаточная психологическая подготовка к ней;
- неумение осуществлять психологическое саморегулирование поведения и деятельности, которая усиливается отсутствием постоянного контроля со стороны преподавателей;
- поиск оптимального режима труда и отдыха в новых условиях;
- налаживание быта и самообслуживание, особенно в случаях перехода из домашних условий в общежитие;
- отсутствие навыков самостоятельной работы, неумение конспектировать, работать с первоисточниками, словарями, справочниками и др.

Все эти трудности различны по своему происхождению. Одни из них объективно неминуемые, другие имеют субъективный характер и связаны со слабой подготовкой, дефектами воспитания в семье и школе.

Исследования, проведенные в этом направлении, показывают, что первокурсники не всегда успешно овладевают знаниями не потому, что получили слабую подготовку в средней школе, а потому, что у них не сформированы такие черты личности, как *готовность к обучению, способность учиться самостоятельно, контролировать и оценивать себя, владеть своими индивидуальными особенностями познавательной деятельности, умение правильно распределять свое рабочее время для самостоятельной подготовки.*

Это подтверждается и анкетированием, проведенным со студентами факультета математики и информационных технологий Донецкого национального университета (в анкетировании приняло участие 240 респондентов). На вопрос:"С чем необычным, новым встречались Вы на первом курсе"? – мы получили такие ответы: "с совершенно другой, в отличие от школьной, организацией учебного процесса"– 69,3 %, "с большим объемом самостоятельной работы" – 59 %, "с особенностями самостоятельной жизни отдельно от семьи" – 29,2 %, "с новыми нормами студенческого коллектива" – 18,2 %.

Все эти факторы значительно влияют на процесс адаптации студента к новым для него условиям жизни в университете. И от того, как вчерашний школьник или особенно "приезжий студент", который живет отдельно от семьи, пройдет этот период, будет во многом зависеть качество его обучения.

В этих условиях чрезвычайно важно начинать процесс адаптации с ***информационного этапа.*** Целью этапа является информирование будущих студентов о сути, целях и задачах образовательного процесса соответствующих факультетов, абитуриентами которого они являются. В настоящее время во всех образовательных организациях высшего профессионального образования разработаны проекты государственных образовательных стандартов и создаются основные образовательные программы для каждого направления подготовки (специальности). Главная задача ООП – ее привлекательность для абитуриентов. Выпускник средней школы должен хорошо понимать: чем образовательные программы по одному и тому же направлению подготовки отличаются в различных вузах, в чем преимущество выбранной им программы подготовки, какие компетенции будут заложены и развиты у студента во время обучения в данном вузе, какие профессиональные качества будут сформированы уже во время обучения.

Такая разъяснительная работа должна обязательно проводиться высшим учебным заведением, в рамках профориентационной работы со школьниками. Важным средством такой работы может служить сайт высшего учебного заведения, на страницах которого для будущего студента будет представлена аннотация основной образовательной программы. На сайте должна быть представлена реклама будущей профессии, возможна организация постоянных форумов для старшеклассников, введение образовательных страничек по интересующих школьников научно-исследовательским проблемам и др.

На информационном этапе актуальным является проведение в вузе «Фестиваля Науки». На такой форум обязательно нужно приглашать будущих абитуриентов. Знакомясь с научными разработками преподавателей и студентов вуза, школьники смогут увидеть новые интересующие их исследования, приобщиться к творческой работе.

Во многих вузах традиционно для студентов проводятся «Ярмарки профессий» с привлечением работодателей. На эти мероприятия также полезно приглашать старшеклассников. Познакомясь с различными направлениями работы по данному направлению, они более осознанно будут подходить к выбору факультета, на котором в дальнейшем им придется учиться, а значит и адаптация к обучению пройдет более мягко.

Только введение информационного этапа процесса адаптации для сегодняшних выпускников школы недостаточно. Во многих высших учебных заведениях обучение на первом курсе является очень трудным для вчерашнего выпускника школы из-за большого объема математических дисциплин, являющихся базисом университетского образования. Современные школьники приходят в вуз с недостаточной математической подготовкой, не могут воспринимать высокого темпа обучения.

Поэтому мы предлагаем второй этап адаптации к обучению в вузе – это ***коррекционный этап***(опыт внедрения этого этапа для студентов-математиików описан нами в [13]).

Предлагаем построение курса высшей математики для технических, экономических и естественнонаучных направлений подготовки начинать с мониторинга учебных достижений, представленных в работе Е. Г. Евсеевой[6]. Проведение нулевых контрольных работ является общепринятой практикой во многих университетах, однако анализ по примеру, описанному в [6], практически не проводится, что не дает четкого представления преподавателю о путях коррекционной работы со студентами. Выделение времени на проведение коррекции знаний по элементарной математике, на обобщение и систематизацию знаний студентов способствует в дальнейшем успешному восприятию студентом, как самого курса вышей математики, так и основных нормативных дисциплин в дальнейшей работе.

Следующим этапом адаптации можно считать ***этап "погружения"****студентов в учебную деятельность*. На этом этапе в процессе организации обучения особенно дисциплин естественно-математического цикла важным является формирование мотивации на будущую профессиональную деятельность.

Часто на формирование мотивации к профессиональной деятельности влияет наличие или отсутствие интереса к обучению конкретных дисциплин, познавательная мотивация и т.д. Это влияние становится еще очевиднее, если смотреть на процесс усвоения разных учебных дисциплин как на последовательный ряд промежуточных этапов достижения конечных целей обучения – профессиональной подготовки специалистов.

На этом этапе очень важной является разработка преподавателем профессионально ориентированных модулей дисциплины и формирование у студентов опыта профессионально ориентированной эвристической деятельности [12].

Изучая мотивационную сферу студентов вуза, следует указать, что познавательная мотивация (мотив содержания образования, процессуальный мотив, мотив самосовершенствования, мотив заинтересованности студента в самостоятельной учебной деятельности) у студентов набирает силу на старших курсах, по сравнению с предыдущими годами, а, следовательно, и возникает желание учиться.

По-настоящему на деятельность студентов влияют именно профессиональные и познавательные мотивы обучения (внутренние мотивы), поэтому *формирование позитивных мотивов является одной из важных предпосылок повышения эффективности обучения студентов в высшей школе и* становится стержнем личности будущего *специалиста.*

В условиях стремительного развития науки, техники и социально-экономической сферы растет роль профессионально- ориентированного обучения математике, направленного на прикладной характер будущей профессиональной деятельности специалиста, учитывая при этом изменения в информационных и коммуникационных технологиях. В этих условиях для качественного формирования позитивных мотивов у студентов целесообразно считать обучение высшей математике профессионально ориентированным, если применяется методическая система обучения предмету, направленная на формирование у студентов надлежащей теоретической математической подготовки, необходимой для решения профессиональных заданий, с применением современных компьютерно-ориентированных средств.

Особую роль при этом играют системы профессионально- ориентированных задач, направленных на мотивацию студента к будущей профессиональной деятельности. Прикладные профессионально-ориентированные задачи являются целесообразными на лекциях, интегрированных лабораторных и практических работах, в системах компьютерных программ, поскольку способствуют мотивации, актуализации, закреплению приобретенных умений.

Еще одним из этапов адаптации студентов является ***контрольно-оценочный этап.***

Во многих вузах Украины была введена 100-бальная система оценивания учебных достижений и модульные контроли. Они имели для студентов определенные последствия – это касается необходимости систематической подготовки студента к занятиям, постоянного посещения занятий, умения осуществлять самообразование, серьезно относиться к контролю своей учебной деятельности. Например, в Донецком национальном университете такая система оценивания действовала на протяжении 10 лет.

В настоящее время высшие учебные заведения Донецкого региона строят новую образовательную политику. Министерство образования и науки ДНР ввело Положение об организации учебного процесса в вузах ДНР, где прописано оценивание по республиканской шкале и по шкале ECTS. Вузам предоставлена возможность отказаться от кредитно-модульной системы организации учебного процесса, в том числе и оценивания студентов. Нами было проведено анкетирование студентов по выяснению полезности проведения контроля и оценивания знаний студентов, разработанных в кредитно-модульной системе.75,3% респондентов из числа студентов отдали преимущество этой системе. Особенно привлекает студентов интенсификация связи с преподавателем, поддержка постоянного контакта по линии «студент-преподаватель» (78% опрошенных); отказ от обязательных экзаменов, использование экзамена только как способа повышения своего рейтинга по изученной дисциплине (74% студентов); использование активных методов обучения (66,4% опрошенных); систематичность контроля (66,4% опрошенных). На основе анализа полученных результатов анкеты было принято решение не отказываться от системы проведения модульных контролей и оценивания по 100-бальной системе, которая позволяет студенту регулировать изучение дисциплины, особенно в плане осведомленности его о том, за какие виды учебной работы он может набрать определенные баллы.

Итак, на контрольно-оценочном этапе адаптации студентов к обучению в вузе особую роль играют разработанные преподавателями учебно-методические комплексы по дисциплинам, специальным образом организованный контроль, управление самостоятельной работой. Для организации самостоятельной и индивидуальной работы студентов, контроля и коррекции результатов их учебной деятельности актуальными являются дистанционные курсы. Тем более, что работа с компьютерными средствами для современного студента привлекательнее, чем классическая проработка учебной и научной литературы. Целью применения дистанционных курсов является сочетание традиционной формы обучения студентов с компьютерно-ориентированными средствами, направленными на управление их самостоятельной работой.

Выводы. Таким образом, в зависимости от объективных и субъективных условий процесс адаптации протекает более-менее сложно для каждого индивидуума. Успешность и длительность периода адаптации тоже могут быть разными, как и их результат. Для ускорения процесса адаптации к обучению студентов в вузе полезно включить следующие этапы его прохождения: информационный этап;
коррекционный этап; этап «погружения» в учебную деятельность; контрольно-оценочный этап.

Основными субъектами, организовующими адаптационный процесс в вузе должны быть преподаватели, которые в данной системе "не воссоздают готовые знания", а сопровождают образовательный процесс студентов, разрабатывая целесообразные современные учебно-методические комплексы профессионально-ориентированной направленности и внедряя разнообразные компьютерно-ориентированные средства обучения.

Литература

1. Акмеология: учебн. пособие / А. А. Деркач, В. Г. Зазыкин. – СПб.: Питер, 2003. – 256 с.

2. Алексєєва Т. В. Психологічні фактори та прояви процесу адаптації студентів до навчання у вищому навчальному закладі : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. психол. наук: спец. 19.00.01 “Загальна психологія, історія психології” / Т. В. Алексєєва. – Київ, 2004. – 20 с.

3. Балл Г. А. Понятие адаптации и его значение для психологии личности / Г. А. Балл // Вопросы психологии. – 1989. – № 1. –С. 92-100.

4. Большая Советская энциклопедия [Текст] : [в 30 томах] / Ред. А. М. Прохоров. – Изд. 3-е. – М. : Сов.энцикл., 1972.–Т.1 – 608 с.

5. Гура С. О. Організаційно-педагогічні умови адаптації майбутніх інженерів-педагогів: дис. канд. пед. наук: 13.00.04 / С. О. Гура. – Харків, 2003. – 187 с.

6. Євсеєва О. Г. Вхідний контроль у технічному ВНЗ як засіб оцінювання рівня сформованості математичних вмінь // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. –Вип. 34. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2010. – С. 20 -26.

7. Кузьмінський А. І. Педагогіка вищої школи : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закладів / А.І.Кузьмінський. – К. : Знання-Прес, 2005. – 485 с.

