Міністерство освіти і науки України
Донецький національний технічний університет

Кафедра "Вища математика ім. В. В. Пака"

Збірник науково-методичних робіт

Випуск 8

Донецьк -2013

УДК 5:371.214.114, 621.923, 517.95(09), 531.18, 915.77.54, 531.38, 517.9, 517, 518, 531, 517.8, 539.5, 517.926.

Рекомендовано до друку вченою радою ДВНЗ «Донецький національний технічний університет», протокол № 5 від 21.06.2013 р.

Збірник науково-методичних робіт. - Вип. 8. - Донецьк: ДонНТУ, 2013. –358 с.

У збірнику розглянуто деякі проблеми та аспекти викладання вищої математики у технічному ВНЗ, також різні напрямки застосування математичних методів до розв’язання інженерних задач, а саме, задач механіки твердого тіла, фізики магнітних явищ, статистичної фізики та інших.

Збірник складено за матеріалами V науково-методичної конференції «Навчання математики в технічному університеті». Науково-методичні роботи, що увійшли до збірника, є узагальненням досвіду викладачів математичних дисциплін ВНЗ України .

Видання розраховано на широке коло наукових робітників, а також аспірантів та студентів старших курсів технічних університетів.

Адреса редакційної колегії : Україна, 83050, м. Донецьк, вул. Артема, 96, ДонНТУ, 3-й учбовий корпус, кафедра "Вища математика", тел. (062) 3010901.

УДК 621.923

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНА И ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ ВЫСТУПАНИЯ ЗЕРЕН ИЗ СВЯЗКИ НА РАБОЧЕЙ ПОВЕРХНОСТИ АЛМАЗНОГО ШЛИФОВАЛЬНОГО КРУГА

Н. В. Азарова, А. Н. Маленко
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина

Анотація. *Визначені параметри закону розподілу висоти виступання вершин зерен зі зв'язки на робочій поверхні алмазних кругів, яка була сформована різноманітними способами. Встановлено, що висота виступання вершин зерен зі зв'язки може бути описана гама-розподілом.*

I. Введение. Производительность алмазного шлифования, режимы обработки определяются параметрами рабочей поверхности круга (РПК), к числу которых относятся количество зерен на РПК, расстояние между ними, разновысотность зерен и величина выступания зерен из связки. Характеристики РПК являются основой для определения формы и размеров среза, шероховатости обработанной поверхности.

Распределение величины выступания зерен из связки алмазных кругов как после правки, так и при установившемся в процессе шлифования рельефе поверхности описывается исследователями различными законами [1]: параболическим, нормальным, гамма-распределением, композицией нескольких законов. Такое многообразие мнений по вопросу о законе распределения величины выступания зерен из связки объясняется как различным методологическим подходом к оценке рельефа РПК, так и различным состоянием режущей поверхности исследуемого инструмента.

II. Постановка задачи. Целью работы является установление закона и определение параметров распределения величины выступания зерен из связки на рабочей поверхности алмазного круга. Эти данные необходимы для расчета параметров шероховатости шлифованной поверхности.

III. Результаты. Исследования проводили на измерительном комплексе, позволяющем регистрировать рельеф рабочей поверхности кругов на металлической связке методом профилографирования с последующей записью данных на ПЭВМ [2].

Параметры распределения величины выступания зерен из связки определяли по результатам профилографирования рабочей поверхности шлифовальных кругов 1А1 250×76×15×5 с характеристиками АС6 100/80-4-М2-01 и АС6 160/125-4-М2-01 в состоянии поставки (правка шлифованием абразивным кругом в заводских условиях), после электроэрозионной правки и после 30 мин плоского алмазного шлифования стали Р6М5Ф3 кругами, заправленными электроэрозионным способом. Выборки формировали на ПЭВМ по профилограммам рабочей поверхности, записанным в направлении, перпендикулярном оси круга. Затем определяли статистические характеристики выборок и подбирали теоретический закон, описывающий распределение величины выступания зерен из связки.

Проверку принадлежности выборок объемом n_1 и n_2 одной генеральной совокупности выполняли путем сравнения средних значений $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$ и дисперсий s_1^2, s_2^2 выборок [3]. Сравниваемые выборки считали однородными, если подтверждались гипотезы о равенстве выборочных средних и дисперсий выборок.

Для проверки гипотезы о равенстве выборочных средних вычисляли наблюдаемое значение критерия $t_{набл} = \left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| \Big/ \sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}$. По таблице критических точек распределения Стьюдента по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $f=n_1+n_2-2$ находили критическую точку $t_{кр}(\alpha, f)$. Гипотеза о равенстве выборочных средних подтверждалась, если $t_{набл} < t_{кр}$.

Для проверки равенства дисперсий двух выборок вычисляли отношение большей выборочной дисперсии $F_{набл} = s_1^2 / s_2^2$. По таблице критических точек распределения Фишера-Снедекора по заданному уровню значимости α, числам степеней свободы $f_1=n_1-1$ и $f_2=n_2-1$ находили критическую точку $F_{кр}(\alpha, f_1, f_2)$. Гипотеза о равенстве выборочных дисперсий подтверждалась, если $F_{набл} < F_{кр}$.

Данные сравнения выборочных средних и выборочных дисперсий величины выступания зерен из связки на рабочей поверхности круга, сформированной различными способами правки, а также в процессе плоского алмазного шлифования стали Р6М5Ф3 кругами, заправленными электроэрозионным способом, приведены в таблице 1.

Таблица 1

Сравнение параметров распределений величины выступания зерен из связки на рабочей поверхности кругов 1А1 250×76×15×5 различной зернистости, сформированной различными способами

Шлифовальный круг	Способ формирования РПК	Трасса	Объем выборки	Выборочное среднее $\overline{\Delta h_i}$, мкм	Выборочная дисперсия S_i^2, мкм^2	Критерий Фишера		Критерий Стьюдента	
						$F_{набл}$	$F_{кр}$ (α=0,05)	$t_{набл}$	$t_{кр}$ (α=0,05)
АС6 100/80-4-М2-01	Электро-эрозионная правка	1	200	3,57	25,46	1,25	1,64	1,23	1,26
		2	200	2,98	20,44				
	Правка шлифованием абразивным кругом	1	200	2,81	11,63	1,09		0,52	
		2	200	2,63	12,63				
	Плоское алмазное шлифование стали Р6М5Ф3	1	200	2,00	10,51	1,03		0,19	
		2	200	2,40	10,86				
АС6 160/125-4-М2-01	Электро-эрозионная правка	1	200	6,84	165,63	1,35	1,64	0,03	1,26
		2	200	7,22	122,47				
	Правка шлифованием абразивным кругом	1	200	3,89	23,59	1,11		0,35	
		2	200	4,77	26,20				
	Плоское алмазное шлифование стали Р6М5Ф3	1	200	3,47	105,03	1,06		0,14	
		2	200	4,85	99,11				

Статистическая проверка законов распределения (нормального, логнормального, гамма-распределения) по критерию согласия Пирсона показала, что наиболее подходящим для описания всех возможных случаев закона распределения величины выступания зерен из связки на рабочей поверхности круга является двухпараметрическое гамма-распределение, которое используется для описания асимметрично распределенных величин.

Плотность гамма-распределения имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}\,, \qquad (1)$$

где α и β − параметры закона ($\alpha > 0$, $\beta > 0$);
$\Gamma(\alpha)$ – гамма-функция Эйлера.

Гамма-распределение описывает положительные случайные величины. В данном случае такая величина – выступание зерен из связки Δh, которую следует подставить в уравнение (1) вместо аргумента x.

Для определения параметров гамма-распределения по экспериментальным данным воспользуемся следующей методикой. Вначале определяем оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения исследуемой величины. В качестве таких оценок принимаем выборочное среднее $\bar{x}$ и выборочную дисперсию s^2. Далее определяем параметр β по формуле: $\beta = s^2/\bar{x}$. Затем находим параметр α: $\alpha = \bar{x}/\beta$.

Параметры гамма-распределения величины выступания зёрен из связки на поверхности кругов 1А1 250×76×15×5 с характеристиками АС6 100/80-4-М2-01 и АС6 160/125-4-М2-01, подвергнутых правке электроэрозионным способом и правке шлифованием абразивным кругом в заводских условиях, а также после 30 мин плоского алмазного шлифования стали Р6М5Ф3 кругами, заправленными электроэрозионным способом, приведены в таблице 2.

Проверка соответствия экспериментальных данных распределению Вейбулла выполнена с использованием критерия согласия Пирсона χ^2. Экспериментальные значения χ^2 найдены по формуле [4]:

$$\chi^2 = N\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(p_i^{экс} - p_i\right)^2}{p_i}\,,$$

где N – количество значений случайной величины (объём выборки);
k – число разрядов (интервалов группирования) случайной величины;

$p_i^{экс}$ – экспериментальная вероятность попадания случайной величины в i-й интервал; p_i – гипотетическая вероятность попадания случайной величины в i-й интервал, рассчитанная по теоретическому распределению (гамма-распределения в нашем случае).

Теоретические значения критерия Пирсона χ^2 для различных уровней значимости найдены по таблицам [4].

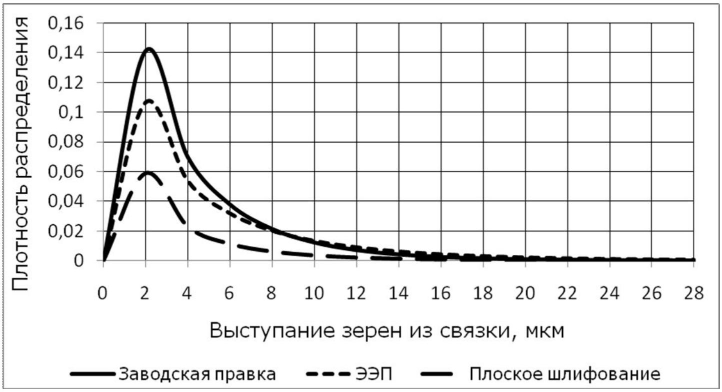
Таблица 2

Параметры распределений величины выступания зёрен из связки на рабочей поверхности шлифовальных кругов 1А1 250×76×15×5 различной зернистости, сформированной различными способами

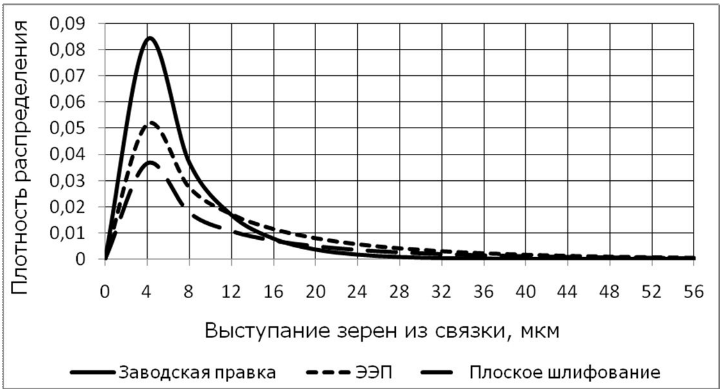
Шлифовальный круг	Способы формирования РПК	Трасса	Параметры гамма-распределения		Критерий согласия Пирсона		
			α	β	$\chi^2_{эксп}$	$\chi^2_{табл}$	Уровень значимости
АС6 100/80-4-М2-01	Электро-эрозионная правка	1	0,50	7,13	15,42	16,81	0,010
		2	0,43	6,86	13,32	14,07	0,05
	Правка шлифованием абразивным кругом	1	0,68	4,14	10,58	10,64	0,10
		2	0,55	4,80	14,04	14,07	0,05
	Плоское алмазное шлифование	1	0,38	5,26	15,69	16,81	0,010
		2	0,53	4,53	12,54	12,83	0,025
АС6 160/125-4-М2-01	Электро-эрозионная правка	1	0,28	24,21	11,12	12,59	0,05
		2	0,43	16,96	9,27	10,64	0,10
	Правка шлифованием абразивным кругом	1	0,64	6,06	15,03	15,09	0,010
		2	0,87	5,49	10,69	11,07	0,05
	Плоское	1	0,11	30,27	12,05	12,59	0,05
		2	0,24	20,44	24,72	24,74	0,025

Из таблицы 2 видно, что гипотеза о распределении величины выступания зерен из связки по закону гамма-распределения подтверждается для всех выборок при всех принятых уровнях значимости.

Построим графики плотности распределений величины выступания зёрен из связки (рис. 1) с использованием параметров гамма-распределения (см. табл. 2).



а



б

Рис. 1. Плотность гамма-распределения величины выступания зерен из связки на рабочей поверхности кругов АС6 100/80-4-М2-01 (а) и АС6 160/125-4-М2-01 (б), сформированной различными способами

Графики плотности распределений величины выступания зерен из связки (см. рис. 1), построенные с использованием параметров гамма-распределения (см. табл. 2), показывают, что величина выступания зерен из связки на рабочей поверхности кругов зернистостей АС6 100/80 и АС6 160/125 после электроэрозионной правки имеет сходное распределение с величиной выступания зерен из связки после правки шлифованием абразивным кругом в заводских условиях (графики имеют явно выраженную правостороннюю асимметрию, в зоне больших величин наблюдается резкое уменьшение частостей), однако распределения для электроэрозионной правки имеют бóльшие математическое ожидание и дисперсию. Средняя высота выступания зерен из связки и выборочная дисперсия распределения величины выступания зерен из связки (см. табл. 1) после правки электроэрозионным способом значительно превышают аналогичные параметры после заводской правки шлифованием абразивным кругом. Это объясняется, по всей видимости, тем, что рельеф круга после электроэрозионной правки более выражен, что обеспечивает более высокую режущую способность круга. Процент вскрытых зерен после электроэрозионной правки составляет 37,5 – 40 %, а после заводской правки шлифованием абразивным кругом ─ 16 – 18,5 % [5].

IV. Выводы. Статистические характеристики выборок значений величины выступания зерен из связки, найденные для каждого из рассмотренных способов формирования поверхности круга (правка шлифованием абразивным кругом, электроэрозионная правка, алмазное шлифование), по результатам обработки профилограмм по двум различным трассам отличаются незначимо. Средняя высота выступания зерен из связки и выборочная дисперсия с достаточной полнотой характеризуют всю генеральную совокупность значений величины выступания зерен из связки на РПК. Величина выступания зерен из связки на рабочей поверхности кругов 1А1 250×76×15×5 с характеристиками АС6 100/80-4-М2-01 и АС6 160/125-4-М2-01 в состоянии поставки (правка шлифованием абразивным кругом в заводских условиях), после электроэрозионной правки и после 30 мин плоского алмазного шлифования описывается гамма-распределением. Числовые характеристики распределений величины выступания зерен из связки на РПК, сформированные электроэрозионной правкой и правкой шлифованием абразивным кругом, различны. Так, средняя высота выступания зерен из связки после электроэрозионной правки превышает среднюю высоту выступания зерен из связки после правки шлифованием абразивным кругом в заводских условиях, в 1,5 раза. Выборочная дисперсия после электроэрозионной правки превышает дисперсию после правки шлифованием абразивным кругом в 3,7 раза. Максимальная высота выступания зерен из связки после электроэрозионной правки превышает аналогичный параметр после правки шлифованием абразивным кругом в 2,3 раза. Процент вскрытых зерен после электроэрозионной правки превышает аналогичный параметр после правки шлифованием абразивным кругом в 2,5 раза. Электроэрозионная правка обеспечивает более высокую режущую способность круга и уменьшает возможность контактирования связки с обработанной поверхностью в процессе шлифования, что в свою очередь способствует снижению сил резания. Таким образом, при подготовке алмазного круга на металлической связке предпочтение необходимо отдать электроэрозионной правке.

Литература

1. Азарова Н.В. Обеспечение параметров шероховатости шлифованной поверхности с учетом радиальных колебаний шлифовального круга: дис. … канд. техн. наук: 05.03.01 / Азарова Наталья Викторовна. Донецк, 2010. – 254 с.

2. Пат. 75483 С2 Україна, МПК G01D 7/00. Пристрій для реєстрації рельєфу поверхні абразивних інструментів на металевій зв'язці / П.Г. Матюха, С.В. Константинов, В.П. Цокур, Н.В. Азарова, В.В. Полтавець, О.В. Литвиненко; заявник і патентовласник Донецький національний технічний університет. − № 20040604600; заявл. 14.06.2004; опубл. 17.04.2006, Бюл. № 4.

3. Грановский В. А. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях / В. А. Грановский, Т.Н. Сирая. – Л. : Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. – 288 с.

4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М. : Высшая школа, 2000. – 480 с.

5. Азарова Н. В. Определение закона и параметров распределения величины выступания алмазных зерен из связки на рабочей поверхности шлифовального круга / Н.В. Азарова // Прогресивні технології і системи машино будування: Міжнародний збірник наукових праць. – Донецьк: ДонНТУ, 2011. – Випуск 42.− С. 3-10.

УДК 378.147:517:004

ОРГАНИЗАЦИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

О. В. Александрова

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, г. Макеевка, Украина

Анотація. *Розглянуто використання дослідницького методу у навчанні вищої математики студентів технічних напрямів підготовки. Наведено фрагмент проведення практичного заняття з використанням цього методу.*

I. Введение. Развитие информационного общества, научно-технические преобразования, рыночные отношения требуют от каждого человека высокого уровня профессиональных и деловых качеств, предприимчивости, способности ориентироваться в сложных ситуациях, быстро и безошибочно принимать решения.

В формировании многих качеств, необходимых успешному современному человеку, может большую роль сыграть дисциплина – высшая математика. Общепризнанно, что «математика ум в порядок приводит» как отмечал М.В. Ломоносов.

Студенту необходимо получить добротное образование, уметь на протяжении всей своей жизни обновлять и пополнять знания, реализовывать свои лучшие качества, чтобы быть востребованным специалистом. Для этого наряду с традиционным обучением используют элементы новых развивающих технологий. Основным методом всех технологий развивающего обучения является исследовательская деятельность студентов.

II. Постановка проблемы. В научно-методической литературе методы исследования называют также методом открытий, эвристическим методом и методом решения проблем. В качестве основного средства организации исследовательской работы выступает система исследовательских заданий.

Цель исследовательского метода – «вызвать» в уме студента тот самый мыслительный процесс, который переживает творец и изобретатель. Основные этапы учебного исследования:

1) Мотивация – очень важный этап обучения, если мы хотим, чтобы оно было творческим. Целью мотивации является создание условий для возникновения у студента вопроса или проблемы.

2) Этап формулирования проблемы – самый тонкий и «творческий» компонент исследования. В идеале сформулировать проблему должен сам студент в результате решения мотивирующей задачи. Однако в реальной практике такое случается далеко не всегда.

3) Выдвижение гипотез. Полезно прививать студентам стремление записывать гипотезы на математическом языке, что придает высказываниям точность и лаконичность. Не нужно ограничивать число предлагаемых ими гипотез.

4) Проверка гипотез позволяет укрепить веру или усомниться в истинности предложений, а может внести изменения в их формулировки. Чаще всего проверку гипотез целесообразно осуществлять посредством проведения еще одного испытания. При этом результат новой пробы сопоставляется с ранее полученным результатом. Если результаты совпадают, то гипотеза подтверждается, и вероятность ее истинности возрастает. Расхождение же результатов служит основанием для отклонения гипотезы или уточнения условий ее справедливости.

На последнем этапе происходит ***доказательство истинности гипотез,*** получивших ранее подтверждение; ***ложность*** же их может быть определена с помощью контрпримеров. Поиск необходимых доказательств часто представляет большую трудность, поэтому преподавателю важно предусмотреть всевозможные подсказки.

III. Результаты. В качестве иллюстрации учебного исследования приведем фрагмент практического занятия по теме: «Матрицы и действия над ними».

В ходе занятия студентам предлагается сложить матрицы разной размерности, в результате чего они могут сделать вывод, что складывать можно только матрицы одинаковой размерности. Также при умножении двух матриц полезно предложить перемножить такие матрицы, которые не отвечают правилу умножения. И постепенно подвести студентов к правильному выводу. Свойство некоммуникативности умножения матриц хорошо иллюстрируется, если мы дадим пример перемножить матрицы размером 2×3 и 3×2. Можно предложить самим записать примеры матриц, которые можно перемножить.

При изучении темы «Экстремум функции нескольких переменных» мотивирующей (исходной) задачей может быть задача [1, с. 240]: *Найти наибольший объем параллелепипеда при данной сумме 12a его ребер.* Анализируя математическую модель этой задачи, студенты формулируют проблему: нужно составить функцию трех переменных и исследовать ее на экстремум. Для решения этой проблемы нужно предложить студентам составить математическую модель данной задачи. При этом возникает проблема следующего характера: нужно найти экстремум функции трех переменных при заданном условии, то есть данная задача является задачей на нахождение условного экстремума. Записывая необходимое условие экстремума, мы приходим к системе четырех уравнений с четырьмя неизвестными, одно из которых является уравнением связи.

В Донбасской национальной академии строительства и архитектуры ежегодно проводится научная студенческая конференция. Здесь дается обширное поле для исследований. Студенты, готовясь к выступлению на конференции, совершают небольшие исследования под руководством преподавателей. Лучшие выступления поощряются дипломами, грамотами. Если в результате такого исследования был получен новый научный результат, его можно опубликовать. Эта публикация потом будет зачтена при поступлении в магистратуру.

IV. Выводы. Таким образом, с применением исследовательского метода в обучении не только повышается эффективность обучения математике в высшей школе, но и готовит студентов к их будующей профессиональной деятельности.

Литература

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие для вузов./ Г.Н. Берман - СПб.: Издательство «Лань», Издательство «Специальная литература», 2000. – 448 с.

2. Методические указания и задания к практическим и лабораторным занятиям по курсу “Эконометрия” / Сост.: Александрова О.В., Маркин А.Н., Шурко И.Л. - Макеевка, ДонГАСА, РИС: 2004 – 75с.

УДК 378.147:517:004

РОБОЧИЙ ЗОШИТ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ СТУДЕНТІВ ВТНЗ

К. В. Власенко

Донбаська державна машинобудівна академія,
м. Краматорськ, Україна

Анотація. *Розглянуто підхід до створення навчально-методичного забезпечення з вищої математики для майбутніх інженерів. Визначено структуру навчально-методичного посібника для організації аудиторних практичних занять з вищої математики і самостійної роботи студентів ВТНЗ.*

І. Вступ. Пріоритетним напрямком реформування системи вищої освіти є кредитно-модульна система організації навчального процесу, яка передбачає підвищення ролі самостійної роботи студентів. Тому формування здатності до самостійного оволодіння знаннями, розвиток самостійного професійного мислення стають першочерговими завданнями вищої школи у підготовці спеціалістів інженерної галузі під час їх навчання вищої математики. Це вимагає створення нового покоління навчально-методичної літератури для вищих навчальних закладів і обумовлює актуальність і своєчасність серії робочих зошитів, що містить матеріал для організації аудиторних практичних занять з вищої математики та самостійної роботи студентів.

ІІ. Постановка завдання. Більшість дослідників зазначають, що в підручнику тією чи іншою мірою запрограмована певна методика навчання. На думку В. П. Беспалька [1, с. 167], «неможливо однозначно навчити роботі з навчальною книгою: вона має сама говорити, що з нею треба робити, як за нею навчатися». Тому, в серії навчально-методичних посібників «Робочий зошит з вищої математики» [3; 4; 5] особливу увагу ми приділили формуванню їх дидактичного апарату – апарату організації засвоєння матеріалу за *програмою саморегуляції* [6] навчальної діяльності із дотриманням умови взаємодії етапу пізнавальних дій з етапом визначення кількісних характеристик цілей майбутніх інженерів під час навчання вищої математики. Розглянемо робочі зошити з вищої математики, що охоплюють матеріал таких навчальних модулів як «Елементи лінійної та векторної алгебри», «Аналітична геометрія на площині та у просторі», «Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функції однієї змінної», та уможливлюють реалізацію ідеї діяльнісного підходу під час навчання вищої математики.

ІІІ. Результати. «Робочий зошит з вищої математики» [3; 4; 5] пропонується для студентів технічних ВНЗ як різновид навчального посібника, що може бути застосований викладачами під час лекційних і практичних занять для інтенсифікації процесу навчання. Наприклад, достатній обсяг завдань до модуля «Елементи лінійної та векторної алгебри», призначений для самостійної роботи студентів, допоможе засвоїти їм не тільки навчальний предмет, а й оволодіти професійно важливими якостями майбутнього інженера.

Під час розгляду кожної теми в посібнику надаються пояснення того, як пов’язані основні поняття з інженерною практикою. Для студентів, які намагаються самостійно оволодіти новим для себе поняттям, це робить його появу у навчальному курсі природним та обумовленим логікою. Викладачі мають можливість скористатись робочим зошитом на практичному занятті під час евристичної бесіди, мотивуючи таким чином необхідність вивчення теми.

Складання опорного конспекту до кожної теми може як попереджати, так і закріплювати її вивчення. Завдяки наявності в студентів робочих зошитів лектор має можливість зосередитися на найбільш істотному матеріалі, опустити технічні деталі, залишити ряд питань для самостійного опрацювання, а також вести діалог зі студентами.

Детальне опрацювання навчального матеріалу прочитаної лекції і його застосування припускає використання навчальних посібників, серед яких «Вища математика для майбутніх інженерів» [2].

Опорний конспект  є найбільш зручним засобом взаємодії студента з викладачем, оскільки студент під час роботи з пунктом «Складаємо опорний конспект» у правому стовпчику на місці пропусків у вигляді крапок заносить не тільки відповіді, але й свої питання та відповіді на них викладача (табл. 1), його всілякі зауваження, додаткові пояснення, приклади тощо.

Таблиця 1

Фрагмент опорного конспекту до теми «Визначники»

Визначники 2-го, 3-го порядків	
Визначник (детермінант) другого порядку обчислюється за формулою $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$	$=$ **… + …**
Під час обчислення *визначнику третього порядку* $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ перед добутками відповідних елементів ставляться знаки	$= a_{11}a_{22}a_{33} \; \dots \; a_{12}a_{23}a_{31} \; \dots$ $\dots \; a_{13}a_{21}a_{32} \; \dots \; a_{13}a_{22}a_{31} \dots$ $\dots \; a_{11}a_{23}a_{32} \; \dots \; a_{12}a_{21}a_{33}$

Перевірка готовності до практичного заняття виконується за допомогою тестових завдань  , до кожного з яких надаються варіанти відповідей.

Під час розв'язування завдань студентам пропонується інформаційна підтримка  . Самостійно працюючи із тестовим завданням (завдання ускладнюються по мірі їх виконання) пункту «Перевіряємо готовність до практичного заняття», студент має можливість звернутись до опорного конспекту.

Крім того, викладач має можливість застосувати ці завдання на початку заняття для проведення експрес-опитування й актуалізації теоретичних знань студентів. Наведемо приклад такого завдання, що міститься у темі «Визначники».

Завдання 1. Визначте доданок, якого бракує у виразі для обчислення визначника

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 4 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1\cdot 3\cdot 1 + 2\cdot(-3)\cdot(-1) + 2\cdot(-2)\cdot 4 - 1(-2)\cdot(-3) - 2\cdot 2\cdot 1 + \dots$$

А	Б	В	Г	Д
– 12	12	6	– 6	Інша відповідь

Скористайтесь правилом «трикутника» обчислення визначника III порядку.

Розв'язування типових задач теми виконується покроково із наданням методичних рекомендацій та інформаційних підтримок до кожного з кроків. Це дає змогу обмежитися під час практичного заняття розглядом лише найбільш важливих прикладів, залишивши інші студентам на самостійне опанування.

Необхідні записи під час розв'язування задач пункту «Вчимося розв'язувати типові задачі» виконуються студентом у зошиті настільки докладно, наскільки це йому необхідно. Розглянемо приклад такого завдання, що міститься у темі «Визначники».

Завдання 2. Обчисліть визначник 2-го порядку

$$\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta \end{vmatrix}.$$

Хід розв'язання.

Крок 1. Застосуйте для обчислення визначника другого порядку формулу $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$:

Крок 2. Застосуйте для спрощення результату обчислення тригонометричну тотожність $\sin(\alpha-\beta) \quad \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha$:

Відповідь: $\sin(\alpha-\beta)$.

Для навчання математичному моделюванню студентам немає необхідності вести докладні записи: досить відзначити в робочому зошиті найбільш важливе, додаткову інформацію й посилання на джерела під час розбору професійно орієнтованих завдань з пункту «Вчимося моделювати професійну діяльність інженера»  , пов'язаних з майбутньою інженерною спеціальністю студентів.

Кожен крок моделювання під час розв’язання професійно орієнтованих завдань пояснюється. Після створення математичної моделі за допомогою рекомендацій та інформаційних підтримок студенту необхідно самостійно закінчити розв’язування завдання, застосовуючи знання та вміння, набуті після складання опорного конспекту, підготування до практичного заняття, розв’язування типових задач. Таким чином, здійснюється етап формування професійно важливих якостей майбутнього інженера.

Самостійне розв’язування завдань студент має змогу розпочати з будь-якого рівня, поступово удосконалюючи вміння під час практичного заняття або домашньої роботи. Диференційований підбір завдань пункту «Вчимося самостійно розв’язувати завдання»  допоможе викладачу розподілити його за рівнем складності між студентам із різною підготовкою. До завдань надаються евристичні підказки  .

У заключній частині вступної лекції або практичного заняття викладачеві необхідно дати деякі рекомендації про те, яке програмне забезпечення повинні мати студенти на своїх комп'ютерах для виконання домашнього завдання.

Працюючи із пунктом «Вчимося застосовувати CAS (ППЗ) під час розв’язування (обчислення) …»  , студенту необхідно скопіювати зміст компакт-диску (на форзаці посібника) на жорсткий диск свого комп’ютера та встановити всі педагогічні програмні засоби (ППЗ) та системи комп’ютерної алгебри (CAS) з метою отримання вмінь роботи із різними програмами, порівняння їх можливостей та обрання необхідних для використання в майбутній професійній діяльності.

Наприкінці модуля у пункті «Готуємось до модульної контрольної роботи»  надаються орієнтовні завдання із різним рівнем складності, що відповідають контрольній роботі. До кожного завдання пропонується інформаційна підтримка.

Наприкінці робочого зошиту надаються відповіді, до яких студент має можливість звернутись з метою перевірки правильності виконання кожного завдання модуля.

Доцільно рекомендувати студентам зберегти свій індивідуальний конспект з усіма нотатками, питаннями, відповідями й доповненнями, які робилися протягом усього модуля. У майбутньому робочий зошит може бути використаний не тільки у підготовці до контрольних заходів, включаючи іспит, але й у створенні персональної бази знань і вмінь – особистого помічника – для подальшої навчальної й навіть професійної діяльності.

IV. Висновки. Таким чином, упровадження серії робочих зошитів [3; 4; 5] у навчання вищої математики студентів інженерних спеціальностей сприяє принциповим змінам у структурі й змісті тестових завдань для аудиторної та самостійної роботи, дає змогу регулярно контролювати вміння, підвищуючи мотивацію студентів до навчання , створюючи умови для поліпшення організації й зростання ефективності самостійної аудиторної та домашньої роботи. А дослідження таких умов вимагає їхнього постійного удосконалення.

Література

1. Беспалько В.П. Качество образовательного процесса / В.П. Беспалько // Школьные технологии. – 2007. – №3. – С.164–177.

2. Власенко К. Вища математика для майбутніх інженерів. Навчальний посібник для студентів технічних ВНЗ / К.В.Власенко; за ред. проф. О.І.Скафи. – Донецьк: Ноулідж, 2010.– 429 с.

3. Власенко К. Робочий зошит з вищої математики. Елементи лінійної і векторної алгебри : навчальний посібник для студентів технічних ВНЗ / К. Власенко, І. Реутова, О. Лупаренко. – Донецьк : Ноулідж, 2013. – 124 с.

4. Власенко К. Робочий зошит з вищої математики. Вступ до математичного аналізу : навчальний посібник для студентів технічних ВНЗ / К. Власенко, І. Реутова, О. Лупаренко. – Донецьк : Ноулідж, 2013. – 128 с.

5. Власенко К. Робочий зошит з вищої математики. Аналітична геометрія : навчальний посібник для студентів технічних ВНЗ / К. Власенко, І. Реутова, О. Лупаренко. – Донецьк : Ноулідж, 2013. – 176 с.

6. Власенко К. В. Теоретичні й методичні аспекти навчання вищої математики з використанням інформаційних технологій в інженерній машинобудівній школі : монографія / Науковий редактор д. пед. н., проф. О. І. Скафа. – Донецьк : Ноулідж, 2011. – 410 с.

УДК 517.5

НОВЫЕ УСЛОВИЯ ПОЛНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛА И НЕЗАВИСИМОСТИ ИНТЕГРАЛА ОТ ФОРМЫ КРИВОЙ

Н. П. Волчкова
Донецкий национальный технический университет,
г. Донецк, Украина

Анотація. *У статті одержано нові умови повного диференціалу, показано, що ці умови тісно пов'язані з питанням незалежності криволінійного інтегралу від форми кривої.*

I. Введение. Тема «Криволинейный интеграл» излагается студентам второго курса электротехнического факультета в соответствии с ОПП для электротехнических направлений обучения. В данной теме важным вопросом является теорема об условиях полного дифференциала и независимости криволинейного интеграла от формы кривой. Здесь мы приведем новый вариант указанной теоремы.

II. Постановка задачи. При изучении уравнений вида:

$$P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$$

возникает вопрос о том, когда выражение

$$Pdx + Qdy$$

является полным дифференциалом некоторой функции U. Этот вопрос тесно связан с вопросом об условиях независимости криволинейного интеграла

$$\int_{\gamma} Pdx + Qdy$$

от формы кривой интегрирования γ.

III. Результаты. Ответы на указанные вопросы можно резюмировать в виде следующей теоремы, рассматриваемой в общем курсе высшей математики.

Теорема А. Пусть функции P и Q непрерывно дифференцируемы в односвязной области D. Тогда следующие условия эквивалентны:

1) Для любой замкнутой кусочно-гладкой кривой $\gamma \subset D$ выполняется:

$$\int_{\gamma} Pdx + Qdy = 0 .$$

2) Интеграл

$$\int_{\Gamma_{AB}} Pdx + Qdy$$

не зависит от пути интегрирования Γ_{AB} (кусочно-гладкая кривая Γ_{AB} лежит в D, A - ее начало, B - конец).

3) Выражение $Pdx + Qdy$ является полным дифференциалом некоторой функции $U = U(x, y)$ в области D. При этом выполняется:

$$\int_{\Gamma_{AB}} Pdx + Qdy = U(B) - U(A) .$$

4) В области D выполнено условие:

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} .$$

Доказательство теоремы А опирается на свойства криволинейного интеграла и существенно использует произвольность контуров γ. Вместе с тем в ряде случаев это условие на γ можно значительно ослабить. Одним из результатов в этом направлении является следующая теорема.

Теорема 1. Пусть D – круг радиуса $R \geq \frac{\sqrt{5}}{2}$, функции P и Q непрерывно дифференцируемы в D и интеграл от $Pdx + Qdy$ по границе любого единичного квадрата из D равен нулю. Тогда в круге D выражение $Pdx + Qdy$ является полным дифференциалом некоторой функции U.

Доказательство. Если $f \in C(D)$ и

$$\iint_K f(x,y)dxdy = 0$$

для любого единичного квадрата K из D, то $f = 0$ (см. [1,часть 4, гл.2]).

Далее по формуле Грина имеем:

$$\iint_K \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dxdy = \int_{\partial K} Pdx + Qdy \ .$$

Поэтому из условия и утверждения выше следует, что в области D выполняется:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} \ .$$

Теперь из теоремы А заключаем, что выражение $Pdx + Qdy$ является полным дифференциалом некоторой функции U .

Теорема 1 доказана.

IV. Выводы. Особенность теоремы 1 состоит в том, что контуры, по которым ведется интегрирование, конгруэнтны границе квадрата фиксированного размера. Можно доказать, что значение R в теореме 1 уменьшить нельзя. Отметим также, что при подходящем R вместо квадратов можно брать и различные другие множества с негладкими границами. Указанные явления тесно связаны с некоторыми экстремальными задачами интегральной геометрии и уравнений в свёртках (см. [1]- [3]).

Литература

1. Volchkov V.V. Integral Geometry and Convolution Equations. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht , 2003, 454 pp.

2. Volchkov V.V., Volchkov Vit.V. Harmonic Analysis of Mean Periodic Functions on Symmetric Spaces and the Heisenberg Group. Springer-Verlag, Dordrecht - Heidelberg - London - New-York, 2009, 671 pp.

3. Volchkov V.V., Volchkov Vit.V. Offbeat Integral Geometry on Symmetric Spaces. Birkhäuser- Springer. Basel - Heidelberg - New-York-Dordrecht – London, 2013, 592 pp.

УДК 378.147:517:004

СТРУКТУРА УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ПОСОБИЯ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ, РАЗРАБОТАННОГО НА ПРИНЦИПАХ ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО ПОДХОДА

Л. А. Габриель
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина

Анотація *У статті пропонується структура навчально-методичного посібника з теорії ймовірностей для студентів економічних напрямів підготовки, розробленого на принципах діяльнісного підходу. Розглянуто фрагмент посібника з теми «Формула повної ймовірності події», який включає професійно-спрямовані задачі.*

I. Вступление. Внедрение и реализация деятельностного подхода в обучении является важной и непростой задачей высшего образования. Это оправдано, прежде всего, дефицитом профессионально компетентных выпускников ВТУЗов, способных грамотно подходить к изменениям в технологиях производства, эффективно и качественно решать профессиональные задачи. Поэтому первичным с точки зрения обучения должна быть деятельность и действия, которые входят в ее состав. Проектирование обучения на принципах деятельностного подхода начинается не с определения того, что будущий специалист должен знать, а с анализа его деятельности. Говоря об обучении курсу теории вероятностей, необходимым является включение его в методическую систему обучения высшей математике студентов ВТУЗов на основах деятельностного подхода, сформулированных Е. Г. Евсеевой [1].

II. Постановка задачи. Как учебный предмет теория вероятностей обладает огромным потенциалом, позволяющим формировать у студентов способы действий, необходимые будущим инженерам в их профессиональной деятельности. Поэтому, предлагая студентам прикладные задачи, близкие по содержанию к направлению подготовки, преподаватель способствует формированию базовых профессиональных компетентностей будущего инженера.

III. Результаты. С целью усиления прикладной направленности обучения теории вероятностей на основах деятельностного подхода нами разработано учебно-методическое пособие для студентов экономических направлений подготовки. Отличительной особенностью данного пособия является не только прикладное содержание учебных задач, но и ориентирование студентов на последовательное усвоение учебных действий по решению этих задач. Для этого нами описано содержание курса теории вероятностей для экономических направлений подготовки, в виде перечня: а) учебных действий, подлежащих освоению; б) действий математического моделирования; в) декларативных знаний; г) процедурных знаний, необходимых для освоения этих действий. Мы приводим фрагмент этой таблицы, по теме «Случайные события» (табл.1).

Первая часть пособия включает в себя следующие темы: «Комбинаторика», «Вероятность случайного события», «Теорема сложения вероятностей событий», «Теорема умножения вероятностей событий», «Формула полной вероятности события», «Формула Байеса», «Повторные независимые испытания. Формула Бернулли», «Локальная и Интегральная теоремы Муавра-Лапласа» и «Теорема Пуассона». Каждая тема представлена в пособии по следующему плану: 1) декларативные и процедурные знания; 2) типовые задачи, решение которых приведено с помощью схем ориентирования; 3) задачи для самостоятельной работы разного уровня сложности с вариантами ответов; 4) индивидуальные задания по данной теме.

В данной статье мы демонстрируем фрагмент пособия по теме «Формула полной вероятности события». Знания в ней, как и в каждой теме, оформлены в виде так называемого опорного или семантического конспекта:

СК.5.1. *Если в результате некоторого случайного эксперимента может произойти одно из событий попарно-несовместных событий* H_1, H_2, ..., H_n, *образующих полную группу, то эти события называют гипотезами в данном эксперименте.* (СК.1.1; СК.1.10)

СК.5.2. *Сумма вероятностей гипотез равна 1.* (СК.2.5; СК.5.1)

СК.5.3. *Сумма вероятностей гипотез в символьном виде:*

$$P(H_1)+P(H_2)+\ldots+P(H_n)=1.$$ (СК.5.1; СК.5.2)

Таблица 1

Фрагмент содержания дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»

Учебные действия из области теории вероятностей	Действия мат. моделирования	Декларативные знания	Процедурные знания
Находить вероятность события с помощью классической формулы вероятности	Описывать с помощью случайных событий процессы и объекты из профессиональной области	Определение события. Классификация событий. Действия над событиями. Понятия классической, статистической и геометрической вероятностей. Основные свойства вероятности событий.	Формулы классической, статистической и геометрической вероятностей
Находить вероят- ности событий, ис- пользуя теоремы сложения и умножения вероятностей		Определение несовместных событий. Определение независимых событий. Определение условной вероятности события	Теоремы сложения и умножения вероятностей событий
Использовать формулу полной вероятности события, формулу Байеса для нахождения вероятности события.		Определение полной группы событий	Теорема полной вероятности события. Формула Байеса
Использовать формулу Бернулли для нахождения вероятности события		Определение повторных независимых испытаний. Описание схемы Бернулли	Формула Бернулли
Использовать формулу Пуассона для нахождения вероятности события		Понятие редковстречающихся событий	Формула Пуассона

Использовать ло кальную и интегральную теоремы Лапласа для нахождения вероятности события		Свойства функции Лапласа $\Phi(t)$ и функции $\varphi(t)$	Локальная и интегральная теоремы Лапласа

СК.5.4. *Если некоторое случайное событие A может произойти только одновременно с одной из гипотез H_1, H_2, ..., H_n., то события $A \cdot H_1$, $A \cdot H_2$,..., $A \cdot H_n$ заключаются в одновременном появление события A и одной из гипотез.* (СК.5.3)

СК.5.5. *События $A \cdot H_1$, $A \cdot H_2$, ...,$A \cdot H_n$ являются попарно несовместными событиями.* (СК.5.2; СК.5.4)

СК.5.6. *Событие A является суммой событий $A \cdot H_1$, $A \cdot H_2$, ..., $A \cdot H_n$.* (СК.2.13; СК.5.2; СК.5.3; СК.5.5)

СК.5.7. *Вероятность события A равна вероятности суммы событий $A \cdot H_1$, $A \cdot H_2$, ...,$A \cdot H_n$.* (СК.2.9, СК.5.6)

СК.5.8. *Вероятность события A в символьном виде:*

$P(A)=P(A \cdot H_1+A \cdot H_2+\ldots+A \cdot H_n)$. (СК.2.9)

СК.5.9. *По теореме сложения вероятностей несовместных событий вероятность события A равна:*

$$P(A)=P(A \cdot H_1)+P(A \cdot H_2)+\ldots+P(A \cdot H_n).$$ (СК.3.9; СК.5.8)

СК.5.10. *Наступление одной из гипотез H_1, H_2, ..., H_n ведет к обязательному наступлению события A.* (СК.5.4; СК.5.7)

СК.5.11. *Событие A и каждая из гипотез H_i, $i=1,n$ являются зависимыми событиями.* (СК.2.14; СК.5.4)

СК.5.12. *По теореме умножения вероятностей для зависимых событий вероятность события $A \cdot H_i$ равна произведению вероятности гипотезы H_i, $i=1,\ldots,n$ и условной вероятности события A.* (СК.4.9; СК.5.11)

СК.5.13. *Вероятность события A H_i имеет символьный вид:*

$P(A \cdot H_i)=P(H_i)P(A/H_i), i=1,\ldots,n$. (СК.5.15; СК.5.12)

СК.5.14. *Вероятность события A вычисляется по формуле:*

$P(A)=P(H_1)P(A/H_1)+P(H_2)P(A/H_2)+\ldots+P(H_n)P(A/H_n)$. (СК.5.11; СК5.13)

СК.5.15. *Формула для вычисления вероятности появления события A при условии появления одной из гипотез называется формулой полной вероятности события A.* (СК.5.14)

Решение типовых задач в пособии, проводится с помощью схем ориентирования, в которых детально расписаны знания и действия, необходимые для решения задачи. Работая по этим схемам, студент наглядно видит содержание своей деятельности. Например, при решении задач на тему «Формула полной вероятности события» схема ориентирования имеет вид, приведенный на рисунку 1.

Ориентировочная часть учебной деятельности состоит из общего ориентирования и ориентирования на исполнение. Первое звено обеспечивает выделение свойств и качеств объектов предметной области.

В нашем случае в рамках общего ориентирования мы выражаем данные задачи в терминах вероятностной модели, анализируем виды и связи рассматриваемых событий, тем самым, подготавливая студентов к применению той или иной формулы теории вероятностей. Второй этап, ориентирование на исполнение, направлен на определение необходимых формул теории вероятностей и выработки плана действий по применению этих формул.

Исполнительная часть деятельности состоит в непосредственном выполнении действий, необходимых для нахождения решения.

Рассмотрим прикладную задачу, которая может быть предложена студентам в качестве примера на лекции по теме «Формула полной вероятности».

Задача 1. При решении вопроса о строительстве нового ресторана рассматриваются две возможности его размещения – в южной и в северной части города. Реально только одно из этих двух мест будет доступно для застройки. Если ресторан будет построен в северной части, вероятность его успешного функционирования в течение первого года равна 0,90. Если же построить ресторан в южной части, вероятность успешной работы в первый год будет составлять только 0,65. Оценка вероятности того, что ресторан можно будет построить в северной части, равна 0,40. Найти вероятность того, что работа ресторана в первый год будет успешной.

Прежде всего составляется схема ориентирования, которая включает в себя основные знания и действия, необходимые для решения задпачи.

Демонстрация действий ориентировочной и исполнительной частей деятельности по решению конкретной прикладной задачи 1 [2] представлена нами в таблице 2 и таблице 3.

Рис. 1. Схема ориентирования при решении задач на тему «Формула полной вероятности события»

Таблица 2

Ориентировочная часть деятельности

I. Общее ориентирование	Определите, в чем состоит эксперимент	Эксперимент состоит в выборе места для застройки ресторана и в оценке его работы в первый год
	Определите, в чем состоит событие А, вероятность которого надо найти	Событие А – работа ресторана в первый год будет успешной
	Определите, связана ли с выбором места для строительства ресторана вероятность события А	Да, так как по условию задачи в разных частях города получена разная вероятность успешной работы ресторана
	Определите, сколькими спо собами можно осуществить выбор места для строительства ресторана	Двумя способами: выбор северной части города или выбор южной части города
	Можно ли сказать, что событие А происходит совместно с одним из двух событий? Сформулируйте эти события и обозначьте их	Да, событие А происходит при условии, что ресторан построен в северной части города либо при условии, что ресторан построен в его южной части. Обозначим через H_1 событие, состоящее в том, что ресторан построен в северной части города, а через H_2 событие, состоящее в том, что ресторан построен в южной части города
	Определите, являются ли события H_1 и H_2 несовместными	Да, так как невозможно выбрать место для постройки одного и того же объекта в разных частях города
	Определите, образуют ли события H_1 и H_2 полную группу событий	Да, так как события H_1 и H_2 полностью описывают результаты выбора места для постройки ресторана
	Определите, можно ли считать события H_1 и H_2 гипотезами	Да, так как события H_1 и H_2 образуют полную группу несовместных событий

II. Ориентирование на исполнение	Определите, по какой формуле можно вычислить вероятность события А	По формуле полной вероятности, так как это событие может произойти только совместно с одной из гипотез
	Запишите формулу полной вероятности для вычисления вероятности события А	$P(A)=P(H_1)\cdot P\left(A/H_1\right)+P(H_2)\cdot P\left(A/H_2\right)$, (1) где $P(H_1)$, $P(H_2)$ – вероятности гипотез, $P\left(A/H_1\right)$, $P\left(A/H_2\right)$ – условные вероятности события А
	Определите, какие из вероятностей даны в условии задачи, а какие – нет	По условию задачи $P(H_1)=0{,}4$, $P\left(A/H_1\right)=0{,}9$, $P\left(A/H_2\right)=0{,}65$, $P(H_2)$ – неизвестно
	Определите, как найти вероятность гипотезы H_2.	Так как события H_1 и H_2 образуют полную группу событий, то $P(H_2)=1-P(H_1)$ (2)

Таблица 3

Исполнительная часть деятельности

	Вычислите вероятность $P(H_2)$.	По формуле (2) получаем: $P(H_2)=1-P(H_1)=1-0{,}4=0{,}6$.
	Вычислите вероятность события А	По формуле (1) имеем: $P(A)=0{,}4\cdot 0{,}9+0{,}6\cdot 0{,}65=0{,}75$

Ответ: вероятность того, что работа ресторана в первый год будет успешной, равна $P(A)=0{,}75$.

Если, в дополнение, к самостоятельной работе студентов по данному учебно-методическому пособию, обсуждать на практических занятиях полезность полученных результатов и их применение, то в ходе такой беседы у студентов формируются внутренние мотивы, которые в свою очередь стимулируют их к учебной деятельности.

Например, для задачи 1 рассуждения могут быть такого плана: «Значение вероятности успешной работы ресторана в первый год в южной части города меньше соответствующей вероятности этого события в северной части, но присутствие в южной части города таких факторов, как более теплый климат, насыщенный ландшафт, близость к зоне отдыха и др., могут сыграть в пользу южной части. Подтвердит ли данное предположение результат задачи?» Или другая постановка вопроса: «Оправданы ли вложения в строительство ресторана в северной части города при данных условиях?».

Для наглядности можно построить дерево вероятностей (рис.2), с помощью которого вычисляются значения всех неизвестных вероятностей событий [2].

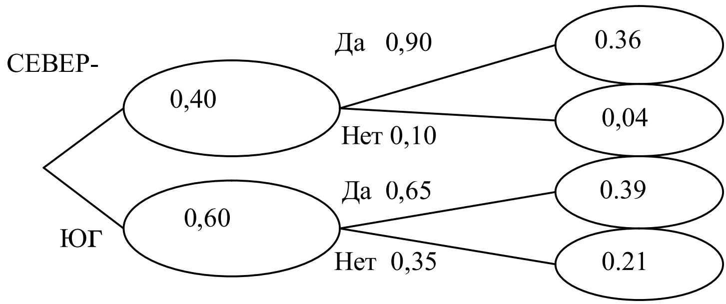


Рис.2. Дерево вероятностей задачи 1

Профессионально-ориентированные задачи для самостоятельного решения студентов по теме «Формула полной вероятности события» предложены нами, с позиций учета уровня сложности задач и снабжены вариантами ответов, среди которых студент должен выбрать правильный.

Задача 2. Экономист полагает, что вероятность роста стоимости акций некоторой компании в следующем году будет равна 0,75, если экономика страны будет на подъеме; и эта же вероятность будет равна 0,30, если экономика страны не будет успешно развиваться. По его мнению, вероятность экономического подъема в новом году равна 0,80. Используя предположения экономиста, оцените вероятность того, что акции компании поднимутся в цене в следующем году.

Ответ: а).0,66; б). 0,75; в).0,3; г).0,8.

Задача 3. В страховой компании три консультанта, с разным стажем работы. Известно, что самый «опытный» консультант выписывает, в течение рабочей недели, 90% всех полисов – полисы по страхованию авто, консультант с меньшим стажем работы выписывает – 85% таких полисов и самый неопытный сотрудник – 80% таких же полисов. Выписанные полисы сданы в бухгалтерию компании. Определить вероятность того, что случайно выбранный полис окажется по страхованию авто, если каждый из трех консультантов оформил 10, 8 и 2 страховых договора соответственно.

Ответ: а). 0,87; б). 0,78; в) 0,5; г). 0,9.

Задача 4. Банк предоставляет два вида кредитных продукта – один ипотечный, второй на покупку авто. Вероятности положительного рассмотрения банком каждого из кредитов, соответственно, равны 0,5 и 0,6. Найти вероятность того, что заемщику удастся получить кредит у банка.

Ответ: а)0,5; б).0,43; в).1; г).0,55.

Задача 5. На фондовой бирже представлены акции трех промышленных компаний в количественном соотношении 1:2:3. Наблюдается ценовое колебание курса акций для каждой из компаний. Замечено, что в течение года курс 60% акций первой компании имел тенденцию к возрастанию. Такая же картина наблюдалась с 80% акций второй компании и 20% акций третьей компании. Найти вероятность того, что курс наугад выбранной акции возрастет.

Ответ: а).0,432; б).0,8; в).0,6; г).0,2.

IV.Выводы. Таким образом, использование предложенного учебно-методического пособия по теории вероятностей позволяет студентам четко представить алгоритм решения задачи, осознать значение применения вероятностных методов, а главное, освоить основные способы действий, необходимых для решения задач в их будущей профессиональной деятельности.

Литература

1. Євсеєва О. Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти : монографія / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДВНЗ «ДонНТУ», 2012. – 454с.

2. Сигел Э. Практическая бизнес статистика. (Пер. с анг.) / Э. Сигел. – М. : Изд. дом «Вильямс», 2008. – 1056 с.

3. Евсеева Е.Г., Габриель Л.А. Организация учебной деятельности студентов-экономистов по решению профессионально-направленных задач по теории вероятностей в системе деятельностного обучения математике/ Е.Г. Евсеева // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наукових робіт. – Вип.38. – Донецьк: ДонНТУ, 2012. – С. 33-39.

УДК 378. 14: [51:004]

РЕАЛИЗАЦИЯ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПОДХОДА НА ЗАНЯТИЯХ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ ВУЗОВ

Н. А. Галибина

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, г. Макеевка, Украина

Анотація. *У статті надано технологію удосконалення навчання з метою реалізації компетентнісного підходу на заняттях з теорії ймовірності та статистики для студентів будівельних ВНЗ.*

I. Введение. Вхождение Украины в европейскую образовательную систему требует модернизации системы образования. Содержание этой модернизации раскрывается в статье «Модернизация высшего образования Украины и Болонский процесс» (М.Ф.Степко, Я.Я.Болюбаш, К.М.Левкивский, Ю.В.Сурников. Образование Украины, № 60-61, 10.08.04): «...настало время перейти к новой философии образования, основанной на подготовке выпускников высших учебных заведений к конкретному рынку труда». Фактически это означает, что выпускники высших учебных заведений должны приобрести необходимый уровень *профессиональной компетенции,* позволяющей выполнять будущую профессиональную деятельность. Таким образом, тенденции развития современного общества определяют новый социальный заказ на подготовку квалифицированного специалиста, который рассматривается не только как профессионал, владеющий знаниями, умениями и навыками профессиональной деятельности, но и как личность, способная самостоятельно принимать ответственные решения, способная к сотрудничеству, с развитым чувством ответственности за себя и судьбу своей страны. Существующее обучение, нацеленное на получение знаний (по словам Б.Ц.Бадмаева, знаниевое [5]), с этим справиться не может.

В данном случае необходим образовательный процесс, ориентированный на развитие целостной личности студентов, их физическое, психическое и нравственное совершенствование. Более важным становится не увеличение объема знаний, а приобретение разностороннего опыта решения жизненных проблем.

Основу модернизации образования составляет компетентностный подход. Главная идея этого подхода заключаются в том, что результат образования – это не отдельные знания, умения и навыки, а способность и готовность человека к эффективной и продуктивной деятельности в различных социально-значимых ситуациях.

Данный подход ориентирует процесс образования на его конечный результат и предполагает моделирование образовательных программ, основываясь на конкретные запросы соответствующих сфер профессиональной деятельности.

Идеи модернизации образования на компетентностной основе активно обсуждаются и разрабатываются в научных кругах. Многие авторы указывают на то, что, при определении требований к выпускникам вузов, целесообразно использовать термин «компетенция».

Исследованию компетенции как научной категории применительно к образованию посвящено много работ как зарубежных ученых (Г. Халаж, Б. Оскарссон, В. Хутмахер, Ж. Делор и др.), так и трудов отечественных авторов (А. Г. Бермус, Н. М. Борытко, В. А. Козырев, С.А. Раков, Н. Ф. Радионова, А. П. Тряпицына, Ю. Г. Татур, И. А. Зимняя, Э. Ф. Зеер, А. В. Хуторской и др.).

Однако, несмотря на широкое обсуждение данной проблемы в мировой и отечественной педагогике, анализ научно-педагогической литературы позволяет сделать вывод, что в настоящее время отсутствует однозначное понимание данного термина, нет единой классификации компетенций.

По мнению авторов, компетенции – это и внутренние психологические новообразования (И. А. Зимняя, О. Шаламова), совокупность взаимосвязанных качеств личности (А. В. Хуторской). Это и сфера деятельности специалиста, его права, обязанности, ответственность (А. Вербицкий, О. Ларионова), способность найти процедуру, подходящую для решения проблемы (С. Е. Шишова, В. А. Кальней) и другие [8-11].

Наиболее общее представление о компетенциях предлагает И. Д. Фрумин как о способностях (наличие возможности) решать сложные реальные задачи [12].

Основой математической компетентности является овладение математическим методом познания действительности. С. А. Раков ([3]) отмечает, что математические компетентности - это умение видеть и применять математику в реальной жизни, понимать суть метода математического моделирования, в том числе умение строить математическую модель и исследовать её методами математики.

Следует отметить, что компетентности приобретаются только посредством личной активной продуктивной деятельности. В то же время последовательное использование исследовательского подхода в обучении очень трудоёмко и может привести к большим затратам времени. Поэтому его очень эффективно использовать современные информационные и коммуникационные технологий (ИКТ).

Система компетентностей в образовании имеет иерархическую структуру, уровни которой составляют ключевые компетентности (межпредметные и надпредметные), общеотраслевые компетентности и предметные компетентности.

К предметно-отраслевым математическим компетентностям С. А. Раков относит:

- процедурную компетентность (умение решать типовые математические задачи);
- логическую компетентность;
- технологическую компетентность (владение современными ИКТ);
- исследовательскую и методологическую компетентность (умение оценивать целесообразность использования математических методов и средств ИКТ для решения социально и индивидуально значимых задач).

Таким образом, компетенцию следует рассматривать как результат образования, выражающийся в способности применять знания, умения и личностные качества для успешной деятельности в определенной области [13].

Компетентностный подход предъявляет особые требования к структуре учебно-методического обеспечения образовательного процесса.

Е. Я. Коган подчеркивает, что развитие компетенций – это не смена содержания, не изменение качества знаний, а обстоятельства, в которых эти знания и умения формируются [14].

Возрастающая роль образовательного процесса в развитии личности, ее способности управлять собой, самостоятельно усваивать постоянно обновляющуюся информацию побуждает пересмотреть наши представления о формах, методах, средствах и условиях обучения.

Необходим поиск таких образовательных технологий и методов, которые в наибольшей степени обогащают мотивацию учебной деятельности, способствуют развитию готовности будущих специалистов к выполнению профессиональной деятельности, а также развитию самостоятельности, проявлению творческой индивидуальности и полноценной самореализации.

Построить систему обучения, обеспечивающую приобретение профессиональной компетентности, возможно лишь в случае, если обучение будет *деятельностным* ([1], [2], [4]).

II. Постановка проблемы. Математика представляет собой язык научных исследований, поэтому она является основой профессиональной подготовки выпускников строительных вузов. Проблема состоит в необходимости на занятиях математики формирования у студентов умения моделировать такие процессы и явления, с которыми будущие специалисты будут ежедневно сталкиваться на производстве или в своей научной деятельности. Ведь математика в строительном вузе является не столько вспомогательной учебной дисциплиной, необходимой для понимания отдельных специальных предметов, сколько дисциплиной, ориентированной на решение практических профессиональных задач, а значит, математическая подготовка представляет собой важнейшую интегрированную компоненту компетентности будущего специалиста (инженера, строителя, менеджера, экономиста и т.п.).

III. Результаты. Использование межпредметных связей способствует модернизации традиционных форм проведения учебных занятий. Так, в процессе чтения лекций целесообразно решение задач прикладного содержания с обязательным указанием тех специальных дисциплин, в которых будет применяться изучаемый учебный материал. На практических занятиях первостепенную важность приобретает разработка математических моделей конкретных процессов и явлений, а также решение математических задач прикладного характера.

Специально подобранные преподавателем задачи должны непосредственно моделировать те ситуации, с которыми в дальнейшем столкнутся будущие специалисты. Тогда студенты на занятиях будут овладевать теоретическими знаниями и умениями, решая при этом практические задачи. Кроме того, применяя ИКТ на занятиях и во время самостоятельного обучения, студенты параллельно будут приобретать и технологическую компетентность.

Рассмотрим несколько примеров таких задач на примере изучения предмета «Теория вероятностей и математическая статистика», тема «Линейная и нелинейная регрессия».

Задача 1 (строительные специальности ПГС, ГСХ)

Экспериментальным путём получен новый строительный композиционный материал. Проведены испытания его на прочность при сжатии. Также сделаны вычисления его плотности в зависимости от доли компонентов. Результаты замеров указаны в таблице:

№	Состав армирующего компонента, %	Состав вяжущего компонента, %	Плотность, кг/м^3	Прочность при сжатии, МПа
1	20	80	1120	190
2	30	70	1250	192
3	40	60	1310	194
4	50	50	1460	195
5	60	40	1640	196
6	70	30	1960	198
7	80	20	2370	199

В обоих заданиях математическая модель будет в общем случае иметь вид $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$, где величина y рассматривается как зависимая переменная (в нашем случае это плотность или прочность при сжатии), α, β - постоянные величины (параметры уравнения), x - объясняющая (независимая) переменная (в нашем случае это доля армирующего либо вяжущего компонента), ε - случайный член.

Делается предположение, что стохастическое слагаемое в уравнении $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ имеет нулевое математическое ожидание и постоянную дисперсию. Тогда параметры можно модели можно оценить методом наименьших квадратов ([6]). Подобные вычисления удобно делать с использованием соответствующих прикладных программ, например Excel, MathLab, MathCad и т.п.

В ДонНАСА на практических занятиях по эконометрии подобные вычисления делаются при использовании пакета Excel ([7]). В процессе самостоятельной работы для подобных вычислений возможно освоение других вычислительных программ или использование вычислительных возможностей Интернета.

Задача 2 (экономические специальности МЕН, ЕП)

Исследования между ежегодным потреблением цемента строительной фирмой и годовым доходом представлены в таблице:

	Цемент (в тоннах)	Доход (в у.е.)
	1930	1000
	7130	2000
	8780	3000
	9690	4000
	1009	5000
	1042	6000
	1062	7000
	1071	8000

Необходимо рассчитать параметры для уравнения регрессии на основании данной таблицы.

В данной задаче математическая модель уже не будет представлять собой уравнение линейной регрессии. Однако её можно привести к виду $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ при помощи замены $x = \frac{1}{z}$.

Далее можно применять метод наименьших квадратов, как и в задаче 1.

Во время решения задач 1, 2 при наличии необходимого оборудования (компьютеры с установленными на них соответствующими программами для математических расчетов и т.п.) студенты овладевают умениями применять различные вычислительные программы, например, пакет Excel.

Приобретение математических компетентностей в процессе самостоятельной учебно-познавательной деятельности студентов происходит посредством выполнения индивидуальных и домашних заданий, в том числе и с применением ИКТ, написания научно-исследовательских работ по тематике своей специальности.

Измерение уровня достижений математической компетентности студентов может проводиться посредством научных докладов (конференции, семинары и пр.), тестов, письменных контрольных работ и экзаменов. Следует отметить ограниченность тестовых заданий закрытого типа (из ряда предлагаемых выбираются один или несколько правильных ответов, выбираются правильные или неправильные элементы списка и др.) с позиций компетентностного подхода, так как с их помощью не представляется возможным реализовать эвристический поиск возможных решений. Напротив, тестовые задания с коротким ответом (число или формула) могут не только моделировать все типы заданий закрытого типа, но и проверять сформированность компетенций.

IV.Вывод. Итак, исследовательский подход с использованием ИКТ является очень мощным направлением в усовершенствовании математического образования. Реализация компетентностного подхода на занятиях не только способствует активизации познавательной деятельности студентов, но и позволяет студентам получить конкретные умения, необходимые им в будущем для работы по своей специальности либо научной деятельности.

Литература

1. Евсеева Е. Г. Деятельностное обучение математике в высшей школе.// Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових праць. –Вип.25. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2006.- сс. 197-205

2. Атанов Г.А. Как учить применять знания, или Введение в практику деятельностного обучения.– Донецк: Изд-во ДОУ, 2004.

3. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: Монографія. – Х.:Факт, 2005. – 360с.

4. Атанов Г.А., Пустынникова И.Н. Обучение и искусственный интеллект, или Основы современной дидактики высшей школы. – Донецк: Изд-во ДОУ, 2002.

5. Бадмаев Б.Ц. Психология и методика ускоренного обучения. – М.: Владос, 1998.

6. Практикум по эконометрике: учеб. пособие./И.И.Елисеева и др.-М.: Финансы и статистика, 2003, 192 с.

7. Долголаптев В.Г. Работа в Excel 7.0 для Windows 95 на примерах: М.: БИНОМ.-384 с.

8. Зимняя И.А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата современного образования // Интернет-журнал "Эйдос". - 2006. - 5 мая. http://www.eidos.ru/journal/2006/0505.htm.

9. Хуторской А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования / Доклады 4-й Всероссийской дистанционной августовской педагогической конференции "Обновление российской школы" (26 августа - 10 сентября 2002 г.). - http://www.eidos.ru/conf/

10. Вербицкий А., Ларионова О. Гуманизация, компетентность, контекст – поиски оснований интеграции// Alma-mater. 2006, №5, с. 19.

11. Шишов С.Е., Кальней В.А. Мониторинг качества образования. – М.: Педагогическое общество России, 1999. – 320 с.

12. Фрумин И.Д. Педагогика развития: ключевые компетентности и пути их становления //Материалы 9-ой научно-практической конференции/ Красноярский гос. ун-т.- Красноярск, 2003, с.33-57.

13. Проект ФГОС ВПО по направлению подготовки: педагогическое образование. http://mon.gov.ru/pro/fgos/

14. Коган Е. Я. Ключевые компетенции как образовательный результат: подход с позиций образовательной политики //Материалы семинара «Современные подходы к компетентностно-ориентированному образованию». Самара, 2001.

УДК 530.145

ПРО ПЕРЕТВОРЕННЯ РІВНЯННЬ ЛАНДАУ-ЛІФШИЦЯ ДО НЕЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ ШРЕДИНГЕРА

В. С. Герасимчук

Національний технічний університет України "КПІ", м. Київ, Україна

***Анотація**. Наведена загальна схема зведення рівнянь Ландау-Ліфшиця до нелінійного рівняння Шредінгера в системах з магнітним упорядкуванням, яка недостатньо висвітлена в навчальній літературі з солітонної тематики, а в науковій літературі представлена фрагментарно.*

В основі нелінійної динаміки різних магнітних неоднорідностей лежить рівняння руху вектора намагніченості $\mathbf{M}$ (рівняння Ландау-Ліфшиця). У бездисипативному середовищі це рівняння має вигляд:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\frac{2\mu_0}{\hbar}\left[\mathbf{M}\mathbf{H}_{ef}\right], \tag{1}$$

де $\mu_0 = \frac{|e|\hbar}{2mc}$ – магнетон Бора; $\mathbf{H}_{ef}$ – ефективне магнітне поле, яке визначається як варіаційна похідна від густини енергії магнетика E по вектору намагніченості

$$\mathbf{H}_{ef} = -\frac{\delta E}{\delta \mathbf{M}} = -\frac{\partial E}{\partial \mathbf{M}} + \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial E}{\partial\left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x}\right)}. \tag{2}$$

Відомо [1], що в граничному випадку малих відхилень вектора намагніченості від основного стану, із рівняння Ландау-Ліфшиця (1) можна одержати нелінійне рівняння Шредінгера, яке описуватиме стан магнітної системи.

Розглянемо цю процедуру на прикладі ферромагнетика з неоднорідною обмінною взаємодією та анізотропією типа осі легкого намагнічення, яка співпадає з віссю z. З урахуванням цих основних взаємодій та однорідного зовнішнього магнітного поля $\mathbf{H}$, густина енергії магнетика, що відраховується від енергії його основного стану в магнітному полі, має вигляд:

$$E = \frac{\alpha}{2}\left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x}\right)^2 - \frac{\beta}{2} M_z^2 - [\mathbf{MH}], \tag{3}$$

де α – константа неоднорідної обмінної взаємодії, β – константа магнітної анізотропії. Вважаємо, що розподілення намагніченості залежить лише від однієї координати – x.

Обчислюючи відповідні похідні, запишемо складові ефективного поля (2) у декартовой системі координат:

$$H_{ef}^x = \alpha \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + H_x, \qquad H_{ef}^y = \alpha \frac{\partial^2 M_y}{\partial x^2} + H_y, \tag{4}$$
$$H_{ef}^z = \alpha \frac{\partial^2 M_z}{\partial x^2} + \beta M_z + H_z.$$

Відповідно, рівняння Ландау-Ліфшиця (1), з урахуванням виразів для ефективного поля, можна розписати по ортах декартової системи координат:

$$\frac{\partial M_x}{\partial t} = -\frac{2\mu_0}{\hbar}\left[M_y\left(\alpha \frac{\partial^2 M_z}{\partial x^2} + \beta M_z + H_z\right) - M_z\left(\alpha \frac{\partial^2 M_y}{\partial x^2} + H_y\right)\right],$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial t} = -\frac{2\mu_0}{\hbar}\left[M_z\left(\alpha \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + H_x\right) - M_x\left(\alpha \frac{\partial^2 M_z}{\partial x^2} + \beta M_z + H_z\right)\right],$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial t} = -\frac{2\mu_0}{\hbar}\left[M_x\left(\alpha \frac{\partial^2 M_y}{\partial x^2} + H_y\right) - M_y\left(\alpha \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + H_x\right)\right].$$

Введемо нову змінну ψ, що параметризує вектор намагніченості $\mathbf{M}$:

$$\psi = A(M_x - iM_y), \tag{5}$$

де $A = \left(2\mu_0 M_0\right)^{-1}$ – константа, обумовлена параметрами магнетика, $\left|\mathbf{M}\right| = M_0$ – намагніченість насичення.

Диференцюючи (5) за змінною t і враховуючи покомпонентні рівняння Ландау-Ліфшиця після простих перетворень отримаємо еволюційне рівняння для комплексної функції $\psi(x,t)$:

$$\frac{i}{g}\frac{\partial\psi}{\partial t} = \alpha\left(\psi\cdot\frac{\partial^2 M_z}{\partial x^2} - M_z\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\right) + \left(\beta M_z + H_z\right)\psi - AM_z\left(H_x - iH_y\right).$$

Оскільки довжина вектора намагніченості величина стала, то z – компоненту цього вектора за умови $\left|\psi\right| << AM_0$, можна виразити через функцію ψ:

$$M_z = M_0\left(1 - \frac{\left|\psi\right|^2}{2A^2M_0^2}\right). \tag{6}$$

Підстановка виразу (6) в попереднє рівняння дає замкнуте рівняння для функції ψ. У безрозмірних змінних

$$\Psi = \sqrt{2}AM_0\varphi, \qquad x = \sqrt{\frac{2\alpha}{\beta}}\,\xi, \qquad t = \frac{\tau}{\beta g M_0}, \qquad \mathbf{H} = \sqrt{2}\beta M_0\mathbf{h},$$

воно зводиться до наступного рівняння для функції $\varphi(\xi,\tau)$:

$$i\frac{\partial\varphi}{\partial\tau} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi^2} + \frac{1}{2}\left(\varphi\frac{\partial^2|\varphi|^2}{\partial\xi^2} - |\varphi|^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi^2}\right) - \left(1 + \sqrt{2}h_z\right)\varphi +$$
$$+|\varphi|^2\varphi - \left(h_x - ih_y\right)|\varphi|^2 = -\left(h_x - ih_y\right). \tag{7}$$

Оскільки зовнішнє поле h_z не залежить від ξ, то доданок з цим членом можна виключити за допомогою перетворення Котлярова

$$\varphi(\xi,\tau) = u(\xi,\tau)\cdot\exp\left[-i\int\left(1 + \sqrt{2}h_z(\tau)\right)d\tau\right]. \tag{8}$$

У результаті маємо нелінійне рівняння

$$i\frac{\partial u}{\partial \tau}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}+\frac{1}{2}\left(u\frac{\partial^2 |u|^2}{\partial \xi^2}-|u|^2\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}\right)+|u|^2 u+q(\xi,\tau)|u|^2=q(\xi,\tau),$$

де $\quad q(\xi,\tau)=-(h_x-ih_y)\cdot\exp\left[i\int\left(1+\sqrt{2}h_z(\tau)\right)d\tau\right]$

Вважаючи поперечне магнітне поле достатньо малим, тобто цікавлячись малими відхиленнями вектора намагніченості від основного стану, можна знехтувати членом $q(\xi,\tau)|u|^2$. А обмежуючись достатньо гладким розв'язками, можна знехтувати і нелінійними членами з просторовими похідними. За цих умов рівняння для функції $u(\xi,\tau)$ набуває вигляду добре відомого точно інтегрованого в одновимірному випадку неоднорідного нелінійного рівняння Шредингера

$$i\frac{\partial u}{\partial \tau}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}+|u|^2 u=q(\xi,\tau).$$

У найпростішому варіанті, коли зовнішнє магнітне поле **H** направлене вздовж осі анізотропії, отримане рівняння стає однорідним і допускає локалізований (солітонний) розв'язок:

$$u(\xi,\tau)\sim\frac{1}{ch\xi}.$$

Отже, розв'язками рівняння Ландау-Ліфшиця, як і розв'язками відповідного нелінійного рівняння Шредінгера, можуть бути малоамплітудні нелінійні магнітні імпульси – солітони.

До цього висновку можна дійти і при аналізі дещо складніших систем з магнітним упорядкуванням. Проте складнощі, що виникають при зведенні рівняння Ландау-Ліфшиця до нелінійного рівняння Шредінгера практично пропорційні складнощам самих систем з магнітним упорядкуванням. Оскільки для опису таких систем потрібно враховувати додаткові взаємодії, які описуються певними інваріантами, наприклад, лінійними по першим просторовим похідним (інваріанти Ліфшиця [2]), що суттєво впливає на вираз для вільної енергії магнетика.

Література

1. Косевич А. М., Иванов Б. А., Ковалев А. С. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. – Киев : Наук. думка, 1983. – 192 с.

2. Молотков И. А. Аналитические методы в теории нелинейных волн. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 208 с.

УДК 373.1.015.3

ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ УСПЕШНОСТИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Н. Ф. Гоголева, Я. В. Зиновьева
Донецкий национальный технический университет,
г. Донецк, Украина

Анотація. *Розвиток інтелектуальних умінь студентів ВТНЗ вимагає удосконалення методики організацій їх самостійної роботи. Новий підхід до організації СРС повинен бути націленим на максимальний розвиток творчих здібностей студентів і формування їх пізнавальної активності.*

Постановка проблемы. Важнейшей дисциплиной в системе высшего инженерного образования является высшая математика. Вопросами обучения математике в технических высших учебных заведениях занимались такие ученые как Н. А. Вирченко, Е. В. Власенко, А. Я. Дутка, Е. Г. Евсеева, В. И. Клочко, В. В. Корнещук, Т. В. Крылова, Л. И. Ничуговськая, В. А. Петрук, С. А. Семериков, П. А. Стеблянко и др. Пути повышения эффективности обучения они видят в фундаментализации, дифференциализации, интенсификации и профессиональной направленности обучения высшей математике, на разработке методических систем и технологий обучения. Одним из важнейших при этом является вопрос организации самостоятельной работы студентов (СРС).