8. Левченко Т. И. Современные дидактические концепции в образовании / Т.И.Левченко. – К. : МАУП,1995. – 168 с.

9. Мороз А. Г. Профессиональная адаптация выпускников педагогического ВУЗа: дис. д-ра пед. наук: 13.00.01/ А. Г. Мороз.– К., 1984. – 403 с.

10. Педагогика и психология высшей школы: Учебное пособие для вузов / М. В. Буланова-Топоркова, А. В. Духавнева, Л. Д. Столяренко. – Ростов-на-Дону: Феникс,2002. – 544с.

11. Психологический словарь / под ред. В.П. Зинченко, Б. Г. Мещерякова. – 2-ое изд., перераб. и доп. – М.: Педагогика-Пресс, 1997. – 440 с.

12. Скафа О. І Наукові засади методичного забезпечення кредитно-модульної системи навчання у вищій школі : монографія / О. І. Скафа, Н. М. Лосєва,О. В.Мазнєв. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2009. – 340 с.

13. Скафа О. І. Адаптація студентів до навчання як засіб підвищення якості математичної освіти в сучасному університеті / О. І.Скафа // Вища освіта України : теорет. та наук.-метод. часопис. – 3 (46)' 2012 : Педагогіка вищої школи: методологія, теорія, технології (тематичний випуск). – Том 2. – С. 355-362.

УДК 519.816

ВЛАДЕНИЕ ОСНОВАМИ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ КАК ЭЛЕМЕНТ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ ИНЖЕНЕРА

Сторожев С. В., Номбре С. Б.
Донбасская национальная академия строительства и архитектуры

Аннотация. *Представлены некоторые результаты методических разработок в области преподавания основ теории нечетких множеств и их приложений студентам инженерных и строительных специальностей вузов. Описаны рекомендуемые для изложения ключевые элементы аппарата исследования нечетких моделей технологических процессов в промышленности и строительстве.*

Введение. Степень владения основами современных методов математического моделирования относится к ключевым элементам оценки качества вузовской инженерной подготовки. Ее современный уровень предполагает освоение подходов к моделированию производственных технологических процессов с учетом разного рода неопределенностей, неконтрастности, неполноты и неточности экзогенных параметров, субъективности количественных и качественных экспертных оценок. В качестве методологического подхода к учету факторов неопределенности и нечеткости экзогенной информации в моделях технологических процессов возможно применение методов теории вероятностей и математической статистики, а также использование аппарата теории нечетких множеств и методов нечетких вычислений. Оба указанных подхода имеют свою специфику применения. При этом можно отметить, что использование методов теории нечетких множеств позволяет конструировать и анализировать модели, включающие помимо количественных параметров параметры качественной природы с вербальными лингвистическими областями значений, а также допускает прямое оперирование с нечеткими величинами, в то время как в теории вероятностей отсутствует аппарат алгебры переменных типа частотных распределений.

Таким образом, владение основами теории нечетких множеств с учетом современного уровня ее востребованности в технологическом моделировании становится неотъемлемым элементом математической культуры инженера. При этом учебный материал по данной тематике требует тщательного отбора исходя из задачи формирования основ качественного пользовательского уровня в области аппарата нечеткого математического моделирования.

Постановка задания. Предметом настоящей разработки является формирование структурного наполнения компактных разделов учебного материала по основам аппарата нечеткого математического моделирования для студентов инженерных и строительных специальностей. Критериями отбора излагаемого круга понятий и методов являются их доступность при имеющемся уровне базовых математических знаний, а также мера востребованности в наиболее распространенных эффективных нечетких моделях технологических процессов.

Результаты. В представляемой структурной компоновке учебного материала по основам аппарата нечеткого математического моделирования прежде всего уместно выделить подраздел, посвященный некоторым базовым соображениям теории математического моделирования. Студентами должно быть усвоено определение математической модели как знаковой системы, собственные свойства которой настолько близки к свойствам интересующего исследователя объекта, что при помощи экспериментов с ней удается узнать нечто новое, достаточно важное о самом объекте. Существенным фактором является технология моделирования, которая может непреднамеренно вводить в модель процесса или объекта не присущие ему свойства. Естественный способ повышения информативности математических моделей путем их усложнения и детализации на практике ограничен, так как для формализованных систем, сложность которых превышает некоторый пороговый уровень, детальность описания и практическая ценность получаемой информации становятся взаимоисключающими факторами. Указанное ограничение сверху на сложность модели носит название принципа несовместимости и касается не относительных трудностей построения модели, а наиболее общих закономерностей самого метода математического моделирования. Каждое дополняющее модель соотношение неизбежно ведет к росту числа ее неопределенных параметров и, как следствие, снижает достоверность получаемой на базе модели количественной информации, увеличивает степень ее неопределенности и делает ее практически непригодной. В этом заключается специфика вопроса о соотношении целей моделирования и использовании при моделировании методов формальной математики, которое может достигать грани противоречия.

Последующими ключевыми подразделами учебного материала по основам нечеткого моделирования являются изложение ведущих элементов аппарата алгебры нечетко-множественных переменных и методов формализации параметров количественной и качественной вербальной природы в условиях неопределенности и нечеткости статистической и экспертной экзогенной информации.

Дается основополагающее определение нечетких множеств как классов объектов, для которых отсутствует резкая граница между теми объектами, которые входят в данный класс и объектами, не принадлежащими этому классу, а уровень (степень) уверенности вхождения элементов некоторого универсального множества в конкретное нечеткое множество определяется математической функцией принадлежности. Нечетким множеством, составленным из элементов некоторого универсального множества E, является совокупность упорядоченных пар $A = \{ x, \mu_A(x) \}$, в которых $\{ \mu_A(x) \}$ – характеристическая функция принадлежности, описывающая меру (степень, уровень) принадлежности элемента x к A, являющаяся обобщением понятия характеристической функции классического четкого множества и принимающая значения на некотором вполне упорядоченном множестве M, классифицируемом как множество принадлежности. Определяются понятия нормального и унимодального нечеткого множества, ядра и точек перехода для нормального нечеткого множества. Формулируются определения для нечетко-множественных операций дополнения, объединения, пересечения, а также алгебраических операций умножения, дизъюнктивного суммирования и возведения нечетко-множественной переменной в действительную степень.

Рассматривается лежащее в основе многих конструкций и процедур оперирования с нечеткими множествами понятие множеств α - уровней и декомпозиции нечеткого множества на совокупность α_α - уровней. Множество α - уровня A_α для нечеткого множества A в E

определяется как классическое четкое множество элементов $x \in E$, степени принадлежности которых к нечеткому множеству А имеют значения, не меньшие α

$$A_\alpha = \left\{ x\big|_{x\in E}, \mu_A(x) \geq \alpha \right\}.$$

Множества α - уровня классифицируют также как α - сечения нечеткого множества А; α - уровни по существу являются четкими интервалами, соответствующими определенным значениям функции принадлежности, что, в частности, позволяет трактовать аппарат теории нечетких множеств как обобщение концепции интервальной математики. На основе понятия множеств α - уровня A_α вводится декомпозиция нечеткого множества

$$A = \bigcup_{\alpha\in M} \alpha A_\alpha \cdot$$

Величины αA_α в этом представлении являются множествами с функциями принадлежности где $\mu_{\alpha A}(x)$

$$\mu_{\alpha A}(x)_p = \begin{cases} \alpha, & x \in A_\alpha \\ 0, & x \notin A_\alpha \end{cases}.$$

Для нормальных нечетких множеств А с элементами x из универсального множества действительных чисел могут вводиться представления интервальными разложениями вида $A = \bigcup\limits_{\alpha\in[0,1]} \left(\underline{x_\alpha}, \overline{x_\alpha}\right)$, в которых $\underline{x_\alpha}$, $\overline{x_\alpha}$ соответственно нижняя и верхняя границы множеств α - уровней.

Далее рассматривается эвристический принцип обобщения, на основе которого вводятся нечеткие аналоги функциональных отображений в теории нечетких множеств. Анализируется одна из наиболее распространенных формулировок принципа обобщения, при введении в рассмотрение четкого функционального отображения для двух универсальных множеств $f: X \to Y$, в случае представления аргументов функции f элементами $x \in X$ нечеткого множества A соответствующее отображение порождает нечеткое множество $f(A)$ элементов универсального множества Y с функцией принадлежности $\mu_{f(A)}(y)$, задаваемой соотношением

$$\mu_{f(A)}(y) = \sup_{x \in \{x / f(x) = y\}} \mu_A(x).$$

В процессе дальнейшего изложения на основе данных о конкретном опыте нечеткого моделирования применительно к технологическим процессам обосновывается положение об эффективности использования в моделях специального класса нечетких множеств – нормальных нечетких множеств с представленными на рис. 1. трапецеидальными функциями принадлежности (трапецеидальных нечетких множеств) или нормальных нечетких интервалов.

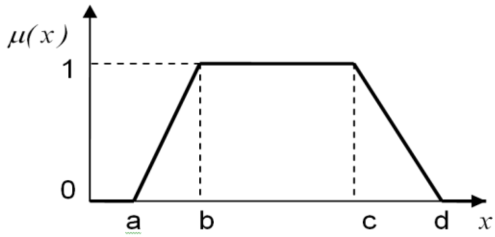


Рис. 1. Графическое представление
нормального нечеткого интервала

Рассматриваются ведущие элементы аппарата алгебры нечетких интервалов. Нормальные нечеткие интервалы однозначно задаются кортежами из четырех чисел (a,b,c,d), классифицируемых как их реперные точки. Особенность использования нечетких множеств этой формы состоит в том, что трапецеидальное представление функций принадлежности обеспечивает снижение количества вычислений с нечетко-интервальными числами при реализации множественных арифметических операций и, соответственно, уменьшение степени неопределенности итоговых результатов как альтернативу неизбежному росту ширины результирующих интервалов с удлинением цепочки промежуточных арифметических операций. Арифметические операции с нормальными нечеткими интервалами A_i, описываемыми кортежами реперных точек (a_i, b_i, c_i, d_i) $(i = \overline{1, 2})$, соответственно представляют собой процедуры получения нормальных нечетких интервалов $A_1 + A_2$ с кортежами реперных точек $(a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2, d_1 + d_2)$; нормальных нечетких интервалов $A_1 - A_2$ с кортежами реперных точек $(a_1 - d_2, b_1 - c_2, c_1 - b_2, d_1 - a_2)$; нормальных нечетких интервалов $A_1 \cdot A_2$ с кортежами реперных точек $(a_1 \cdot a_2, b_1 \cdot b_2, c_1 \cdot c_2, d_1 \cdot d_2)$; нормальных нечетких интервалов A_1 / A_2 с кортежами реперных точек $(a_1 / d_2, b_1 / c_2, c_1 / b_2, d_1 / a_2)$. Результатом возведения нечеткого интервала A_1 в четкую целочисленную степень n является нечеткий интервал с кортежем реперных точек $(a_1^n, b_1^n, c_1^n, d_1^n)$.