Важнейшими условиями успешности обучения является положительное отношение студентов к учению и сознательность учения. Давно известно, что научить человека чему бы то ни было вопреки его желанию невозможно. Из этого тезиса надо исходить, обсуждая проблему психологических условий успешности самостоятельной работы студентов (СРС).

В работе Е.Г. Евсеевой [1] отмечено, что для студента важно не только осмыслить и усвоить информацию, но и овладеть способами ее практического применения и принятия решений.

Целью статьи является рассмотрение некоторых аспектов организации самостоятельной работы студентов в техническом университете.

Изложение основного материала. Любым молодым человеком, поступающим в ВУЗ, движут какие-то мотивы. Качество обучения оказывается тем более высоким, чем у большего числа студентов в процессе обучения сформируется стойкий интерес к будущей профессии и отсюда – познавательный учебный интерес.

Интерес – важнейшая психологическая категория. Психологи делят интерес на непосредственный и опосредованный. Учебный процесс и его важнейшая форма – самостоятельная работа (СР) – должны быть организованы так, чтобы студенты видели положительные результаты своего труда. Это необходимое условие повышения качества подготовки специалистов.

Кроме того, непосредственный интерес очень сильно зависит от отношений, складывающихся между студентами и преподавателем. И устное, и письменное обращение преподавателей к студентам должно быть построено так, чтобы студенты ощущали заинтересованность в их успехах, искреннее стремление помочь им стать высококвалифицированными специалистами.

Первостепенное значение имеет сознательность обучения. Прежде всего, преподавателем должно быть осознано все то, что требует осознания студентами. В первую очередь это – цели обучения, средства их достижения и средства контроля. Кроме того, необходимо изучать уровень знаний, умений и развития тех студентов, с которыми преподаватель начинает работать, ибо от «начальных условий» в огромной степени зависит результат. Не только бесполезно, но и безнравственно пытаться преподавать, не обращая внимания на то, понимают нас студенты или нет.

В случае, если исходный уровень студентов оказывается ниже ожидавшегося, требуется корректировка программы. Проводя ее надо иметь в виду следующее. Обычно в программе дисциплины имеется два-три сходных раздела. Студенты должны приобрести опыт выработки профессиональных умений, для чего требуется целостные знания. После корректировки программы это требование должно быть выполнено хотя бы в отношении одного из сходных разделов. При этом, естественно, другой раздел придется излагать на уровне ознакомления. Однако ущерб от этого окажется значительно меньше, чем в случае, когда оба раздела преподносятся впопыхах в полном объеме и остаются неусвоенными: имея опыт целостного овладения знаниями, студенты, в случае необходимости, смогут перенести его на другие разделы.

Наконец, сознательность обеспечивается:

- непротиворечивостью и методологической осмысленностью преподносимого материала;

- уровнем сложности заданий, соответствующим, согласно Л.С. Выготскому [2], «зоне ближайшего развития» (задания должны быть не настолько просты, чтобы студент мог выполнить их без помощи преподавателя, но и не настолько сложны, чтобы преподаватель был вынужден выполнять их сам);

- последовательностью изложения, учитывающей не только логику науки, но и психологию усвоения;

- дозировкой объема самостоятельной работы, соответствующей учебным возможностям студентов.

Индивидуализация СРС. Часто, говоря об индивидуализации обучения, имеют в виду лишь абстрактные «способности» студентов. Индивидуализация СРС - совсем не простое дело: надо стремиться не только развивать сильные стороны студентов, но и помогать им смягчать, преодолевать недостатки (например, застенчивость, неуверенность в своих силах). Приведем некоторые рекомендации.

1. Наиболее общее положение может быть сформулировано так: занятия следует проводить, обеспечивая, с одной стороны, безусловное выполнение некоторого минимума СР всеми студентами, а с другой стороны – более интенсивную работу студентов, подготовленных лучше.

2. В условиях интенсификации и индивидуализации СРС особое значение приобретают консультации и регулярный контроль успешности выполнения студентами СР. Достаточно очевидно, что на

консультациях преподавателя заменить нечем: именно личное общение, собеседование имеет принципиальное значение.

3. Важнейшим условием активизации и индивидуализации СРС является, возможно, более полное информирование студентов о предстоящей СР – ее целях, средствах, трудоемкости, сроках, формах самоконтроля и контроля со стороны преподавателя. Желательно выдавать студентам в начале изучения дисциплины соответствующие методические указания.

4. Весь пакет домашних заданий к практическим занятиям целесообразно выдавать в начале семестра с указанием предельного срока сдачи каждого задания – с тем, чтобы студенты, желающие работать более интенсивно, могли отчитаться по заданиям досрочно.

5. Целесообразно в начале изучения дисциплины проводить «входной» контроль.

6. Имеет смысл практиковать выдачу заданий, содержащих две части – обязательную, соответствующую установленным нормам времени, и факультативную, рассчитанную на более подготовленных студентов, желающих заниматься ею более глубоко.

7. На практических занятиях обычно легко обнаруживаются студенты, справляющиеся с заданиями быстрее и сознательнее других, легче усваивающие теоретические вопросы. Необходимо специально уделять им внимание. По-видимому, для начала следует давать им дополнительные задания. В случае успеха и заинтересованности в дальнейшем можно предложить более сложные индивидуальные задания, участие в научной работе. Очень полезно (в том числе для них) привлекать таких студентов к консультированию более слабых, проводя с ними самими дополнительные занятия.

Вывод. Приемы активизации СРС, направленные на поддержание интереса к учению, развитие умения самостоятельно работать и побуждение к систематической работе таковы:

1. Обучение студентов методам СР.

2. Убедительная демонстрация необходимости овладения предлагаемым материалом для предстоящей деятельности во вводных разделах лекций.

3. Проблемное изложение материала, воспроизводящее типичные способы реальных рассуждений, используемых в науке и технике.

4. Применение методов активного обучения (анализ конкретных ситуаций, коллективное обсуждение сложных вопросов, дискуссии, критический разбор концепций и т.п.).

5. Разработка и сообщение студентам структурно-логических схем построения дисциплины, ее раздела, темы, сложного вывода или доказательства; применение рисунков и т.д.

6. На начальной стадии изучения дисциплины выдача методических указаний алгоритмического типа, т.е. таких, в которых расписана полная последовательность выполнения действий.

7. Разработка комплексных учебных пособий для самостоятельной работы, содержащих дозы теоретического материала, перемежающиеся с методическими указаниями и задачами по самостоятельной работе.

8. Индивидуализация домашних заданий.

9. На лекциях проведение небольших проверочных работ: перед каждой лекцией 2-3 вопроса по материалу прошлой лекции; в конце лекции – просьба сформулировать несколько вопросов по материалу данной лекции; такое же задание на дом со сдачей его на следующей лекции.

10. Предлагать студентам прочитать небольшой фрагмент лекции (15- 20 мин.), помогая тщательно подготовить его.

11. Привлекать наиболее подготовленных студентов к проведению консультаций с теми, у кого возникают затруднения. Консультировать студентов-консультантов.

12. Разрабатывать методику проведения коллективных занятий. Их несомненные достоинства: соревновательность; правильная оценка студентами своих успехов путем сравнения их с успехами товарищей; формирование умения работать коллективно.

Литература

1. Євсеєва О. Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти: монографія / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : Вид-во ДонНТУ, 2011. – 455 с.

2. Выготский Л. С. Педагогическая психология / Л. С. Выготский. – М. : Педагогика, 1991. – 479 с.

УДК 517.9

ОБ УСЛОВИЯХ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ХАОТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ

А. Н. Гончаров

Донецкий национальный технический университет,
г. Донецк, Украина

Анотація. *Розглянуті математичні дискретні моделі технологічного процесу реакторного типу, для яких показано, що при певних значеннях параметрів динаміка найпростіших моделей може отримати хаотичну поведінку.*

В данной работе рассмотрен один тип достаточно простых математических дискретных моделей, исследование динамики которых приводит к довольно интересным результатам.

Математическую модель технологического процесса реакторного типа можно описать простым уравнением

$$x_{n+1} = f(x_n) = \varphi(x_n) x_n, \tag{1}$$

где функция (коэффициент) прироста $\varphi(x)$ удовлетворяет вполне естественным ограничениям $\varphi(x) \le \grave{I}$ и $\varphi(\infty) = 0$.

Две наиболее простые функции прироста, удовлетворяющие данным требованиям, имеют следующий вид:

$$\varphi(x) = \frac{\lambda}{1 + \tilde{\delta}^{\alpha}} \ (\boldsymbol{A}) \quad \text{и} \quad \varphi(x) = \frac{\lambda}{(1 + \tilde{\delta})^{\alpha}} \ (\boldsymbol{B}),$$

для которых математическая модель (1) имеет одну тривиальную неустойчивую точку равновесия $x_{1\text{A}} = \tilde{\delta}_{1\text{B}} = 0$ и одну устойчивую точку равновесия $x_{2\text{A}} = (\lambda - 1)^{1/\alpha}$ и $x_{2\text{B}} = \lambda^{1/\alpha} - 1$ соответственно.

В [1] показано, что если параметр $\alpha > 2$, то с ростом коэффициента λ происходит бифуркация: вместо одной устойчивой точки x_2 у обоих моделей появляются две точки – образуется устойчивый 2-

цикл (рис.1). Отметим, что точка бифуркации образования 2-цикла находится из условия [2]

$$F'(\overline{x},\lambda) = (\overline{x}\, f(\overline{x},\lambda))'_{\overline{x}} = -1,$$

где $\overline{x}$ – точка равновесия модели.

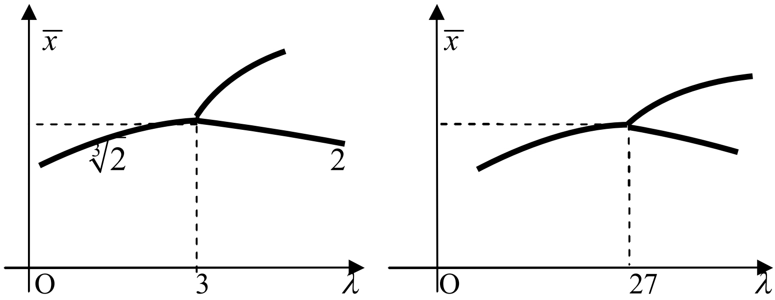


Рис.1. Образование 2-цикла в моделях ***A*** и ***B*** при $\alpha = 3$.

В нашем случае, для моделей ***A*** и ***B*** имеем соответственно

$$\overline{\lambda}_{\text{A}} = \frac{\alpha}{\alpha - 2} \quad \text{и} \quad \overline{\lambda}_{\hat{\text{A}}} = \left(\frac{\alpha}{\alpha - 2}\right)^{\alpha}.$$

Численное исследование модели ***A*** ($\alpha = 3$) показало, что при дальнейшем росте параметра λ из найденных точек 2-цикла образуются**:** при $\lambda \approx 7$ – четыре точки (4-цикл), при $\lambda \approx 11{,}8$ – восемь точек (8-цикл), при $\lambda \approx 13{,}8$ – шестнадцать точек (16-цикл), при $\lambda \approx 14{,}3$ – тридцать две точки (32-цикл), и так далее до образования полного хаоса (рис. 2)**.**

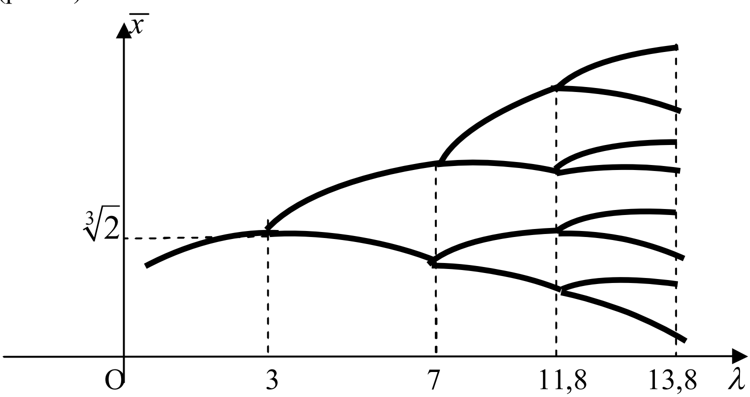


Рис. 2. Образование хаоса в модели ***A*** ($\alpha = 3$)**.**

Аналогично, численное исследование модели ***B*** ($\alpha = 3$) привело к подобным результатам – при дальнейшем росте параметра λ из полученных точек 2-цикла образуются**:**

– при $\lambda \approx 340$ – четыре точки (4-цикл),
– при $\lambda \approx 1600$ – восемь точек (8-цикл),
– при $\lambda \approx 2600$ – шестнадцать точек (16-цикл),

и так далее до образования полного хаоса**.**

Безусловно, в подобных моделях могут быть использованы и другие довольно специфические виды функций прироста $\varphi(x)$, с которыми динамика моделей имеет сходный характер. Например, достаточно известная в математической экологии модель Риккера с функцией прироста (модель ***C***)

$$\varphi(x) = e^{\lambda\left(1-\frac{x}{\alpha}\right)},$$

имеет единственную нетривиальную стационарную точку $x = \alpha$, которая при значении параметра $\alpha = 3$ буде устойчивой при $\lambda < 2$, а при $\lambda \approx 2$ происходит бифуркация: эта устойчивая стационарная точка становится неустойчивой и возникает 2-цикл. А с дальнейшим ростом параметра λ

– при $\lambda \approx 2{,}52$ – образуется 4-цикл,
– при $\lambda \approx 2{,}7$ – образуется 8-цикл,

и так далее до создания полного хаоса**.**

Отметим, что все три рассмотренные функции прироста имеют три характерных общих признака**:**

– все функции $f(x) = x\varphi(x)$ являются унимодальными;

– все функции прироста $\varphi(x)$ имеют одну нетривиальную устойчивую стационарную точку;

– все функции прироста $\varphi(x)$ имеют два параметра.

Исходя их изложенного, можно выдвинуть предположение, что в математических моделях реакторного типа с аналогичными функциями прироста при определенных значениях параметров непременно будет выявляться хаотическое поведение.

Действительно, функции роста логистического вида

$$f(x)=x(\lambda-x) \quad \text{или} \quad f(x)=\lambda x(1-x)$$

также являются унимодальными, имеют одну стационарную точку, но имеют только один параметр. В таких моделях хаотическое поведение не проявляется.

Экспериментальное установление хаотического поведения достаточно трудоемко, поскольку не всегда на практике можно отделить поведение исследуемой динамической системы от воздействия случайных факторов. Однако, как следует из вышеизложенного, динамическая система может иметь хаотическое поведение даже и без учета внешнего воздействия.

Оказывается, что учет внешнего воздействия в модели также может приводить к появлению стохастического поведения и при малом значении параметра $\alpha < 3$.

Действительно, рассмотрим математическую модель

$$x_{n+1} = f(x_n) - u\ ,$$

где функция прироста имеет вид (модель ***A***)**,** а параметр u учитывает величину внешнего воздействия среды (отбор ресурса, сбор урожаю, миграция, и т.д.). Пусть для удобства $\alpha = 2$, а $\lambda = 6$.

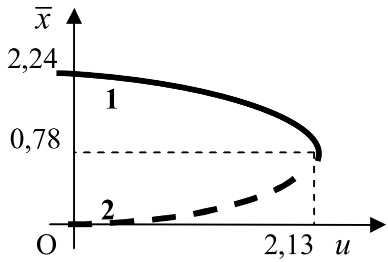


Рис. 3. Зависимость количества стационарных точек от величины внешнего воздействия

Тогда каждому значению величины внешнего воздействия $u < 2{,}13$ соответствуют две точки покоя**:** устойчивая (**1**) и неустойчивая (**2**), которые при $u = 2{,}13$ сливаются в одну общую устойчивую стационарную точку (2,13 ; 0,78). Отметим, что при $u < 0$ модель также имеет на положительной полуоси $O\overline{x}$ одну устойчивую стационарную точку, т.е. характер динамики модели при значениях $u = 0$ и $u < 0$ существенно не отличается.

При $u > 2{,}13$ модель не имеет стационарных точек и вырождается для любых начальных условиях. Крайние значения стационарных точек $(\overline{x}\,;\overline{u})$, найденные численно, приведены в таблице**:**

λ	3	4	5	6	7	8	9
$\overline{x}$	0,63	0,68	0,80	0,78	0,83	0,84	0,98
$\overline{u}$	0,72	1,18	1,64	2,13	2,61	3,10	3,52

Однако, не для всех значений параметров модели точки $(\overline{x}\,;\overline{u})$ всегда остаются стационарными и устойчивыми.

Детальный анализ динамики модели при $\lambda > 8$ выявил, что на интервале $(0\,;\overline{u})$ в точке u_1 происходит бифуркация и на плоскости uОx появляется устойчивый 2-цикл, который при дальнейшем росте параметра u исчезает в точке u_2. В этой точке происходит повторная бифуркация, снова появляется единственная устойчивая стационарная точка [3], образовывая тем самым так называемый „пузырь" („bubble") (рис. 4).

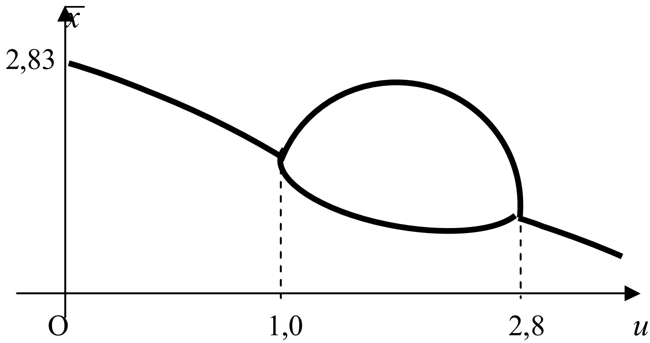


Рис. 4. Образование устойчивого 2-цикла и „пузыря"
при $\lambda = 9$ в модели ***А***

Далее, рассматривая интервал $(u_1\,;u_2)$, выясняем, что рост коэффициента λ функции прироста приводит к образованию еще одного устойчивого цикла длиной 4, как показано на рис. 5.

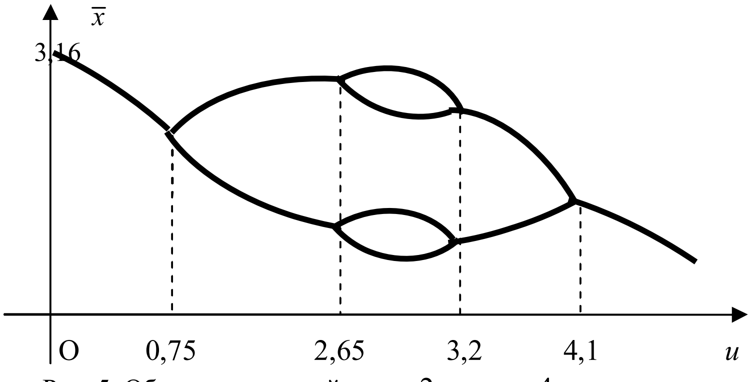


Рис. 5. Образование устойчивых 2-цикла и 4-цикла, а также
„пузырей" при $\lambda = 11$ в модели ***А***

Дальнейший рост коэффициента λ приводит к образованию устойчивых циклов длиной 8, 16, 32 и т.д., т.е. к образованию повторных „пузырей" больше высокого порядка. На практике численно наблюдались устойчивые циклы до длины 64 включительно, после чего в модели ***A*** при значении параметра $\lambda \approx 12$ практически возникало хаотическое поведение.

Подобная динамика наблюдалась и при условии учета внешнего воздействия в модели ***B*** [4]:

$$x_{n+1} = \frac{\lambda\, x_n}{(1 + x_n)^{\alpha}} - u\,.$$

Так, если при $\alpha = 2$ взять коэффициент функции прироста $\lambda =$ 30, то „пузырь" образуется уже при значении параметра $u = 3{,}10$. А дальнейший рост коэффициента λ приводит к образованию повторных „пузырей" больше высокого порядка (устойчивых циклов длиной 4, 8, 16, и т.д.). А при $\lambda \approx 40$ у модели ***B*** также возникает хаотическое поведение [4].

Аналогичная динамика наблюдается и в модели ***C*** при условии учета внешнего воздействия.

Таким образом, при выборе математической модели даже самого простого процесса существует необходимость оценки поведения модели не только для допустимых значений входящих в нее параметров, а более широко - в диапазоне их возможных изменений [5], иначе просто невозможно обеспечить достаточную точность прогнозирования поведения исследуемого процесса.

Литература

1. Гончаров А.Н. О возникновении хаотического поведения в некоторых дискретных математических моделях. – Збірник науково-методичних робіт. – Вип.3. – Донецьк: ДонНТУ, 2005. – С.12-14.
2. Арнольд В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных диф-ференциальных уравнений. – М: Наука. – 1978. – 302 с.
3. Eckman J.P. Rodds to turbulence in dissipative dynamical systems. – Rev. Modern. Phys. – 1981. – vol.53. – p.643-654.
4. Левин Л.Г., Гончаров А.Н. Прекращение Фейгенбаумовской последовательности и возможный переход к хаосу под действием миграции. – Исследования по математической популяционной биологии. – Владивосток: ДВЦ АН СССР. – 1986. – С.93-99.
5. Шапиро А.П., Луппов С.П. Рекуррентные уравнения в теории популяционной биологии. – М: Наука. – 1983. – 136 с.

УДК 378.147:517:004

ОБ ОБЕСПЕЧЕНИИ ДИДАКТИЧЕСКОЙ АДАПТАЦИИ СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

А. Н. Гончаров, Е. Г. Евсеєва
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина

Анотація. *Пропонується підхід до забезпечення адаптації студентів – першокурсників до навчання під час вивчення курсу вищої математики у технічному ВНЗ.*

Курс высшей математики, являясь одной из основных фундаментальных дисциплин, изучается в технических вузах на протяжении трех-четырех семестров. Практика показывает, что освоение нового материала происходит довольно медленно, особенно студентами-первокурсниками.

Безусловно, все это происходит из-за влияния нескольких основных факторов:

– материал одной лекции в вузе, как правило, содержит значительно больше новой информации для осмысления, чем один урок математики в школе (один, реже два, новых понятия или алгоритма);

– отсутствие, как правило, единственного учебника, в котором изложен весь необходимый для усвоения материал;

– значительное ослабление регулярного контроля за степенью усвоения первокурсником нового материала как со стороны преподавателя, так и со стороны родителей;

– существенное изменение у большой части первокурсников бытовых условий, что требует у них дополнительных усилий на решение множества бытовых проблем.

Поскольку на последний из указанных факторов мы существенно повлиять не можем, то рассмотрим более подробно остальные три фактора. Начнем с первого.

Необходимым условием эффективности учебной деятельности студента является его успешная адаптация к учебе в ВУЗе. Адаптация как социальное явление, представляет собою процесс включения личности в новую для нее социальную среду, в частности, в новый коллектив, осознания себя его активною функционирующей частью, объектом и субъектом отношений этой среды, преобразование новой среды в способ жизнедеятельности.

Различают три формы адаптации студентов-первокурсников к условиям ВУЗа:

1) формальная адаптация, касается познавательно-информационного приспособления студентов к новому окружению, к структуре высшей школы, к ее требованиям и своим обязательствам;

2) общественная адаптация – процесс внутренней интеграции групп студентов-первокурсников и последующая интеграция этих групп с общим студенческим окружением;

3) дидактическая адаптация, касается подготовки студентов к новым формам и методам обучения в высшей школе.

Таким образом, первокурсники имеют трудности в усвоении учебного материала по высшей математике не только потому, что получили слабую подготовку в средней школе, а и потому, что у них еще не сформировались такие черты личности, как: готовность к учебе, способность обучаться самостоятельно, контролировать и оценивать себя, владение своими индивидуальными особенностями познавательной деятельности, умение правильно распределить свое рабочее время для самостоятельной подготовки.

Преподаватель математики ВУЗа должен помочь студенту-первокурснику в преодолении этих трудностей. К сожалению, если в средней школе учитель математики преподает в 4-5 классах (это 100-120 учеников) и практически ежедневно, то в ВУЗе у лектора 4-5 потоков, у ассистента не менее 10 групп (более 200 студентов), и встречаются они со студентами 1-2 раза в неделю. Поэтому крайне важно обеспечить студента методическими пособиями, которые помогут студенту успешно адаптироваться к обучению.

Обычно первокурсники при стихийной организации учебной деятельности слабо дифференцируют ее компоненты от конкретного содержания учебного материала и ситуаций его усвоения. Как показывают исследования, до 70% студентов первого курсу не используют прием систематизации материала для его лучшего понимания. Все эти факторы приводят, как правило, либо к большим перегрузкам, либо к уменьшению мотивации учебной деятельности, когда первокурсник чувствует, что не может овладеть необходимым объемом материала в достаточно сжатые термины высшей школы.

При изучении курса высшей математики в техническом ВУЗе указанные проблемы стоять очень остро. В силу специфики изложения этого предмета (як правило, лишь на первом и втором курсах) от того, насколько правильно организован процесс обучения и как при этом учитываются индивидуальные особенности студентов, насколько быстро и эффективно они смогут втянуться в работу в первом же семестре, зависит не только их успеваемость по этому предмету, но и то, насколько успешно они сами смогут организовать учебную деятельность на последующих курсах. Поэтому математику без преувеличения можно назвать самой воспитывающей дисциплиной в техническом ВУЗе, особенно в период адаптации в первом семестре.

Поскольку смена окружения является «пусковым» механизмом процесса природной адаптации, то целенаправленная работа по учету особенностей обучения курсу математики уже в первом семестре приносит наибольший эффект.

Большинство современных разработок, посвященных решению вопроса повышения качества подготовки студентов (в частности, математической) в условиях их адаптации в течение первого семестра обучения в техническом ВУЗе, ориентирована на использование тестовых технологий в процессе обучения, применение которых действительно оказывается в полной мере эффективным (В. П. Беспалько, О. А. Вербицкий, Н. А. Гулюкина и др.).

Вопросы адаптации студентов ВТНЗ к обучению математике рассматривались в работах В. И. Клочко, Т. В. Крыловой, В. А. Петрук. Они едины в том, что пути преодоления трудностей студентов первого курсу ВТНЗ в обучении высшей математике лежать у создании условий для успешной адаптации студентов к учебе.

Второй из указанных факторов, казалось бы, достаточно легко решается. Широкое применение Интернета и улучшение полиграфической базы позволило за несколько последних лет создать как электронные, так и печатные версии конспектов лекций по курсу высшей математики (например, [1-4]). Однако, практика показала, что около половины студентов-первокурсников из-за отсутствия школьного навыка просто не в состоянии освоить за один прием два десятка страниц текста (три-четыре лекции). А поскольку на модульный контроль выносится материал 8-12 лекций (40-50 страниц), то и ожидать особо положительных результатов от модульного контроля не приходится.

Одной из современных работ в этом направлении являются исследования К.В.Смирновой [5]. В них рассмотрена адаптивная система обучения высшей математике студентов первого курса технического ВУЗа. Использование способов учебно-методического комплекса, включающего рабочую программу, адаптированный курс лекций по высшей математики, дидактические материалы и методические рекомендации для преподавателя по формированию и применению экспресс-карт у процессе обучения высшей математике обеспечивает возможность овладения студентами первого курса ВУЗа способов действий в будущей профессиональной деятельности.

Считаем уместным внедрение учебно-методичного комплекса, предложенного К. В. Смирновой, но, по нашему мнению, адаптация студентов первого курсу технического ВУЗа повысится при использовании в обучении математике разработанного нами учебно-методического комплекса. Этот комплекс, с одной стороны, используется в период интенсивной адаптации первокурсников и ориентирован на усвоения материала каждым студентом с учетом его индивидуальных особенностей и реального уровня математической подготовки, а с другой, – отображает логику и специфику математики как науки, удовлетворяет потребности смежных наук (за счет включения в него прикладных заданий) и опирается на инновационные подходы к обучению в рамках его традиционной внешней формы.

Поэтому помимо конспектов лекций для студентов были подготовлены различные методические пособия [6-9], в которых показано, как решать типовые примеры и задачи, на какие теоретические моменты следует обратить наибольшее внимание, т.е. описано практически все, что необходимо знать и уметь студенту к модульному контролю.

Состав такого комплекса дает студентам возможность последовательно и эффективно овладеть материалом, давая действенную помощь при возникновении у них трудностей и осложнений.

Кроме того, для усиления контроля за самостоятельной работой студентов семестровый курс лекций был разбит на несколько небольших разделов, включающих в себя 3-4 лекции. Такому подходу сопутствует сама программа обучения: «Линейная алгебра», «Векторная алгебра», «Аналитическая геометрия» и т.д. Студентам предлагается сдавать каждую тему отдельно и по результатам выводится оценка за весь модуль.

Таким образом, предлагаемый подход позволил улучшить усвоение теоретического и практического материала, а также создать необходимые условия к более-менее постоянной самостоятельной работе студентов.

Литература

1. Улітін Г.М. Курс лекцій з вищої математики (навчальний посібник) / Г. М. Улітін, А. Н. Гончаров. – ч.І.˜ Донецьк : ДонНТУ. – 2008.˜ 105 с.
2. Улітін Г.М. Курс лекцій з вищої математики (навчальний посібник) / Г. М. Улітін, А. Н. Гончаров. – ч.І-ІІ.˜ Донецьк : ДонНТУ – 2009.˜ 220 с.
3. Улитин Г.М. Курс лекций по высшей математике (учебное пособие) / Г. М. Улітін, А. Н. Гончаров.– ч.1.˜ Донецк : ДонНТУ – 2012.˜ 112 с.
4. Улитин Г.М. Курс лекций по высшей математике (учеб. пособие) / Г. М. Улітін, А. Н. Гончаров. – ч.1-3.˜ Донецк : ДонНТУ – 2011.˜ 333 с.
5. Смирнова Е. В. Адаптивная система обучения высшей математике студентов первого курса технического ВУЗа : автореф. дис. на соискание науч. степени канд. пед. наук : 13.00.02 «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» / Е. В. Смирнова. – Новосибирск, 2004. – 19 с.
6. Євсеєва О. Г. Система підготовки до модульних контролів з вищої математики у ВТНЗ: діяльнісний тренажер для студента : навч. посібник : у 2 ч. / О. Г. Євсеєва. – Ч. 1 (друге видання). – Донецьк : Ноулідж, 2012. – 195 с.
7. Євсеєва О. Г. Система підготовки до модульних контролів з вищої математики у ВТНЗ: діяльнісний тренажер для студента : навч. посібник : у 2 ч. / О. Г. Євсеєва, О. І. Савін. – Ч. 2 (друге видання). – Донецьк : Ноулідж, 2012. – 204 с.
8. Індивідуальні домашні завдання з вищої математики : метод. посіб. для самостійної роботи студ. : у 2 ч. / О. Г. Євсеєва, Г. М. Улітін, М. С. Тю, Ю. Ф. Косолапов. – Ч. 1. – Донецьк : ДонНТУ, 2008. – 112 с.
9. Індивідуальні домашні завдання з вищої математики. Методичний посібник для самостійної роботи студ. : у 2 ч. / О. Г. Євсеєва, О. С. Гребьонкіна, Т. І. Николайчук, О. І. Савін. – Ч. 2. –Донецьк : ДонНТУ, 2011. – 80 с.

УДК 330.4

САМОСТІЙНА РОБОТА ЯК ФАКТОР ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ СТУДЕНТІВ

О. М. Данильчук

Красноармійський індустріальний інститут Донецького національного технічного університету м. Красноармійськ, Україна

О. О. Петренко

Донецький інститут залізничного транспорту, м. Донецьк, Україна

Анотація. *У статті розглянуто питання ефективності самостійної роботи студентів при підготовці майбутніх фахівців; її роль у підвищенні мотивації навчання; посиленню інтересу до пізнавальної діяльності та формуванню творчої особистості*

Вступ. Бурхливий розвиток науки і техніки, постійне збільшення інформаційних потоків вимагають нового підходу до підготовки фахівців, а саме впровадження професійної освіти. Протягом суспільної історії людства освіта сформувалась як процес і результат засвоєння систематизованих знань, умінь і навичок, необхідних для тієї чи іншої форм практичної фахової діяльності. Ефективність цього процесу визначається як діяльністю викладача, так і діяльністю самого студента. Щоб бути сьогодні висококваліфікованим фахівцем, потрібно вчитись безперервно та постійно оновлювати набуті знання, оскільки нині потрібні фахівці, які не лише володіють професійними знаннями, уміннями та навичками, а й є всебічно розвиненою особистістю, здатною активно та постійно оволодівати новими знаннями, оперативно приймати шаблонні рішення, діяти самостійно, творчо. Сьогодні освіта має забезпечувати підготовку людини протягом усього життя, створювати необхідні умови для доступу кожної людини до оволодіння новими знаннями, уміннями, цінностями. [8]. Освіта та професійна підготовка є фундаментом людського суспільства.

Вища освіта є одним з визначальних факторів, що впливають на професійне становлення людини. Тому від якості запропонованої вищої освіти безпосередньо залежить успішність окремої людини і позитивний розвиток всього суспільства. Одним з показників ефективності освіти є самостійність студентів, необхідна для прийняття ними незалежних суджень у процесі подолання труднощів навчання. Фахівець початківець повинен володіти фундаментальними знаннями, професійними вміннями та навичками, досвідом творчої та дослідницької діяльності при рішенні нових проблем, а також соціально-оціночної діяльності. Дві останні складові освіти формуються саме в процесі самостійної роботи студентів. Освіта, орієнтована тільки на отримання знань, - це, можна сказати, вчорашній день вузівського навчання. У мінливому світі система освіти повинна формувати такі якості випускника як ініціативність, інноваційність, мобільність, гнучкість, динамізм і конструктивність. Майбутній професіонал повинен прагнути до самонавчання протягом усього життя, оволодівати новими технологіями і розуміти можливості їх використання, уміти приймати самостійні рішення, адаптуватися в соціальному світі і у майбутній професійній сфері, розв'язувати проблеми і працювати в команді, бути готовим до перевантажень, стресових ситуацій та вміти швидко з них виходити. В останні роки вища школа планомірно переходить до реалізації компетентнісної моделі підготовки фахівців, що викликає необхідність вирішення суперечності між організацією самостійної роботи студентів, що склалась у вузі і сучасними вимогами до професійної компетентності майбутнього фахівця. Компетентність і компетенції виступають в якості інтегрального соціального і особистісного-поведінкового феномена як результату освіти. Тим часом визначення цього підходу не має однозначних характеристик, хоча в самому загальному вигляді позиції багатьох дослідників збігаються. Кваліфікований спеціаліст повинен бути конкуренто спроможним на ринку праці, вільно володіти необхідною інформацією, орієнтуватися в суміжних областях. Він повинен прагнути до професійного росту, бути здібним до адаптації в постійно мінливих умовах [6, с. 15].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Динамічно змінюються соціально-економічні і політичні умови нашого життя і, як наслідок цього, – усі задачі ускладнюються. Організація навчального процесу об’єктивно вимагає зсуву акцентів у формах і методах нашої роботи, як викладачів, так і студентів.

Самостійна робота студентів є невід’ємною частиною навчального процесу підготовки фахівця. Питання організації самостійної роботи студентів розглядали в своїх роботах А. Алексюк, Ю. Бабанський, В. Боднар, В. Козаков, І. Лернер, О. Мороз, П. Підкасистий, Н. Сагіна, П. Сікорський, М. Скаткін та інші.

Для вивчення психологічної готовності студентів економічного профілю до самостійної роботи використовувалась методика А. М. Алексюка, Ф. А. Аюрзанайна, П. І. Підкасистого [5] і основними були обрані такі критерії:

- навчальна мотивація;
- ставлення до самостійного навчання, задоволеність ним.

Формування особистості, здатної самостійно і творчо працювати в нових економічних та соціальних умовах, є головною метою педагогічного процесу. Це вимагає становлення нових взаємовідносин між суб'єктами педагогічної діяльності. Один з шляхів вирішення цієї проблеми є вдосконалення організації самостійної пізнавальної діяльності студентів. Одним з головних засобів досягнення цієї мети ми вбачаємо в ефективній організації самостійної роботи студентів.

Ефективність самостійної роботи значною мірою залежить від вмілого поєднання методу самостійної роботи з іншими методами навчання. При проведенні експерименту я ознайомилась і керувались педагогічними дослідженнями В. О. Онищука [4, 198] про суть пізнавальної активності й самостійності студентів при вивченні дисципліни, Ю. К. Бабанського [1] про вибір методів самостійної роботи у процесі навчання, Х. Варнаке, І. Байєра [7] про комплексний характер організації навчальної діяльності і самостійної роботи студентів.

Самостійну роботу, на думку В. М. Грібінова, слід розглядати як активну, творчу, керовану і контрольовану навчальну діяльність, яка здійснюється в процесі занять як під керівництвом викладача, так і без нього. Вчений наголошує на тому, що це специфічний вид діяльності учіння, мета якого – формування самостійності як якості особистості та набуття умінь, знань і навичок студентів за вибраним напрямом підготовки і спеціальністю. [2]

У сучасних умовах у вищих навчальних закладах проявляється тенденція до зростання ролі самостійної діяльності студентів з оволодіння знаннями, вміннями та навичками.

Наукові дослідження та накопичений у ВНЗ досвід переконують, що без систематичної організованою і цілеспрямованою самостійної роботи неможливо стати висококпрофесійним фахівцем, а головне – неможливо самовдосконалюватися після закінчення вузу в процесі професійної діяльності. Саме тому самостійна робота студентів розглядається як найважливіша складова їх пізнавальної діяльності, потужний резерв підвищення якості освіти, посилення ефективності навчально-виховного процесу.

Мета статті – аналіз організації самостійної роботи студентів та її важливої ролі в системі професійної підготовки фахівців.

Постановка задачі. Нині освіта, як статус (початкова, середня, вища), здобувається людиною в молоді роки, але навчатися, поповнювати свої знання і уміння вона змушена протягом всього свого життя. Тому важливо студентові з перших курсів навчання оволодівати ефективними методами здобування знань і умінь.

У педагогічній теорії та практиці існують різні підходи до розуміння сутності та змісту самостійної роботи: одні фахівці вважають, що самостійна робота – це такий вид пізнавальної діяльності, яку студент виконує сам, в тому числі і під час аудиторних занять. Головне, щоб він самостійно мислив, орієнтувався у навчальному матеріалі. Інші вважають, що самостійна робота представляє собою поза аудиторний час для вивчення навчального матеріалу; треті переконані, що під самостійною роботою слід розуміти навчальну діяльність студентів, яку вони виконують без особистої часті викладача.

Провівши ряд досліджень ми будемо спиратися на такий підхід: це один із видів пізнавальної діяльності студентів в усіх організаційних формах навчальних занять і в поза аудиторний час з оволодіння навчальним матеріалом без безпосередньої участі педагога, але під його керівництвом. Природно, що самостійна робота разом з аудиторною представляє одну з форм навчального процесу і є суттєвою його частиною.

Самостійна робота студента призначена не тільки для оволодіння кожною дисципліною, але й для формування навичок самостійної роботи взагалі, в навчальній, науковій, професійній діяльності, здібності приймати на себе відповідальність, самостійно вирішувати проблему, знаходити конструктивні рішення, вихід із кризової ситуації і т.д. При цьому слід виходити з рівня самостійності абітурієнтів та вимог до рівня самостійності випускників з тим, щоб за період навчання рівень був досягнутий.

Згідно нової освітньої парадигми незалежно від характеру роботи будь-який початківець повинен володіти фундаментальними знаннями, професійними вміннями та навичками діяльності свого профілю, досвідом творчої та дослідницької діяльності з вирішення нових проблем, досвідом соціально-оціночної діяльності. Дві останні складові освіти формуються саме в процесі самостійної роботи студентів. Крім того, завданням вузів є розробка диференційованих критеріїв самостійності в залежності від спеціальності та виду діяльності (дослідник, технолог, інженер, менеджер і т.д.).

Для успішного навчання у ВНЗ необхідний досить високий рівень загального інтелектуального розвитку, зокрема сприйняття, уявлення, пам'яті, мислення, уваги, широти пізнавальних інтересів, рівня володіння певним колом логічних операцій і т.д. При деякому зниженні цього рівня можлива компенсація за рахунок підвищеної мотивації або працездатності, ретельності і акуратності у навчальній діяльності.

Т. Картель відмічає [3], що уміння самостійно працювати, думати, осмислювати навчальний матеріал, засвоювати його та вміти застосовувати свої знання стає основною передумовою ефективного формування у студентів професійної самостійності, а також успішного навчання. Але, на жаль, більшість студентів сьогодні не спроможні самостійно визначити мету, виділити головне та відокремити від нього другорядне, провести аналіз фактів, здійснити самоконтроль при самостійному вивченні матеріалу. Це пов'язано, у першу чергу, з недостатньою підготовкою до самостійної роботи зі школи. Студенти першого курсу визначають, що однією з проблем у навчанні є невміння самостійно опрацьовувати навчальний матеріал. Крім того, студенти, особливо молодших курсів, не вміють раціонально планувати свою навчальну діяльність, займатись самоосвітою; у них часто відсутня мотивація до неї.

Якісне засвоєння студентом навчального матеріалу неможливе, якщо у нього відсутні мотиви до здобуття цих знань. Тому навчальний процес необхідно переорієнтувати на формування у студентів бажання та вміння самостійно оволодівати знаннями, опрацьовуючи літературу та інші джерела інформації, оскільки жоден вищий навчальний заклад не спроможний надати ідеальну освіту на все життя [3].

Результативність навчального процесу залежить від сформованості мотивації. В першу чергу викладач повинен сформувати у студента мотивацію до самостійного вивчення даного навчального матеріалу, після чого повинен чітко сформулювати мету, завдання та строки для самостійного виконання студентами. Ці завдання повинні відповідати змісту дисципліни та включати різні форми, види та методи пізнавальної діяльності студентів.

Важливим фактором ефективності навчального процесу самостійної роботи студентів є її систематичний контроль за якістю виконання самостійної роботи. Контроль будь-то з боку викладача дає можливість коригувати процес виконання самостійної роботи студентів.

У структуру самостійної роботи студентів входять: мотивація, формування мети самостійної роботи, постановка завдання для виконання самостійної роботи та контроль її результатів.

Рівень організації самостійної роботи значно впливає на формування у студентів стійкого інтересу до навчальних дисциплін, на ступінь їх пізнавальної активності та на процес оволодівання професійними знаннями, уміннями та навичками.

Характер самостійної роботи студентів поступово змінюється під час навчання у вищому навчальному закладі. На молодших курсах вона здебільшого направлена на поглиблене вивчення окремих навчальних дисциплін, а на старших – набуває науково-дослідницького та творчого характеру.

Аналізуючи соціологічні та психологічні дослідження, які проводились в різних вузах країни, свідчать: частка студентів, у яких в якості ведучих мотивів навчально-пізнавальної діяльності виступають пізнавальний (інтерес до знань) та професійний (бажання досконало оволодіти майбутньою професією), невелика і в різних вибірках становить від 7% до 40% (залежно від профілю вузу, населеного пункту, спеціальності, і т.п.). Немає підстав вважати, що частка таких студентів істотно збільшується з першого по п'ятий курс: в одних дослідженнях було виявлено деяке її зменшення, в інших – деяке збільшення, в третіх була зафіксована її незмінність. Ці результати говорять про те, що пізнавальний і професійний мотиви поки не виступають в ролі ведучих мотивів самостійної роботи студентів у масовому масштабі. Тому потрібно робити все, щоб рівень професійної діяльності збільшувався з кожним роком навчання у вузі.

Висновки. Таким чином, самостійна робота студентів – невід'ємна частина навчального процесу у вищій школі, що сприяє поглибленню й розширенню знань, посиленню інтересу до пізнавальної діяльності, формуванню творчої особистості майбутнього фахівця, здатного до самоосвіти та самовдосконалення.

Досвід багатьох викладачів дає можливість зробити висновки, що успішне виконання самостійної роботи студентами забезпечують:

- чітке визначення обсягів і видів навчальних завдань для самостійної роботи в межах кожного модуля;
- позитивна мотивація самостійної навчальної діяльності;
- широке застосування професійно-орієнтованих завдань для аудиторної та поза аудиторної роботи студентів;
- зрозумілий студентові алгоритм виконання завдання, знання студентом форм, способів та методів його виконання;
- використання сучасних засобів навчання;
- індивідуалізація навчання з урахуванням рівня підготовки та здібностей кожного студента;
- поєднання завдань репродуктивного та творчого характеру;
- чітке визначення викладачем термінів виконання та форм звітності;

- навчання студентів раціональним прийомам організації самостійної навчальної діяльності, формування уміння самоорганізації та самоконтролю;
- організація консультаційної допомоги;
- систематичний контроль за виконанням завдання.

Проблема самостійної роботи студентів в умовах докорінної перебудови вищої школи є надзвичайно важливою і вимагає подальшого дослідження як в теоретичному, так і в практичному плані

Література

1. Бабанский Ю.К. Избранные педагогические труды / Сост. М.Ю.Бабанский. – М.: Педагогика, 1989. – 560с.

2. Грібінов В.М., Пилипенко О.О., Скрипиць А.В. Самостійна робота студентів для організації навчання за модульною технологією // Електроніка та системи управління. НАУ. – 2006. – №2(8). – С. 149-156.

3. Картель Т.М. Самостійна робота студентів як умова їх професійного становлення / Т.М. Картель // Режим доступу:http://bibl.mk/ua/pdf/naukpraci/pedagogika/2006/50-37-13.pdf

4. Онищук В.А. Урок в современной школе: Пособие для учителя. – М.: Просвещение, 1986. – 160с.

5. Организация самостоятельной работы студентов в условиях интенсификации обучения. Учебное пособ. для слушателей ФПК / А.Алексюк, Ф.Аюрзанайн, П.Пидкасистый и др. – К., 1993. – 336 с.

6. Трущенко Е.Н. Организация самостоятельной работы студентов вуза на основе компетентностного подхода к профессиональной подготовке специалистов. Автореферат дис.к.п. н. Московский государственный гуманитарный университет им. М. А. Шолохова.- Москва. 2009

7. Формирование учебной деятельности студентов / Под редакцией В.Я. Ляудиса. – М.: Издательство Московского университета, 1989. – 240с.

8. Ягупов В.В. Концептуальні засади впровадження інформаційних технологій навчання у системі професійної освіти / В. В. Ягупов // Режим доступу:http:www.conference.mdpu.org.ua/conf_all/confer/2001/newtech/1/yagupov.htm

УДК 378.14

ДОСВІД СТВОРЕННЯ ДЕМОНСТРАЦІЙНОГО КУРСУ ЛЕКЦІЙ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ СТУДЕНТІВ ФАКУЛЬТЕТУ ЕКОЛОГІЇ І ХІМІЧНОЇ ТЕХНОЛОГІЇ

О. С. Гребьонкіна

Донецький національний технічний університет, м. Донецьк, Україна

Анотація. *Розглянуто питання створення демонстраційного курсу лекцій з вищої математики для студентів хімічних спеціальностей ДонНТУ і особливості даного курсу; наведено елемент такої лекції.*

І. Вступ. В сучасних умовах підготовка інженерів потребує нових підходів до навчання. Вища математика є фундаментом спеціальних інженерних дисциплін. Тому викладачі математики повинні в першу чергу реагувати на зміни вимог до процесу навчання. При навчанні математики необхідно враховувати, що в останні роки катастрофічно впав рівень шкільної підготовки. У ВНЗ приходять студенти, які не можуть довго концентрувати увагу на одній проблемі і, як наслідок, їм важко сприймати лекційний матеріал протягом 80 хвилин. Значна частина першокурсників не читає книг і не привчена працювати з паперовими носіями інформації. Такі студенти не встигають конспектувати матеріал при традиційному викладенні лекції. В результаті викладач не завжди розказує весь лекційний матеріал, що передбачений навчальною програмою, а певна кількість студентів не засвоює частину лекції.

У сучасних студентів яскраво виражений потяг до пошуку навчального матеріалу, який відводиться на самостійне опрацювання, в мережі Internet. Автор часто стикається з активним небажанням студентів працювати зі звичайними підручниками і писати конспект. Виходом з такої ситуації може бути створення демонстраційного курсу лекцій.

Проблемою створення електронних курсів з вищої математики займається багато сучасних науковців, зокрема Воловик О.І., Зіміна О.В., Ігнатенко В. М., Надточій В. О., Нефедченко В.Ф., Опанасюк А.С., Рєзник С.Д., Савєльєв А.Я., Федоров Л.Б., Ясинський В.Б. та інші. Проте увага в їх роботах приділяється в основному створенню дистанційних курсів навчання, завдань для самоконтролю. Тому питання створення демонстраційного курсу лекцій з вищої математики є актуальним.

II. Постановка завдання. Мета статті – представити досвід створення демонстраційного курсу лекцій з вищої математики для студентів факультету екології та хімічної технології ДонНТУ.

III. Результати. Перш за все, слід відмітити, що жоден електронний курс не може повністю замінити аудиторну лекцію. Саме під час лекцій, що прочитані наживо, здійснюється контакт студентів і викладача: перші можуть задати питання, другий – скорегувати (у разі необхідності) навчальний курс. Слід урахувати також, що аудиторне навантаження з вищої математики в останні роки було значно зменшене. Лекційних годин явно недостатньо для того, щоб проводити громіздкі доведення теорем, об'ємні приклади і, тим паче, приклади з використанням математичного апарата в задачах хімічних технологій.

Ці негативні фактори в деякій мірі допомагає нівелювати демонстраційний курс лекцій. В такому курсі основні теоретичні положення лекції наводяться на слайдах. Викладач пояснює матеріал, коментує і, за необхідністю, виписує на дошці пропущені перетворення, додаткові приклади, тощо. Форму подання інформації на слайдах слід зробити зручною для візуального сприйняття. Особливо важливі положення можна підкреслити кольоровими чи звуковими ефектами.

На наш погляд, демонстраційна лекція більше відповідає особливостям сприйняття навчального матеріалу сучасними студентами, ніж традиційна лекція, що написана крейдою на дошці. Студентам не потрібно конспектувати, оскільки завжди можна скопіювати лекцію на знімний носій інформації. Таким чином їх увага повністю зосереджена на сприйнятті нового навчального матеріалу. До того ж, виключаються помилки, які часто роблять студенти, переписуючи лекцію з дошки.

Викладачу демонстраційна лекція зручна тим, що, подаючи її на слайдах, він звільнений від необхідності писати на дошці. Це значно заощаджує час, який можна використати на доведення, пояснення, наведення більшої кількості прикладів. Раціональне розподілення лекційного матеріалу на окремі слайди робить лекцію легкою для сприйняття і активізує аудиторію.

Для прикладу наведемо елемент демонстраційної лекції за темою «Диференціальні рівняння першого порядку», яку читає автор студентам спеціальностей «Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування» і «Хімічні технології» (факультет екології та хімічної технології ДВНЗ «Донецький національний технічний університет»). В даній статті демонструється одне лекційне питання: «Однорідні диференціальні рівняння». При підготовці матеріалу лекції використовувались джерела [1, с. 558-563, 3]. Демонстраційна лекція створена засобами стандартних пакетів програм Microsoft Office Word, Microsoft Power Point.

ОДНОРІДНІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ.

Означення. Рівняння

$$y' = f(x;y) \qquad (1)$$

називається однорідним, якщо функція *f(x; y)* може бути представлена як функція відношення своїх аргументів:

$$f(x;y) = \varphi\left(\frac{x}{y}\right) . \qquad (2)$$

Приклад. Рівняння $xy' = y + \sqrt{x^2 + 4y^2}$ є однорідним, так як його можна записати у вигляді

$$y' = \underbrace{\frac{y}{x} + \sqrt{1 + 4\left(\frac{y}{x}\right)^2}}_{\varphi\left(\frac{y}{x}\right)}.$$

В загальному випадку в однорідному ДР не можна відокремити змінні. Але його завжди можна перетворити в рівняння з відокремлюваними змінними.

Рис. 1. Слайд № 1.

Зведення однорідного диференціального рівняння до рівняння з відокремлюваними змінними.

Розв'язок рівняння (2) будемо шукати у вигляді

y=x · z(x), де z(x) – нова невідома функція. (3)

Тоді $y' = z + xz'$. Рівняння (2) приймає вигляд:

$$z + xz' = \varphi(z) \implies xz' = \varphi(z) - z \implies x\frac{dz}{dx} = \varphi(z) - z \implies$$

$$\implies \frac{dz}{\varphi(z)-z} = \frac{dx}{x} \qquad (4)$$

Рівняння (4) – це ДР з відокремлюваними змінними.

Після інтегрування отримаємо:

$$\int \frac{dz}{\varphi(z) - z} = ln|x| + C.$$

З останньої рівності знаходимо вираз для *z* як функції від *x*. Повертаючись до старої змінної *y=x · z,* отримаємо розв'язок однорідного ДР (2).

Рис. 2. Слайд № 2.

Приклад.

Опис реакції утворення складного ефіру етіленгліколя і оцтової кислоти.

Для отримання ефіру використовують дінатрієву сіль етіленгликоля і хлорангідріта оцтової кислоти:

$$\boldsymbol{H_3O - C - Cl + NaO - CH_2CH_2 - ONa + Cl - C - CH_3 \rightarrow}$$
$$\boldsymbol{\rightarrow H_3\,C - C - O - CH_2CH_2 - O - C - CH_3 - 2NaCl.}$$

Реакція відбувається в дві стадії. Для короткості позначимо вихідні речовини *x, y*. Тоді механізм реакції можна записати в наступному вигляді:

$$x + y \rightarrow xy,$$
$$xy + y \rightarrow xy_2,$$

де *xy* – проміжна речовина, яка містить тільки одну складну групу О-СО;

xy_2 – повний складний ефір (продукт реакції).

Рис. 3. Слайд № 3.

Система кінетичних рівнянь даної реакції.

$$\begin{cases} -c_x{}^{/}(t) = kc_x(t)c_y(t); \\ -c_y{}^{/}(t) = kc_x(t)c_y(t) + kc_{xy}(t)c_y(t); \\ c_{xy}{}^{/}(t) = kc_x(t)c_y(t) - kc_{xy}(t)c_y(t); \\ c_{xy}{}^{/}(t) = kc_{xy}(t)c_y(t), \end{cases}$$

де *к* – коефіцієнт пропорційності,

$c_x(t), c_y(t), c_{xy}(t)$ – концентрації речовин *x, y, xy* відповідно в момент часу *t*.

Початкові умови:

$$c_x(0) = 1, c_y(0) = 2, c_{xy}(0) = 0. \qquad (6)$$

Рис. 4. Слайд № 4.

Виключаючи з системи рівнянь (5) час, отримаємо рівняння відносно функції c_{xy}:

$$c_{xy}(c_x) = \frac{c_{xy}}{c_x} - 1. \qquad (7)$$

Рівняння (7) – це однорідне ДР. Його розв'язок шукаємо у вигляді (3):

$$c_{xy} = c_x z(c_x), \text{ тоді } c_{xy}{}^{/} = z + c_x z^{/}.$$

Маємо: $z + c_x z^{/} = \frac{c_x z}{c_x} - 1;$

$$c_x z^{/} = -1;$$

$$c_x \frac{dz}{dc_x} = -1;$$

$$dz = -\frac{dc_x}{c_x};$$

$$z = -lnc_x + C;$$

$$\frac{c_{xy}(c_x)}{c_x} = -\ln c_x + C;$$

$$c_{xy}(c_x) = -c_x(lnc_x + C). \qquad (8)$$

Отриманий загальний розв´язок рівняння (7).

Рис. 5. Слайд № 5.

Знаходження точного розв'язку рівняння (7).

Для знаходження довільної сталої в розв'язку (8) використаємо початкові умови (6):

$$c_{xy}(1) = 0, \qquad (9)$$

тобто в кінці реакції не залишається ані даної речовини x, ані проміжної ху.

Підставимо умову (9) в загальний розв´язок (8):

$$0 = 1 \cdot (ln1 + C) \quad \Rightarrow \quad C = 0.$$

Тоді точний розв´язок рівняння (7), який описує реакцію, має вигляд:

$$c_{xy} = -c_x lnc_x.$$

Відповідь: $\boldsymbol{c_{xy} = -c_x lnc_x}$.

Рис. 6. Слайд № 6.

З іншими прикладами лекцій можна ознайомитися в [2,с.302-306].

Заради об'єктивності слід відмітити недоліки демонстраційного курсу лекцій. По-перше, використання такого курсу в навчальному процесі вимагає певного технічного забезпечення в навчальних аудиторіях, що не завжди має місце. По-друге, захопившись через міру звуковими і кольоровими ефектами, можна легко порушити рівновагу між змістом і формою. Студенти можуть відволіктися від змісту лекції, що небажано допустити.

IV. Висновки. Створення демонстраційного курсу лекцій з вищої математики має низку позитивних сторін. Зокрема, такий курс:

- дозволяє широко демонструвати міжпредметні зв'язки. При малій кількості лекційних годин з математики не завжди вдається навести приклади, пов'язані з майбутньою професійною діяльністю. Демонстраційний курс лекцій надає таку можливість. Як наслідок, підвищується мотивація студентів у вивченні вищої математики;
- зручний у використанні;
- відповідає уявленням студентів про сучасні способи подання інформації, підвищує їх зацікавленість у вивченні предмету;
- легкий в створенні, не потребує від викладача математики спеціальної підготовки з програмування.

Література

1. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа. – СПб.: изд-во «Лань», 2010. – 736 с.

2. Гребьонкіна О.С., Бондаренко О.М. Використання демонстраційного курсу лекцій з вищої математики у підготовці інженерів-екологів // Материалы VIII международной научно-технической конференции «Проблемы горного дела и экологии горного производства». – Донецьк: Світ книги, 2013. – 374 с.

3. Еремин В.В. Математика в химии. – М.: изд-во МГУ, 2005. – 256 с.

УДК 51 (075.8)

РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ДОКАЗАТЕЛЬСТВУ РЯДА ТЕОРЕМ КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Г. А. Гусар, И. К. Локтионов, С. А.Руссиян

Донецкий национальный технический университет,
г. Донецк, Украина

Анотація. *Наведено логічну схему, за якою здійснюється доказ великого числа теорем з різних розділів вищої математики. Розглянуто приклади застосування такої схеми з докладним аналізом етапів доказів.*

Значительная часть доказательств теорем курса высшей математики в различных его разделах укладывается в одну логическую схему. И, если студенты будут чётко и ясно видеть последовательность действий от одного логического блока к другому, то теоретический материал воспримут и запомнят осознанно. Постепенно придёт понимание того, как гармонично связаны отдельные разделы курса высшей математики, как переплетаются в теоремах творческие находки с «железной» логикой доказательств.

Приведём логическую структуру доказательств теорем, плодотворно работающую в различных разделах математического анализа.

Есть некоторое математическое понятие А, которое определяется через ранее изученное математическое понятие В. В курсе лекций приводится теорема (*), которая утверждает, что понятие А обладает свойством L. Как строится доказательство теоремы (*)?

Первый логический блок связывает понятие А с понятием В (определение понятия А). Для понятия В, как ранее изученного, проводятся математические выкладки, использующие формулы, характерные для понятия В и свойства изучаемого понятия А. Проведенные математические выкладки приводят к свойству L, для понятия В. Это второй логический блок.

Третий логический блок заключается в обратном переходе от математического понятия В к математическому понятию А с использованием определения А через В. Тем самым теорема доказана.

Схема доказательства теоремы (*).

Приведём примеры работы такой логической схемы доказательств.

1. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.

Теорема 1. Если $f(x)$ бесконечно большая при $x \to x_0$, то $1/f(x)$ - бесконечно малая при $x \to x_0$.

Доказательство. Пусть $f(x)$ бесконечно большая при $x \to x_0$. *Используем определение бесконечно большой (блок №1).* $\forall M > 0 \quad \exists U_{x_0}, \quad \forall x \in U_{x_0}: \ |f(x)| > M$. *Т.к. определение приводит к модульным неравенствам, то используем математические преобразования неравенств (блок №2):*

$$\frac{1}{|f(x)|} < \frac{1}{M}, \qquad \frac{1}{M} = \varepsilon, \qquad \frac{1}{|f(x)|} < \varepsilon .$$

Используя определение бесконечно малой (блок №3) получаем доказательство утверждения теоремы: $1/f(x)$ - бесконечно малая при $x \to x_0$.

2. Правила дифференцирования.

Теорема 2. Производная суммы конечного числа дифференцируемых функций равна сумме производных этих функций.

Доказательство. Рассмотрим сумму двух дифференцируемых функций $f(x) = u(x) + v(x)$. *Согласно определению производной имеем (блок №1)*:

$$f'(x) = u'(x) + v'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\big(u(x+\Delta x) + v(x+\Delta x)\big) - \big(u(x) + v(x)\big)}{\Delta x}.$$

Далее используются свойства дробей и свойства пределов (предел суммы равен сумме пределов) (блок №2). Получаем

$$\left(u(x)+v(x)\right)' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{u(x+\Delta x)-u(x)}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{v(x+\Delta x)-v(x)}{\Delta x} = u'(x)+v'(x)$$

Утверждение теоремы доказано: $\left(u(x)+v(x)\right)' = u'(x)+v'(x)$.

3. Производная определенного интеграла по верхнему пределу.

<u>Теорема 3</u>. (Барроу) Если $f(x) \in C[a,b]$, то

$$\left(\int_a^x f(t)dt\right)'_x = f(x).$$

<u>Доказательство</u>. Воспользуемся тем, что $\int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(x)dx$ и рассмотрим интеграл с переменным верхним пределом (см. рисунок 1).

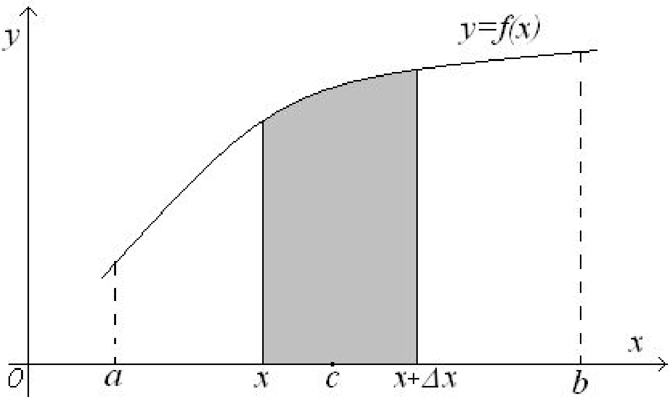


Рис. 1. Геометрическая интерпретация интеграла с переменным верхним пределом.

Имеем $\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt$. *Согласно определению производной (блок №1)*

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta\Phi(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Phi(x+\Delta x)-\Phi(x)}{\Delta x}.$$

Далее используем свойства определенного интеграла аддитивности по интервалу и о среднем интегральном значении (блок №2), получаем:

$$\Phi'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\Delta x}\left(\int_a^x f(t)dt+\int_x^{x+\Delta x} f(t)dt-\int_a^x f(t)dt\right)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)dt=$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(c)\Delta x}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0} f(c) \ \text{ при } \ c\in[x,\, x+\Delta x].$$

На данном этапе можно проверить сообразительность студентов в потоке при вычислении последнего предела (блок №3) и, если не найдут решение, то объяснить ответ: $f(x)$. Утверждение теоремы доказано

$$\Phi'(x)=\left(\int_a^x f(t)dt\right)'_x=f(x).$$

4. Функциональные ряды.

<u>Теорема 4</u>. (Вейерштрасса) Если $\forall x\in[a,b]$ все члены ряда $\sum_{n=1}^{\infty}u_n(x)$ удовлетворяют условию $|u_n(x)|<a_n$, а ряд $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ сходится, то данный функциональный ряд сходится равномерно на $[a,b]$.

<u>Доказательство</u>. Докажем, что сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}u_n(x)$ равномерная. Рассмотрим равномерное уклонение $\rho_p(S,S_n)$.

Согласно определению (блок №1):

$$\rho_p(S,S_n)=\max_{x\in[a,b]}|S(x)-S_n(x)|=\max_{x\in[a,b]}\left|\sum_{k=n+1}^{\infty}u_k(x)\right|.$$

Теперь проведём ряд преобразований, используя свойства модуля суммы и условия теоремы (блок №2):

$$\max_{x\in[a,b]}\left|\sum_{k=n+1}^{\infty}u_k(x)\right|\le\max_{x\in[a,b]}\sum_{k=n+1}^{\infty}|u_k(x)|\le\sum_{k=n+1}^{\infty}a_n.$$

В силу сходимости по условию теоремы числового ряда $\sum_{k=n+1}^{\infty}a_k\to 0$ при $n\to\infty$. Тем самым $\rho_p\to 0$ при $n\to\infty$.

Теперь используем определение равномерной сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty}u_n(x)$ *(блок №3)*:

$$\lim_{n\to\infty}\rho_p(S,S_n)=0.$$

Утверждение теоремы доказано.

5. Теория вероятностей. Нормальный закон распределения.

Докажем формулу

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right).$$

Вероятность попадания в интервал $[\alpha, \beta]$ нормально распределенной случайной величины согласно определению (блок №1) равна:

$$P(\alpha < X < \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha}^{\beta} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right)dx .$$

Теперь проведем ряд преобразований определённого интеграла (замена переменной и свойство аддитивности по интервалу) (блок №2):

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha}^{\beta} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right)dx = \begin{bmatrix} (x-a)/\sigma = t, \\ dx = \sigma dt \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\int_{(\alpha-a)/\sigma}^{0} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt + \int_{0}^{(\beta-a)/\sigma} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt \right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\int_{0}^{(\beta-a)/\sigma} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt - \int_{0}^{(\alpha-a)/\sigma} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt \right).$$

Теперь, используя определение функции Лапласа (блок №3), получаем

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right).$$

Утверждение теоремы доказано.

Ряд примеров применимости рассмотренной логической схемы доказательств можно было бы продолжить.

Литература

1. Пак В.В., Носенко Ю.Л. Высшая математика.– Донецк: Сталкер, 1997–560 С.

УДК 517

К ВОПРОСУ ОБ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ И ПОСТРОЕНИЕ ЕЕ ГРАФИКА

Г. И. Данилюк , И. Н. Ковалев
Донбасская национальная академия строительства и архитектуры

Анотація. *Роботу присвячено методиці викладання теми «Дослідження функції та побудова ескіза її графіка» курсу вищої математики, що читаєть студентам архітектурно-будівельного ВНЗ.*

Болонская система обучения предполагает серьезное сокращение числа аудиторных часов курса высшей математики. Анализ результатов «нулевой» контрольной работы свидетельствует о том, что уровень математической подготовки студентов I курса постоянно снижается и, как следствие навыков самостоятельной работы практически нет. Наряду с этим бытует мнение, что основной материал по теме «Исследование функций и построение ее графика» изучен в средней школе. Однако на вопрос, какие точки называются критическими? В лучшем случае 50% студентов строительных специальностей даст неполный ответ: «Это точки в которых $f\,'(x) = 0$». Мы считаем, что ситуация в целом по Украине не намного лучше. Поэтому данная тема должна быть рассмотрена достаточно подробно, включая тот материал, который изучался в средней школе.

С нашей точки зрения, нужно доказать второе достаточное условие существования экстремума функции, при определении интервалов вогнутости (выпуклости) доказать теорему об условии их существования. Необходимо графически проиллюстрировать определение экстремумов функции и понятие наименьшего и наибольшего значений функции на отрезке.

Отдельно остановимся на вопросе об асимптотах функции. В школьном курсе рассматривались только вертикальные асимптоты. К этому времени уже изучена тема «Вычисление пределов», что позволяет детально изучить поведение функции в окрестности вертикальных асимптот и построить наклонные асимптоты если они существуют. Ввиду объемности теоретического материала исследовать функцию и строить график на лекции нецелесообразно, лучше это сделать на практическом занятии. При исследовании функции удобно пользоваться следующим планом:

1. Найти область определения.
2. Установить тип функции.
3. Найти точки пересечения с осями координат.
4. Найти точки разрыва функции и классифицировать их.
5. Найти интервалы монотонности функции и точки экстремума.
6. Найти интервалы вогнутости и выпуклости функции и точки перегиба.
7. Найти асимптоты функции.

В результате исследования функции студент накапливает достаточно большой объем информации, которая необходима для построения графика функции, на наш взгляд, наиболее сложного этапа решения задачи. Студент должен логически связать всю информацию в единое целое.

Построение графика удобно начинать с построения асимптот, затем указать в системе координат точки пересечения с осями координат, точки экстремума и точки перегиба функции и строить график на каждом из интервалов монотонности функции с учетом выпуклости или вогнутости функции.

Для контроля усвоения темы каждый студент получает индивидуальное задание, состоящее из 2 задач разного уровня сложности, которые он будет защищать у преподавателя, ведущего практические задания. Рассматриваемая тема носит прикладной характер, она может быть использована при изучении курсов теоретической механики, физики, механики грунтов, аналитической химии и различных инженерных спецкурсов. Ее изучение направлено на формирование способности использовать математический аппарат в процессе решения различных инженерных задач.

Литература

1. Бугров Я.С., Никольский С. М. Высшая математика – М. : Наука 1989. – 464 с.

2. Пак В.В. Методические указания по вопросам мировоззренческой и воспитательной направленности преподавания курса высшей математики в техническом вузе. Д. : ДПИ 1989. – 62 с.

3. Улітін Г. М., Гончаров А. М. Курс лекцій з вищої математики. Д. : ДонНТУ, 2009 – 219 с.

УДК 378.147

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ «СХЕМЫ И АЛГОРИТМЫ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ»

Г. И. Данилюк, Г. А. Кононыхин, А. Е. Позднякович

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, г. Макеевка, Украина

Анотація. *Навчальний посібник містить структурно-логічні схеми та їх описи (алгоритми) основних методів розв'язання звичайних диференціальних рівнянь та їх систем.*

Уровень и качество математической подготовки студентов технических ВУЗов в современном быстро развивающемся обществе нуждается в постоянном совершенствовании. Среди множества факторов этого процесса остановимся на одном из самых актуальных – профессионально-прикладной направленности математического образования [1].

Традиционные методы обучения в высшей школе характеризуются слабой направленностью на формирование у студентов навыков формулировать и решать конкретные прикладные задачи. Как правило, изучение математики, вне зависимости от профиля института, направлено на изложение «чистой» математики при недостаточном внимании к ее приложениям, что создает у студентов иллюзию оторванности математических курсов от их будущей специальности, а потому воспринимается ими как нечто ненужное и необязательное. Проблема усугубляется тем, что выпускающие кафедры зачастую не соблюдают фактор преемственности преподавания. В своих лекционных курсах, курсовых работах и дипломных проектах недостаточно используют современные математические методы, не ставят перед студентами вопросов математического моделирования и решения профессиональных задач. Авторами предпринята попытка смягчить возникшую ситуацию и обеспечить такое математическое образование, которое должно приблизить студента к содержанию специальных дисциплин и самостоятельному решению инженерных задач. Предлагаемое учебное пособие наряду с конструктивным подходом широко использует наглядные образы, интуицию и фактические приложения математики. При этом характер изложения учебного материала остается логически стройным и вполне доступным, удовлетворяющим принципам построению учебно-методических пособий.

Тематика учебного пособия выбрана не случайно. С одной стороны, на изучение раздела «Обыкновенные дифференциальные уравнения, их применение при решении задач сопротивления материалов, строительной механики и расчетах конструкций на статические и динамические нагрузки» в общем курсе «Прикладной математики» для студентов строительных специальностей в Донбасской национальной академии строительства и архитектуры выделено самое длительное временя (82 часа из 596 часов на весь курс). С другой стороны, полученные студентами знания по этому разделу, находят существенное применение при изучении основных строительных дисциплин: прикладной механики (раздел динамика), сопротивления материалов при расчетах на динамические нагрузки, строительной механики при расчетах конструкций на устойчивость и т.д.

Учебное пособие состоит из трех частей: дифференциальное уравнения первого порядка (5 разделов), дифференциальные уравнения высших порядков (7 разделов) и систем обыкновенных дифференциальных уравнений (1 раздел).

В первой части рассмотрены уравнения с разделяющимися переменными, однородные и линейные уравнения первого порядка, также уравнения в полных дифференциалах.

Во второй части рассмотрены уравнения допускающие понижения порядка, общая теория линейных уравнений n-го порядка, поведение решений линейного уравнения второго порядка, линейные однородные и неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами, а также краевые задачи и задача Коши.

В третьей части рассмотрены системы линейных однородных и неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами.

Основные принципы, которые авторы использовали при написании данного учебного пособия:

- ясное, и в тоже время, достаточно компактное изложение основных теоретических положений, во главу которого поставлен принцип «разумной строгости» $[2]$, отсутствие немотивированных определений и понятий, неконструктивных доказательств;

- детальное изложение стандартных методов и приемов решения задач и примеров с иллюстрацией каждого теоретического положения, чтобы у студентов не возникло ощущения неполноты или недосказанности;

- предлагаемые примеры должны быть подобраны методически грамотно и расположены в порядке возрастания их сложности;

- пособие должно быть доступно не только студентам дневного отделения, но и студентам заочной и дистанционной форм обучения, а также тем, кто занимается самообразованием;

- в рамках каждой темы должно быть предложено большое количество типовых примеров, чтоб преподаватель, работающий с пособием, имел свободу выбора учебного материала, в зависимости от конкретной аудитории слушателей;

- обязательное наличие контрольных тестовых вопросов для самопроверки, что призвано обеспечить закрепление основных теоретических положений и приобретенных практических навыков;

- наличие большого количества задач и примеров различной степени сложности для самостоятельного решения, чтобы удовлетворить как хорошо успевающих студентов, так и недостаточно подготовленных; все примеры и задачи должны быть снабжены ответами;

- наличие обширной подборки «текстовых» прикладных задач, иллюстрирующих не только возможности изучаемого математического аппарата для построения математических моделей, но и демонстрирующих его безусловную необходимость для решения реальных инженерных проблем.

Основное отличие предлагаемого учебного пособия от опубликованных ранее заключается в наличии структурно – логические схем и их описаний (алгоритмов) основных методов решений обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем.

Таким образом, разработанное пособие может быть использовано как преподавателями математических дисциплин технических университетов для организации учебной деятельности студентов на аудиторных занятиях, так и студентами для самостоятельного изучения темы «Дифференциальные уравнения». Особенности подачи материала в пособии позволяют повысить результативность учебной деятельности студентов во время изучения математических и специальных дисциплин в системе высшего инженерного образования.

Литература

1. Пак В.В. Инженер, математика и другие. Простые методы математического моделирования природных и технологических процессов / В. В. Пак. – Донецк : ДонГТУ, 1995. – 224 с.

2. Кудрявцев Л. Д. Мысли о современной математике и ее изучении / Л. Д. Кудрявцев. – М. : Наука, 1977.