Важным элементом методологической базы использования аппарата теории нечетких интервалов являются операции сравнения нечетких интервалов. Упорядочивание интервалов по возрастанию (неубыванию) может быть выполнено на основе наиболее современных подходов, согласно которым $A_{ij} > A_{kl}$ при $R_1(A_{ij}) > R_1(A_{kl})$; $A_{ij} < A_{kl}$ при $R_1(A_{ij}) < R_1(A_{kl})$; $A_{ij} = A_{kl}$ при $R_1(A_{ij}) = R_1(A_{kl})$. Здесь для A_{ij} с кортежем реперных точек $(a_{A_{ij}}, b_{A_{ij}}, c_{A_{ij}}, d_{A_{ij}})$ представление $R_1(A_{ij})$ имеет вид:

$$R_1(A_{ij}) = (\alpha_{A_{ij}}^2 + \beta_{A_{ij}}^2)^{1/2},$$

$$\begin{gathered}\alpha_{A_{ij}} = a_{A_{ij}} + b_{A_{ij}} + c_{A_{ij}} + d_{A_{ij}} - \\ -(c_{A_{ij}} d_{A_{ij}} - a_{A_{ij}} b_{A_{ij}})/(c_{A_{ij}} + d_{A_{ij}} - a_{A_{ij}} - b_{A_{ij}})\end{gathered},$$

$$\beta_A = (1 + (c_{A_{ij}} - b_{A_{ij}})/(c_{A_{ij}} + d_{A_{ij}} - a_{A_{ij}} - b_{A_{ij}}))/3$$

Востребованными элементами аппарата теории нечетких множеств являются операции дефаззификации нечетких множеств – получения характеристики нечеткого множества в виде четкого числа. Для нечетких интервалов наиболее распространенные варианты операции деффазификации описываются соотношениями

$$D(A) = (a + b + c + d)/4,$$

$$D(A) = (d^2 + c^2 + dc - a^2 - b^2 - ab)/(3(d - a + c - b)).$$

Формализация нечетких экзогенных параметров экономико-математических моделей предполагает использование различных подходов к измерениям и экспертным оценкам рассматриваемых факторов. Методики измерений включают непосредственное оценивание с приданием объектам числовых значений по той или иной шкале интервалов, ранжирование, процедуры парных сравнений. Многообразие способов построения функций принадлежности, которые характеризуют невероятностное субъективное измерение неточности, меру возможности либо полезности определенного события или явления, представлено в работах [2, 12, 43, 45, 65, 157]. Наконец, элементом данного тематического раздела является описание способов формирования функций принадлежности нечетких множеств на основе использования имеющейся в распоряжении статистической информации либо экспертных заключений относительно границ допустимых значений параметров и областей их наиболее предпочтительных значений. Эти экспертные суждения фактически определяют четыре реперные точки, на базе которых формируются трапецеидальные функции принадлежности для нечетких интервалов.

Разграничиваются прямые и косвенные методы построения $\mu_A(x)$. К прямым методам относят экспертные методы определения $\mu_A(x)$ для множеств с элементами измеримой количественной меры

При частотном способе определения значения $\mu_A(x)$ характеризуются соотношениями, в которых аргументами являются общее количество привлеченных экспертов и количество экспертов, давших положительное заключение о принадлежности элемента универсального множества к рассматриваемому нечеткому множеству.

На практике для построения $\mu_A(x)$ в задачах математического моделирования эффективно применим метод семантической дифференциации, включающий этапы: определения набора свойств, анализируемых при оценивании; описания полярных свойств и формирования полярной оценочной шкалы; определения степени выраженности позитивного свойства анализируемого объекта в рамках используемой шкалы с приданием оценке соответствующего числового значения. Таким образом, в случаях, когда эксперты представляют частные критерии на вербальном лингвистическом уровне описания, формирование описывающих частные критерии нечетких интервалов целесообразно реализовывать с использованием принципа «степени выраженности определяемого с ростом параметра положительного эффекта» (рис. 2.).

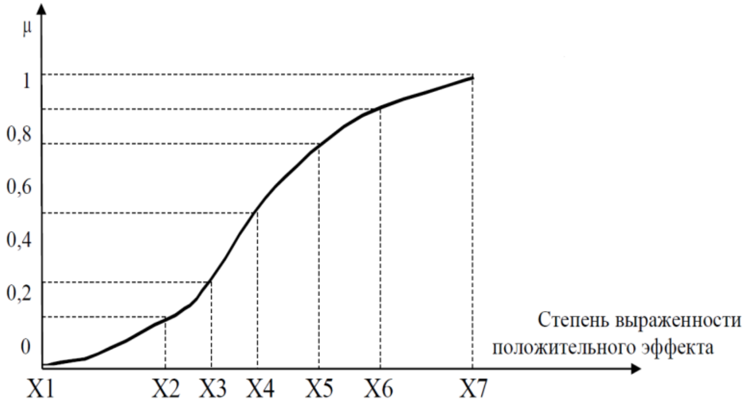


Рис.2. Значения функции принадлежности, соответствующие частным критериям выраженности положительного эффекта, заданным на качественном лингвистическом уровне: X1 – не выражен (μ=0); X2 – очень слабо выражен (μ=0,1); X3 –слабо выражен (μ=0,25); X4 – средне выражен (μ=0,5); X5 – сильно выражен (μ=0,75); X6 – очень сильно выражен (μ=0,9); X7 – полностью выражен (μ=1)

Это дает возможность получать функции желательности, характеризующие степень выраженности вербально задаваемого параметра с использованием лингвистических градаций степени выраженности и соответствующих им числовых оценок и из интервала [0,1].

Выводы. Предложено структурное наполнение компактного раздела учебных материалов для студентов инженерных и строительных специальностей по основам аппарата нечеткого математического моделирования, характеризующихся доступностью при типичном уровне базовых математических знаний, а также применимостью в наиболее распространенных нечетких моделях технологических процессов.

Литература

1. Алтунин А.Е. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: Монография / Алтунин А.Е., Семухин М.В. – Тюмень: Издательство Тюменского гос. ун.-та, 2000. – 352 с.

2. Вопенка П. Математика в альтернативной теории множеств. / Вопенка П. – М: Мир, 1983. – 152 с.

3. Герасимов Б.М. Системы поддержки принятия решений: проектирование, применение, оценка эффективности / Герасимов Б.М., Дивизинюк М.М., Субач И.Ю. – Севастополь:СНИЯЭиП, 2004.– 318 с.

4. Дилигенский Н.В. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология / Дилигенский Н.В., Дымова Л.Г., Севастьянов П.В. – М.: Машиностроение – 1, 2004. – 397 с.

5. Ибрагимов В.А. Элементы нечеткой математики / Ибрагимов В.А. – Баку: Азербайджанская государств. нефтяная академия, 2009. – 267 с.

6. Корман А. Введение в теорию нечётких множеств / Корман А. – М.: Радио и связь, 1982. – 432 с..

7. Ротштейн А.П. Моделирования и оптимизация надежности многомерных алгоритмических процессов / Ротштейн А.П., Штовба С.Д., Козачко А.Н. – Винница: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2007. – 215 с.

8. Ухоботов В. И. Избранные главы теории нечетких множеств : учеб. пособие / Ухоботов В. И. – Челябинск: Изд-во Челяб. гос. ун-та, 2011. – 245 с.

9. Хапатхаева Н.Б. Введение в теорию нечётких множеств. Часть 1 / Хапатхаева Н.Б., Дамбаева С.В., Аюшеева Н.Н. – Улан-Удэ: Изд-во ВСГТУ, 2004. – 68 с.

10. Nasseri S.H. A New Method for Ordering LR Fuzzy Number / Nasseri S.H., Taleshian F., Alizadeh Z., Vahidi J. – The Journal of Mathematics and Computer Science. – 2012. – Vol. 4. – No. 3. – P. 283 – 294.

11. Thorani Y. L. P. Ordering generalized trapezoidal fuzzy numbers / Thorani Y. L. P., Rao P. P. B., Shankar N. R. – Int. J. Contemp. Math. Sciences, 2012. – Vol. 7. – №. 12. – P. 555 – 573.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ В ШКОЛЕ - ЗАЛОГ УСПЕШНОГО ОБУЧЕНИЯ В ВЫСШЕМ УЧЕБНОМ ЗАВЕДЕНИИ

Сухинин А. В.
Донецкий национальный университет
Сухинина О. А.
Донбасский государственный технический университет

Аннотация. *Формирование приемов умственной деятельности посредством реализации эвристических идей способствует развитию научно-исследовательской работы студентов, наискорейшей адаптации их в условиях современного развития общества. Роль эвристических средств и их место в школьном курсе математического образования подлежит анализу с учетом реализации дифференцированного и ориентированного подхода к обучению. В дальнейшем планируется подготовить разноуровневые задания для самостоятельной работы учащихся и студентов для формирования приемов эвристической деятельности.*

Введение. Концепция базового математического образования в Украине и России подчеркивает возможность школьного курса математики для формирования у учащихся характерных для этого предмета приемов мыслительной деятельности. При этом, с точки зрения воспитания творческой личности, особенно важно, чтобы в структуру умственной деятельности школьников помимо алгоритмических умений и навыков, фиксированных в стандартных правилах, формулах и способах действий, входили эвристические приемы, как общего, так и конкретного характера. Владение этими приемами необходимо для самостоятельного управления процессом решения творческих задач, применения знаний в новых, необычных ситуациях [5].

Следует указать, что проблеме реализации эвристических идей в обучении математике уделяли внимание такие математики и методисты как Ж. Адамар, М. Я. Антоновский, В. Г. Болтянский, Г. Д. Балк, Г. П. Бевз, М. И. Бурда, Б. А. Викол, Б. В. Гнеденко, С. Г. Губа, Г. Б. Дорофеев, И. И. Зильберберг, А. М. Колягин, Ю. М. Кулюткин, Т. Н. Миракова, А. Д. Мышкис, К. И. Нешков, Ю. А. Палант, Д. Пойа, Г. И. Саранцев, Е. Е. Семенов, Е. И. Скафа, З. И. Слепкань, Л. М. Фридман, Р. Г. Хазанкин, А. Я. Хинчин, С. И. Шапиро, П. М. Эрдниев и др.

В школьном курсе математики достаточно много внимания уделяется последовательному изложению доказательства теорем, аккуратному и грамотному оформлению решения задач, логическому обоснованию разных этапов решения или доказательства. А сам процесс поиска решения задачи или способа доказательства теоремы, процесс открытия новых математических фактов рассматривают гораздо реже. Школьнику так и остается непонятно с помощью каких размышлений довелось доказать ту или иную теорему, как удалось вспомнить способ решения той или другой задачи. Поэтому одним из важных моментов усовершенствования методов обучения должно стать формирование у учащихся эвристических приемов мышления. Учитель может не только дать некоторый комплект математических фактов, которые бы сопровождались дедуктивным размышлением, а и развивать их математическую интуицию и навыки самостоятельного поиска закономерностей, познакомить с достаточно общими, едиными приемами самостоятельного целенаправленного поиска решения задач или доказательства теорем.

Постановка задачи. Целью исследования является создание научно обоснованной методики формирования приемов эвристической деятельности учащихся на уроках алгебры.

Анализ состояния проблемы в школе показал, что учащиеся не понимают, как доказать ту или другую теорему, решить нестандартную задачу, а учителя чувствуют трудности в оказании им помощи. Как следствие, уровень владения общими приемами решения задач у большинства учащихся остается низким.

Формировать эвристические приемы деятельности у учащихся целесообразно через систему задач, которая способствует формированию поисковых стратегий, иллюстрирует эвристики при решении задач.

Роль эвристических приемов и их место в школьном курсе математического образования подлежит анализу с учетом реализации дифференцированного и личностно-ориентированного подхода в обучении.

Таким образом, проблема формирования приемов эвристической деятельности школьников на уроках математики – актуальна с точки зрения развития творческой личности школьника в условиях внедрения новой парадигмы образования, а также для дальнейшего успешного обучения в высшем учебном заведении.

В современных условиях существует противоречие между необходимостью формировать эвристическую деятельность учащихся и отсутствием эффективного методического обеспечения.