УДК 378.147:51

ОПТИМАЛЬНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ ЯК ФУНДАМЕНТАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА НАВЧАННЯ СТУДЕНТІВ ЕКОНОМІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ВТНЗ

І. С. Дмитренко

Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ, Україна

Анотація: *розкрито проблему фундаменталізації економічної освіти студентів ВТНЗ. Проаналізовано вміння, якими повинен володіти майбутній фахівець економічної галузі після закінчення навчання дисципліни «Оптимальні методи та моделі». З'ясовано шляхи фундаменталізації навчання дисципліни та створено методичні рекомендації для їхньої реалізації.*

Розв'язання питання оновлення економіки країни можна довірити лише висококваліфікованим фахівцям, формування яких починається вже під час навчання фундаментальних дисциплін математичного циклу. «Оптимальні методи та моделі» відноситься до тих дисциплін, що сприяють розвитку математичної компетентності майбутнього фахівця економічної галузі.

Досліджувану нами дисципліну математичний енциклопедичний словник [6] відносить до таких наукових дисциплін, «що сприяють перетворенню мистецтва прийняття рішень». Це вказує на важливість надбання студентами економічних спеціальностей вмінь у ході вивчення оптимальних методів та моделей та підтверджує їхню необхідність для продовження навчання спеціальних дисциплін.

Отже, питання удосконалення вмінь студентів економічних спеціальностей під час навчання «Оптимальним методам та моделям», сформованість яких вказує на математичну компетентність майбутніх фахівців, є актуальним для методики навчання вищої школи.

Проблемою математичної підготовки сучасного фахівця економічної галузі цікавились такі науковці, як Г. І. Білянін [1], А. І. Дзундза [2], Л. І. Нічуговська [7], О. К. Щетиніна [11] та ін.

Питання математичної підготовки майбутнього фахівця у контексті фундаменталізації вищої освіти вивчалось такими вченими, як

Г. Я. Дутка [3], Т. В. Крилова [4], Н. В. Рашевська [8], С. О. Семеріков [9], К. І. Словак [10] та ін.

Так, у роботі Г. Я. Дутки [3] досліджено фундаментальний зміст математичної підготовки економістів та виокремлено систему норм, що регулюють зміст економічної освіти з урахуванням його фундаменталізації. З іншого боку, підкреслена автором проблема не набула подальшої розробки та вимагає більш докладного дослідження.

Крім того, Т. В. Крилова [4] робить акцент на виокремленні недоліків сучасної математичної підготовки студентів ВТНЗ та необхідності професійної спрямованості навчання математики в технічному ВНЗ. Це вказує на важливість встановлення міжпредметних зв'язків математичних і спеціальних дисциплін, створенню яких сприяє органічне поєднання класичних традиційних та активних методів, форм і засобів навчання.

На один з шляхів вирішення проблеми навчання майбутніх викладачів інформатики вказує С. О. Семеріков [9, с.33], стверджуючи, що «процес навчання зумовлюється спрямованістю системи освіти на створення цілісного узагальнюючого знання, яке було б ядром всіх отриманих студентом знань, що поєднувало б одержувані в процесі навчання знання в єдину світоглядну систему на базі сучасної методології. Найбільш ефективною, на думку науковця, є освіта, що базується на фундаментальності та професійній спрямованості навчання».

Але в роботах вищевказаних вчених недостатньо приділяється уваги навчанню студентів економічних спеціальностей «Оптимальним методам та моделям», не вказуються шляхи удосконалення вмінь, необхідних майбутнім економістам для продовження освіти, що дозволяє нам зробити висновок про те, що питання фундаменталізації математичної освіти у контексті створення методики навчання дисципліни «Оптимальні методи та моделі» розглядалось не достатньо.

Постановка завдання. Метою нашої роботи є аналіз вмінь, якими повинен володіти майбутній фахівець економічної галузі після закінчення навчання дисципліни «Оптимальні методи та моделі», з'ясування шляхів фундаменталізації її навчання, а також створення методичних рекомендацій для їхньої реалізації.

Результати. Різноманітність математичних дисциплін, як показує викладацька практика, не повинна зводити їхнє викладання тільки до навчання основ, а доповнювати їх матеріалом, що поглиблює знання з однієї дисципліни шляхом занурення у матеріал іншої. Одним із яскравих прикладів такого занурення «науки у науку» є навчальна дисципліна Матеріал розділів, що входять до навчання дисципліни

«Оптимальні методи та моделі», в наш час, постійно удосконалюється і оновлюється та вказує на їхню прикладну економічну спрямованість.

Проаналізуємо, якими вміннями повинен володіти майбутній фахівець економічної галузі після закінчення навчання дисципліни «Оптимальні методи та моделі».

1. Вмінням самостійної побудови математичної моделі, що формується внаслідок впровадження в навчальний процес системи професійно орієнтованих завдань сюжетного характеру.

2. Вмінням грамотного оформлення економічної документації, у якій зустрічаються математичні вирази. Це вміння формується за допомогою аналізу спеціально розроблених завдань, в оформленні розв'язання яких заздалегідь зроблена помилка.

3. Вмінням користуватися засобами програмного забезпечення, що формується шляхом закладання отриманих математичних моделей у тіло програмного засобу для отримання готових результатів. З метою формування цього вміння нами розроблено навчально-методичні інструкції по користуванню програмними засобами.

4. Вмінням обґрунтування отриманих результатів та проведенням їхнього подальшого аналізу, для формування якого нами створено систему завдань, що вказує на інтегративні зв'язки результатів завдань з реальними виробничими ситуаціями.

5. Вмінням самостійного створення економічних виробничих завдань. Таке вміння формується шляхом стимулювання професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів під час розвитку проблемних ситуацій.

Наведемо методичні рекомендації по формуванню кожного з вищевказаних вмінь.

Першого вміння студенти економічних спеціальностей можуть досягти, шляхом впровадження в навчальний процес професійно орієнтованих завдань, що демонструють зв'язки між математикою та економікою. З огляду на це, ми пропонуємо під час навчання дисципліни «Оптимальні методи та моделі» введення системи завдань, побудованих за принципом укрупнення дидактичних одиниць. Прикладом застосування відповідного принципу є запропонована студентам система трьох типів завдань під час практичних занять.

До завдань *першого типу* ми відносимо завдання, умова яких пропонується студентам у табличному вигляді. Основна таблиця з інформацією про технологічні операції іноді може бути доповненою невеличкими поясненнями щодо організації виробничого процесу. Умову завдань *другого типу,* окрім таблиці, ми доповнюємо додатковими текстовими рекомендаціями про технологічні операції, що не ввійшли до таблиці. Умова завдань *третього типу*, в свою чергу, повністю пропонується у тестовому вигляді.

Досягненню мети формування вміння грамотного ведення математичних записів під час оформлення економічної документації сприяє система заздалегідь підготовлених викладачем завдань із вибором правильного варіанту їхнього розв’язання. Студентам пропонується декілька варіантів розв’язання задачі, серед яких є як правильні, так і хибні. Діалог, що передбачає аналіз запропонованих варіантів розв’язку завдань сприяє формуванню в студентів економічної грамотності у введенні позначень невідомих та стислого запису умови завдання мовою математичних символів.

На важливість формування третього вміння, що полягає у користуванні засобами програмного забезпечення вказує в своїй роботі Л.Г. Кузнєцова [5], яка відносить до систем комп’ютерної математики такі програмні засоби як спеціалізовані математичні пакети, програми побудови графіків функцій та інші універсальні математичні системи. Серед засобів виокремлюються Derive, MathCAD, MatLAB, Maple та інші. В своїй роботі автор наголошує на формуванні уміння математичного моделювання, яке дозволяє розв’язувати такі проблеми в підготовці спеціалістів, як реалізація міжпредметних зв’язків.

Четверте вміння, що полягає в обґрунтовуванні отриманих результатів та проведенні подальшого аналізу ситуації завдання, в студентів може бути сформовано тільки завдяки усвідомленому розумінню теоретичної основи інтегративних зв’язків оптимальних методів та моделей і дисциплін економічного циклу, які вже починають вивчатись. Крім того, нами передбачається аналіз завдань із студентами за готовими розв’язаннями. Наприклад, під час вивчення графічного методу розв’язування задач лінійного програмування, студентам пропонуються завдання, розв’язання якого розглядається за допомогою динамічної моделі (рис. 1). Міркування із студентами відбуваються у ході мультимедійній презентації.

Для формування вміння аналізу отриманих результатів пропонуємо студентам розв’язання наступного завдання.

Завдання: Підприємство виготовляє стійки для кріплення шахтного обладнання «Кріплення Донбас» КД-90 та ЗКД-90в. З досвіду роботи підприємства відомо, що попит на кріплення КД-90 ніколи не перевищує 4 одиниць на рік, а попит на кріплення ЗКД-90в ніколи не перевищує 10 одиниць на рік. У таблиці 1 дана інформація про матеріали, з яких виготовляються кріплення обох видів та запас сировини на складах підприємства (в умовних одиницях маси).

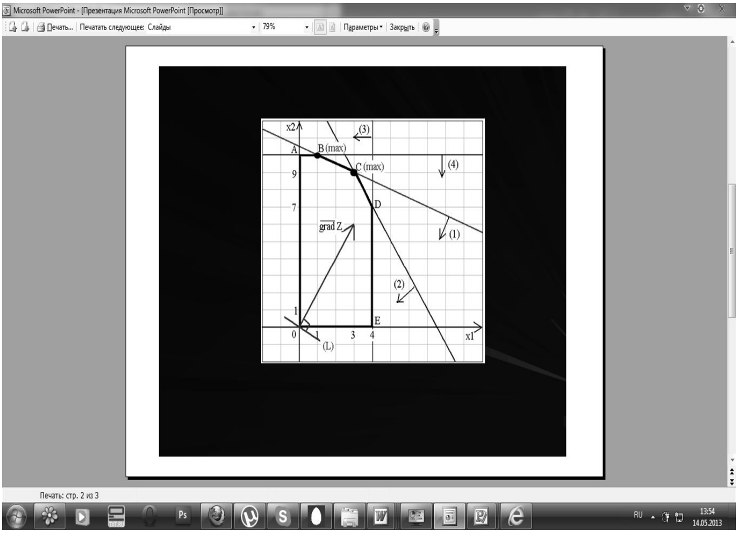


Рис 1. Графічне розв’язування завдання

Відомо, що вартість однієї стійки ЗКД-90в вдвічі більша від вартості однієї стійки КД-90. Складіть такий план роботи підприємства, щоб прибуток від реалізації стійок КД-90 та ЗКД-90в був максимальним.

Таблиця 1

Умова до завдання

	Кріплення КД-90	Кріплення ЗКД-90в	Запас
Сталь	1	2	21
Латунь	2	1	15

Процес розв’язання даного завдання починається із побудови математичної моделі, яка в даному випадку має вигляд.

Якщо x_1 – кількість стійок для шахтного кріплення КД-90, а x_2 – кількість стійок для шахтного кріплення ЗКД-90в, то система обмежень разом із цільовою функцією набувають вигляду:

$$z = x_1 + 2x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 21, \\ 2x_1 + x_2 \le 15, \\ 0 \le x_1 \le 4, \\ 0 \le x_2 \le 10. \end{cases}$$

Оскільки побудована математична модель завдання має лише дві змінні, то таке завдання доцільно розв’язувати за допомогою графічного методу, після застосування якого було отримано результат, аналіз якого відбувається в ході мультимедійної презентації динамічної моделі, представленої студентам.

Оскільки цільова функція досягає свого найбільшого значення на відрізку, що належить границі області допустимих значень, це означає, що завдання має множину розв'язків, оптимальними серед яких є значення, що досягаються в двох кутових точках з цілочисловими значеннями, надаючи цільовій функції однакового значення. Це означає наявність двох рівноправних планів для виробництва. За одним планом підприємству необхідно випускати 3 одиниці стійок для шахтного кріплення КД-90 та 9 одиниць стійок для шахтного кріплення ЗКД-90в. При цьому, максимальний прибуток, який зможе тримати підприємство складає 21 грошову одиницю. Інший варіант розв'язання цього ж завдання – 1 одиниця стійок для шахтного кріплення КД-90 та 10 одиниць стійок для шахтного кріплення ЗКД-90в з аналогічним значенням функції прибутку.

Висновки. Необхідною й достатньою умовою формування останнього вміння самостійного створення економічних виробничих завдань є високий рівень сформованості усіх описаних умінь. Констатувальний експеримент вказав на низькі показники володіння цими вміннями студентів економічних спеціальностей.

Таким чином, подальшого дослідження вимагає створення методики навчання дисципліни «Оптимальні методи та моделі», впровадження якої сприяє фундаменталізації навчання і формуванню в майбутніх фахівців економічної галузі вміння самостійної побудови математичної моделі, вміння грамотного оформлення економічної документації, вміння користування засобами програмного забезпечення, вміння обґрунтування отриманих результатів та проведенням їхнього подальшого аналізу, вміння самостійного створення економічних виробничих завдань.

Література

1. Білянін Г.І. Цілепокладання та планування навчальної діяльності студентів коледжу під час вивчення математики / Г.І. Білянін // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Між нар. Зб. Наук.робіт. – Вип. 23. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2011. – С. 30-34.

2. Дзундза А.І. Роль і місце математичної культури у соціоекономічній культурі майбутніх фахівців / А.І. Дзундза // Дидактика ма-

тематики: проблеми і дослідження: Між нар. Зб. Наук.робіт. – Вип. 21. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2005. – С. 14-18.

3. Дутка Г.Я. Особливості фундаментальної підготовки майбутніх економістів / Г.Я. Дутка // Гуманізація навчально-виховного процесу. Випуск LVI. Слов'янськ: СДПУ, 2011. . С. 60-70.

4. Крилова Т.В. Дидактичні засади фундаменталізації математичної освіти студентів нематематичних спеціальностей університетів / Т.В. Крилова, О.М. Гулєша, О.Ю. Орлова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Між нар. Зб. Наук.робіт. – Вип. 35. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2011. – С. 27-35.

5. Кузнецова Л.Г. Особенности формирования информационно-коммуникационно предметной среде обучения математике / Л.Г. Кузнецова // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом ВУЗе. Тюмень: ТюмГНГУ, 2009. С. 56-60.

6. Математический энциклопедический словарь / под ред.. Ю.В. Прохорова. – Москва: Советская энциклопедия, 1988. 847 с.

7. Нічуговська Л.І. Професійна мобільність студентів технічних ВНЗ як фактор підвищення конкурентоспроможності майбутніх фахівців / Л.І. Нічуговська // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Між нар. Зб. Наук.робіт. – Вип. 38. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2012. – С. 7-12.

8. Рашевська Н.В. Мобільні інформаційно-комунікаційні технології навчання вищої математики студентів вищих технічних навчальних закладів: дис. …кандидата пед.наук: 13.00.10 / Рашевська Н.В.; Інститут інформаційних технологій і засобів навчання національної академії педагогічних наук України. – К., 2011. – 305 с.

9. Семеріков С.О. Теоретико-методичні основи фундаменталізації навчання інформативних дисциплін у вищих навчальних закладах: дис. …доктора пед.наук: 13.00.02 / Семеріков С.О.; Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова. – К., 2009. – 536 с.

10. Словак К. І. Методика використання мобільних математичних середовищ у процесі навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей: дис. …кандидата пед.наук: 13.00.10 / Рашевська Н.В.; Інститут інформаційних технологій і засобів навчання національної академії педагогічних наук України. – К., 2011. – 291 с.

11. Щетиніна О. К. Проблеми викладання математики при підготовці майбутніх фахівців в області економіки і торгівлі / О.К. Щетиніна // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Між нар. Зб. Наук.робіт. – Вип. 38. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2012. – С. 26-32.

УДК 378.14

ИЗ ОПЫТА РАЗРАБОТКИ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ЛГТУ

О. Д. Дячкин

*Липецкий государственный технический университет,
г. Липецк, Россия*

Аннотация. *В статье уточняются методические принципы использования компьютера в обучении. Приводится описание компьютерных практикумов, посвящённых изучению двух конкретных тем высшей математики.*

Вступление. На кафедре высшей математики ЛГТУ более двадцати пяти лет используются компьютерные методы при обучении студентов математике. В разное время - по-разному, в зависимости от материальной базы и программы подготовки специалистов. На протяжении этого времени отношение студентов к обучающим компьютерным программам резко изменилось. Если в первые годы достаточны были «иллюстративные» или «облегчающие вычисления» программы, то сейчас такие программы оставляют студентов равнодушными. Интерес появляется тогда, когда компьютер требует активной работы студента и оценивает эту работу. Для оценки усвоения и контроля в последнее время активно используется «Единый портал интернет-тестирования в сфере образования».

Компьютерные технологии в обучении применяются во всех организационных формах образования. Происходит конвергенция очного и дистанционного обучений. Есть естественные ограничения целесообразности использования компьютеров в обучении, и вряд ли они в ближайшее время смогут заменить неравнодушного преподавателя. Регулярный контакт с преподавателем просто необходим при изучении многих дисциплин, особенно на творческом, исследовательском уровне. С другой стороны, применение в учебном процессе вуза вычислительной техники в сочетании с классическими формами и методами обучения открывает принципиально новые пути повышения качества подготовки специалистов. Поэтому, несмотря на детальную проработку дидактических принципов создания электронных учебных курсов [1, 2] и создание всеохватывающих электронных учебников, таких, например, как созданные в Томском государственном университете систем управления и радиоэлектроники [3], применение компьютерной техники в обучении проходит, и будет проходить, «неуправляемо конструктивно». Из системных фрагментов разных электронных курсов можно комбинировать новый, включая в него лекции и семинарские занятия, а также существующие отдельно «обучающие программы», посвящённые какой-то конкретной теме курса. Возможность у преподавателя конструировать учебный курс из «готовых кубиков», учитывая требования меняющейся образовательной среды, значительно расширяет выбор подходящей учебной траектории для обучающихся.

Примеры системных фрагментов электронного учебного курса. Приведём описание электронных обучающих систем (ЭОС), способствующих изучению двух конкретных тем из курса высшей математики. Компьютерные программы, обеспечивающие практикумы [4], работают в компьютерной локальной сети факультета и используются студентами во внеучебное время. Присутствие преподавателя не требуется, т.к. ЭОС даёт необходимые указания, есть и в печатном виде методические указания к практикуму, результаты работы студентов автоматически записываются в электронный журнал, расположенный на удалённом сервере и доступный только преподавателю.

Изучение студентами металлургического института Липецкого государственного технического университета метода Гаусса сопровождается выполнением вычислительного практикума по решению систем линейных алгебраических уравнений. Цель практикума – не только решение методом Гаусса системы линейных алгебраических уравнений, но и знакомство с возникающими вычислительными проблемами при компьютерной реализации этого метода и со способами разрешения этих проблем.

Особо стоит отметить то удивление студентов, которое они испытывают, когда, реализовав с помощью элементарных операций, осуществляемых компьютером под их руководством, классический алгоритм Гаусса, они получают решение очень далёкое от истинного. После этого вычислительные проблемы становятся эмоционально ближе, а способы их разрешения с использованием различных модификаций метода Гаусса воспринимаются по-другому, заинтересованно. К тому же и отношение к компьютеру принимает обыденный, рабочий характер.

Компьютер используется в практикуме с несколькими целями: для моделирования систем линейных алгебраических уравнений и составления заданий, для выполнения большинства рутинных вычислений, для машинного эксперимента с различными модификациями алгоритма и исследования точности решений, для тестирования и оценки, для хранения результатов работы студентов.

Практикум состоит из двух частей: теста по теории и решения системы пяти линейных уравнений с пятью неизвестными. Каждую из частей практикума можно выполнять независимо, но практически всегда начинают с решения системы, потому что в тесте освещаются вопросы ещё не рассмотренные на лекциях к моменту решения систем на практических занятиях.

Вычислительная часть практикума организована следующим образом. Генерируется определённая система пяти линейных алгебраических уравнений с пятью неизвестными. Предлагается меню из трёх элементарных преобразований системы, с помощью которых матрицу системы можно привести к единичной. Вычисления осуществляются компьютером после выбора обучающимся операции, т.е. нет рутинных вычислений. От студента требуется лишь понимание процесса и осмысленный выбор различных операций, фактически процесс решения принимает игровой характер. Для найденного решения вычисляется невязка, её можно сравнить с невязкой решения компьютера. Есть «записная книжка» объёмом в 50 шагов преобразований системы. После нескольких ошибочных преобразований можно вернуться назад, эта возможность помогает и при проведении компьютерного эксперимента. Цветовая подсветка строк помогает в работе с алгоритмом и в освоении меню операций.

Компьютерный эксперимент позволяет наглядно оценить по невязке полученного решения эффективность различных модификаций метода Гаусса.

О тесте практикума надо сказать то, что это не проверяющий, а скорее «проверяюще-обучающий» тест, потому что:

- он, наряду с простыми вопросами теоретического плана, требующими выбора из предложенного набора одного правильного ответа, содержит вопросы, правильные ответы на которые могут составлять весь список предложенных вариантов;
- есть вопросы фактически не требующие ответа, заданные лишь с целью акцентировать внимания на фактах, полученных во время вычислений решения системы, или сообщающие новые, не отражённые на лекциях сведения, но находящиеся в «зоне актуального развития»;
- подбор ответа «перебором» практически невозможен, т.к. ЭОС анализирует ответ не на один вопрос, а - на все вопросы вместе;
- итоговый балл выставляется по сумме ответов на все вопросы, и если он оказывается ниже проходного, студент вынужден ещё и

ещё раз разбираться со всей темой в целом, обращаться к учебникам, методичкам, конспектам лекций и к преподавателю.

В зависимости от проходного балла учащийся сдаёт тест, состоящий из 24 постоянных вопросов (случайным образом меняется лишь расположение ответов), как правило, за 1 - 3 попытки. Проходной балл теста устанавливается преподавателем в зависимости от уровня подготовленности группы.

Стоит отметить, что работа с этим компьютерным практикумом, как и с рассматриваемым ниже, начинается с организационной заставки, в которой сообщаются цели и порядок работы. До работы допускаются студенты по списку групп, эти списки преподаватель должен заранее внести в программу-сервер.

Программное обеспечение другого практикума по высшей математике «Численное решение уравнений методом половинного деления и методом Ньютона» используется с целью более глубокого изучения темы по приближённому нахождению корней уравнений. Оно позволяет протестировать студентов на знание и понимание теории, отработать не только алгоритмы численного решения уравнений, но и необходимые подготовительные операции, связанные с исследованием функции и локализацией её корней, провести математический эксперимент.

Работа состоит из четырёх частей. Первые две части – «обучающие тесты» по теории, две другие – приближённое нахождение корней конкретного кубического уравнения методом половинного деления и нахождения корней другого кубического уравнения методом касательных. В двух тестах - 28 вопросов с набором ответов, среди которых, по крайней мере, один правильный, но могут быть правильными и все. Вопросы, так же, как и в практикуме по решению систем линейных уравнений, постоянны, но есть и такие, в которых случайным образом меняются слова, изменяющие смысл вопроса. Предлагаемые ответы не только тасуются, но и тоже содержат случайно меняемые части. После ответа на последний вопрос теста обучающийся получает результат тестирования - количество набранных баллов. Доступ к вычислениям открывается тогда, когда студент правильно ответил на 90% вопросов соответствующего теста.

Тесты построены таким образом, чтобы через вопросы, пошагово, подготовить обучающегося к поиску корней уравнения, фактически содержат в формулировках подсказки. Имеются «иллюстрации» хорд, секущих, выпуклости, метода касательных. Иногда последующие вопросы помогают самостоятельно выяснить правильность ответа на предыдущие. Есть вопросы, находящиеся в зоне «актуального развития», но не разбираемые на лекциях.

Вычислительная часть практикума организована следующим образом. Коэффициенты кубического многочлена генерируются компьютером. Под «руководством компьютера» студент исследует функцию, определяет характерные точки, рисует график кубического многочлена, определяет количество корней и отрезки изоляции корней, ищет корни с точностью до 0,001, осуществляя «вручную» несколько итераций обоих алгоритмов. Программное обеспечение позволяет быстро вычислять значения функции и её производной в любой заданной точке. Нет рутинных вычислений, в то же время имеется «мини-калькулятор» для того, чтобы «прочувствовать» рекуррентную формулу метода Ньютона. От студента требуется понимание процесса и осмысленный выбор различных операций. В отличие от «теоретической части практикума», в которой проверяется итоговая сумма баллов за ответы, в этой части вычислительных действий числовые ответы на вопросы надо вводить правильные, чтобы перейти к следующему действию.

После нахождения корней кубического уравнения методом Ньютона (касательных) компьютерная программа даёт возможность поэкспериментировать с начальным приближением корня в рекуррентной формуле, убедиться в том, что неправильное начальное приближение одного корня может привести к совершенно другому решению.

Этот практикум является фактически конкретной реализацией теории поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина. Роль технологической карты формирования навыков играет в завуалированном виде «обучающий тест», а в явном - вводное выступление преподавателя, показывающее в свёрнутом виде основные этапы поиска корня уравнения и раскрывающее смысл вычислительных действий. Технологический процесс вычисления корня студент осуществляет, по меньшей мере, дважды, т.к. основной этап поиска – анализ функции и локализация корней – в обеих вычислительных частях один и тот же.

О методических принципах. При создании практикумов мы исходили из того, что студент приобретает знания в результате осознанной деятельности, требующей от него осмысления схем и правил, в соответствии с которыми он действует. Опираясь на принцип потенциальной избыточности учебной информации, включили в практикум возможность осуществления математического компьютерного эксперимента, чтобы учебное задание максимально стимулировало рефлексивную деятельность учащихся, всемерно способствовало активизации когнитивных процессов.

На основании экспериментальных данных можно сделать следующие выводы [5]:

1) эффективность автоматизированного обучении находится в прямой зависимости от полноты реализации в компьютерных программах одного из основополагающих принципов дидактики - принципа самостоятельной активной познавательной деятельности обучающихся;

2) при проектировании учебного процесса с использованием информационных технологий должен строго соблюдаться принцип необходимого разнообразии видов и форм организации учебной деятельности.

Конечно, такого рода «обучающие программы» не заменяют ни работу с книгой, ни общение с преподавателем, но через спроектированную преподавателем «исследовательскую» деятельность облегчают процесс учения, делают его проще и интереснее, приучают студента к самостоятельной и к совместной с товарищами работе. Преподавателя же такие практикумы, с одной стороны, освобождают от механической проверки уровня усвоения студентами знаний и навыков, а с другой - дают возможность, компилируя их выборку в разных сочетаниях, обновлять учебные курсы, реагируя тем самым на быстро меняющуюся образовательную среду.

Литература

1. Околелов О. П. Электронный учебный курс // Высшее образование в России. -1999. - № 4. - С. 126 - 129.

2. Околелов О. П. Дидактика открытого образования / О. П. Околелов, О. Д. Дячкин, Г. В. Китаева. – Липецк: ЛГТУ, 2009. – 137 с.

3. Компьютерный учебник «ТМЦДО. Высшая математика-1» / С. И. Борисов, А. В. Долматов, В. В. Кручинин, В. А. Томиленко // Открытое образование. – 2004. - № 3. – С. 12 - 17.

4. Дячкин О. Д. О программном обеспечении практикумов по высшей математике «Метод Гаусса» и «Численное решение уравнений методом половинного деления и методом Ньютона» / О. Д. Дячкин, О. О. Дячкин // Компьютерные и учебные программы и инновации. – 2006. - № 9. – С. 13 – 14 и 2007. - № 10. – С. 75 - 76.

5. Дячкин О. Д. Опыт разработки методики компьютерного обучения математике // Открытое и дистанционное образование. – 2009. - №4. – С. 24 - 30.

УДК 378.147:517:004

МЕТОДИЧНА СИСТЕМА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ НА ЗАСАДАХ ДІЯЛЬНІСНОГО ПІДХОДУ

О. Г. Євсеєва
*Донецкий национальный технический университет,
г. Донецк, Украина*

Анотація. *Розглянуто проектування і організацію навчання математики майбутніх інженерів на засадах діяльнісного підходу. Визначено структуру методичної системи такого навчання. Окреслено методичні вимоги до компонентів методичної системи навчання математичних дисциплін студентів ВТНЗ.*

І. Вступ. Основний орієнтир сучасної вищої освіти – формування творчої особистості, спроможної саморозвиватися й самовдосконалюватися. У цьому контексті виокремлюють три підходи до розвитку вищої освіти:

– із погляду змісту освіти – знаннєвий підхід, де домінують знання, які студенти здобувають у вищій школі;

– у руслі отриманих результатів – компетентнісний підхід, що спрямовує навчальний процес на формування та розвиток базових і предметних компетентностей.

– в аспекті особливостей процесу навчання – діяльнісний підхід, в якому важливі питання організації навчання , побудови навчальної діяльності студентів.

Основна мета вищої інженерної освіти полягає в підготовці кваліфікованого компетентного інженера, конкурентоспроможного на сучасному ринку праці, а це вимагає модернізації вітчизняної системи вищої освіти. Одним зі шляхів розв’язання окресленої проблеми є орієнтація на діяльнісний підхід і пошук ефективних способів його впровадження.

ІІ. Постановка завдання. Кожна дисципліна в системі вищої інженерної освіти спроможна зробити внесок у підвищення її якості. Важливу роль у цьому відіграє математика. Це вимагає, щоб навчання математики студентів технічних напрямів підготовки відбувалося на якісно новому рівні.

Водночас, скорочення кількості годин, на вивчення математичних дисциплін, суперечить посиленим вимогам до якості математичної підготовки випускника технічного університету.

У Плані дій МОН України щодо забезпечення якості вищої освіти сформульовано завдання – розроблення механізмів запровадження в систему вищої освіти в межах традиційного навчання діяльнісно-орієнтованих технологій [13].

Однак такі технології неможливо розробити та впровадити в межах традиційного навчання. Це стає реальним тільки тоді, коли навчання відбуватиметься на засадах діяльнісного підходу.

Діяльнісний підхід слугує методологічним підґрунтям численної кількості студій у галузі методики навчання математики в основній та вищій школі. Попри це теоретичні основи навчання математики у на засадах діяльнісного підходу практично не розроблені.

ІІІ. Результати. Аналіз сучасних підходів до навчання математики у ВТНЗ дав змогу довести, що якісний, змістовно оновлений математичний складник вищої інженерної освіти є необхідною умовою формування професійної компетентності випускника ВТНЗ, оскільки сучасний математичний інструментарій відкриває нові можливості й перспективи для майбутніх інженерів, а це вимагає, щоб навчання математики у ВТНЗ відбувалося на якісно новому рівні. Навчання математики у ВТНЗ удосконалюють шляхом фундаменталізації, диференціації, інтенсифікації та професіоналізації, використання новітніх інформаційно-комунікаційних технологій, розроблення методичних систем і технологій формування прийомів професійно орієнтованої діяльності майбутніх інженерів.

У психолого-педагогічній літературі не представлено однозначного розуміння діяльнісного підходу до навчання математики студентів ВТНЗ, відсутні методики формування цілей навчальної діяльності з математики в термінах навчальних дій, що забезпечують професійну діяльність інженера, не розроблені системи контролю, які характеризують відповідність результатів навчальної діяльності нормативному стану, що задане з позицій компетентнісного підходу.

Найважливіший вид діяльності в навчанні – цілеспрямована навчальна діяльність, що потрактована як діяльність, яку виконує студент для засвоєння змісту навчання. У навчанні на засадах діяльнісного підходу навчальна діяльність має певні особливості, порівняно з іншими видами діяльності, головною з яких є визначення її цілей через опанування навчальних дій, зокрема математичних, і засвоєння знань, необхідних для цього.

Важливими засобами досягнення навчальних цілей у навчанні математики студентів ВТНЗ є математичні навчальні задачі, які мають бути запропоновані як специфічний вид навчального завдання, розв'язання якого вимагає від студента певних навчальних дій у предметній галузі математики, допомагає оволодіти узагальненим способом розв'язання типових завдань, певним способом дій. При цьому математична навчальна задача слугує засобом організації цілеспрямованої навчальної діяльності студентів.

У навчанні математики на засадах діяльнісного підходу навчальна діяльність повинна відображати майбутню професійну діяльність фахівців інженерного фаху, тому необхідно використовувати в навчанні прикладні задачі. Такі задачі професійно спрямовані, їх слід формувати на матеріалі дисциплін, що відповідають майбутній професії (загальноінженерні та спеціальні дисципліни).

Професійно спрямована задача в навчанні математики студентів ВТНЗ витлумачена як математична навчальна задача, що оперує з об'єктами професійної діяльності та спрямована на формування способу дій майбутньої професійної діяльності фахівців.

Проектування й організація навчальної діяльності, а також керування нею – це мета і зміст діяльності викладача. При цьому проектування навчальної діяльності передбачає проектування її цілей, змісту, технології навчання й контроль результатів навчальної діяльності.

Схарактеризовано склад найбільш впливових дидактичних принципів навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу, якими доповнені традиційні принципи навчання. До них належать принципи предметної діяльності; діяльнісного цілепокладання; діяльнісного визначення змісту навчання, діяльнісного засвоєння змісту навчання; професійної спрямованості.

Психолого-педагогічні передумови навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу полягають в урахуванні психологічних особливостей студентського віку; успішній адаптації студентів до навчання у ВТНЗ; закономірностях формування професійного інженерного мислення; розвитку мотивації навчальної діяльності, професійної мотивації, мотивації творчої самореалізації, мотивації досягнення успіху; діяльнісній природі психіки людини, діяльнісному механізмі засвоєння змісту навчання математики.

Важливу частину змісту математичних дисциплін становлять навчальні дії в предметній галузі математики, що варто розуміти як дії, за допомогою яких реалізують визначення, ідентифікацію та перетворення математичних об’єктів, з’ясування відношень між ними; виконання математичних операцій; конструювання математичних понять; доведення математичних тверджень. Цими діями має бути опановано студентами у процесі навчання математики.

У структурі навчальних дії у галузі математики виділено інтелектуальні дії, які забезпечують виконання логічних операцій, ідентифікацію математичних об’єктів у навчальній діяльності, конструювання понять, з’ясування відношень між ними, і перетворювальні дії, виконання яких спрямоване на безпосереднє перетворення математичних об’єктів та виконання математичних операцій. Специфіка навчальних дій у галузі математики полягає в наявності трьох їхніх видів залежно від того, у якому вигляді подані об’єкти дії: числовому, буквеному або графічному.

Особливий вид навчальних дій у галузі математики, серед яких наявні як перетворювальні, так і інтелектуальні дії, – це дії з математичного моделювання у фаховій галузі. Їх доцільно розуміти як навчальні дії, за допомогою яких виконують побудову та дослідження математичних моделей об’єктів і процесів у професійній діяльності за фахом.

Важливу частину змісту математичних дисциплін становлять математичні знання (декларативні та процедурні). Знання в навчанні математики на засадах діяльнісного підходу використовують у кожній частині навчальної діяльності: змістовій, мотиваційній, орієнтувальній, виконавчій і контрольно-коректувальній. Особливу роль знання відіграють в орієнтувальній частині діяльності, що дає підстави для розроблення технології навчання математики на засадах діяльнісного підходу. Украй важливе те, що засвоєння знань відбувається в діяльності, тому доцільно вводити в навчання математики діяльність зі структурування математичних предметних знань на рівні понять і з’ясування ієрархії математичних понять, що дає змогу характеризувати властивості предметних знань, глибше розуміти їхню структуру і зв’язки між ними.

Організовуючи навчання на засадах діяльнісного підходу, необхідно впроваджувати в навчальну діяльність студентів ВТНЗ із математичних дисциплін діяльність із формування понять. У цій діяльності вирішальну роль відіграє добір системи вправ. Доцільно використовувати тестові завдання на відповідність між математичними поняттями та їхніми характеристиками.

Для проектування й організації навчання математики студентів ВТНЗ ефективним є використання предметної моделі студента (ПМС), що складається з п'яти компонентів (тематичного, семантичного, функціонального, процедурного, операційного). Компоненти ПМС застосовують для проектування цілей і змісту навчання, засобів навчання, створення навчально-методичних посібників. У всіх частинах навчальної діяльності студентів засвоюються математичні знання через створений на базі предметної моделі студента комплекс навчально-методичних матеріалів.

Студіювання підходів до окреслення цілей і змісту в навчанні математики, механізмів засвоєння змісту математичних дисциплін та моделювання студента дало змогу сформулювати концепцію проектування й організації навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу, на основі якої створено структурну модель такого навчання (рис. 1). У моделі відображено сутність навчання математики на засадах діяльнісного підходу, описано структурні елементи такого навчання, представлено етапи діяльності з проектування й організації навчання, виокремлено місце ПМС у навчанні, відтворено зв'язки ПМС з усіма компонентами навчання.

Для реалізації теоретико-дидактичних основ проектування й організації навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу побудовано методичну систему такого навчання, що схарактеризована як цілісна система, спрямована на опанування студентами навчальних дій у предметній галузі математики й засвоєння математичних знань, необхідних фахівцю в майбутній професійній діяльності, через проектування та організацію цілеспрямованої навчальної діяльності. Методична система навчання математики на засадах діяльнісного підходу побудована шляхом:

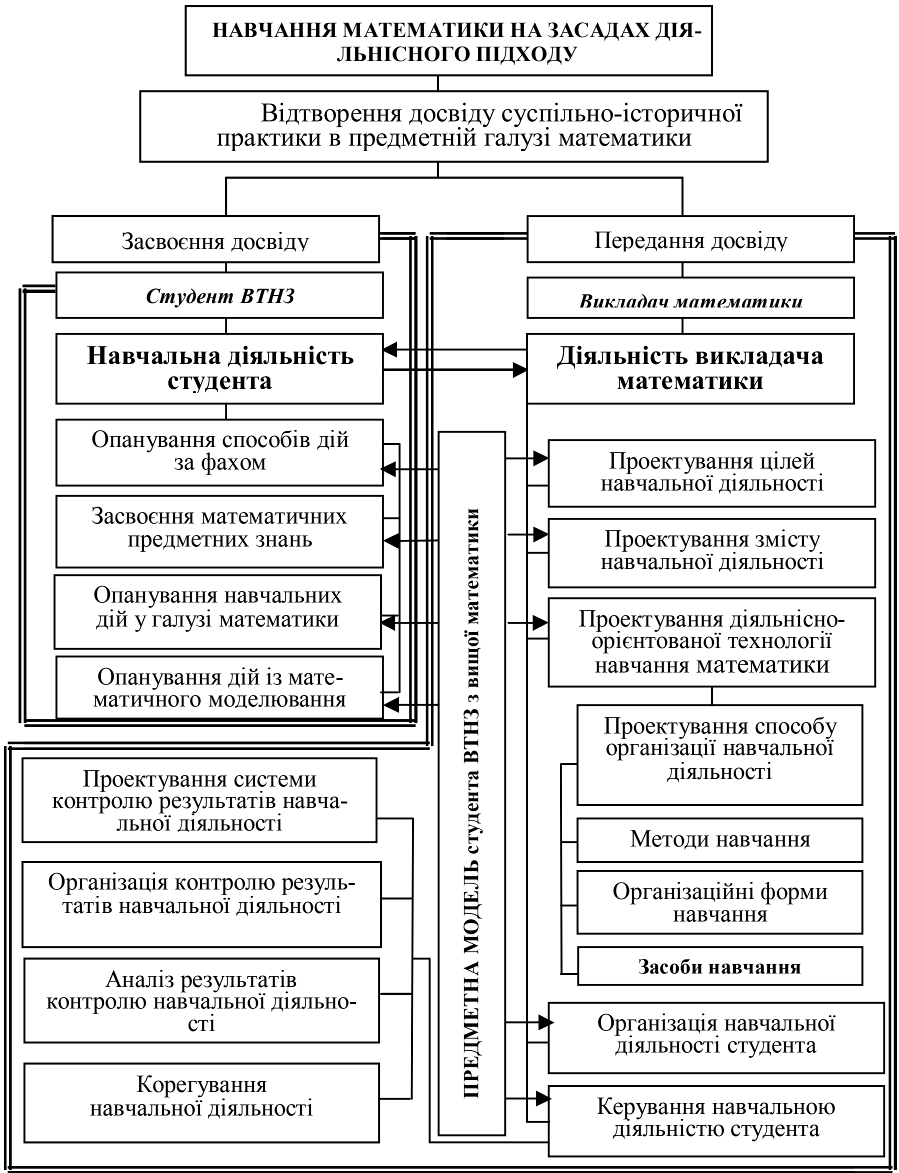


Рис. 1. Структурно-функціональна модель навчання математики студентів ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу

1) формулювання зовнішніх цілей навчання з розвитку професійної компетентності майбутнього інженера, інженерного професійного мислення, математичної культури інженера; окреслення внутрішніх загальних цілей, що полягають в опануванні способів дій, які випливають із професійної діяльності інженера, зокрема дій із математичного моделювання у фаховій галузі; з'ясування внутрішніх конкретних цілей, що полягають в опануванні навчальних дій у предметній галузі математики;

2) відображення змісту навчання в структурних компонентах предметної моделі студента, що подана в єдності п'яти компонентів: операційного (опис дій, які мають бути опановані студентами), тематичного (перелік розділів, тем і підтем, що підлягають вивченню), семантичного (математичні навчальні знання, структуровані в дискретному вигляді), функціонального (перелік декларативних предметних знань, згрупованих за функціями, які вони виконують у навчанні) і процедурного (перелік процедурних знань, які студент має засвоїти);

3) розроблення діяльнісно-орієнтованої технології навчання, яка включає спеціальні організаційні форми, методи й засоби навчання математики, що вможливлюють реалізацію діяльнісного підходу до навчання;

4) упровадження модульно-рейтингової системи оцінювання результатів навчальної діяльності, що допомагає суттєво посилити мотивацію до навчання математики в технічному ВНЗ.

Діяльнісно-орієнтована технологія навчання – ефективний спосіб організації навчальної діяльності в навчанні математики завдяки використанню спеціальних засобів навчання, які входять до навчально-методичного комплексу з математики. Цей комплекс складається з таких матеріалів: 1) навчальної програми з математики для студентів технічних напрямів підготовки, що описує математичні навчальні дії та знання, які потрібно засвоїти студентові [4]; 2) предметної моделі студента ВТНЗ із математики, що слугує основою для розроблення багатьох засобів навчання й видів навчальної діяльності [5,6]; 3) методичного посібника «Індивідуальні домашні завдання з вищої математики», де подано орієнтувальну основу для організації самостійної роботи студентів [11, 12]; 4) методичного посібника для самостійної роботи студентів «Тестові завдання з вищої математики», що пропонує тестові завдання з опанування навчальних дій у предметній галузі математики [10]; 5) методичного посібника «Вхідний і вихідний контроль у ВТНЗ», що містить систему вимірників для діагностування рівня опанування математичних навчальних дій і засвоєння знань на початку й після вивчення курсу математики [5]; 6) навчальних посібників з окремих тем, розроблених за технологією «Вчимося працюючи», які дають змогу послідовно засвоювати математичні навчальні дії []; 7) навчального посібника «Система підготовки до модульних контролів з вищої математики у ВТНЗ: діяльнісний тренажер для студента», де сформульовано завдання для організації різноманітних видів діяльності з підготовки до модульних контролів [7, 8]; 8) комп'ютерно-орієнтованої системи «Автоматизоване робоче місце викладача математики у ВТНЗ», що вможливлює автоматизацію проектування навчання [1].

IV. Висновки. Створена методична система навчання математики на засадах діяльнісного підходу у вищій технічній школі сприяє формуванню способів дій майбутньої професійної діяльності інженерів, підвищенню рівня опанування математичних навчальних дій і засвоєння декларативних та процедурних математичних знань, як наслідок, формуванню математичних компетентностей майбутніх інженерів, розвиткові інженерного професійного мислення й математичної культури студентів технічних напрямів підготовки.

Результати дослідження викладені у монографії [9] і можуть бути використані під час навчання вищої математики студентів технічних університетів; у практиці викладання вищої математики у ВТНЗ; під час розроблення навчальних, навчально-методичних посібників та електронних навчальних посібників, дистанційних курсів із математичних дисциплін для студентів технічних напрямів підготовки; у професійній підготовці студентів математичних факультетів класичних університетів.

Література

1. Євсеєва О. Г. Автоматизоване робоче місце викладача математики у ВТНЗ : комп'ютерно орієнтована система / О. Г. Євсеєва. – 1,28 Гб. – Донецьк, ДонНТУ, 2012. – 1 електрон. опт. диск (DVD–ROM) ; 12 см. – Систем. вимоги. Windows XP, Internet Explorer 7, Sun Java, Adobe Flash Player.
2. Євсеєва О. Г. Алгебра матриць. За діяльнісною технологією «Вчимося працюючи» : навч. посібник / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2011. – 155 с.
3. Євсеєва О. Г. Вхідний і вихідний контроль у технічному ВНЗ : метод. посібник / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2012. – 67 с.

4. Євсеєва О. Г. Навчальна програма з вищої математики для студентів технічних напрямів підготовки (розроблена на засадах діяльнісного підходу) : метод. посібник / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2011. – 59 с.

5. Євсеєва О. Г. Предметна модель студента технічного університету з вищої математики. Алгебра матриць : навч.-метод. посібник / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2005. – 88 с.

6. Євсеєва О. Г. Предметна модель студента технічного університету з вищої математики. Векторна алгебра : навч.-метод. посібник / О. Г. Євсеєва, Н. А. Прокопенко. – Донецьк : ДонНТУ, 2009. – 95 с.

7. Євсеєва О. Г. Система підготовки до модульних контролів з вищої математики у ВТНЗ: діяльнісний тренажер для студента : навч. посібник : у 2 ч. / О. Г. Євсеєва. – Ч. 1 (друге видання). – Донецьк : Ноулідж, 2012. – 195 с.

8. Євсеєва О. Г. Система підготовки до модульних контролів з вищої математики у ВТНЗ: діяльнісний тренажер для студента : навч. посібник : у 2 ч. / О. Г. Євсеєва, О. І. Савін. – Ч. 2 (друге видання). – Донецьк : Ноулідж, 2012. – 204 с.

9. Євсеєва О. Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти : монографія / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2012. – 455 с.

10. Євсеєва О. Г. Тестові завдання з вищої математики : метод. посіб. для самостійної роботи студ. : у 2 ч. / О. Г. Євсеєва, Н. А. Прокопенко. – Донецьк : ДонНТУ, 2010. – Ч. 1 : Лінійна алгебра, векторна алгебра, аналітична геометрія. – 2010. – 70 с. – Ч. 2 : Теорія границь, диференційне числення функції однієї незалежної змінної. – 2010. – 52 с.

11. Індивідуальні домашні завдання з вищої математики : метод. посіб. для самостійної роботи студ. : у 2 ч. / О. Г. Євсеєва, Г. М. Улітін, М. С. Тю, Ю. Ф. Косолапов. – Ч. 1. – Донецьк : ДонНТУ, 2008. – 112 с.

12. Індивідуальні домашні завдання з вищої математики. Методичний посібник для самостійної роботи студ. : у 2 ч. / О. Г. Євсеєва, О. С. Гребьонкіна, Т. І. Николайчук, О. І. Савін. – Ч. 2. –Донецьк : ДонНТУ, 2011. – 80 с.

13. Наказ № 612 від 13.07.2007 «Про затвердження Плану дій щодо забезпечення якості вищої освіти України та її інтеграції в європейське і світове освітнє співтовариство на період до 2010 року» / Міністерство освіти і науки України. [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://www.mon.gov.ua

УДК 622.232

ОПТИМАЛЬНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ДИАМЕТРА ГРАНУЛ КИСЛОРОДСОДЕРЖАЩЕГО ПРОДУКТА ОТ ГЛУБИНЫ ИХ ЗАЛЕГАНИЯ

С. Г. Ехилевский, С. А. Ольшанников

Новополоцкий государственный университет,
г. Новополоцк, р. Беларусь

Анотація. *Наведено методику обчислення оптимального розміру гранул кисневмісного продукту в залежності від глибини їх залягання у регенеративному патроні дихального апарату.*

Баллонный способ резервирования воздуха по сравнению с химическим резервированием имеет ряд недостатков. Регенеративный патрон дыхательных аппаратов на химически связанном кислороде снаряжен пористыми гранулами на основе супероксидов щелочных металлов. Известно, что твердые вещества в тысячи раз плотнее газов. Поскольку стальные баллоны выдерживают лишь 200-250 атмосфер, то плотность кислорода в снаряженном регенеративном патроне дыхательного аппарата в разы выше, чем в газовом баллоне. Если более широко сравнить устройство аппаратов на химически связанном кислороде и баллонного типа становится ясно, что разница в количестве резервированного кислорода не единственные отличия в пользу аппаратов на химически связанном кислороде. При этом, баллонные аппараты конструктивно сложнее, а значит менее надежны. Кроме того, баллон весит в шесть раз больше своего содержимого.

В аппарате на химически связанном кислороде перечисленные проблемы решаются естественным путем и в комплексе. Кислород выделяется в результате химической реакции по связыванию выдыхаемого CO_2

$$4KO_2 + 2CO_2 = 2K_2CO_3 + 3O_2 + 360 \text{ кДж},$$

то есть, чем выше физическая нагрузка, тем больше CO_2, а значит и необходимого для дыхания кислорода.

Однако в существующих аппаратах возможности химически связанного кислорода реализованы неудовлетворительно. В двухлитровом баллоне респиратора Р12, рассчитанном на четырехчасовой срок защитного действия помещается 550 г кислорода. Аппарат РХ-4 рассчитан на то же время. В его регенеративный патрон заключено 3,7 кг кислородсодержащего продукта на 90 % состоящего из супероксида калия. Принимая во внимание формулу химического соединения KO_2 и молекулярные массы элементов, получим 0,9·3,7·32/71=1,5 кг кислорода. Из них, с учетом стехиометрии реакции, в свободном виде выделяется $1{,}5 \cdot 3/4 = 1{,}13$ кг, что в два с лишним раза больше, чем в баллоне. То есть к концу срока защитного действия аппарата используется лишь половина ресурса его патрона. В аппаратах с меньшим сроком защитного действия этот показатель еще хуже.

Неэффективное использование кислородсодержащего продукта в дыхательных аппаратах объясняется наличием мертвого слоя сорбента и спеканием кислородсодержащего продукта в тяжелых режимах эксплуатации под действием экзотермического тепла [1].

Имеются изобретения [2,3], в которых указанные причины неэффективного использования продукта устраняются за счет изменений в конструкции дыхательного аппарата. Однако тех же целей можно достичь, варьируя размер гранул в направлении фильтрации воздуха. Дело в том, что лимитирующей стадией процесса хемосорбции является диффузия молекул CO_2 внутрь гранул продукта. Ее скорость обратно пропорциональна квадрату их диаметра [4]. Следовательно, увеличивая гранулы в лобовых слоях продукта и уменьшая в замыкающих можно смягчить тепловой режим передних, наиболее нагруженных слоев сорбента и уменьшить ширину его мертвого слоя.

По техническим причинам плавно менять размер гранул невозможно. Для простоты моделирования разделим патрон на две части по ходу течения воздуха, и будем считать, что на границе диаметр гранул скачком уменьшается. Очевидно, во вторую часть патрона поступает переменная концентрация CO_2, монотонно возрастающая по мере исчерпания ресурса первой. Поэтому в основу расчетов положим соотношения (31), (32) работы [5], в которой рассматривались переменные краевые условия в задаче динамики сорбции:

$$-\omega_{\xi}'(\xi,\tau) = e^{-\tau}\left[e^{-\xi}\omega_0(0) + \int_0^{\tau} e^{\tau} d_{\tau}\, \omega(\xi,\tau)\right], \qquad (1)$$

$$u(\xi,\tau)=e^{-\tau}\int_0^{\tau} e^{\tau}\omega(\xi,\tau)d\tau\ , \qquad (2)$$

где $\omega(\xi,\tau)$ и $u(\xi,\tau)$ - проскок CO_2 и доля отработанного продукта, как функции обезразмеренных переменных, связанных с обычными временем t и координатой x формулами:

$$\xi(x)=\beta x/v, \qquad \tau(t)=\beta\gamma t, \qquad (3)$$

в которых v - скорость фильтрации, а β и γ - феноменологические постоянные, характеризующие скорость и ресурс хемосорбции. Поскольку размер гранул влияет именно на величину β, введем поправочный множитель α, различный в разных частях патрона:

$$\beta\to\alpha\beta. \qquad (4)$$

Чтобы внести в соотношения (1), (2) соответствующие изменения удобно переписать их в обычных (необезразмеренных) переменных

$$-v\omega_x'(x,t)=\beta e^{-\beta\gamma t}\left[e^{-\frac{x\beta}{v}}\omega_0(0)+\int_0^{\beta\gamma t} e^{\tau}d_{\tau}\,\omega(x,\frac{\tau}{\beta\gamma})\right], \qquad (5)$$

$$u(x,t)=e^{-\beta\gamma t}\int_0^{\beta\gamma t} e^{\tau}\omega(x,\frac{\tau}{\beta\gamma})d\tau\,. \qquad (6)$$

Выполним в фигурирующих в (5), (6) интегралах замену переменной:

$$t(\tau)=\frac{\tau}{\beta\gamma}; \qquad t(0)=0; \qquad t(\beta\gamma t)=t;$$
$$d\tau=\beta\gamma\,dt;$$

$$d_{\tau}\omega(x,\frac{\tau}{\beta\gamma})=\frac{\partial\omega(x,\frac{\tau}{\beta\gamma})}{\partial\tau}d\tau=\frac{\partial\omega(x,t)}{\partial\beta\gamma t}d\beta\gamma t=$$
$$=\frac{\partial\omega(x,t)}{\partial t}dt=d_t\omega(x,t). \qquad (7)$$

В результате получим соотношения

$$-v\omega_x{}'(x,t)=\beta e^{-\beta\gamma t}\left[e^{-\frac{x\beta}{v}}\omega_0(0)+\int\limits_0^t e^{\beta\gamma t}d_t\,\omega(x,t)\right], \tag{8}$$

$$u(x,t)=e^{-\beta\gamma t}\beta\gamma\int\limits_0^t e^{\beta\gamma t}\omega(x,t)d\,t\,. \tag{9}$$

Подставим (4) в (8), (9) и вернем обезразмеренные переменные (3):

$$-\omega_\xi{}'(\xi,\tau)=\alpha e^{-\alpha\tau}\left[e^{-\alpha\xi}\omega_0(0)+\int\limits_0^\tau e^{\alpha\tau}d_\tau\,\omega(\xi,\tau)\right], \tag{10}$$

$$u(\xi,\tau)=e^{-\alpha\tau}\alpha\int\limits_0^\tau e^{\alpha\tau}\omega(\xi,\tau)d\tau\,. \tag{11}$$

Решение уравнения (10) будем искать в виде ряда

$$\omega(\xi,\tau)=e^{-\alpha(\xi+\tau)}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{f_n(\tau)}{n!}(\alpha\xi)^n\,, \tag{12}$$

в котором $f_n(\tau)$ - функции, подлежащие определению. При $\tau=0$ из (10) следует, что

$$\omega(\xi,0)=\omega_0(0)e^{-\alpha\xi}\,. \tag{13}$$

Положим в (12) $\tau=0$, и подставим в него (13). Разделим обе части полученного равенства на $e^{-\alpha\xi}$ и приравняем слева и справа коэффициенты при одинаковых степенях ξ:

$$f_0(0)=\omega_0(0)\,,\ f_n(0)=0 \qquad (n=1,2,...)\,. \tag{14}$$

Чтобы найти $f_n(\tau)$ при остальных временах, подставим (12) в (10), выполним интегрирование по τ и дифференцирование по ξ. Сократим полученное равенство на $e^{-\alpha(\xi+\tau)}$ и упростим с помощью (14). После чего приравняем слева и справа коэффициенты при одинаковых степенях ξ. В результате получим рекуррентное соотношение

$$f_{n+1}(\tau) = \alpha \int_0^{\tau} f_n(\tau)\, d\tau \quad (n = 0,1,2...)\,. \tag{15}$$

Положив в (12) $\xi = 0$, с помощью граничного условия $\omega(0,\tau) = \omega_0(\tau)$ найдем

$$f_0(\tau) = e^{\alpha\tau}\omega_0(\tau)\,. \tag{16}$$

Соотношения (15), (16) позволяют последовательно вычислить все $f_n(\tau)$ до какого угодно номера. Подставив их в (12) можно с требуемой точностью вычислить проскок и, выполнив интегрирование в (11), определить долю отработанного продукта.

Рассмотрим вначале первую часть патрона. В ней значение приведенной концентрации на входе в продукт является постоянным

$$\omega_0(\tau) = 1\,. \tag{17}$$

То есть выражение (17) примет вид

$$f_0(\tau) = e^{\alpha\tau}\,. \tag{18}$$

С учетом (18) n - кратное применение (15) дает

$$f_n(\tau) = e^{\alpha\tau} - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(\alpha\tau)^k}{k!} \quad (n = 1,2,3...)\,. \tag{19}$$

Подставив (19) в (12) получим легко интерпретируемый результат

$$\omega(\xi,\tau) = e^{-\alpha\xi}\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\alpha\xi)^n}{n!}\left(1 - e^{-\alpha\tau}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(\alpha\tau)^k}{k!}\right)\right], \tag{20}$$

отличающийся от известного (см. например (38) в [5]) умножением обезразмеренных аргументов на α, как это и должно быть в соответствии с (3), (4).

Будучи подставленным в (11), решение (20) дает распределение связанного углерода в первой части регенеративного патрона

$$u(\xi,\tau) = 1 - e^{-\alpha\tau}\left(1 - e^{-\alpha\xi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\alpha\xi)^n}{n!}\sum_{k=1}^{n}\frac{(\alpha\tau)^k}{k!}\right). \tag{21}$$

Для дальнейшего обозначим α_1 и α_2 значения α соответственно в первой и второй частях патрона. При этом функции $\omega_1(\xi,\tau)$ и $u_1(\xi,\tau)$, описывающие проскок CO_2 и долю отработанного продукта в первой части патрона задаются формулами (20), (21), в которых α следует заменить на α_1.

Займемся второй частью патрона. В качестве граничного условия используем

$$\omega_0(\tau) = \omega_1(\zeta,\tau), \tag{22}$$

где ζ - обезразмеренная длина первой части патрона. Подставив (22) в (16), и заменив в развитом формализме α на α_2, осуществим численными методами рекуррентную процедуру (15). В результате получим функцию $\omega_2(\xi,\tau)$, описывающую приведенную концентрацию CO_2 во второй части патрона $(\xi \in [0,\eta-\zeta])$. Здесь η - обезразмеренная длина всего патрона. Подставив $\omega_2(\xi,\tau)$ в (11) и выполнив численное интегрирование установим распределение связанного углерода во второй части патрона $u_2(\xi,\tau)$. «Сшив» полученные зависимости с помощью θ-функций Хевисайда

$$\omega(\xi,\tau) = \omega_1(\xi,\tau)\theta(\zeta-\xi) + \omega_2(\xi-\zeta,\tau)\theta(\xi-\zeta), \quad (\xi \in [0,\eta]) \tag{23}$$

$$u(\xi,\tau) = u_1(\xi,\tau)\theta(\zeta-\xi) + u_2(\xi-\zeta,\tau)\theta(\xi-\zeta), \tag{24}$$

полностью завершим математическое моделирование динамической сорбционной активности в патроне со скачком диаметра гранул.

Формулы (23), (24) положены в основу численных экспериментов по оптимизации координаты скачка диаметра гранул. Определимся вначале с величиной скачка. Диаметр гранул первой части выбираем настолько большим, чтобы воспрепятствовать спеканию продукта при максимально интенсивной физической нагрузке, принципиально доступной человеку. Ограничение по размеру гранул связано с отсутствием пристеночных эффектов, приводящих к заметному уменьшению плотности упаковки крупных гранул в патроне небольших размеров. То есть линейные размеры патрона должны, по крайней мере, на порядок превосходить диаметр гранул продукта[1]. Для самоспасателя, это означает гранулы диаметром один сантиметр. Применяемый в настоящее время кислородсодержащий продукт представляет собой пористые гранулы неправильной формы диаметром примерно 5 мм. Изложенное означает (см. [4]), что $1/4 < \alpha_1 < 1$. Для второй части патрона гранулы должны быть как можно меньше, чтобы максимально уменьшить объем мертвого слоя сорбента. При этом, однако, имеются технологические трудности, связанные с необходимостью придания мелким гранулам хотя бы относительной симметрии. В противном случае возрастет плотность упаковки продукта, что изменит режим фильтрации и внутренняя диффузия перестанет быть лимитирующей стадией хемосорбции. С учетом изложенного, будем считать, что $1 < \alpha_2 < 4$.

Согласно [1] обезразмеренная длина регенеративного патрона

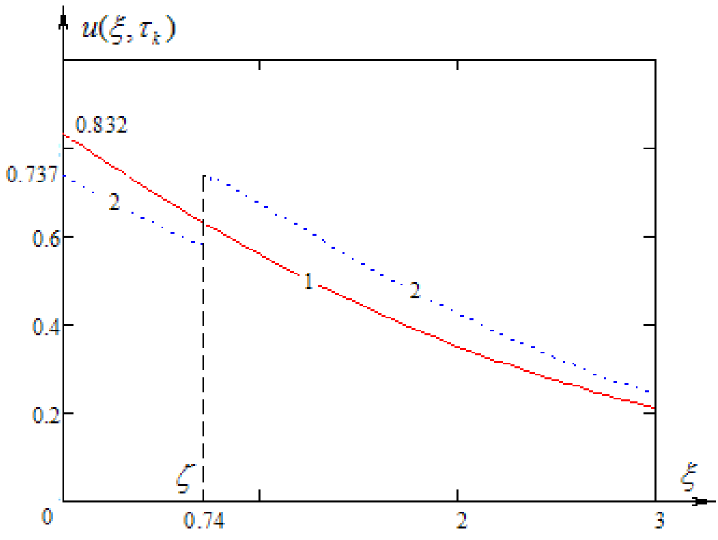


Рис.1. Степень отработки продукта к моменту критического проскока CO_2: 1 - в неразрезанном патроне; 2 – при наличии скачка β

шахтного самоспасателя может меняться от 3 до 15 в зависимости от

[1] В небольших аппаратах снизить величину α до приемлемой можно частично за счет увеличения диаметра гранул (не допуская пристеночных эффектов), а частично за счет изменения их свойств (например, уменьшения пористости).

режима его эксплуатации. Вначале рассмотрим $\eta = 3$. Результаты численных расчетов, выполненных по формулам (23), (24) с $\alpha_1 = 1/\sqrt{2}$, $\alpha_2 = \sqrt{2}$ в графической форме представлены на рис. 1, где τ_k - срок защитного действия патрона, определяемый из условия критического проскока CO_2

$$\omega(\eta, \tau_k) = 0.375. \tag{25}$$

Видно, что уменьшение гранул при переходе во вторую часть патрона сопровождается скачком загрязненности. Диапазон, в котором должна находиться координата разреза ζ, определим из следующих соображений. Очевидно, пик загрязненности продукта на входе во вторую часть патрона не должен быть выше, чем в лобовом слое. Иное противоречит поставленной задаче о рассредоточении источников экзотермического тепла. Величина скачка загрязненности определяется фиксированным скачком α. Степень отработки первой части монотонно убывает с ростом ξ. Поэтому единственная возможность снизить второй пик – сдвигать точку разреза вправо. Для $\eta = 3$ равенство пиков достигается при $\zeta/\eta = 0{,}74/3 = 0{,}247$ (см. рис. 1), что является нижней оценкой доли первой части в общем ресурсе патрона. При этом площадь под разорванной кривой 2 оказывается больше, чем под непрерывной.

Значит средняя степень отработки разрезанного патрона выше, а проскок через него CO_2 меньше (см. рис. 2). Соответственно срок защитного действия патрона на 6% дольше ($1.89/1.78 = 1.06$).

Данное увеличение τ_k достигается лишь за счет источнения мертвого слоя сорбента. Однако главный прирост защитного действия будет происходить в тяжелых режимах эксплуатации из-за смягчения температурного режима патрона. Оба максимума загрязненности (см. рис. 1) на 12% ниже, чем на входе в обычный патрон (0.832/0.737 = 1.12). Причем достигаются они за большее время, что еще на 6% снижает тепловую мощность процесса и предотвращает спекание продукта.

В действительности второй пик загрязненности должен быть ниже первого, ибо к нему фильтруемый воздух приносит тепло, выделившееся в первой части патрона.

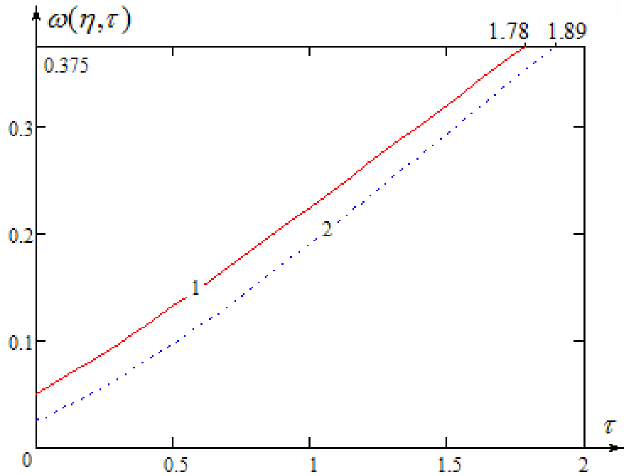


Рис. 2. Проскок CO_2 как функция времени для $\eta = 3$:
1 – в неразрезанном патроне; 2 – при наличии скачка β.

Чтобы нивелировать этот эффект координату разреза ζ следует смещать вправо.

Однако увеличение первой части сокращает срок защитного действия аппарата, который, не должен оказаться меньше, чем в неразрезанном патроне. Из условия равенства сроков и получается верхняя оценка доли первой части $\zeta/\eta = 0.423$.

Таким образом, для $\eta = 3$ получена интервальная оценка доли первой части патрона ($0{,}247 < \zeta/\eta < 0{,}423$). Повторив соответствующие вычисления при других возможных значениях η, построим представленные на рис. 3 зависимости от обезразмеренной длины верхней (кривая 1) и нижней (кривая 2) оценки отношения ζ/η.

Очевидно, координату разреза патрона нельзя менять в процессе его работы при изменении тяжести режима эксплуатации. Т.е. желательно, чтобы оба ограничения выполнялись не только одновременно, но и во всем диапазоне изменения η. В легком режиме ($\eta = 15$) разрез не должен уменьшать срок защитного действия, а в тяжелом (при $\eta = 3$) – обязан предотвратить спекание продукта. Это значит, что при постановке натурных экспериментов по оптимизации доли первой части патрона ее следует варьировать (см. рис. 3) в пределах от 24,7% до 37,7% всего патрона.

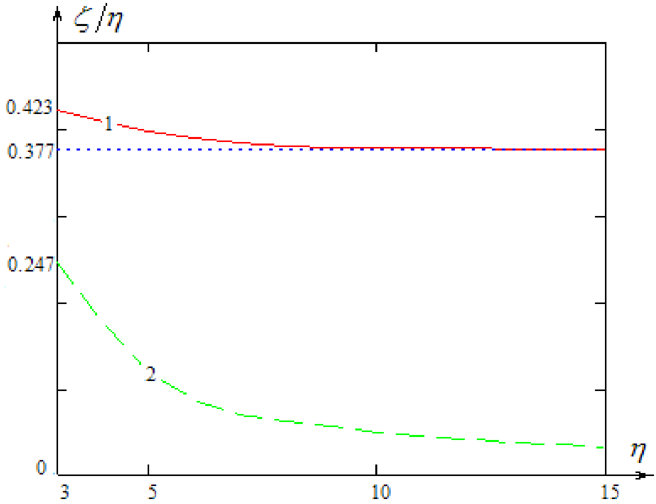


Рис. 3. Интервальная оценка доли первой части в общем ресурсе патрона как функция его безразмерной длины: кривая 1 – ограничение по сроку защитного действия; кривая 2 – ограничение по температурному режиму.

Натурные эксперименты нужны в связи с тем, что трудно рассчитать влияние тепла, выделяемого лобовыми слоями (первый пик загрязненности на рис. 1) на температурный режим начала второй части патрона. Чтобы не допустить спекания гранул в этом месте точку разреза следует сдвигать вправо, понижая таким образом второй пик на рис.1.

Заметим, что при данном $\alpha_1 < 1$ величина интервала варьирования доли определяется скачком размера гранул. Расчеты показывают, что кривая 1 вместе с горизонтальным пунктиром на рис. 3 опускается при увеличении диаметра гранул второй части патрона[2].Кривая 2 тоже опускается[3], но медленнее, так как при $\alpha_2 = 1$ равенство пиков достигается при $\zeta > 0$, а равенство сроков только при $\zeta = 0$. То есть суще-

[2] Естественно, что доля первой части должна уменьшиться, иначе увеличенные гранулы второй не успеют наверстать упущенное и снизить проскок до критического в тот же момент, что и в неразрезанном патроне.

[3] При уменьшении α_2 для равенства пиков на рис. 1 точку разреза следует смещать влево.

ствует $\alpha_2 > 1$, при котором упомянутый интервал вырождается в точку.

Сформулируем в заключение методику определения размеров гранул и места их скачка для данного аппарата.

1. Диаметр гранул первой части патрона выбираем настолько большим, чтобы воспрепятствовать спеканию продукта в самом тяжелом режиме эксплуатации аппарата.

2. Диаметр гранул второй части выбираем как можно меньшим, чтобы минимизировать объем мертвого слоя сорбента.

3. Левую границу оценки доли первой части патрона получаем из условия одинакового износа входов в первую и вторую части патрона.

4. Правую границу оценки доли первой части патрона получаем из условия равенства сроков защитного действия в разрезанном и неразрезанном патронах.

5. Оптимальное значение доли определяется из натурных экспериментов, в ходе которых отношение ζ/η увеличивается от левой границы оценки до значения, при котором не спекается продукт на входе во вторую часть патрона.

Если оптимальное ζ/η не достигнет правой границы оценки, срок защитного действия возрастет не только за счет смягчения теплового режима патрона, но и за счет уменьшения мертвого слоя сорбента.

Литература

1. Пак В.В., Ехилевский С.Г. Об использовании ресурса шахтных респираторов с химически связанным кислородом// Изв. вузов. Горный журнал. 1996, №1. с. 66 - 71

2. Ехилевский С.Г., Пяткин Д.В. Вклад высших моментов случайной величины в асимптотику функции распределения// Вестник Полоцкого государственного университета. – 2009. – №3. – С. 100-108.

3. Ехилевский С.Г., Альховко В.В. Рекуррентные полиномы в моделировании динамической сорбциинной активности// Вестник Полоцкого госуниверситета, серия С (фундаментальные науки), 2005, В.4. С.110-116.

4. Ехилевский С.Г. Численный расчет концентрации CO_2 в регенеративном патроне шахтного респиратора. ч.2. Улучшение сходимости // Изв. Донецкого горного института. - 1997. - №1. - С.81-87.

УДК 622.232

АСИМПТОТИКА ДИНАМИЧЕСКОЙ СОРБЦИОННОЙ АКТИВНОСТИ ПРИ МАЛЫХ ВРЕМЕНАХ

С. Г. Ехилевский, С. А. Ольшанников, Н. А. Гурьева

Новополоцкий государственный университет, г. Новополоцк, р. Беларусь

Анотація. *Запропоновано узагальнення теоретико-ймовірнісного підходу до моделювання динамічної сорбційної активності на випадок малого часу. Наведено приклади застосування розробленого алгоритму.*

Задача динамики сорбции лежит в основе многих химических и природоохранных технологий, связанных с очисткой вредных выбросов, и в частности с регенерацией атмосферы в индивидуальных и коллективных средствах защиты дыхания. Обычно для моделирования этого процесса используют уравнения математической физики. Так в области Генри, после формирования квазистационарного распределения концентрации, доля проскочивших молекул примеси ω может быть найдена как решение интегро-дифференциального уравнения

$$-\omega'_{\xi} = e^{-\tau}\left(e^{-\xi} + \int_0^{\tau} e^{\tau} d_{\tau}\omega\right), \qquad (1)$$

где ξ и τ - соответственно обезразмеренные координата и время, связанные с обычными переменными соотношениями

$$\xi = \frac{x\beta}{v} \qquad \tau = \beta\gamma t \qquad (2)$$

в которых x - глубина проникновения в слой поглотителя, t - время, v - скорость фильтрации, а β и γ - феноменологические постоянные, характеризующие скорость сорбции и ее ресурс [1].

Решив (1), можно предсказать величину ω в любой момент времени в любом месте фильтра. Вместе с тем совершенно очевидно, что координата элементарного акта сорбции – величина случайная и возможен теоретико-вероятностный подход (см. например [2]) к описанию этого явления. А упомянутый детерминизм лишь следствие закона больших чисел, так как пропускание сплошной среды через слой поглотителя можно рассматривать как параллельное осуществление огромного (сравнимого с числом Авогадро) количества опытов.

В рамках развиваемого подхода $1-\omega(\xi,\tau)$ – вероятность поглощения молекулы слоем сорбента толщиной ξ, а

$$f(\xi,\tau)=\frac{\partial(1-\omega(\xi,\tau))}{\partial\xi}=-\omega'_{\xi}(\xi,\tau)- \qquad (3)$$

дифференциальная функция распределения координаты элементарного акта сорбции.

При $\tau=0$ из (1), (3) следует

$$f(\xi,0)=e^{-\xi}=\omega(\xi,0)\,, \qquad (4)$$

что легко интерпретируется. Ибо в начальный момент, когда поглотительный ресурс всех слоев одинаков, убыль примеси в данном слое пропорциональна его толщине и количеству дошедших до него частиц.