Результаты. Функции средств обучения многогранны: воспитательные, развивающие, обучающие, корректирующие и контролирующие. С помощью соответствующих средств обучения можно раскрывать содержание и объем новых понятий, демонстрировать различные подходы к доказательству теорем и решению задач, формировать эвристические умения и осуществлять управление различными видами учебно-познавательной, в том числе и эвристической деятельностью школьников, повышать и поддерживать интерес к изучению предмета.

В процессе формирования умений можно выделить два крайних случая. В первом из них обучающемуся предлагают задачи на их рациональное применение и он сам ищет решения, обнаруживая путем проб и ошибок соответствующие ориентиры, способы переработки информации и приемы деятельности. Во втором случае обучающий управляет психической деятельностью учащегося, знакомя его с ориентирами отбора признаков и операций, организуя деятельность учащегося по переработке и использованию полученной информации для решения поставленных задач.

Результатом учения школьника является изменение в структуре его знаний, формирование навыков и умений самостоятельно учиться. Степень познавательной самостоятельности ученика определяется тем, сформированы ли у него умения:

1) видеть проблему и осознавать ее;
2) сформулировать ли переформулировать проблему;
3) выдвигать предположения и гипотезы»
4) обосновывать и доказывать выдвинутые гипотезы;
5) применять на практике найденный способ решения учебной проблемы.

Формировать эвристические приемы деятельности у учащихся целесообразно через систему задач, которая способствует формированию поисковых стратегий, иллюстрирует эвристики при решении задач.

К эвристическим задачам, как и к задачам вообще, выдвигаются определенные требования:

1) задачи должны соответствовать школьным программам и действующим учебникам по курсу математики в плане приёмов, методов и фактов, которые будут использоваться в их решении;

2) задачи должны демонстрировать практическое использование математических идей, методов в смежных областях наук, производстве и жизненной практике (прикладные задачи);

3) в содержании задачи по возможности должен быть отображен собственный опыт ученика, материал, который позволяет эффективно показать использование математических знаний и вызывает у учеников познавательный интерес;

4) понятийный аппарат задач и их термины должны быть известными или интуитивно понятными ученикам;

5) числовые данные в задачах должны соответствовать существующим в практике, то есть быть реальными. В процессе решения задач необходимо придерживаться правил приближенных вычислений, а также использовать вычислительные средства, в частности, графический калькулятор ЭВМ;

6) при решении задач в классах с углубленным теоретическим и практическим изучением математики их постановки должны осуществляться самими учениками.

Для того, чтобы организовать и управлять эвристической деятельностью учащихся, а значит и их творчеством на уроках алгебры, мы предлагаем систему эвристических задач. При их решении школьники получают представление о значимости действующих знаний и умений. При этом полученные представления достаточно крепки, потому что «добывались» в результате деятельности.

Проанализировав программу по математике [1; 2] и учебники по алгебры для 9-11 классов [4; 3; 7; 9], мы предлагаем систему эвристических задач. На наш взгляд, эти задачи можно использовать как на уроках алгебры, так и во внеурочное время, а также они удовлетворяют всем требованиям, поставленным к эвристической задаче:

1) эти задания (выборочно) могут быть предложены учащимся на самостоятельных, индивидуальных и контрольных работах;

2) для домашнего задания.

При этом нами были выбраны такие эвристические приемы, которые в наибольшей степени могут помочь учителю в формировании и развитии творческой личности ученика с помощью задач, не выходящих за рамки школьного курса алгебры.

9 класс:

По теме "Квадратичная функция":

1) Периметр прямоугольного треугольника равен 40 см, а один из катетов –8 см. Найдите второй катет треугольника и его гипотенузу.

По теме "Элементы прикладной математики":

1) Масса деревянной балки составляет 120 кг, а масса железной балки – 140 кг, причем железная балка на 1 м короче деревянной. Какова длина каждой балки, если масса 1 м железной балки на 5 кг больше массы 1 м деревянной?

2) Есть два водно-солевых раствора. Первый раствор содержит 25%, а второй – 40% соли. Сколько килограммов каждого раствора нужно взять, чтобы получить раствор 60 кг, содержащий 35% соли?

По теме "Числовые последовательности":

1) При каком значении y значения выражения y^2-2y, 3y+5, 4y+13 и $2y^2$-y+25 будут последовательными членами арифметической прогрессии? Найдите члены этой прогрессии.

10 класс:

По теме "Степенная функция"

1) *Приведите пример таких взаимно обратных функций f и g, чтобы при всех x є R выполнялось равенство* $f(x)-g(x)=x.$

2) Решите уравнение $x^3+1=2\sqrt[3]{2x-1}.$

По теме "Тригонометрические функции"

1) Найдите наибольшее и наименьшее значение функции

$$f(x)=\sin^{14}x+\cos^{14}x.$$

2) Вычислите сумму

$$S=\cos\alpha+\cos 3\alpha+...+\cos(2n-1)\alpha.$$

По теме "Тригонометрические уравнения и неравенства"

1) При каких значениях параметра а уравнения $\sin x=2\sin^2 x$ *и* $\sin 3x=(a+1)\sin x-2(a-1)\sin^2 x$ *равносильны?*

По теме "Числовые последовательности"

1) Существует ли предел последовательности с общим членом

$x_n = \cos 7n$?

11 класс:

По теме "Предел и непрерывность функции"

1) При каких значения параметра а функция f является непрерывной в точке $x_0=0$?

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos 3ax}{2x^2}, & \text{если } x\neq 0\\ 1, & \text{если } x=0.\end{cases}$$

По теме "Производная и ее применение"

1) При каких значениях параметра а точка $x_0=0$ является точкой максимума функции $y=\dfrac{x^3}{3}-ax^2+\left(a^2-1\right)x-9$ *?*

По теме "Показательная и логарифмическая функции"

1) Решите неравенство для каждого значения параметра а

$$(x-a)\sqrt{3\cdot 2^x-2\cdot 3^x}\geq 0.$$

По теме "Интеграл и его применение"

1) Вычислить определенный интеграл $\int_4^8 \sqrt{8x-x^2}\,dx.$

По теме "Комплексные числа"

1) Изобразите на комплексной плоскости все числа z, которые удовлетворяют условию: $\mathrm{Re}\dfrac{1}{z}-\mathrm{Im}\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{4}.$

Вывод. Внедрение предложенной методической системы организации и управления эвристической деятельностью учеников обеспечивает высокие результаты обучения и создает благоприятные условия для формирования приемов эвристической деятельности школьников, что в свою очередь способствует эффективному обучению студентов в высших учебных заведениях.

Проблема формирования приемов эвристической деятельности школьников при изучении математики полностью еще не решена. Одной из актуальных задач теории и методики обучения математике остается более детальная разработка проблем: формирование приемов эвристической деятельности учащихся в процессе обучения алгебре и началам анализа в общеобразовательных школах и в классах с углубленным изучением математики; формирования приемов эвристической деятельности учащихся во внеклассной работе; формирования специальных средств эвристического обучения.

Литература

1. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5-12 кл. К.: Ірпень, 2005. – 64с.

2. Программы общеобразовательных учреждений по алгебре для 7-9 классов. Автор программы: А.Г. Мордкович. – М.: Мнемозина, 2011. – 63с.

3. Бевз Г.П. Алгебра: підручник для 9 класу загальноосвітнього навчального закладу/ Г.П. Бевз. – Изд-во «Зодіак-ЕКО», 2009.

4. Виленкин Н.Я. Алгебра 9 класс./ Н.Я Виленкин, Сурвилло Г.С. М.: Просвещение, 2006. – 368 с.

5. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика:учеб. пособие для студ. физ-мат. факультета пед.институтов /В.А. Оганесян, Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, В.Я. Саннинский. – 2-е изд., перераб. и доп. –М.: Просвещение, 1980. – 368с.

6. Рубинштейн С.Л. Проблема способностей и вопросы психологической теории/ С.Л.Рубинштейн // Вопросы психологи. – 1960. – №3. – С. 12-16.

7. Алимов Ш. А., Колягин Ю. М. Алгебра и начала анализа: Учебник для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин. – 15-е изд. – М.: Просвещение, 2007. – 384 с.

8. Единый государственный экзамен 2006-20011. Математика. Учебно-тренировочные материалы для подготовки учащихся / ФИПИ- М.: Интеллект-Центр, 2005-2011.

9. Программы общеобразовательных учреждений. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. Автор программы Бурмистрова Т.А.- М.: Просвещение, 2009. - 159 с.

УДК 517.6

О ВЫЧИСЛЕНИИ НОРМ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ НЕКОТОРЫХ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ

Улитин Г. М.

Донецкий национальный технический университет

Аннотация. *В работе рассмотрен метод вычисления квадрата норм собственных функций задачи Штурма-Лиувилля. Данный подход основан на предельном переходе в индексах собственных функций. Это позволяет не использовать непосредственное вычисление интегралов от квадрата собственных функций, что упрощает его вычисление. Рассмотрен пример для одной задачи.*

При решении многих граничных задач, в частности о вынужденных воздействиях на механическую систему, возникает необходимость при применении метода Фурье вычислять квадрат нормы собственных функций. Часто собственные функции выражаются через специальные функции, что затрудняет вычисление квадрата их нормы. Если уравнение с постоянными коэффициентами, то особых затруднений такая граничная задача не вызывает, например, в работе [1] решена задача о продольных колебаниях упругого стержня постоянного сечения. Поэтому актуальным является вопрос о получении более удобных для использования формул в общем случае.

В данной работе предлагается на примере довольно широкого класса граничных задач общий подход для получения относительно простых формул для вычисления квадрата нормы собственных функций, не связанных с непосредственным вычислением интегралов.

Рассмотрим дифференциальное уравнение для определения собственных функций $y_n(x)$:

$$\frac{d}{dx}\left(f(x)\frac{dy_n}{dx} \right) + \lambda_n^2 g(x) y_n = 0, \tag{1}$$

где $f(x)$ и $g(x)$ - непрерывные функции на $[0;\, l]$, λ_n - собственные функции.

Граничные условия относятся к одному из следующих четырёх типов:

$$y_n(0)=0,\, y_n'(l)=0;\; y_n'(0)=0,\; y_n(l)=0; \qquad (2)$$
$$y_n(0)=0,\, y_n(l)=0;\; y_n'(0)=0,\; y_n'(l)=0.$$

Как известно [2],в этом случае собственные функции будут ортогональны на $[0;\, l]$ с весом $\rho(x)=g(x)$, что упрощает применение метода Фурье.

Пусть известно общее решение уравнения (1):

$$y_n(x)=C_1 y_{n1}(x)+C_2 y_{n2}(x).$$

Из граничных условий (2) следует вид собственных функций:

$$y_n(x)=y_{n1}(x)+\alpha_n y_{n2}(x). \qquad (3)$$

Запишем уравнение для индекса $k \neq n$

$$\frac{d}{dx}\left(f(x)\frac{dy_k}{dx}\right)+\lambda_k^2 g(x) y_k = 0\,. \qquad (4)$$

Умножим уравнение (1) на $y_k(x)$, уравнение (4) на $y_n(x)$, вычтем и проинтегрируем:

$$\int_0^l \left(fy_n'\right)' y_k dx - \int_0^l \left(fy_k'\right)' y_n dx + \lambda_n^2 \int_0^l g y_n y_k dx - \lambda_k^2 \int_0^l g y_n y_k dx = 0$$

или

$$\left(\lambda_k^2-\lambda_n^2\right)\int_0^l g y_n y_k dx = \int_0^l \left(fy_n'\right)' y_k dx - \int_0^l \left(fy_k'\right)' y_n dx\,. \qquad (5)$$

Преобразуем правую часть выражения (5), используя формулу интегрирования по частям

$$\left(\lambda_k^2-\lambda_n^2\right)\int_0^l g y_n y_k dx = f\left(y_n' y_k - y_k' y_n\right)\Big|_0^l . \qquad (6)$$

Из формулы (6) следует, что в силу условий (2) собственные функции будут ортогональны с весом $g(x)$.

Для получения квадрата нормы собственных функций с весом $\rho(x)=g(x)$ естественно в формуле (6) перейти к пределу, когда $k \to n$

$$\Delta_n^2 = \int_0^l g y_n^2 dx = \lim_{k\to n} \frac{f\left(y_n' y_k - y_k' y_n\right)\Big|_0^l}{\lambda_k^2-\lambda_n^2} . \qquad (7)$$

Представим $\lambda_k = \lambda_n + d\lambda_n$, где $d\lambda_n$ - бесконечно малая величина. Тогда правую часть формулы (7) можно представить с точностью до бесконечно малых более высокого порядка в виде:

$$\Delta_n^2 = \lim_{d\lambda_n\to 0} \frac{\left(f\left(y_n'\left(y_n + \frac{\partial y_n}{\partial \lambda_n} d\lambda_n\right) - y_n\left(y_n' + \frac{\partial y_n'}{\partial \lambda_n} d\lambda_n\right)\right)\right)\Big|_0^l}{2\lambda_n d\lambda_n} =$$

$$= \frac{f(l)}{2\lambda_n}\left(y_n'(l)\frac{\partial y_n(l)}{\partial \lambda_n} - y_n(l)\frac{\partial y_n'(l)}{\partial \lambda_n}\right) -$$

$$- \frac{f(0)}{2\lambda_n}\left(y_n'(0)\frac{\partial y_n(0)}{\partial \lambda_n} - y_n(0)\frac{\partial y_n'(0)}{\partial \lambda_n}\right). \qquad (8)$$

Формула (8) справедлива для любых непрерывных $f(x)$ и $g(x)$ на $[0;l]$. В частности, если положить:

$$g(x)=1,\ f(x)=a^2=const,\ \alpha_n=0,$$

то $y_n = \sin\frac{\pi n x}{l}$, $\lambda_n = \frac{\pi n}{l}$ и из неё следует

$$\Delta_n^2 = \frac{a^2 l}{2\pi n a} \cdot \frac{\pi n}{l} \cdot \cos \pi n \cdot \frac{l}{a} \cdot \cos \pi n = \frac{l}{2} . \qquad (9)$$

Эти значения соответствуют известной задаче о продольных колебаниях жесткого стержня постоянного сечения [1].

Легко убедится в том, что непосредственное вычисление квадрата нормы собственных функций даёт такой же результат:

$$\Delta_n^2 = \int_0^l \sin^2 \frac{\pi n x}{l} dx = \frac{l}{2} . \qquad (10)$$

Если же в граничные условия (2) входят собственные λ_n, то тогда, в частности, при наличии сосредоточенных масс на концах стержня, весовая функция будет состоять из суммы дополнительных слагаемых, которые определяют эти массы. Например, если рассматривать задачу о продольных колебаниях стержня при наличии сосредоточенных масс M_1 и M_2 на его концах, то в этом случае собственные функции будут ортогональны с весом

$$\rho(x) = g(x) + M_1 \delta(x) + M_2 \delta(x - l),$$

где $\delta(x)$ - функция дельта-Дирака [3], что принципиально не усложняет применение формулы (8).

Таким образом, рассмотренный подход носит общий характер и позволяет получать формулы для вычисления квадрата норм собственных функций различных задач и, следовательно, упрощает применение метода Фурье.

Литература

1. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле/С. П. Тимошенко. – М. :Наука, 1967. – 444 с.

2. Арсенин В. Я. Методы математической физики и специальные функции /В. Я. Арсенин. – М. :Наука, 1974. – 432 с.

3. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М. :Наука, 1972. – 736 с.

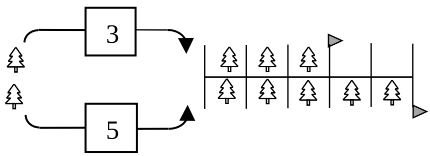
УДК 511.1

ВЕКТОРЫ НА ПРЯМОЙ КАК БАЗИС АРИФМЕТИКИ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ-ОПЕРАТОРОВ И ОТПРАВНОЙ ПУНКТ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

Ходова А. А.
Национальный институт образования
Министерства образования Республики Беларусь
г. Минск, Беларусь

Аннотация. *Реализация операторной концепции числа(ОКЧ) ориентирована на создание опытной базы в структуре и содержании образования. Рациональные числа последовательно трактуются как операторы в системах дискретных, непрерывных и направленных величин. Векторы на одной прямой как модель направленных величин. Предложен критерий сравнения векторов и исследуется в логике преемственности.*

Нетрудно заметить, что у традиционно настроенных математиков вызывает некоторое недоумение утверждение о том, что с помощью нового критерия сравнения векторов можно осуществлять также их *разностное сравнение*. Иными словами, определить, *насколько* один вектор больше/меньше другого. Такое сравнение естественно воспринимается на дискретных величинах, непрерывных, но почему-то его отказываются принять для векторов на одной прямой как модели направленных величин.



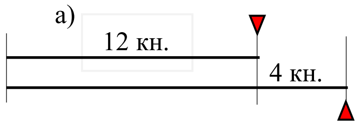
<u>5↟ –3↟ = **2**↟</u>;

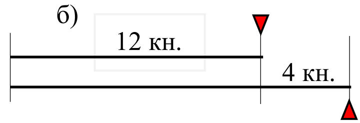
5↟> 3↟ 5↟ *больше*, чем 3↟, на 2↟; 5↟ –2↟ = 3↟;

3↟< 5↟3↟ *меньше*, чем 5↟, на 2↟. 3↟ + 2↟ = 5↟.

Рис. 1. Вторая машина продолжала работать после остановки первой

В традиционной методике *разностное* сравнение непрерывных и дискретных величин иллюстрируют отрезками. При этом сразу фиксируют значение их *разности*, т.е. указывают, *насколько* одна из величин больше или меньше другой. Например, в условии задачи говорится, что а) на одной полке 12 книг, а на второй *на 4 книги больше*; б) на одной полке 12 книг, это на 4 книги *меньше*, чем на другой (рис.2 а, б). В обоих случаях надо узнать, сколько книг на второй полке (***x*** кн.).





x кн. > 12 кн.; *x* кн. *больше* 12 кн. на 4 кн.; ***x*** кн. – 12 кн. = 4 кн.;
12 кн. < ***x*** кн.; 12 кн. м*еньше x* кн. на 4 кн.; 12 кн. + 4 кн. = *x* кн.

Рис.2. Обратимость понятий *больше* и *меньше* в задачах а) и б)

Приведенные иллюстрации дискретных и непрерывных величин не помогают детям увидеть тождественность задач а) и б), так как в традиционной практике обращение к разностному сравнению отрезков носит случайный характер, не сопровождается соответствующей терминологией и математической символикой. Реализация ОКЧ позволяет исправить это положение благодаря наличию в экспериментальном курсе специального раздела «Элементы геометрии и алгебры» (для II класса), в котором вводятся операции с отрезками, а также отрезки используются в качестве *объектов* и *результатов действий* чисел-операторов. Работая с операторными схемами, дети имеют возможность наблюдать результаты выполняемых действий при изменении числовых операторов, использовать различные словесные и математические характеристики для описания своего опыта и правильно понимать конкретный смысл соответствующих текстовых задач.

Аналогично формируется опыт работы с *векторами на одной прямой* как моделью *направленных величин*, в системе которых установлены отношения порядка и соответствующие операции. В экспериментальном учебном пособии «Векторы на одной прямой. Оператор перемены направления» (для IV класса) векторы также используются в качестве объектов действий числовых операторов и, как видно из названия, для введения последнего из *четырех* простейших операторов в *основание* арифметики рациональных чисел.

Работая с тремя предыдущими видами простейших операторов – *натуральными* 1, 2, 3, … n, операторами *дробления* $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots \frac{1}{n}$, с оператором *поглощения* 0 и с *композициями* этих операторов, дети наблюдают ограниченный диапазон *изменений* величин – результатов действий. При неограниченной возможности *увеличения* результатов выполняемых действий существует предел их *уменьшения* – нулевые значения величин. Однако уже в этом ограниченном диапазоне изменений величин формируются представления об *обратимости* отношений *больше и меньше, больше и меньше на…, больше и меньше в…раз* при переводе условия текстовых задач на математический язык. Более того, уже второклассники по смыслу обозначений на этикетке мешка, в котором первоначально было 60 яблок, могут определить, сколько всего ленивый кладовщик добавил или взял из мешка яблок:

60🍏 – 7🍏 + 6🍏 – 8🍏 – 3🍏 + 4🍏 – 2🍏 = 60🍏 – 10🍏..

Они быстро ориентируются, группируя отдельно десятки добавленных и вынутых из мешка яблок, и погашают результаты с противоположными знаками. Практически различают *положительные* (от слова *положить*) и *отрицательные* (от слова *отнимать*, *отрывать*) *изменения* первоначального количества и учитывают обратимость понятий *увеличения* и *уменьшения* как противоположную *направленность* соответствующих диапазонов между двумя значениями величины. Поэтому на данном этапе обучения им еще рано предлагать аналогичные задания, требующие *частичного* погашения одного изменения другим изменением противоположного знака, например:

60🍏 – 7🍏 + 6🍏– 3🍏= 60🍏 – 10🍏+6🍏 = 60🍏 – 4🍏.

– 6🍏– 4🍏

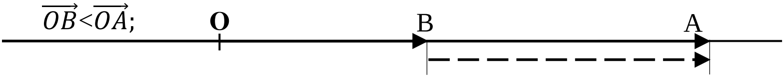
Традиционное обучение в таких случаях опирается на отработку навыков преобразования арифметических выражений по образцу, предлагаемому учителем. Наша задача обеспечить естественное созревание чувственной сферы учащихся на основе освоения практических действий с материальными/материализованными объектами, в результате которых исторически формировались современные понятия величины и числа. В соответствии с принципами реализации ОКЧ речь идет о единой трактовке критериев сравнения и операций в системах дискретных, непрерывных и направленных величин.

Что касается понятия направленных величин, то его происхождение связано с развитием *воображения*, допускающего возможность продолжения действий, приводящих к неограниченному симметричному *изменению* величин в двух противоположных направлениях от некоторого фиксированного значения. Действительно, чем «дальше» значение дискретной или непрерывной величины от нулевого, тем больше амплитуда возможных симметричных отклонений от любого значения рассматриваемой величины в направлении *увеличения* и, соответственно *уменьшения.*

Иными словами, диапазоны *уменьшения* могут стать сколь угодно большими, как и диапазоны *увеличения*, что позволило игнорировать ограничивающую роль нулевых значений дискретных и непрерывных величин и перейти к новым системам направленных величин, представляющих диапазоны симметричных изменений результатов *коллективной деятельности людей,* – к *согласованию* критериев их сравнения и приемов выполнения арифметических операций. Обобщенную модель этих величин представляет система *векторов* на одной прямой, т.е. объектов, соединяющих в себе представления о длине отрезка – *величине* непрерывного изменения и одном из двух возможных *направлений* этого изменения. Значит, обе характеристики должны учитываться при установлении критериев сравнения и приемов выполнения арифметических действий в системе векторов на одной прямой. Очевидно также, что критерий сравнения должен быть общим для всех векторов на одной прямой, т.е. не только для одинаково направленных векторов каждого их двух направлений, но и для противоположно направленных векторов. На практике изменения, фиксируемые с помощью векторов, трактуются как *положительные* или *отрицательные* с точки зрения деятельного субъекта или пользователей результатами коллективного труда. Поэтому первым шагом в моделировании системы направленных величин является соглашение о том, какое из двух направлений векторов на одной прямой считать *положительным.* По аналогии с примерами сравнения дискретных и непрерывных величин можно ориентироваться на диапазоны *увеличения*. На тех же примерах было показано совпадение начал отсчета как условие сравнения двух величин. По отношению к векторам это условие тоже соблюдается, если договориться откладывать векторы от фиксированной точки прямой (рис. 3 а), б), в)).