С помощью (1), не решая самого уравнения, можно найти начальные моменты произвольных порядков

$$\nu_n(\tau)=\int_0^{\infty}\xi^n f(\xi,\tau)\,d\xi\,. \qquad (5)$$

Для этого с учетом (2) выполним в (5) интегрирование по частям:

$$U=\xi^n\,, \qquad V=\int f(\xi,\tau)\,d\xi=-\omega(\xi,\tau)\,,$$

$$\nu_n(\tau)=\lim_{\xi\to\infty}\left(-\xi^n\cdot\omega(\xi,\tau)\right)+n\cdot J_{n-1}(\tau)\,, \qquad (6)$$

где

$$J_k(\tau)=\int_0^{\infty}\xi^k\cdot\omega(\xi,\tau)\,d\xi\,. \qquad (7)$$

Для вычисления несобственного интеграла $J_k(\tau)$ кроме вытекающего из общефизического смысла соотношения (2) потребуется еще одна (учитывающая специфику модели) связь между $f(\xi,\tau)$ и $\omega(\xi,\tau)$. Подставив (2) в (1) и выполнив дифференцирование по τ, получим

$$\omega'_\tau(\xi,\tau) = f(\xi,\tau) + f'_\tau(\xi,\tau). \tag{8}$$

С учетом (8) скорость изменения $J_k(\tau)$ представим в виде

$$J'_k(\tau) = \int_0^\infty \xi^k\, \omega'_\tau(\xi,\tau)\, d\xi =$$

$$= \int_0^\infty \xi^k \left[f(\xi,\tau) + f'_\tau(\xi,\tau)\right] d\xi = \nu_k(\tau) + \frac{\partial}{\partial\tau}\nu_k(\tau). \tag{9}$$

Подставив (4) в (7) и выполнив n – кратное интегрирование по частям найдем начальное условие для уравнения (9)

$$J_k(0) = k!\ . \tag{10}$$

С помощью (9), (10) вычислим

$$J_k(\tau) = \int_0^\tau \nu_k(\tau)\, d\tau + \nu_k(\tau) - \nu_k(0) + k!, \tag{11}$$

т.е. несобственный интеграл в (7) сходится. Это значит, что $\omega(\xi,\tau)$ при больших ξ убывает быстрее, чем ξ^{-n} и предел в (6) равен нулю. Таким образом, (см. (6), (11)) имеет место рекуррентное соотношение

$$\frac{1}{n}\cdot \nu_n(\tau) = \int_0^\tau \nu_{n-1}(\tau)\, d\tau + \nu_{n-1}(\tau) - \nu_{n-1}(0) + (n-1)!\,. \tag{12}$$

При $\tau = 0$ из него следует $\nu_n(0) = n!$, т.е. последние два слагаемых в (12) взаимно уничтожаются

$$\nu_n(\tau) = n\cdot\left[\nu_{n-1}(\tau) + \int_0^\tau \nu_{n-1}(\tau)\, d\tau\right]. \tag{13}$$

Вместе с условием нормировки

$$\nu_0(\tau) = \int_0^{\infty} f(\xi,\tau) d\xi = 1 \qquad (14)$$

соотношение (13) позволяет последовательно определить все $\nu_n(\tau)$ до любого номера

$$\nu_1(\tau) = \tau + 1, \;\; \nu_2(\tau) = \tau^2 + 4\tau + 2, \ldots \qquad (15)$$

Чтобы выявить общую закономерность воспользуемся полученным в [3] семейством полиномов

$$Q_n(\tau) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\tau^k}{k!} \sum_{l=0}^{k} C_n^l (-1)^{n-l}, \qquad (n = 1,2,3\ldots) \qquad (16)$$

удовлетворяющих рекуррентному соотношению

$$Q_{n+1}(\tau) = -Q_n(\tau) + \int_0^{\tau} Q_n(\tau) d\tau, \qquad (17)$$

где C_n^l - числа сочетаний.

Соотношения (13), (17) имеют сходную структуру, что позволяет установить связь полиномов (16) с начальными моментами

$$Q_{n+1}(\tau) = \frac{1}{n!} \nu_n(-\tau)(-1)^{n+1}. \qquad (18)$$

Подставив (16) в (18) получим зависимость от времени начальных моментов координаты элементарного акта сорбции

$$\nu_n(\tau) = n! \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{\tau^k}{k!} \sum_{l=0}^{k} C_{n+1}^l (-1)^l. \qquad (n = 0,1,2,\ldots) \qquad (19)$$

Из теории вероятностей известно, что знание всех моментов эквивалентно знанию закона распределения случайной величины.

Выполним аналогичное исследование при малых временах. Опираясь на это обстоятельство, в [2] получено, что при $\tau \geq 18$ случайная величина ξ распределена по закону, близкому к нормальному. Установлена зависимость от времени его параметров и найдены поправки к $f(\xi,\tau)$, обусловленные асимметрией и эксцессом распределения. Согласно (15)

$$m(\tau) = \nu_1(\tau) = 1 + \tau, \qquad \sigma^2(\tau) = \nu_2(\tau) - \nu_1^2(\tau) = 1 + 2\tau, \qquad (20)$$

то есть при $\tau = 0$ математическое ожидание $m(\tau)$ и среднеквадратическое отклонение $\sigma(\tau)$, как это и должно быть, совпадают $m(0) = \sigma(0) = 1$. Именно таким свойством обладает экспоненциальное распределение (4).

Имея в виду асимптотику (4) плотность вероятности $f(\xi,\tau)$ при отличных от нуля временах будем искать в виде

$$f(\xi,\tau) = e^{-\xi}\left(1 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\tau^n}{n!}R_n(\xi)\right), \tag{21}$$

где $R_n(\xi)$ – неизвестные функции, подлежащие дальнейшему определению. Для этого воспользуемся (19) и определением начальных моментов (5). Подставив (21) и (19) в (5) получим

$$n!\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\tau^k\frac{1}{k!}\sum_{l=0}^{k}C_{n+1}^{l}(-1)^l = \int_0^\infty \xi^n e^{-\xi}\left(1 + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\tau^k}{k!}R_k(\xi)\right)d\xi\,. \tag{22}$$

Приняв во внимание, что

$$\int_0^\infty \xi^n e^{-\xi}\,d\xi = n!\,, \tag{23}$$

упростим (22)

$$n!\sum_{k=1}^{n}(-1)^k\tau^k\frac{1}{k!}\sum_{l=0}^{k}C_{n+1}^{l}(-1)^l = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\tau^k}{k!}\int_0^\infty \xi^n e^{-\xi}\,R_k(\xi)d\xi\,. \tag{24}$$

Пусть

$$R_k(\xi) = \sum_{l=0}^{k}R_{kl}\xi^l\,, \tag{25}$$

где R_{kl} - искомые коэффициенты.

Подставив (25) в (24) получим с учетом (23)

$$n!\sum_{k=1}^{n}(-1)^k\tau^k\frac{1}{k!}\sum_{l=0}^{k}C_{n+1}^{l}(-1)^l = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\tau^k}{k!}\sum_{l=0}^{k}R_{kl}(n+l)!\;\;(n = 0,1,2,...)\,. \tag{26}$$

Система (26) позволяет вычислить все R_{kl} для какого угодно k. Для этого нужно выписать любые $k+1$ уравнений, содержащих τ^k и приравнять в них коэффициенты при τ^k. В результате получим определенную систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов k-го полинома. Решив ее, завершим определение $R_k(\xi)$.

Проиллюстрируем предлагаемый алгоритм примерами. Пусть $k=1$, то есть нам потребуется два уравнения (26), содержащие τ в первой степени, так как у $R_1(\xi)$, согласно (25), два неизвестных коэффициента. Положим в (26) $n=1$ и $n=2$ и приравняем в полученных уравнениях коэффициенты при τ:

$$-\sum_{l=0}^{1} C_2^l(-1)^l = 1 = \sum_{l=0}^{1} R_{1l}(1+l)! = R_{10} + 2R_{11};$$

$$-2\sum_{l=0}^{1} C_3^l(-1)^l = 4 = \sum_{l=0}^{1} R_{1l}(2+l)! = 2R_{10} + 6R_{11}$$

Полученная система имеет единственное решение $R_{10} = -1$, $R_{11} = 1$. Рисунок 1 показывает, как при $\tau = 0.6$ поправка первого порядка аппроксимирует отличие между плотностью вероятности $f(\xi,\tau)$ и ее пределом (4).

Остальные уравнения относительно коэффициентов $R_1(\xi)$, получаемые из (26) при других n, являются линейно зависимыми, то есть удовлетворяются тем же набором чисел.

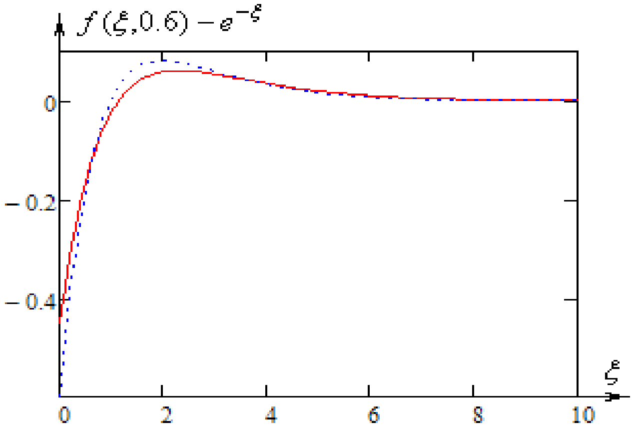


Рис.1. Отклонение плотности вероятности от экспоненциального закона (сплошная кривая) и вклад в него поправки первого порядка по τ (пунктир)

В частности для $n=3$ из (26) следует:

$$-6\sum_{l=0}^{1} C_4^l(-1)^l = 18 = \sum_{l=0}^{1} R_{1l}(3+l)! = 6R_{10} + 24R_{11}$$

и легко видеть, что иллюстрируемое утверждение имеет место.

Это значит, что k - старшая степень ξ в $R_k(\xi)$. Попытки формально добавить к правой части (25) слагаемые более высоких степеней приведут к тому, что коэффициенты при добавленных слагаемых окажутся равными нулю. Например, полагая, что

$$R_1(\xi) = \sum_{l=0}^{2} R_{1l}\xi^l \ ,$$

для определения коэффициентов R_{1l} вместо приведенной выше получим систему дополненную третьим уравнением, отвечающим $n=3$

$$1 = R_{10} + 2R_{11} + 6R_{12}\,;$$
$$4 = 2R_{10} + 6R_{11} + 24R_{12}\,;$$
$$18 = 6R_{10} + 24R_{11} + 120R_{12}\,.$$

Необходимый для вычисления R_{12} вспомогательный определитель имеет вид:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 4 \\ 6 & 24 & 18 \end{vmatrix}.$$

Умножив первый столбец на найденное выше значение $R_{10} = -1$ и прибавив результат ко второму, умноженному на $R_{11} = 1$, получим третий столбец, так как каждая из трех строк образована коэффициентами и свободными членами решенных выше уравнений. Таким образом, исходя из теоремы Крамера и свойств определителей $R_{12} = \Delta_2/\Delta = 0$.

Получим теперь $R_2(\xi)$. Так как у этого полинома три коэффициента, потребуется три уравнения (26), содержащие τ^2. Поэтому положим последовательно $n = 2$, $n = 3$ и $n = 4$ и приравняем в полученных уравнения коэффициенты при τ^2:

$$2\sum_{l=0}^{2} C_3^l(-1)^l = 2 = \sum_{l=0}^{2} R_{2l}(2+l)! = 2R_{20} + 6R_{21} + 24R_{22}$$

$$6\sum_{l=0}^{2} C_4^l(-1)^l = 18 = \sum_{l=0}^{2} R_{2l}(3+l)! = 6R_{20} + 24R_{21} + 120R_{22}$$

$$24\sum_{l=0}^{2} C_5^l(-1)^l = 144 = \sum_{l=0}^{2} R_{2l}(4+l)! = 24R_{20} + 120R_{21} + 720R_{22}$$

Решив полученную систему, найдем $R_{20} = 1$, $R_{21} = -2$, $R_{22} = 1/2$. Аналогично (выписав уравнения с $n = 3$, $n = 4$, $n = 5$ и $n = 6$, приравняв в них коэффициенты при τ^3 и решив полученную систему линейных алгебраических уравнений) найдем $R_{30} = -1$, $R_{31} = 3$, $R_{32} = -3/2$, $R_{33} = 1/6$.

Получим общую закономерность, частными проявлениями которой являются найденные коэффициенты. Для этого воспользуемся найденным в [1] выражением для приведенной концентрации/:

$$\omega(\xi,\tau) = e^{-\xi}\left(1 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\tau^n}{n!}P_n(\xi)\right) \tag{27}$$

в котором

$$P_n(\xi) = \sum_{l=0}^{n} P_{nl}\xi^l \tag{28}$$

- полиномы, коэффициенты которых выражаются через числа сочетаний [4]

$$P_{nk} = \frac{1}{k!}\sum_{l=k}^{n}(-1)^{n-l}C_n^l\,. \tag{29}$$

Подставив (27) в (18), получим

$$f(\xi,\tau) = -\omega'_{\xi}(\xi,\tau) = e^{-\xi}\left(1 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\tau^n}{n!}P_n(\xi)\right) - e^{-\xi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\tau^n}{n!}P'_n(\xi) =$$

$$= e^{-\xi}\left(1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\tau^{n}}{n!}\left(P_n(\xi)-P_n'(\xi)\right)\right). \qquad (30)$$

То есть, согласно (21), (30):

$$R_n(\xi)=P_n(\xi)-P_n'(\xi)\,, \qquad (31)$$

что позволяет с помощью (25), (28), (29) найти R_{nk}. Для этого вначале вычислим $P_n'(\xi)$ и выделим в нем $P_n(\xi)$:

$$P_n'(\xi)=\sum_{k=1}^{n}\frac{\xi^{k-1}}{(k-1)!}\sum_{l=k}^{n}(-1)^{n-l}C_n^l=\sum_{k=0}^{n-1}\frac{\xi^{k}}{k!}\sum_{l=k+1}^{n}(-1)^{n-l}C_n^l=$$

$$=\sum_{l=1}^{n}(-1)^{n-l}C_n^l+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{\xi^{k}}{k!}\sum_{l=k+1}^{n}(-1)^{n-l}C_n^l\,; \qquad (32)$$

Преобразуем фигурирующие в (32) суммы:

$$\sum_{l=k+1}^{n}(-1)^{n-l}C_n^l=\sum_{l=k}^{n}(-1)^{n-l}C_n^l-(-1)^{n-k}C_n^k\,, \qquad (33)$$

$$\sum_{l=1}^{n}(-1)^{n-l}C_n^l=\sum_{l=0}^{n}(-1)^{n-l}C_n^l-(-1)^{n}C_n^0=-(-1)^n\,, \qquad (34)$$

где использовано известное свойство чисел сочетаний:

$$\sum_{l=0}^{n}(-1)^{n-l}C_n^l=\sum_{l=0}^{n}1^l(-1)^{n-l}C_n^l=(1-1)^n=0\,.$$

Подставим (33), (34) в (32)

$$P_n'(\xi)=-(-1)^n+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{\xi^{k}}{k!}\sum_{l=k}^{n}(-1)^{n-l}C_n^l-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{\xi^{k}}{k!}(-1)^{n-k}C_n^k \qquad (35)$$

и с учетом (28), (29) преобразуем вторую сумму в (35)

$$\sum_{k=1}^{n-1}\frac{\xi^{k}}{k!}\sum_{l=k}^{n}(-1)^{n-l}C_n^l=\sum_{k=1}^{n}\frac{\xi^{k}}{k!}\sum_{l=k}^{n}(-1)^{n-l}C_n^l-\frac{\xi^{n}}{n!}\sum_{l=n}^{n}(-1)^{n-l}C_n^l=P_n(\xi)-\frac{\xi^{n}}{n!}\,. \qquad (36)$$

Подставив (36) в (35), а результат в (31) получим:

$$R_n(\xi) = \sum_{k=0}^{n} \frac{\xi^k}{k!} (-1)^{n-k} C_n^k \,. \tag{37}$$

Сравнив (37) с (25) запишем искомую общую закономерность

$$R_{kl} = (-1)^{k-l} C_k^l \big/ l! \qquad (l = 0, 1, \ldots, k). \tag{38}$$

Можно убедиться непосредственно, что найденные ранее коэффициенты являются ее частными проявлениями. Заметим, что в (38) укладывается и случай $k = 0$. Для него $R_{00} = 1$, что позволяет включить фигурирующую в (21) и отвечающую нулевому приближению единицу под знак суммы, поменяв в ней нижний предел суммирования на ноль:

$$f(\xi,\tau) = e^{-\xi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\tau^k}{k!} \sum_{l=0}^{k} \xi^l (-1)^{k-l} C_k^l \big/ l! = e^{-\xi} \sum_{k=0}^{\infty} \tau^k \sum_{l=0}^{k} \frac{(-1)^{k-l} \xi^l}{(k-l)!(l!)^2} \tag{39}$$

Двойной ряд (39) быстро сходится к $f(\xi,\tau)$ не только при малых временах, что позволяет проследить формирование гауссовой кривой (рис. 2) по мере исчерпания ресурса лобовых слоев сорбента.

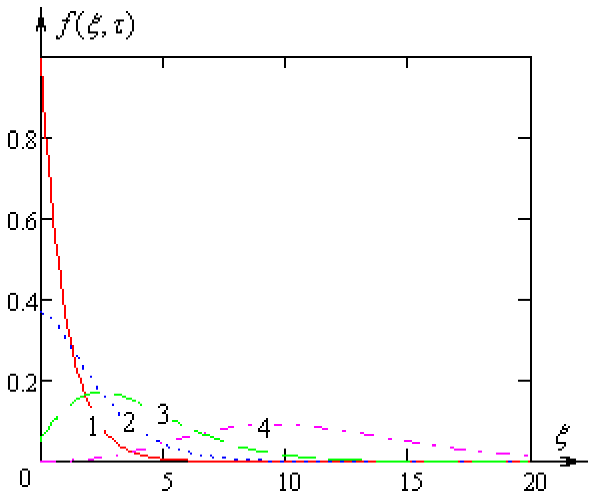


Рис.2. Эволюция плотности вероятности координаты элементарного акта сорбции
1 - $\tau = 0$; 2 - $\tau = 1$; 3 - $\tau = 3$; 4 - $\tau = 10$.

Таким образом, теоретико-вероятностный подход к моделированию динамической сорбционной активности обобщен на случай малых времен. То, что в качестве асимптотического выражения для дифференциальной функции распределения координаты элементарного акта сорбции возник экспоненциальный закон, допускает следующую интерпретацию. Экспоненциальный закон обеспечивает максимум энтропии на полубесконечном промежутке. В системе координат, связанной с работающим слоем сорбента, именно таковым и является фильтр в начале своей работы.

Литература

1. Ехилевский С.Г. Повышение ресурса дыхательных аппаратов на химически связанном кислороде: Автореферат диссертации докт. техн. наук.-Днепропетровск, 2002.-36с.

2. Патент 23426 Украина, А 62 В 7/08. Изолирующий дыхательный аппарат / С.Г.Ехилевский, В.В.Пак, Э.Г.Ильинский (Украина). - № 96072701; Заявл.08.07.96; Опубл. 08.07.98, Бюл. №4. – 3 с.

3. Патент 23427 Украина, А 62 В 19/00. Регенеративный патрон дыхательного аппарата с химически связанным кислородом / С.Г.Ехилевский, В.В.Пак, Э.Г.Ильинский (Украина). - № 96072700; Заявл. 08.07.96; Опубл. 08.07.98, Бюл. №4. - 3 с.

4. Ехилевский С.Г., Голубева О.В., Пяткин Д.В., Гурьева Н.А. Влияние формы и размеров пористой гранулы на скорость внутренней диффузии // Изв. Донецкого горного института.2010, №1, С. 105 - 113.

5. Ехилевский С.Г., Ольшаников С.А., Потапенко Е.П. Влияние переменных краевых условий на квазистационарный профиль концентрации CO_2 в регенеративном патроне шахтного респиратора // Изв. Вузов. Горный журнал (в печати)

УДК 378.6:372.851.

ПРО ОДИН З МЕТОДІВ ВИКЛАДАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТАМ АРХІТЕКТУРНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ІНЖЕНЕРНО-БУДІВЕЛЬНОГО ВНЗ

Т. В. Жмихова

Донбаська національна академія будівництва і архітектури, м. Макіївка, Україна

Анотація. *У статті розглядаються основні проблеми, пов'язані з викладанням курсу прикладної математики для студентів архітектурних спеціальностей в інженерно-будівельному вузі та визначаються основні напрямки вирішення цих проблем.*

I. Вступ. При аналізуванні сучасних вимог, що постають перед архітекторами, з'ясовується, що існує невідповідність змісту курсу вищої математики задачам, що виникають у спеціалістів цього профілю. Оскільки архітектор має не тільки зробити архітектурний проект, але й має вміти аналізувати умови його реалізації та робити інженерні розрахунки.

Отже, наряду з класичними задачами слід розглядати задачі прикладного характеру, які б наглядно демонстрували де саме отримані теоретичні знання можуть бути застосовані на практиці. Аналізом проблеми математичної підготовки студентів ВНЗ, яка б відповідала вимогам до сучасних фахівців, займались багато вчених, серед яких наприклад З. В. Бондаренко, І. М. Главатських, О. Г. Євсеєва, В. І. Клочко, Т. В. Крилова, Л. Д. Кудрявцева, М. В. Працьовитий, В. А. Петрук, О. І. Скафа, та інші. Були відзначені такі основні недоліки сучасного викладання вищої математики, як відсутність міжпредметних зв'язків математики з загальнотехнічними та спеціальними дисциплінами, слабкі вміння у використанні математичного апарату при вивченні спеціальних дисциплін та при застосуванні інформаційно-комунікаційних технологій у майбутній професійній діяльності.

II. Постановка проблеми. Слід зазначити, що викладання матеріалу, що звичайно має починатись з теоретичних основ, потім має бути підкріплено декількома однотипними задачами, що дозволить студенту оволодіти алгоритмом розв'язку та дасть змогу самостійно відносити задачі прикладного характеру до визначеного класу з визначеним алгоритмом розв'язку. Тобто студент, оволодівши багатьма алгоритмами, може побудувати модель задачі, що буде пов'язана з його майбутньою професійною діяльністю. В цій роботі буде проведено детальний аналіз розділів курсу вищої математики, що визначені в робочій програмі, для студентів архітектурних спеціальностей та запропоновані приклади задач до кожного з них.

III. Результати.

1. Алгебра та аналітична геометрія. Однією з найважливіших задач при викладанні цього підрозділу студентам-архітекторам є формування просторового мислення, що може бути сформоване за рахунок розв'язання геометричних задач. Звичайно ж, аналітичний метод дослідження передбачає наявність рівняння лінії, але для архітектора постає завдання знаходження цих рівнянь, оскільки алгоритм отримання математичної формули може дати можливість створити архітектурну форму, а саме форму плану. Розглянемо декілька задач цього розділу.

Задача 1. Скласти рівняння еліпса та знайти його фокуси, якщо відомо, що довжина більшої піввісі складає 20, ексцентриситет 0,6. Тобто спочатку студенту слід запропонувати декілька задач подібного типу, як на самому практичному занятті, так і для розв'язання самостійно в якості домашньої роботи, або індивідуальних завдань, а тільки потім запропоновувати розв'язувати або давати завдання самостійно формулювати задачі більш прикладного характеру, як такої що буде наведена нижче.

Задача 1 (аналог) [1] . Необхідно спроектувати фонтан, чаша якого має форму еліпса, а два фонтануючих пристрою розташовані у фокусах цього еліпса. Максимальні розміри чаші 20 метрів. Фонтануюча вода потрапляє в чашу фонтана, якщо ексцентриситет еліпса складає 0,6. Визначте, на якій відстані від центру фонтану розташовані фонтануючі пристрої.

Задача 2. Відомо , що мала вісь еліпсу $2b = 8,$ а більша напівось дорівнює 6. Знайти фокуси еліпсу та скласти його рівняння.

Задача 2 (аналог) [1]. Необхідно спроектувати сцену в театрі, яка має мати форму напівеліпсу, причому ширина сцени дорівнюватиме 8 м, а глибина 6м. Визначено, що виконавця найліпше чути, якщо він знаходиться в точці фокуса цього еліпса. Визначити на якій відстані від краю сцени слід розташувати мікрофон.

Тут слід зауважити, що вивчення поверхонь другого порядку, що є безпосередньо з чим стикається архітектор при проектуванні, робочою навчальною програмою не передбачено у зв'язку із скороченням навчального навантаження. На нашу думку, це є недоліком навчальної програми з прикладної математики для студентів архітектурних спеціальностей.

2. Математичний аналіз. Оскільки перед архітектором постає питання можливості робити самостійні розрахунки, то він має оволодівати таким розділом, як математичний аналіз. Широко розповсюдженими є задачі, наприклад, пов'язані з обчисленням площ, що необхідно при дизайні внутрішньої обробки приміщень та фасадів будівель, а також обчислення об'ємів. Знову ж, наведемо декілька прикладів застосування задач вищої математики в роботі фахівця-архітектора.

Задача 1. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $y=4-x^2, y=0$.

Задача 1. (аналог) Обчислити площу полотнища натяжної стелі, яке має форму параболи з одного боку, з іншого прямої, причому вважати, що довжина стелі складає 4 м.

Задача 2. Обчислити площу фігури, обмежену лініями $x=-4, y=-2, y=2, x=\sqrt{1-y^2}$.

Задача 2. (аналог) Обчислити площу нормандського вікна, що має форму прямокутника з півколом зверху, причому вважати, що ширина вікна 4 метра ,а висота 6 м.

3. Диференціальні рівняння. З цим розділом у архітектора має бути пов'язане поняття підрахування навантажень, наприклад балочних конструкцій. Знов слід спочатку навести диференціальні рівняння по декілька з типів, скласти алгоритми їх розв'язання, а тільки потім наводити задачі прикладного характеру.

IV. Висновки. Завдання, що спрямовані на професійну діяльність архітектора, є не тільки цікавими для студентів, але й мають значення в оволодінні майбутньою професією, оскільки задачі, з якими може зіткнутись архітектор при проектуванні або подальшій реалізації плану, він зможе звести до математичних задач, розв'язати які не складе ніякого труда за умови оволодіння алгоритмами їх розв'язку. Саме такі задачі можуть спонукати студентів архітектурних напрямів підготовки до самостійної роботи і вивчення курсу вищої математики.

Література

1. Пучков Н. П. Математика в архитектуре. Учебно-методические рекомендации/ Н. П. Пучков, Т. В. Четвертнова – Тамбов : Изд-во ТГТУ, 2001. - 21 с.

УДК 373.5.091.3:512:377

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ – ЕФЕКТИВНИЙ ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ 5-6 КЛАСІВ

І. М. Зіненко

Республіканський вищий навчальний заклад „Кримський гуманітарний університет”, м.Ялта, Крим, Україна

Анотація. *В статті висвітлено питання впровадження компетентнісного підходу в освіту загальноосвітніх навчальних закладів, розглянуто проблему формування математичної компетентності учнів 5-6 класів під час розв’язання текстових задач методом математичного моделювання.*

Вступ. Модернізація системи освіти загальноосвітніх навчальних закладів спрямована на підвищення рівня освіченості підростаючого покоління як індикатора конкурентоспроможності на ринку праці. Впровадження компетентнісного підходу до математичної освіти загальноосвітніх навчальних закладів передбачає переформатування всієї методичної системи навчання математики та спрямування її на формування компетентності учнів як індикатора їх готовності до життя, подальшого особистісного розвитку, активної участі у житті суспільства та набуття математичної компетентності.

Реалізації компетентнісного підходу в математичній освіті України присвячено наукові розвідки Я. Бродського, С. Великодного, О. Глобіна, М. Головань, О. Павлова, О. Скафи, С. Скворцової, Н. Тарасенкової, дисертаційні дослідження В. Ачкана, Г. Бібік, Л. Зайцевої, Т. Матощук, Є. Неліна, С. Ракова, О. Співаковського, О. Шавальової та ін. Математика є основою наукового розвитку та розвитку сучасних технологій, ефективним і точним засобом комунікації, важливим елементом загальної культури людства, тому „Математика”, що вивчається в загальноосвітніх навчальних закладах сьогодні повинна розглядатися ширше, ніж просте оволодіння певними математичними навичками. Великі можливості „цариці наук” зумовили пошук місця предметної (математичної) компетентності серед системи компетентностей. У загальному визначенні Г. Селевко вважає, що математична компетентність є однією з ключових суперкомпентностей, що входять до гіпотетичної загальної компетентності людини [7, с. 30].

Оскільки посилення практичної та прикладної спрямованості математичної освіти, за визначенням Я. Бродського, С. Великодного, О. Павлова, і складає сутність компетентнісного підходу до навчання математики, актуальності набирає проблема спрямування процесу навчання математики на розв’язання життєвих проблем, готовності до дій у реальних умовах, у когнітивній, операційній та емоційно-ціннісній площинах. Одним з радикальних способів реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу математики є широке систематичне застосування методу математичного моделювання протягом усього курсу.

Мета статті полягає у висвітленні можливостей використання „математичного моделювання” в курсі арифметики 5-6 класів щодо формування математичної компетентності учнів загальноосвітніх навчальних закладів.

Результати. Основні напрямки та завдання впровадження компетентнісного підходу в математичну освіту загальноосвітніх навчальних закладів відображено в Державному стандарті базової і повної середньої освіти, затвердженого Постановою Кабінету міністрів України від 23.11.11 р. № 1392, а також в проектах навчальних програм з математики для 5-11 класів. Крім того, за визначенням Я. Бродського, С. Великодного й О. Павлова, одним з основних шляхів забезпечення високого рівня компетентності є реалізація прикладної спрямованості навчання та виділення окремої змістової лінії „математичне моделювання”, що передбачає набуття учнями сукупності відповідних прийомів діяльності. Зокрема, в проекті Навчальної програми з математики для 5-6 класів [5] зазначено, що формування компетентностей підпорядковано реалізації завдань шкільної математики, а саме:

• формування ставлення учнів до математики як невід’ємної складової загальної культури людини, необхідної умови її повноцінного життя в сучасному суспільстві на основі ознайомлення з ідеями та методами математики як універсальної мови науки і техніки, ефективного засобу <u>моделювання</u> і дослідження процесів і явищ навколишнього світу;

• забезпечення оволодіння учнями математичною мовою, розуміння ними математичної символіки, математичних формул і <u>моделей</u>

як таких, що дають змогу описувати загальні властивості об'єктів, процесів та явищ;

• формування здатності логічно обґрунтовувати та доводити математичні твердження, застосовувати математичні методи у процесі розв'язування навчальних і практичних задач, використовувати математичні знання і вміння під час вивчення інших навчальних предметів;

• формування здатності оцінювати правильність і раціональність розв'язання математичних задач, обґрунтовувати твердження, приймати рішення в умовах неповної, надлишкової, точної та ймовірнісної інформації [5].

Так, основні завдання математики 5-9 класів націлені на озброєння учнів методами математичного моделювання.

Лінія моделювання для 5-6 класів будується таким чином, щоб, з одного боку, забезпечити міцне засвоєння учнями досліджуваних способів дій за всіма лініями, а з іншого – створити умови для їх систематизації, і на цій основі розкрити роль, значення математики у розвитку культури. Цьому сприяють спеціально розроблені методики, буквений запис виразів до завдань і властивостей операцій над числами, які вже в початковій школі дозволяють виявити спільність текстових завдань з зовні різними фабулами, але єдиним математичним змістом. Знання, отримані дітьми при вивченні різних розділів курсу арифметики, знаходять практичне застосування при розв'язанні текстових завдань. У початковій школі учні знайомляться з розв'язанням простих і складних текстових завдань на виконання арифметичних дій, порівняння (що містять відношення „більше на ..., в ...", „менше на ..., в ..."), на залежності величин виду $a = b \times c$ (шлях, швидкість, час; вартість, ціна, кількість товару; робота, продуктивність, час роботи тощо). Особливістю курсу арифметики є те, що після системного відпрацювання невеликого числа базових типів завдань учням пропонується широкий спектр різноманітних структур, які крім базових елементів містять деяку новизну, що розвиває у них уміння діяти в нестандартних ситуаціях.

Система підбору та розташування завдань створює можливості для їх порівняння, виявлення подібності та відмінності, взаємозв'язків між ними (взаємно зворотні завдання, завдання, що мають однакову математичну модель та ін.) Особлива увага приділяється навчанню самостійного аналізу текстових задач. Учні виявляють величини, про які йдеться в задачі, встановлюють взаємозв'язки між ними, складають моделі умови за допомогою схем і таблиці, складають та реалізують план розв'язання, обґрунтовуючи кожен свій крок. Вони вчаться давати повну відповідь на питання завдання, знаходити різні способи їх розв'язання та вибирати найбільш раціональні, самостійно складати завдання за заданою моделлю (висловом, схемою, таблиці), використовуючи при цьому ту мову й інструментарій, який прийнятий в середній школі.

Зазначена змістова лінія „Математичне моделювання" повинна реалізуватися всім курсом математики в цілому, розглянемо застосування методів математичного моделювання під час розв'язання текстових задач учнями 5 класів.

За визначенням Великого тлумачний словника української мови, моделювання – дія за значенням моделювати або дослідження яких-небудь об'єктів, систем, явищ, процесів шляхом побудови і вивчення їх моделей. Модель – зразок якого-небудь нового виробу, взірцевий примірник чогось [2, с. 683]

Математичні моделі, за визначенням педагогічного словника С. Гончаренка, це геометричні фігури й тіла, ілюстрації до математичних теорем і формул тощо [3, с. 213]. За рекомендацією З. Слєпкань під час введення поняття „математична модель" в основній школі слід навести таке означення: „Математична модель – комплекс математичних залежностей, який відображає суттєві характеристики явища, що вивчається [6, с. 44].

Метод математичного моделювання передбачає діяльність, що включає в себе таку послідовність етапів: 1) попередній аналіз об'єкта, що досліджується; 2) побудова математичної моделі; 3) дослідження математичної моделі; 4) аналіз одержаних результатів та перенесення їх на об'єкт, що досліджується [6, с. 45-46].

У 5 класі, як правило, у процесі аналізу задачі використовуються різні види короткої записи або готові схеми, а створення моделі завдання на очах учнів або самими учнями у процесі розв'язання задачі використовується вкрай рідко. Вчителі нерідко обмежуються правильними відповідями двох-трьох учнів, а інші записують за ними готові рішення без глибокого їх розуміння. Для усунення зазначених недоліків слід, перш за все, поліпшити методику організації первинного сприйняття й аналізу задачі, щоб забезпечити усвідомлений вибір арифметичної дії всіма учнями. Головне для кожного учня на цьому етапі – зрозуміти задачу, тобто усвідомити, про що ця задача, що в ній відомо, що потрібно довідатися, як зв'язані між собою дані, які відносини між даними і шуканими тощо.

Центральне місце в курсі математики 5 класу займають задачі на рух, зокрема задачі на рух двох тіл в одному напрямку. У таких завданнях два тіла можуть починати рух у протилежних напрямках з однієї точки: а) одночасно, б) в різний час. А можуть починати свій рух з двох різних точок, що знаходяться на заданій відстані, і в різний час. Загальним теоретичним положенням для них буде наступне:

$v_{віддал.} = v_1 + v_2$, де v_1 та v_2 відповідно швидкості першого і другого тіл, а $v_{віддал.}$ – це швидкість віддалення, тобто відстань, на яку віддаляються один від одного тіла, що рухаються за одиницю часу. Використання графічних зображень сприяє свідомому і міцному засвоєнню багатьох понять. Завдяки їм, математичні зв'язки і залежності набувають для учнів наочний сенс, а в процесі їх використання відбувається поглиблення і розвиток математичного мислення учнів. Чіткі умовні позначення допомагають дітям будувати складні схеми, бачити в них потрібні формули, а чітке дотримання умовних позначень у схемі дозволяє не заплутатися в числових значеннях завдання і запобігає багатьом помилкам.

Розглянемо задачу № 904 з підручника [4, с. 219]: З одного міста в протилежних напрямках одночасно вирушили два автомобілі. Швидкість одного авто дорівнює 72,5 км/г, що на 8,7 км/г більше ніж швидкість другого. Яка відстань буде між ними через 7,6 годин після початку руху? Побудуємо математичну модель (рис.1).

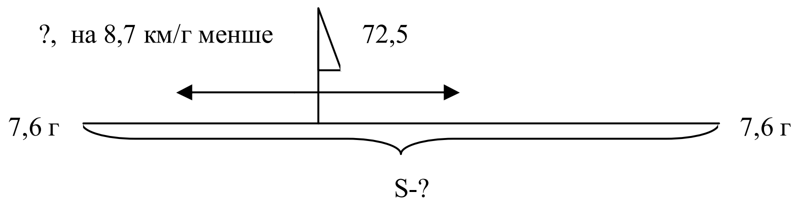


Рис.1. Графічна модель до задачі 904.

Розв'язання.

1) $72{,}5 - 8{,}7 = 63{,}8$ (км/г) швидкість другого автомобіля.

2) $72{,}5 + 63{,}8 = 136{,}3$ (км/г) швидкість віддалення автомобілів.

3) $136{,}3 \times 7{,}6 = 1035{,}88$ (км) відстань між автомобілями через $7{,}6$ годин.

Відповідь: $1035{,}88$ км.

Побудовані моделі до задач допомагають учням у свідомому виявленні прихованих залежностей між величинами, спонукають активно мислити, шукати найбільш раціональні шляхи розв'язання завдань. Моделювання наочно представляє співвідношення між даними та шуканими величинами. При розв'язанні завдань на рух використовуються різні види моделей, такі як схематичне креслення, схема, таблиця. Використання таблиці передбачає вже відомі учням взаємозалежності, оскільки сама таблиця цих залежностей не показує. Використовуючи візуальну інформацію учні вчаться аналізувати задачу і складати повний план її розв'язання.

Висновки. Отже, учні 5-6 класів, у рамках лінії моделювання опановують усіма видами математичної діяльності, усвідомлюють практичне значення математичних знань, у школярів формуються універсальні навчальні дії, розвивається мислення, уява, мова. Метод математичного моделювання є потужним сучасним пізнавальним методом і ефективним засобом розв'язання задач. Роль його має стійку тенденцію до зростання в практичній діяльності. Тому в збірники задач із математики 5-6 класів потрібно включити такі задачі, які були б доступні учням і розв'язувались методом математичного моделювання.

Література

1. Бродський Я. Компетентнісний підхід у навчанні математики / Яків Бродський, Сергій Великодний, Олександр Павлов // Математика в школі. – 2011. – № 10. – С. 2 – 8.
2. Великий тлумачний словник сучасної української мови [уклад. і голов. ред. В.Т. Бусел].–К. : Ірпінь: ВТФ „Перун”, 2004.–1440 с.
3. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник / С. У. Гончаренко. – К. : Либідь, 1997. – 375 с.
4. Мерзляк А. Г. Математика 5 клас: підруч. для загальноосвітніх навчальних закладів / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – Харків : „Гімназія”. – 2005. – 286 с.
5. Навчальна програма для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Математика. Режим доступу: http://www.mon.gov.ua/ua//activity/education/56/general-secondary-education/educational_programs/1349869088/
6. Практикум з методики навчання математики. Загальна методика: навч. посіб. для організації самостійної роботи студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів [за ред. З.І. Слєпкань]. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2006. – 292 с.
7. Селевко Г. Педагогические компетенции и компетентность / Герман Селевко // Сельская школа. – 2004. – № 3. – С. 29 – 32.