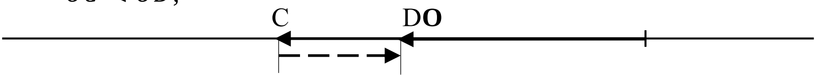
а) $\overrightarrow{OA} > \overrightarrow{OB}$;

$\overrightarrow{OB} < \overrightarrow{OA}$;



б) $\overrightarrow{OD} > \overrightarrow{OC}$;

$\overrightarrow{OC} < \overrightarrow{OD}$;



в) $\overrightarrow{ON} > \overrightarrow{OM}$;

$\overrightarrow{OM} > \overrightarrow{ON}$.

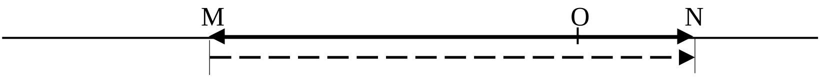


Рис.3. Сравнение векторов на одной прямой с помощью *положительного* вектора, соединяющего их конечные точки

Какую полезную информацию можно извлечь, используя предложенный критерий сравнения векторов на одной прямой? Для удобства перейдем к другим обозначениям векторов на рисунках 3а), б), в), считая: $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$, $\overrightarrow{OM} = \vec{m}$, $\overrightarrow{ON} = \vec{n}$; $\overrightarrow{AB} = \vec{x}$, $\overrightarrow{CD} = \vec{y}$, $\overrightarrow{MN} = \vec{z}$, *где* $\vec{x}$, $\vec{y}$ и $\vec{z}$–*положительные* векторы.

Итак:

а) $\vec{a} > \vec{b}$, где $\vec{a} = \vec{b} + \vec{x}$, откуда имеем:

$\vec{a} - \vec{b} = \vec{x}$ и $\vec{b} = \vec{a} - \vec{x}$.

Соответственно из $\vec{b} < \vec{a}$имеем:

$\vec{b} = \vec{a} + (-\vec{x})$ и $\vec{b} - \vec{a} = -\vec{x}$.

$\vec{b} = \vec{a} - \vec{x}$ $\vec{b} = \vec{a} + (-\vec{x})$
$\vec{a} - \vec{b} = \vec{x}$ $\vec{b} - \vec{a} = -\vec{x}$

б) $\vec{d} > \vec{c}$, где $\vec{d} = \vec{c} + \vec{y}$, откудаимеем:

$\vec{d} - \vec{c} = \vec{y}$ и $\vec{c} = \vec{d} - \vec{y}$.

Соответственно из $\vec{c} < \vec{d}$ имеем:

$\vec{c} = \vec{d} + (-\vec{y})$ и $\vec{c} - \vec{d} = -\vec{y}$.

$\vec{c} = \vec{d} - \vec{y}$ $\vec{c} = \vec{d} + (-\vec{y})$
$\vec{d} - \vec{c} = \vec{y}$ $\vec{c} - \vec{d} = -\vec{y}$

в) $\vec{n} > \vec{m}$, где $\vec{n} = \vec{m} + \vec{z}$, откуда имеем:

$\vec{m} = \vec{n} - \vec{z}$ $\vec{m} = \vec{n} + (-\vec{z})$

$\vec{n}-\vec{m}=\vec{z}$ и $\vec{m}=\vec{n}-\vec{z}$.

Соответственно из $\vec{m}<\vec{n}$ *имеем*:

$\vec{m}=\vec{n}+(-\vec{z})$ и $\vec{m}-\vec{n}=-\vec{z}$.

$$\boxed{\begin{matrix}\vec{n}-\vec{m}=\vec{z}\\ \vec{m}-\vec{n}=-\vec{z}.\end{matrix}}$$

Итак, *разность* векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на одной прямой, равна положительному вектору $\vec{x}$, с помощью которого осуществлено их сравнение, когда $\vec{a}>\vec{b}$, или отрицательному вектору $-\vec{x}$, когда $\vec{a}<\vec{b}$.

Отсюда следуют два частных случая замены *вычитания* вектора *прибавлением* противоположного:

1. Пусть $\vec{a}>\vec{b}$ и $\vec{a}-\vec{b}=\vec{x}$. Тогда $\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{x})$ и $\vec{b}=\vec{a}-\vec{x}$, откуда следует *тождество* двух обозначений *меньшего* вектора $\vec{b}$: $\vec{a}-\vec{x}=\vec{a}+(-\vec{x})$.
2. Пусть $\vec{a}<\vec{b}$ и $\vec{a}-\vec{b}=-\vec{x}$. Тогда $\vec{b}=\vec{a}+\vec{x}$ и $\vec{b}=\vec{a}-(-\vec{x})$, откуда следует *тождество* обозначений *большего* вектора $\vec{b}$: $\vec{a}-(-\vec{x})=\vec{a}+\vec{x}$.

Покажем, что этот *способ замены* вычитания вектора прибавлением противоположного пригоден для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на одной прямой:

$$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+\left(-\vec{b}\right).$$

Сохраняя обозначение *положительного* вектора $\vec{x}$, с помощью которого осуществлено сравнение неравных векторов на одной прямой, имеем два случая:

$\vec{a}>\vec{b}$	$\vec{a}<\vec{b}$
$\vec{a}=\vec{b}+\vec{x}$,	$\vec{a}=\vec{b}+(-\vec{x})$
$\vec{a}-\vec{b}=\vec{x}$ (1)	$\vec{a}-\vec{b}=-\vec{x}$ (1)
Покажем, что:	Покажем, что:
$\vec{a}+(-\vec{b})=\vec{x}$ (2)	$\vec{a}+(-\vec{b})=-\vec{x}$ (2)
Используем подстановку	Используем подстановку
$\vec{a}=\vec{b}+\vec{x}$:	$\vec{a}=\vec{b}+(-\vec{x})$:
$\vec{a}+(-\vec{b})=\vec{b}+\vec{x}+(-\vec{b})=\vec{x}$.	$\vec{a}+(-\vec{b})=\vec{b}+(-\vec{x})+(-\vec{b})=-\vec{x}$.
Из (1) и (2) имеем:	Из (1) и (2) имеем:
$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$	$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$

Таким образом, для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на одной прямой доказана правомерность *способа замены* вычитания векторов прибавлением противоположного вектора на основе использования *тождества*

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}).$$

При этом установлено, что *левая* и *правая* его части – суть обозначения *одного и того же вектора*, с помощью которого произведено разностное сравнение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$: *положительного* вектора $\vec{x}$, когда $\vec{a}>b$, или *отрицательного* вектора $-\vec{x}$, когда $\vec{a}<\vec{b}$.

Используя предложенный критерий сравнения векторов на одной прямой, можно с помощью *положительного* вектора $\vec{x}$ для любого вектора $\vec{a}$ построить вектор $\vec{c} > \vec{a}$такой, что $\vec{c} - \vec{a} = \vec{x}$. На рисунках4а) и 4б) векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$ отложены от одной точки: $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{x} = \overrightarrow{AC}, \vec{c} = \overrightarrow{OC}$.

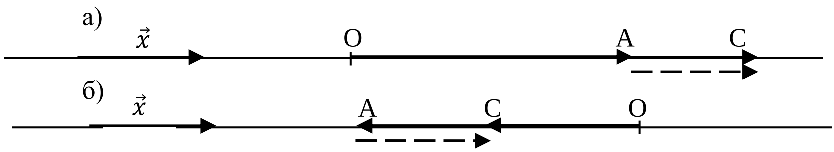


Рис. 4 а), б). Прибавление *положительного* вектора как способ *увеличения* векторов (получение вектора большего, чем данный).

Соответственно, чтобы получить вектор $\vec{d}<\vec{a}$ такой, что $\vec{a} - d = \vec{x}$, прибавим к вектору $\vec{a}$*отрицательный* вектор $-\vec{x}$, противоположный вектору $\vec{x}$ (рис. 5 а), б)): $\vec{a} =\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AD} = -\vec{x}$, $\vec{d} = \overrightarrow{OD}$.

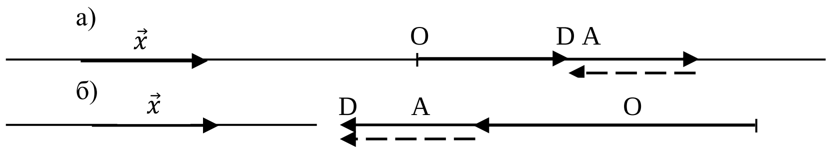


Рис. 5 а), б). Прибавление *отрицательного* вектора как способ *уменьшения* векторов (получение вектора меньшего, чем данный).

Эти примеры наглядно показывают, что понятие *разностного* сравнения в системе векторов существенно отличается от аналогичного понятия в системе дискретных и непрерывных величин и состоит в том, что и *увеличение*, и *уменьшение* вектора связаны с операцией прибавления к нему соответственно положительного или отрицательного вектора. А смысл *разности* двух векторов состоит в нахождении вектора, с помощью которого осуществляется их сравнение.

Приведенный фрагмент исследования, связанного с реализацией операторной концепции числа (ОКЧ), относится к возможному продолжению экспериментальной работы, завершившейся пока начальной школой.

Сегодня из-за отсутствия опытной базы страдают навыки исследования функций, схоластика подменяет живые представления о явлениях, связанных с деятельной стороной действительности. Знание высшей математики не гарантирует умение применять ее на практике. Поэтому трудно объяснить, как Максвеллу удалось «найти» свои дифференциальные уравнения для описания процессов в термодинамике. А из всех вопросов о связи математики с жизнью возникает основной вопрос: насколько фундаментально наше образование, если прогресс общества ставить в зависимость только от интуиции творческой элиты.

Вместе с тем, творчество предполагает *созидание* как деятельность, представленную материальными/материализованными компонентами – *объектами* и *результатами* действий, с одной стороны, с другой – *действиями* субъекта и освоенными им способами *кодирования* информации о мире и о себе, включая способность к рефлексии – правильному использованию кодов, относящихся к разным компонентам действительности. Каждый индивид осваивает действия и коды, *согласованные* в процессе развития коллективной деятельности, и сам является продуктом ее исторического развития. К такому выводу в пользу качественного массового образования приводят предварительные результаты реализации ОКЧ. Все дети способны к математике, если учитывать их природный потенциал – интерес к деятельной стороне действительности и отделить коды действий (числа-операторы) от кодов материальных/материализованных объектов и результатов действий (величин). Подробности на сайте khodova-math.com.

Литература

1. Ходова А.А. Реализация операторной концепции числа в системе личностно ориентированного обучения математике / Стратегические приоритеты развития современного образования: Материалы международной научной конференции. Минск, 14 октября 2004 г.В четырех томах. Том 1. – Минск, НИО, 2006.

УДК 004.942:62-2

РАЗРАБОТКА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ УРОВНЯ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА В СТАЛЕРАЗЛИВОЧНОМ КОВШЕ

Чернышев Н.Н., Дегтярев В.С.
Донецкий национальный технический университет

Аннотация. *Рассмотрены некоторые моменты создания математической модели работы машин непрерывного литья заготовок.*

Под непрерывной разливкой стали обычно имеют в виду систему технологий и операций, обеспечивающих непрерывный переход жидкой стали находящейся в сталеразливочном ковше, в твердое состояние в виде заготовок определенной геометрической формы.

Разливку стали непрерывным способом осуществляют на машинах непрерывного литья заготовок (МНЛЗ)[1],[2].

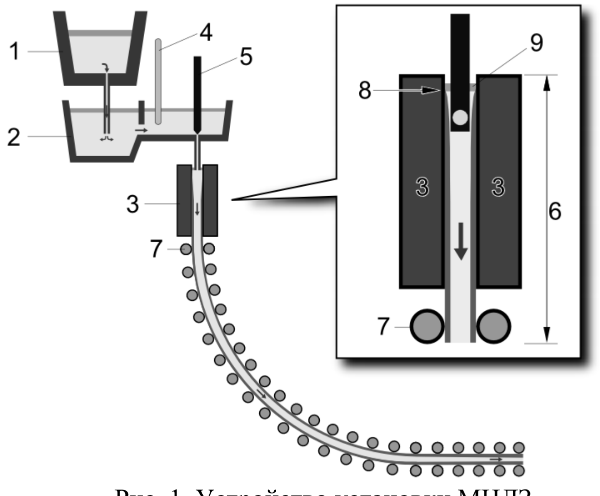


Рис. 1. Устройство установки МНЛЗ

Схема установки МНЛЗ показана в общем виде на рисунке 1. При этом введены следующие обозначения: 1 - сталеразливочный ковш, 2 - промежуточный ковш, 3 - кристаллизатор, 4 - заслонка, 5 - стопор, 6 - зона кристаллизации, 7 - тянущие ролики, 8 - зона начала кристаллизации, 9 - подача охлаждающей воды.

Данная работа посвящена определению закономерности истечения жидкого металла из сталеразливочного ковша, являющегося начальным процессом в работе таких установок. Из множества математических методов моделирования объектов управления для реализации оперативного управления наибольший интерес представляют теоретические методы, базирующиеся на математических описаниях механизмов протекающих процессов. Такие модели обладают хорошими прогностическими возможностями в широких диапазонах изменения свойств объектов и режимных параметров технологических процессов. Недостатки же состоят в том, что, как правило, эти модели в процессе реализации представляют недостаточно точные результаты. Тем не менее, в ряде случаев, удается достичь требуемой точности.

Наибольшее применение получили в силу различных технологических особенностей сталеразливочные ковши, имеющие форму усеченного конуса. Расчетная схема такого ковша представлен на рис.2.

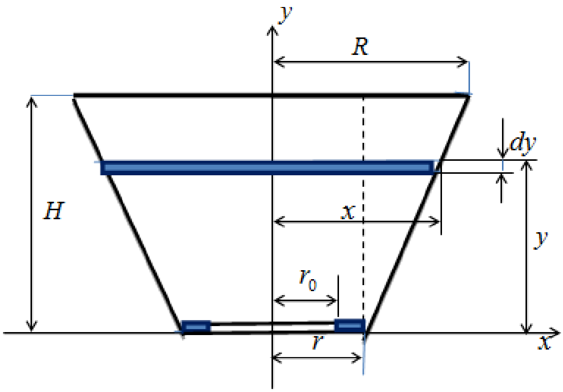


Рис.2. Схема сталеразливочного ковша

Основные размеры ковша: H - высота ковша (первоначальный уровень металла), R, r - верхний и нижний радиусы, r_0 - радиус выпускного отверстия в днище ковша.

Определим, как изменяется уровень стали в ковше в зависимости от времени ее истечения.

Для этого предварительно составим уравнение образующей усеченного конуса. Его легко получить, воспользовавшись подобием треугольников:

$$\frac{H}{R-r} = \frac{y}{x-r}.$$

Отсюда $x = \dfrac{R-r}{H}y + r$ или $x = ky + r$, где $k = \dfrac{R-r}{H}$ - угловой коэффициент уравнения прямой (образующей усеченного конуса).

Составление дифференциального уравнения для определения закона вытекания жидкой стали из ковша

Примем, что в произвольный момент времени t, когда уровень металла равнялся величине y, за время dt он понизился на величину dy. Ввиду малости величин объем вытекшей стали можно считать равным

$$dV = \pi x^2 dy. \qquad (1)$$

Здесь x – радиус круглого верхнего поперечного сечения жидкого столба стали в ковше в момент t.

Принимая скорость вытекания стали через нижнее отверстие $S_o = \pi r^2_{âûï}$ равной $\sqrt{2gy}$, получаем, что за время dt объем вытекшей стали равен

$$dV = \sqrt{2gy} \cdot dt. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) следует дифференциальное уравнение

$$\pi x^2 dy = -S_0 \sqrt{2gy} \cdot dt.$$

Знак минус учитывает, что с течением времени объем стали в ковше уменьшается.

Подставив в это уравнение значение x из уравнения образующей конуса, получим

$$\pi (ky + r)^2 dy = -S_0 \sqrt{2gy} \cdot dt.$$

Это дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными. Разделяем переменные:

$$-\frac{\pi}{S_0\sqrt{2g}} \frac{(k^2y^2 + 2kry + r^2)}{\sqrt{y}} dy = dt. \qquad (3)$$

Проинтегрировав это уравнение, получаем

$$-\frac{2\pi}{S_0\sqrt{2g}} \left(\frac{k^2 y^{5/2}}{5} + \frac{2kry^{3/2}}{3} + r^2 y^{1/2}\right) + C = t. \qquad (4)$$

Постоянная интегрирования C определяется из условия, что при $t = 0$ $y = H$. Тогда

$$C = k_1\left(\frac{k^2 H^{5/2}}{5} + \frac{2krH^{3/2}}{3} + r^2 H^{1/2}\right),$$

здесь $k_1 = \frac{\pi}{S_0}\sqrt{\frac{2}{g}} = \frac{\sqrt{2}}{r_0^{\ 2}\sqrt{g}}$.

Итак, если в начальный момент ковш был полностью заполнен жидкой сталью (т.е. $y = H$), то ее уровень станет равным некоторой величине y через время t, определяемое по формуле:

$$t = k_1\left[\frac{k^2}{5}(H^{5/2} - y^{5/2}) + \frac{2kr}{3}(H^{3/2} - y^{3/2}) + r^2(H^{1/2} - y^{1/2})\right]. \quad (5)$$

В момент полного вытекания жидкой стали $y = 0$. Значит, время для полного опорожнения ковша равно

$$t_k = k_1\sqrt{H}\left(\frac{k^2 H^2}{5} + \frac{2krH}{3} + r^2\right) \quad (6)$$

Если в начальный момент уровень заливки стали меньше максимально возможного H (он равен $h < H$), то можно использовать вышеприведенные формулы, заменив H на h. Значение коэффициента k при этом остается неизменным $k = \frac{R - r}{H}$.

Замечание. Продифференцируем выражение (5):

$$1 = k_1\left[\frac{k^2}{5}\left(-\frac{5}{2}y^{3/2}\right) + \frac{2kr3}{3\cdot 2}(-y^{1/2}) + r^2\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{y^{1/2}}\right)\right]y'.$$

Отсюда получаем скорость изменения уровня металла в ковше

$$y' = \frac{-2\sqrt{y}}{k_1(ky + r)^2}. \quad (7)$$

Пример расчета параметров истечения жидкого металла из сталеразливочного ковша

Исследуем процесс истечения жидкого металла из полностью заполненного сталеразливочного ковша, имеющего следующие размеры:

1) максимальный (верхний) радиус ковша $R = 1{,}31$м ;
2) минимальный (нижний) радиус $r = 1{,}17$м ;
3) максимальная высота налива металла (высота ковша) $H = 2{,}8$м;
4) радиус выпускного отвестия в днище ковша $r_0 = 0{,}05$м.

Для удобства вначале определяются константы, связанные с размерами устройства:

$$k = \frac{R - r}{H} = \frac{1{,}31 - 1{,}17}{2{,}8} = 0{,}05\,, \quad k_1 = \frac{\sqrt{2}}{r_0^{\,2}\sqrt{g}} = \frac{\sqrt{2}}{0{,}05^2\sqrt{9{,}8}} = 180{,}75.$$

Затем задавшись значениями уровня металла $y = 2{,}8;\,2{,}4;\,2{,}0;\,1{,}6;\,1{,}2;\,0{,}8;\,0{;}4;\,0$, по формулам (5) и (7) вычисляют в какой момент времени t эти уровни достигаются и какая при этом скорость y' их понижения. Результаты приведены в следующей таблице:

t сек	0	37,9	77,8	120,7	167,7	221,8	290	448
y м	2,8	2,4	2,0	1,6	1,2	0,8	0,4	0
y' м/с	0,01	0,01	0,01	0,0094	0,0084	0,0071	0,0052	0

По данным этой таблицы построены графики зависимостей изменения уровня металла в ковше от времени его истечения (рис.3) и скорости изменения уровня металла сталеразливочного ковша при различных уровнях металла в ковше (рис.4).

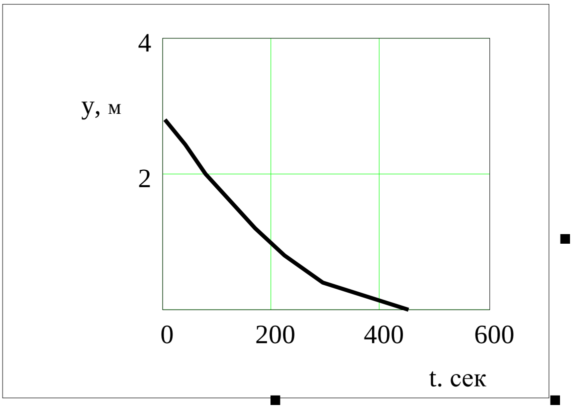


Рис.3. Зависимость уровня металла в ковше от времени его истечения

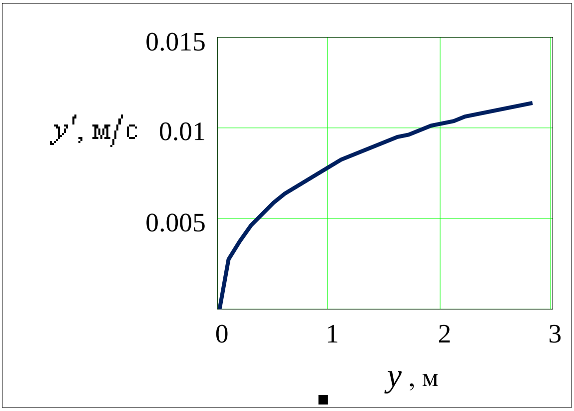


Рис.4.Скорость y' изменения уровня металла сталеразливочного ковша при различных уровнях y металла в ковше

Таким образом, получены закономерности истечения расплавленного металла из промежуточного ковша, что позволяет определять некоторые технологические характеристики при разработке машин непрерывного литья заготовок.

Исследование процесса вытекания металла из сталеразливочного ковша на модели динамической системы Simulink

В настоящее время для решения различных инженерных и исследовательских задач получили широкое распространение такие пакеты математических программ как MathCAD, Mathematica, MATLAB. Для анализа процесса истечения металла из сталеразливочного ковша применим пакет прикладных программ MATLAB совместно с интерактивным инструментом для моделирования динамических систем Simulink. Simulink предоставляет решатели для симуляции широкого диапазона типов систем, включая системы непрерывного и дискретного времени, гибридные и системы с различными периодами дискретизации любого размера [3].

Найдем численное решение полученного дифференциального уравнения для определения закона вытекания жидкой стали из ковша. Для этого соберем в Simulink блок-диаграмму, приведенную на рис. 5.

Входными переменными для модели являются: H -начальный уровень налива стали в ковше, м; R_{max}- максимальный диаметр ковша, м; R_{min} - минимальный диаметр ковша, м;r - радиус выпускного отверстия ковша, м.

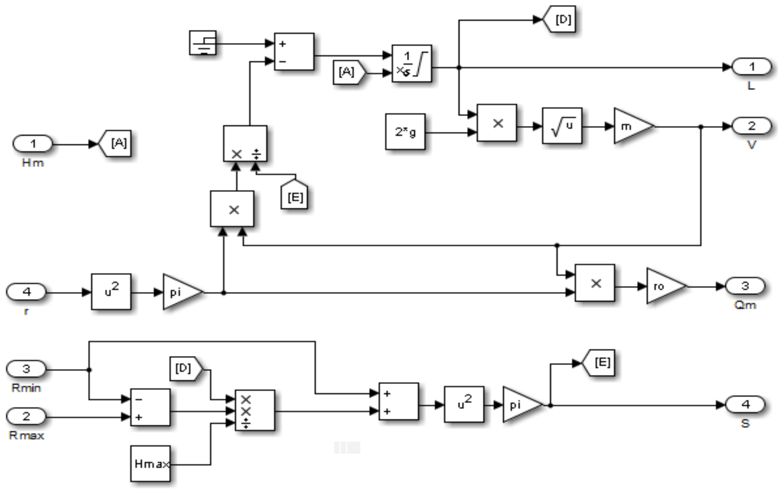


Рис. 5. Модель вытекания жидкой стали из сталеразливочного ковша

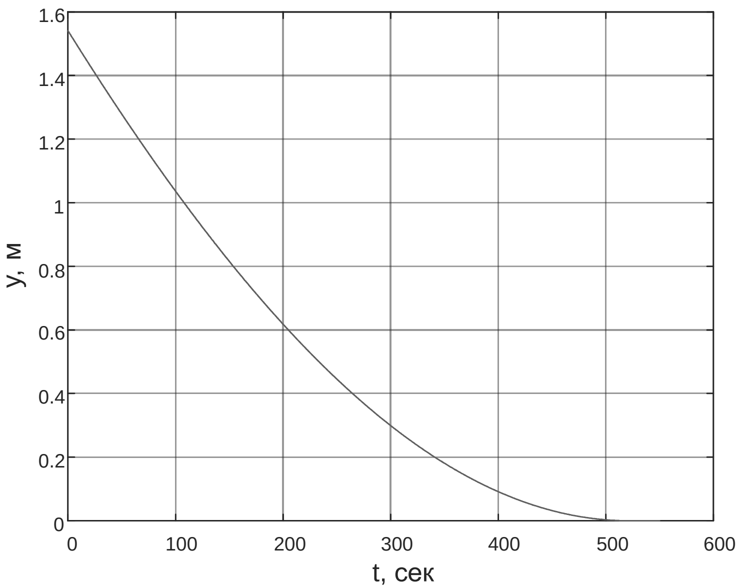


Рис. 6. Зависимость уровня металла в ковше от времени его истечения

Некоторые из полученных зависимостей приведены на рис. 6-7.

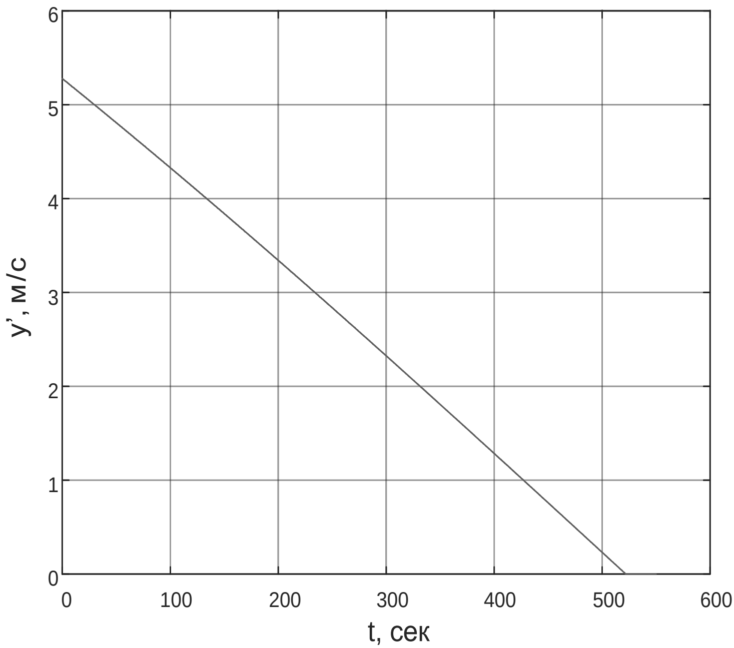


Рис. 7. График переходного процесса скорости
вытекания стали из ковша

Данные исследования на модели практически полностью соответствуют полученным аналитическим зависимостям.

Литература

1. Поволоцкий Д.Я., Рощин В.Е., Рысс М.А., Строганов А.И., Ярцев М.А. Электрометаллургия стали. М.: Металлургиздат, 1974.-350с.
2. СмирновА.Н., КуберскийС.В., ШтепанЕ.В. Непрерывная разливка стали. Донецк: ДонНТУ, 2011. – 482 с.
3. Мещеряков В.В. Задачи по математике с MATLAB&SIMULINK . – М.:ДИАЛОГ-МИФИ, 2007. – 528

УДК 517.2

К ИЗУЧЕНИЮ РАЗДЕЛА «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Ковалев И. Н., Кононыхин Г. А.

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры

Аннотация. *В работе рассмотрены особенности изложения раздела «Дифференциальные уравнения» на практических занятиях*

Раздел обыкновенные дифференциальные уравнения ДУ занимает особое положение в курсе высшей математики технических вузов. ДУ имеют широчайшее применение в прикладных задачах: инженерной гидравлики, прикладной механики, сопротивления материалов, электротехники и др. В каждой области используются определенные типы обыкновенных ДУ, связанные с собственной проблематикой, но в общем курсе ДУ следует заниматься не только решением готовых ДУ, но и уделять время для составления ДУ, описывающих реальные явления или процессы. При изучении курса ДУ важное место занимает вопрос о существовании и единственности решения, о возможности выразить его теми или иными средствами.

На первоначальном этапе решения (интегрирования) ДУ вводятся общие понятия и сведения о обыкновенных ДУ (определение обыкновенного ДУ, порядок ДУ). Решения ДУ частное, общее, общий интеграл ДУ. Задача Коши (находится частное решение ДУ, удовлетворяющего начальным условиям). Теорема существования и единственности решения.

Выделим основные этапы решения обыкновенных ДУ:

1. Выясняется порядок ДУ;
2. Определяется тип уравнения и выбирается алгоритм решения;
3. По выбранному алгоритму проводится интегрирование ДУ. Находится общее решение или общий интеграл. Выписывается совокупность всех решений ДУ.
4. Решается задача Коши, если это указывается в условии.

Как правило, трудности у студентов возникают на 2ом этапе при определении типа ДУ, и соответственно, выбору метода интегрирования.

Но основные трудности у студентов возникают при построении ДУ, описывающих реальный процесс (конкретная задача!). Не существует каких-либо общих правил для составления ДУ по условию конкретной задачи. Условия задачи должны быть такими, чтобы позволяли составить соотношение, связывающее независимую переменную, функцию и ее производную. Анализ показывает, что лучше всего начинать с задачи геометрического характера. Наличие в ее данных касательной (или нормали) или некоторых, связанных с ней отрезков, дает возможность написать соотношение между координатами точек кривой и угловым коэффициентом касательной. В задачах физического или механического характера, в случае если, задается скорость какого-нибудь процесса, бывает возможным сразу написать соответствующее ДУ.

Важно отметить следующее: ДУ имеет бесконечное множество решений. Проинтегрировав ДУ, описывающее некоторый процесс, нельзя одновременно найти зависимость между величинами, характеризующими данный процесс. Чтобы выделить из бесконечного множества зависимостей ДУ, которая описывает именно этот процесс. Надо иметь дополнительную информацию, например, знать начальное состояние процесса! Без этого задача не доопределена! В качестве примера рассмотрим следующую задачу.

Задача. Тело массы m падает вертикально вниз с некоторой высоты. Сила вязкого трения, действующая на тело, пропорциональна величине скорости: $F_{тр} = -\alpha V$, где $\alpha > 0$ – коэффициент трения. Определить зависимость скорости от времени. И начальное условие: тело начинает движение с нулевой скоростью ($V(0) = 0$).

Решение.

В данном случае дифференциальное уравнение можно составить из второго закона Ньютона:

$$ma = F = F_{т} + F_{тр}, \text{ т.е.}$$

$$m\frac{dV}{dt} = mg - \alpha V$$

Разделив обе части уравнения на m, получим дифференциальное уравнение

$$\frac{dV}{dt}=-\frac{\alpha}{m}V+g$$

Интегрируя его получаем:

$$V(t)=\frac{mg}{\alpha}+ce^{-\frac{\alpha}{m}t}$$

Для нахождения конкретного значения c используем начальное уравнение $V(0)=0$:

$$V(0)=0=\frac{mg}{\alpha}+ce^{-\frac{\alpha}{m}\cdot 0}\text{, тогда } c=\frac{mg}{\alpha}$$

и таким образом частное решение, удовлетворяющее начальному условию:

$$V(t)=\frac{mg}{\alpha}\left(1-e^{-\frac{\alpha}{m}\cdot t}\right)$$

Стоит отметить, что далеко не всегда можно проинтегрировать ДУ. В этом случае решение ДУ можно получить в виде степенного ряда, но при этом следует исследовать его на сходимость. Недостаток этого метода состоит в том, что не всегда, полученное решение можно проанализировать, зависимость между параметрами довольно сложная. В случае решения задачи исследовательского характера, следует использовать методы и приемы, которые позволяют не решая самого ДУ получить необходимые сведения о свойствах решения. Это методы качественной теории дифференциальных уравнений, в основе которой лежат общие теоремы о существовании и единственности, о непрерывной зависимости решений от начальных данях и параметров.

Литература

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т.1. Из-во Наука, 1976, 548с.
2. Улитин Г.М., Гончаров А.Н. Курс лекций по высшей математике. Учебное пособие. Донецк, ДонНТУ, 2011, 350 с.

СОДЕРЖАНИЕ

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

Сборник научно-методических работ

Издательство «Ноулидж» (донецкое отдление),
83112, г.Донецк, ул.Челюскинцев, 291а

Подписано к печати 22.12.2015 р. Формат 60х84/16. Бумага типографская.
Печать Офсетная. Условн. печат. лист. . Тираж 100 экз.

Напечатано в типографии ООО "Цифровая типография" на цифровых
лазерных издательских комплексах Rank Xerox DocuTech 135 і DocuColor 2060.
Адрес: Донецк, ул. Челюскинцев, 291а. Тел. (062) 388 07 31