УДК 378.147:510

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ ОБУЧАЮЩИХ ПРОГРАММ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

А. В. Зыза, Ю. Г. Тымко

Донецкий национальный університет,
г. Донецк, Украина

Анотація. *У статті розглядається необхідність впровадження в процес навчання вищої математики інформаційно-комунікаційних технологій. Описуються авторські комп'ютерні навчальні програми, особливості їх побудови та використання як засобів навчання у курсі вищої математики.*

Вступление. Интеграция Украины в европейское и мировое сообщество, расширение деловых, профессиональных и культурных связей нашего государства с зарубежными странами требуют от современной системы высшего образования обеспечения высококачественной подготовки специалистов, неотъемлемым компонентом которой является профессионально ориентированная математическая подготовка.

Имеется ряд методических проблем, связанных с преподаванием курса высшей математики в высших учебных заведениях. С одной стороны данный курс характеризуются повышенным уровнем абстракции, с другой стороны его изучение предусматривается в начальный период обучения, то есть в то время, когда студенты-первокурсники еще не вполне преодолели барьер между школьным и вузовским уровнями математической строгости.

В связи с этим возникает необходимость в разработке новых подходов к обучению высшей математики, требующей особого внимания к условиям организации учебной деятельности студентов. Огромные возможности в вопросе повышения эффективности процесса обучения предоставляет внедрение средств новых информационно-коммуникационных технологий [3].

Как указано в работе И. В. Роберт [2, С.47], «одним из приоритетных направлений процесса информатизации современного общества является информатизация образования – процесс обеспечения сферы образования методологией и практикой разработки и оптимального использования современных или, как принято называть, новых информационных технологий, ориентированных на реализацию психолого-педагогических целей обучения, воспитания».

В исследованиях проблем применения ИКТ как средств обучения основные усилия ученых были сосредоточены на раскрытии перспектив использования информационных технологий в обучении (А. П. Ершов, М. И. Жалдак [1], В. М. Монахов и др.), изучении вопросов формирования основ информационной культуры студентов (Ю. В. Триус [4]).

Можно утверждать, что направления деятельности, связанные с этим процессом, постепенно выросли в отдельную область внутри сферы образования. В этой отрасли в настоящее время сформировался огромный фонд научной литературы, отражающей основные этапы и направления развития процесса информатизации образования, использования информационно-коммуникационных технологий как средства обучения. Однако конкретные разработки педагогических программных средств в виде обучающих программ по высшей математике встречаются крайне редко.

Постановка задания. Цель статьи – описать структуру построения и возможности использования авторских компьютерных обучающих программ при изучении курса «Высшая математика».

Результаты. С большой долей вероятности можно предположить, что в значительной мере повышению эффективности организации учебного процесса будет способствовать использование компьютерных обучающих программ. Они являются лишь частью всей методической системы обучения высшей математики, следовательно, должны быть связаны со всеми компонентами системы выполняя свои специфические функции и отвечая вытекающим из этого требованиям.

Созданные нами программы называются обучающими, потому что принцип их составления носит обучающий характер (с пояснениями, правилами, образцами, выполнения заданий и т.п.). Остановимся на некоторых из них.

В рамках изучения темы «Определенный интеграл» нами создана серия обучающих презентаций (формула Ньютона-Лейбница, вычисление площадей криволинейных трапеций, вычисление объемов тел вращения, несобственные интегралы). Каждая презентация состоит из: «Краткой теории», «Примеров решения», «Учимся решать», «Проверяем умения».

В разделе «Краткая теория» содержится информационная поддержка в виде теоретической информации (рис.1).

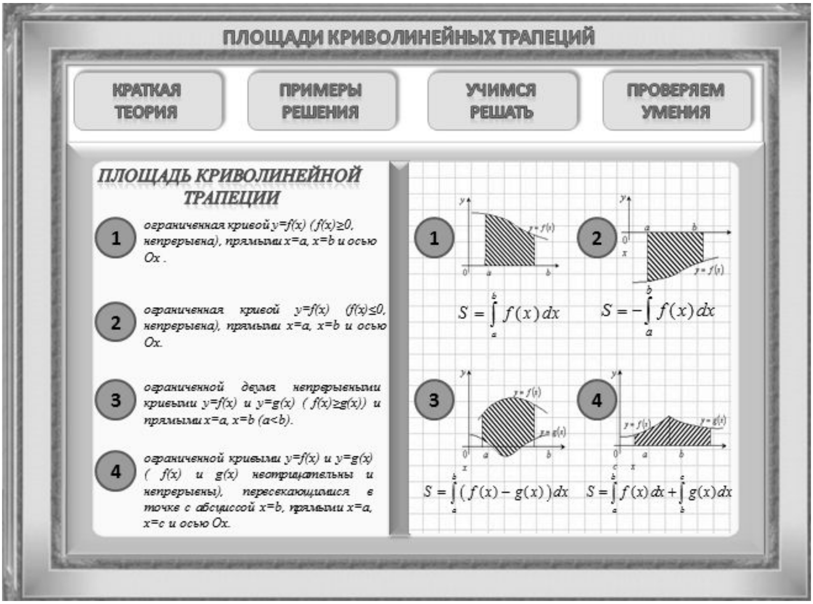


Рис.1. Фрагмент программы

В разделе «Примеры решения» приведены решения базовых по теме задач, решения которых представлено в виде «шаг за шагом» (рис.2).

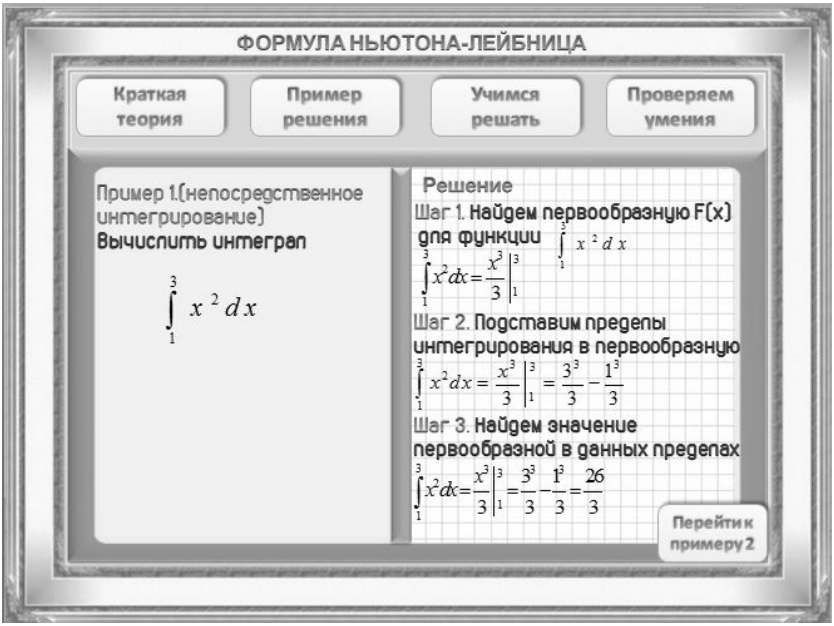


Рис.2. Фрагмент программы

Формированию умения решать задачи по данной теме формируется у студентов в ходе прохождении раздела «Учимся решать». Здесь заложены примеры для самостоятельного решения, а также предусмотрены подсказки относительно каждого следующего шага решения задания (рис.3).

Раздел «Проверяем умения» включает в себя примеры с ответами и подсказками, которые мы используем на практических занятиях в виде домашней внеаудиторного задания (рис.4).

Теоретический материал по высшей математике, который предложен во многих пособиях для студентов, перегружен математическими формулами и системами доказательств, тяжелыми для осознания и самостоятельного усвоения для студентов. и для организации внеаудиторной домашней работы студентов в курсе высшей математики.

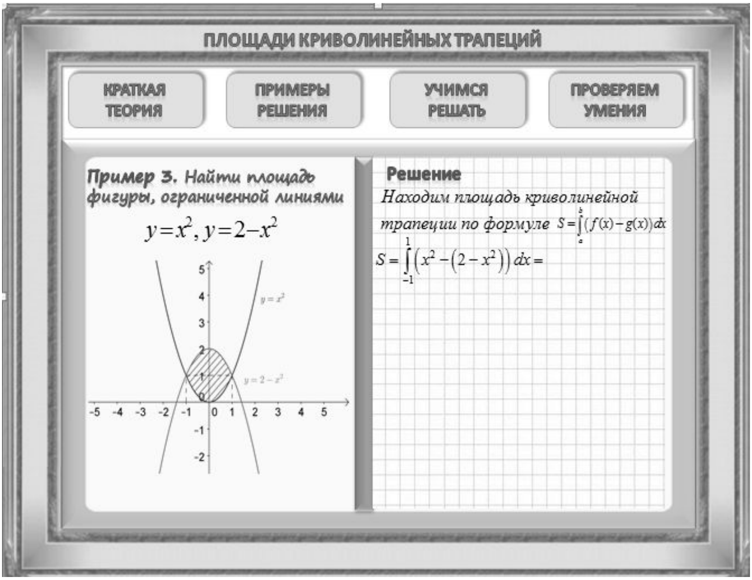


Рис.3 Фрагмент программы

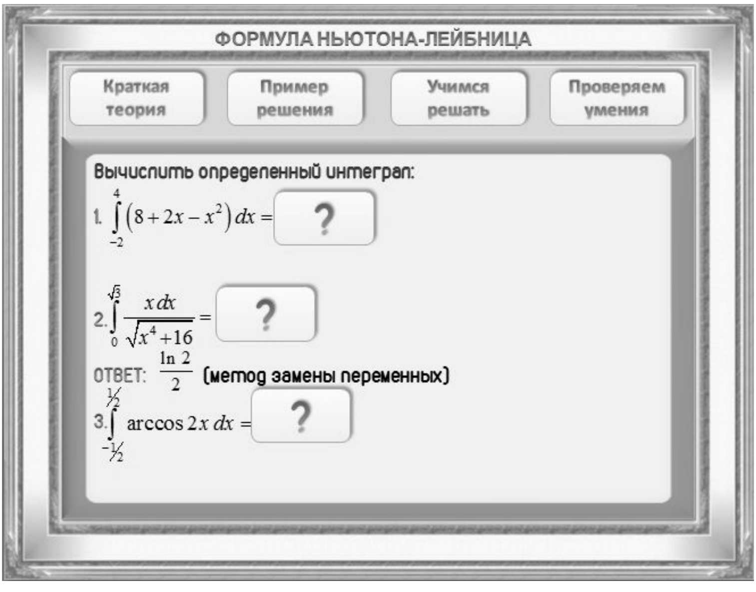


Рис.4 Фрагмент программы

Поэтому, по нашему мнению, создание и использование мультимедийных презентаций является уместным средством обучения, которое следует использовать на практических занятиях Также нами были созданы тренажеры по высшей математике, направленные на формирование элементарных навыков студентов, необходимых им при решении математических задач. В качестве программного обеспечения была выбрана среда разработки Delphi XE2.

Каждая программа-тренажер имеет краткую теоретическую информацию, представленную в виде информационной поддержки (рис. 1). Она высвечивается автоматически при открытии программы и несет в себе только самые необходимые факты для прохождения программы.

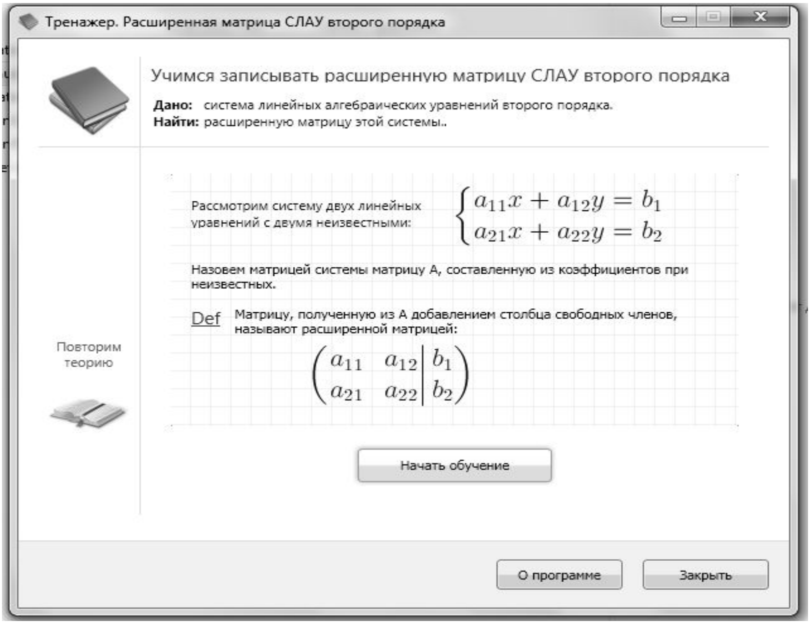


Рис. 5 Фрагмент программы

Важнейшим условием формирования любых навыков является многократное повторение. В результате многократных повторений действия трансформируются, утрачивают сознательную целенаправленность, способ их выполнения автоматизируется и они превращаются в навык. Именно поэтому ряд заданий мы сделали бесконечным, но работа с программой будет закончена по получению конкретного количества правильных ответов.

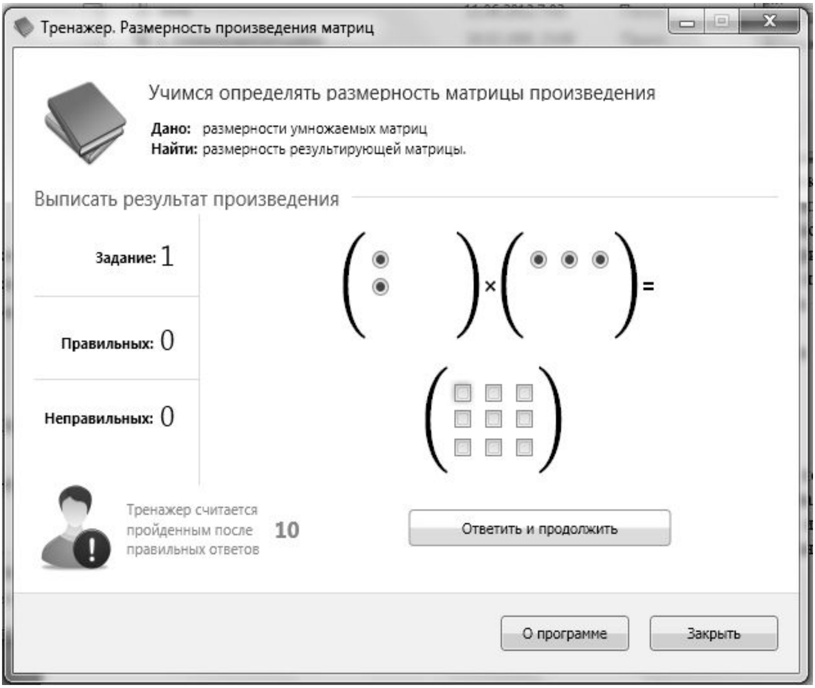


Рис. 6 Фрагмент программы

Нами созданы тренажеры, отрабатывающие навыки по теме «Элементы линейной алгебры» (рис. 5, рис. 6). Среди них: вычислять определитель второго порядка, записывать расширенную матрицу системы линейных алгебраических уравнений (рис. 5), определять размерность результирующей матрицы в случае умножения двух матриц (рис. 6), находить минор и алгебраическое дополнение элемента a_{ij}. В дальнейшем планируется создание таких тренажеров и по другим темам курса высшей математики.

Отметим, что задания в каждом случае не повторяются, поскольку все числовые коэффициенты подбираются случайным образом.

Тренажер считается пройденным, при получении определенного числа правильных ответов. Для каждой программы он варьируется в зависимости от типа задания. Например, при отработке навыка записывать расширенную матрицу системы линейных алгебраических уравнений достаточно выполнить правильно пять заданий, в случае отработки умения вычислять определители второго порядка, это число увеличивается до 10.

В завершение работы с программой предусмотрено выведение в процентном соотношении анализа работы студентов. Данная информация служит своеобразной оценкой работы студента с тренажером.

Использование программ-тренажеров в большей мере рассчитано для самостоятельной внеаудиторной работы студентов. Апробация показала большой дидактический эффект использования данных программ, связанный с овладением студентами требуемых навыков в новой для них среде.

Выводы. Внедрение информационно-коммуникационных технологий в обучении обладает огромным дидактическим потенциалом, поскольку в ходе их использования происходит не только усвоение учебного материала, но и его расширение, формирование умения работать самостоятельно с различными видами информации. Применение разработанных нами компьютерных обучающих программ является, на наш взгляд, одним из путей совершенствования организации управляемой самостоятельной работы студентов в курсе высшей математики. Их использование позволяет оптимизировать самостоятельную работу студентов, формировать элементарные умения и навыки студентов в новой для них среде. В дальнейшем планируется развивать данную тематику за счет разработки подобных программ для каждой темы в курсе «Высшая математика».

Литература

1. Жалдак М.І. Сучасні інформаційні технології в навчальному процесі / М.І. Жалдак, Н.В. Морзе. – К.: НПУ, 1997. – 256 с.
2. Информационные и коммуникационные технологии в образовании: учебно-методическое пособие / И. В. Роберт, С. В. Панюкова, А. А. Кузнецов, А. Ю. Кравцова; под ред. И. В. Роберт. — М. : Дрофа, 2008. – 312 с.
3. Скафа О. І. Наукові засади методичного забезпечення кредитно-модульної системи навчання у вищій школі/ О. І. Скафа, Н. М. Лосєва, О. В. Мазнєв: Монографія.- Донецьк: Вид-во ДонНУ , 2009.- 380 с.
4. Триус Ю.В. Комп’ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: Монографія/Ю. В. Триус . – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.

УДК 536.421

ДВИЖЕНИЕ ФРОНТА ЗАТВЕРДЕВАНИЯ СЛИТКА В КЛИНООБРАЗНЫХ ПЛОСКИХ ИЗЛОЖНИЦАХ С УЧЕТОМ ВОЗДУШНОГО ЗАЗОРА

О. А. Калашникова

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина

В. В. Дремов

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, г. Макеевка, Украина

Аннотация. *Аналитически решена нестационарная задача затвердевания металла в изложницах с различной теплопроводностью стенок вариационным методом с учетом воздушного зазора между слитком и изложницей. Получено распределение температуры в жидкой фазе и зависимость координат фронта затвердевания от времени. Выполнены численные расчеты движения фронта затвердевания в чугунной и керамической изложницах в определенные моменты времени.*

Введение. При затвердевании слитка в изложнице происходит усадка металла и между слитком и изложницей образуется воздушный зазор. Вследствие малой теплопроводности воздуха уменьшается скорость отвода тепла и замедляется процесс затвердевания слитка. Поэтому учет влияния воздушного зазора на затвердевание слитка позволяет более адекватно описать реальный процесс затвердевания. Влияние воздушного зазора на перепад температур между слитком и изложницей достаточно подробно рассмотрено в работах [1, 2]. В настоящей работе исследуется влияние ширины воздушного зазора на скорость движения фронта затвердевания в чугунной и керамической изложницах.

Постановка задачи. Рассматривается затвердевание металла в клинообразной изложнице, представляющей собой в поперечном сечении вертикально вытянутую трапецию с малыми углами конусности α_1. Заполнение изложницы металлом происходит быстро и, так как металл перед заполнением перегревается, то до тех пор, пока на границе соприкосновения металла с изложницей температура не опустится до температуры кристаллизации, затвердевание металла у стенок и дна будет незначительным и им можно пренебречь.

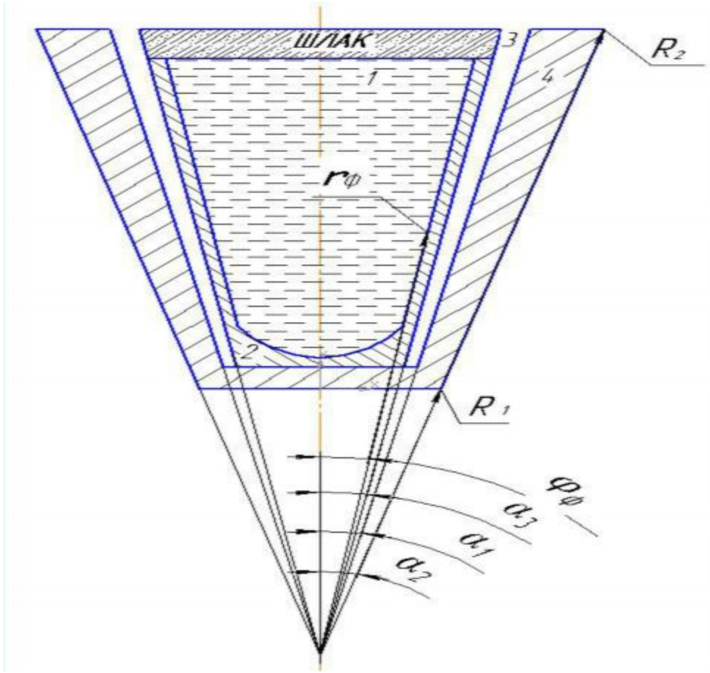


Рис. 1. Поперечное сечение изложницы с прямой конусностью.

Металл предполагается однородным по составу, поэтому затвердевание происходит при одной и той же температуре кристаллизации. После заполнения изложницы металлом сверху насыпают утепляющие смеси, а дно изложницы находится на песчаной подушке, поэтому не учитываются потоки тепла через дно и верх изложницы. То есть предполагается, что все тепло отводится через боковые стенки, площадь которых намного больше площади дна и верха. Кроме того, ввиду больших размеров изложницы по длине, площадь торцевых поверхностей будет много меньше площади боковых поверхностей, поэтому не учитываются потоки тепла через торцевые поверхности изложницы.

Предполагается, что тепловые константы, характеризующие жидкую фазу металла, не зависят от температуры. Вследствие того, что свободных поверхностей металла нет, не учитывается потеря тепла через излучение.

Решение поставленной задачи. Для решения поставленной задачи рассматривается последовательная кристаллизация металла в клинообразной изложнице с боковыми поверхностями, расположенными под малым углом $2\alpha_1$ (рис.1). Область 1 – жидкий металл, 2 – твердый металл, 3 – воздушная прослойка, 4 – стенки изложницы. Сверху и снизу изложница ограничена цилиндрическими поверхностями радиусами R_1 и R_2. В решении задачи используется цилиндрическая система координат r, φ, z .

Задача считается бесконечной по z, поэтому температура и скорость движения фронта затвердевания не зависят от z. Ввиду того, что на движение фронта затвердевания оказывает влияние тонкий пограничный слой металла, соприкасающийся с ним, пренебрегаем поперечной составляющей скорости конвекции в этом слое V φ по сравнению с продольной составляющей V_{r}. Тогда уравнение теплопереноса в области жидкого металла будет иметь вид [3]:

$$\rho_1 C_{V1}\left(\frac{\partial T_1}{\partial t}+V_{\text{r}}\frac{\partial T_1}{\partial r}\right)=\lambda_1\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_1}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T_1}{\partial\varphi^2}\right) \qquad (1)$$

при $0<\varphi<\varphi_{\Phi}$ и $r_{\Phi}<r<R_2$. Фронт кристаллизации движется от боковой поверхности изложницы к центру и для малых углов конусности толщину затвердевшей корки можно найти по формуле:

$$\varepsilon(r_{\Phi},\varphi_{\Phi},t_{\Phi})=r_{\Phi}(t_{\Phi})(\alpha_1-\varphi_{\Phi}(t_{\Phi})). \qquad (2)$$

В момент t = 0 твердая фаза отсутствует, а $T_1(r,\varphi,0)$ = $T_{\text{Н}}$ при $R_1<r<R_2$ и $0<\varphi<\alpha_1$. На фронте кристаллизации при t>0 имеем:

$$T_1(r_{\Phi},\varphi_{\Phi},t_{\Phi}) = T_{\text{К}}. \qquad (3)$$

Во время кристаллизации металла соприкосновение жидкой фазы с фронтом кристаллизации считается плотным без газообразных пузырей и других посторонних включений, поэтому при $r = r_Ф(t)$, $\varphi = \varphi_Ф(t)$ имеем:

$$T_1(r_Ф, \varphi_Ф, t_Ф) = T_2(r_Ф, \varphi_Ф, t_Ф) = T_К . \tag{4}$$

На движущемся фронте фазового перехода выделяется скрытая теплота кристаллизации L_1, которая вместе с теплом перегрева отводится через твердую фазу, воздушную прослойку, изложницу и выделяется в окружающую среду. Поэтому:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{r\partial\varphi} + L_1 \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = K_{Т1}(T_К - T_{СР}). \tag{5}$$

Коэффициент теплопередачи $K_{Т1}$ учитывает тепловое сопротивление стенки изложницы, затвердевшей корки, воздушной прослойки и теплоотдачу в окружающую среду:

$$K_{T1} = \left(\frac{1}{\alpha_0} + \frac{r_Ф(\alpha_3 - \varphi_Ф)}{\lambda_2} + \frac{r_Ф(\alpha_2 - \alpha_1)}{\lambda_3} + \frac{r_Ф(\alpha_1 - \alpha_3)}{\lambda_4} \right)^{-1}. \tag{6}$$

Уравнение (5) теплового баланса на фронте кристаллизации используется для определения $\varepsilon(t)$. Из уравнений (1), (2) и граничных условий (3) – (5) найдем функции $T_1(r, \varphi, t)$ и $\varepsilon(t)$. Для решения уравнения (1) введем коэффициент температуропроводности

$$a_1 = \lambda_1 / (\rho_1 C_{V1}) \tag{7}$$

и перепишем его в следующем виде:

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} + V_r \frac{\partial T_1}{\partial r} = a_1 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_1}{\partial \varphi^2} \right), \tag{8}$$

Найдем точное решение этого уравнения по r, полагая $\frac{\partial T_1}{\partial t} = 0$ и $\frac{\partial^2 T_1}{\partial \varphi^2} = 0$, $V_r = 0$. Учитывая введенные упрощения, получим:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} = 0 . \tag{9}$$

Решением (9) является функция $T_1 = C_1 \ln r + C_2$.

Используя граничные условия: $T_1 = T_{\text{Н}}$ при $r = R_2$ и (3), найдем константы C_1 и C_2:

$$C_1 = \frac{T_{\text{Н}} - T_{\text{К}}}{ln(R_2 / r_{\Phi})}, \qquad C_2 = \frac{T_{\text{К}}\, ln\, R_2 - T_{\text{Н}}\, ln\, r_{\Phi}}{ln(R_2 / r_{\Phi})} .$$

Таким образом, точное решение уравнения (9) по r имеет вид:

$$T_1(r) = \frac{(T_{\text{Н}} - T_{\text{К}})\, ln\, r + T_{\text{К}}\, ln\, R_2 - T_{\text{Н}}\, ln\, r_{\Phi}}{ln(R_2 / r_{\Phi})} . \qquad (10)$$

Приближенное решение уравнения (8) по φ ищем вариационным методом для стационарного случая, когда $\partial T_1 / \partial t = 0$

$$V_{\text{r}} \frac{\partial T_1}{\partial r} = a_1 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_1}{\partial \varphi^2} \right) . \qquad (11)$$

Введем новые обозначения производных $\partial T_1 / \partial r = T_{\text{r}}$, $\partial^2 T_1 / \partial r^2 = T_{\text{rr}}$, $\partial^2 T_1 / \partial \varphi^2 = T_{\varphi\varphi}$, тогда уравнение (11) примет вид

$$\frac{V_{\text{r}}}{a_1} r T_{\text{r}} - T_{\text{r}} - r T_{\text{rr}} - \frac{1}{r} T_{\varphi\varphi} = 0 . \qquad (12)$$

Запишем функционал, соответствующий уравнению (12) в виде:

$$L = \int_{r_{\text{ф}}}^{R_2} \int_{0}^{\varphi_{\text{ф}}} \left[2 \frac{V_{\text{r}}}{a_1} r T_{\text{r}}{}^0 T + r T_{\text{r}}{}^2 + \frac{1}{r} T_{\varphi}{}^2 \right] dr d\varphi , \qquad (13)$$

где $T_{\text{r}}{}^0 = \partial T^0 / \partial r$, а индекс ноль при T_{r} обозначает неварьируемую производную от температуры.

Проверим, что вариация от L по T функционала (13) дает уравнение (12). Для этого запишем уравнение Эйлера-Лагранжа:

$$\frac{\partial L}{\partial T} - \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial L}{\partial T_{\text{r}}} - \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{\partial L}{\partial T_{\varphi}} = 0 . \qquad (14)$$

Вычислим соответствующие производные:

$$\frac{\partial L}{\partial T} = 2 \frac{V_{\text{r}}}{a_1} r T_{\text{r}}{}^0 , \quad \frac{\partial L}{\partial T_{\text{r}}} = 2 r T_{\text{r}} , \quad \frac{\partial L}{\partial T_{\varphi}} = 2 \frac{T_{\varphi}}{r} ,$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\frac{\partial L}{\partial T_{\text{r}}}=2\left(T_{\text{r}}+rT_{\text{rr}}\right),\qquad \frac{\partial}{\partial \varphi}\frac{\partial L}{\partial T_{\varphi}}=2\frac{T_{\varphi\varphi}}{r} \tag{15}$$

и подставим их в (14). Сокращая на 2, и опуская нулевой индекс при $T_{\text{r}}^{\,0}$, получим (12).

Функционал (13) соответствует уравнению (12) и функция, минимизирующая его, будет наилучшим приближением решения уравнения (12). Неизвестную функцию ищем в виде:

$$T=T(r)\cdot f(\varphi)=$$
$$\frac{(T_{\text{Н}}-T_{\text{К}})\ln r+T_{\text{К}}\ln R_2-T_{\text{Н}}\ln r_{\Phi}}{\ln(R_2/r_{\Phi})}\cdot f(\varphi). \tag{16}$$

Найдем производные:

$$T_{\text{r}}=\frac{T_{\text{Н}}-T_{\text{К}}}{r\ln(R_2/r_{\Phi})}f(\varphi);T_{\text{r}}^{\,0}=\frac{T_{\text{Н}}-T_{\text{К}}}{r\ln(R_2/r_{\Phi})}f^{0}(\varphi);$$

$$T_{\varphi}=\frac{(T_{\text{Н}}-T_{\text{К}})\ln r+T_{\text{К}}\ln R_2-T_{\text{Н}}\ln r_{\Phi}}{\ln(R_2/r_{\Phi})}f'(\varphi)$$

Подставив полученные производные в (11) и проинтегрировав по r, получим:

$$L=\int\limits_{0}^{\varphi_{\Phi}}\left[A_1 f^{0}(\varphi)f(\varphi)+B_1 f^{2}(\varphi)+C_1(f'(\varphi))^2\right]d\varphi\ , \tag{17}$$

где $A_1=\dfrac{2V_{\text{r}}}{a_1}\cdot\dfrac{T_{\text{Н}}-T_{\text{К}}}{\ln^2(R_2/r_{\Phi})}\cdot\begin{pmatrix}(T_{\text{Н}}R_2-T_{\text{К}}r_{\Phi})\cdot\ln(R_2/r_{\Phi})\\ -(R_2-r_{\Phi})(T_{\text{Н}}-T_{\text{К}})\end{pmatrix};$

$$B_1=\frac{(T_{\text{Н}}-T_{\text{К}})^2}{\ln(R_2/r_{\Phi})};$$

$$C_1=\frac{1}{\ln(R_2/r_{\Phi})}\begin{pmatrix}\dfrac{(T_{\text{Н}}-T_{\text{К}})^2}{3}(\ln^2 R_2+\ln R_2\ln r_{\Phi}+\ln^2 r_{\Phi})+\\ (T_{\text{К}}\ln R_2-T_{\text{Н}}\ln r_{\Phi})(T_{\text{Н}}\ln R_2-T_{\text{К}}\ln r_{\Phi})\end{pmatrix}.$$

Функцию $f(\varphi)$ выбираем так, чтобы интеграл (17) был минимальным, что соответствует выполнению уравнения Эйлера-Лагранжа, записанного для переменной $f(\varphi)$:

$$\frac{\partial L}{\partial f(\varphi)} - \frac{\partial}{\partial \varphi}\frac{\partial L}{\partial f'(\varphi)} = 0. \qquad (18)$$

Возьмем производные от (17) и подставим в уравнение (18). В результате получим:

$$f''(\varphi) - K_1 f(\varphi) = 0, \qquad (19)$$

где $\qquad K_1 = \sqrt{(A_1 + 2B_1)/2C_1}$.

Решением (19) будет [4]:

$$f(\varphi) = C_1 \mathrm{ch}(K_1\varphi) + C_2 \mathrm{sh}(K_1\varphi). \qquad (20)$$

Найдем константы C_1 и C_2, используя граничные условия $T = T_{\text{К}}$ при $\varphi = \varphi_{\Phi}$ и $r = r_{\Phi}$, а также $\partial T / \partial\varphi = 0$ при $\varphi = 0$: $C_1 = 1/\mathrm{ch}(K_1\varphi_{\Phi})$, $\quad C_2 = 0$. Получим:

$$f(\varphi) = \frac{\mathrm{ch}(K_1\varphi)}{\mathrm{ch}(K_1\varphi_{\Phi})}. \qquad (21)$$

Итак, решением (12) по r и по φ является функция:

$$T_1(r,\varphi) = \frac{(T_{\text{Н}} - T_{\text{К}})\, ln\, r + T_{\text{К}}\, ln\, R_2 - T_{\text{Н}}\, ln\, r_{\Phi}}{ln(R_2/r_{\Phi})}\,\frac{\mathrm{ch}(K_1\varphi)}{\mathrm{ch}(K_1\varphi_{\Phi})}. \qquad (22)$$

Поиск полного нестационарного решения уравнения теплопроводности в жидкой фазе осуществляется аналогично нахождению зависимости по φ. Функционал, соответствующий уравнению (8), запишем в виде:

$$L = \int_0^{t_\phi}\int_0^{\varphi_\phi}\int_{r_\Phi}^{R_2}\left(\frac{2V_{\text{r}}}{a_1} rT_{\text{r}}{}^0 T + \frac{2r}{a_1}T_{\text{t}}{}^0 T + rT_{\text{r}}{}^2 + \frac{1}{r}T_{\varphi}{}^2\right) dr d\varphi dt. \qquad (23)$$

Решение уравнения (8) ищем в виде:

$$T_1(r,\varphi)=\frac{(T_\text{Н}-T_\text{К})lnr+T_\text{К}\,lnR_2-T_\text{Н}\,lnr_\text{Ф}}{ln(R_2/r_\text{Ф})}\,\frac{\text{ch}(K_1\varphi)}{\text{ch}(K_1\varphi_\text{Ф})}f(t)\,. \quad (24)$$

Вычислим производные $T_\text{r}, T_\varphi, T_\text{t}, T_\text{r}^{\;0}, T_\text{t}^{\;0}$ и подставим их в (23). Проинтегрировав по r и по φ, получим:

$$L=\int_0^{t_\text{Ф}}\left(N_1 f^0(t)f(t)+M_1 f(t)(f'(t))^0+P_1 f^2(t)+Q_1 f^2(t)\right)dt \quad (25)$$

где N_1, M_1, P_1, Q_1 - константы интегрирования по r и по φ. Варьируя (25) по $f(t)$, найдем:

$$f'(t)+f(t)\frac{G_1}{M_1}=0\,, \quad (26)$$

где $G_1=N_1+2P_1+2Q_1$.

Решением уравнения (26) будет функцiя:

$$f(t)=C\cdot\exp(-\frac{G_1}{M_1}t) \quad (27)$$

Ищем константу C, используя граничные условия $T=T_\text{К}$ при $r=r_\text{Ф}, t=t_\text{Ф}$ и $\varphi=\varphi_\text{Ф}$. Получим:

$$f(t)=\exp(-\frac{G_1}{M_1}(t-t_\text{Ф}))\,. \quad (28)$$

Итак, решением уравнения (1) будет функция:

$$T_1(r,\varphi,t)=\frac{(T_\text{Н}-T_\text{К})ln\,r+T_\text{К}\,ln\,R_2-T_\text{Н}\,ln\,r_\text{Ф}}{ln(R_2/r_\text{Ф})}\cdot\frac{\text{ch}(K_1\varphi)}{\text{ch}(K_1\varphi_\text{Ф})}\cdot$$

$$\exp(-\frac{G_1}{M_1}(t-t_\text{Ф})). \quad (29)$$

Используя уравнение (5) и соотношение (2) ищем зависимость толщины затвердевшей корки от времени. Условие на движущемся фронте с учетом (6) принимает следующий вид

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{r_\Phi \partial\varphi} + L_1\rho(\alpha_1 - \varphi_\Phi)\frac{\partial r_\Phi}{\partial t} =$$

$$= \frac{T_К - T_{СР}}{\dfrac{1}{\alpha_0} + \dfrac{r_\Phi(\alpha_2 - \alpha_1)}{\lambda_3} + \dfrac{r_\Phi(\alpha_1 - \varphi_\Phi)}{\lambda_2} + \dfrac{r_\Phi(\alpha_1 - \alpha_3)}{\lambda_4}}. \qquad (30)$$

Найдем из (29) производную $\partial T_1 / \partial\varphi$ и, учитывая, что на фронте $\varphi = \varphi_\Phi$, $r = r_\Phi$, $t = t_\Phi$, получим:

$$L_1\rho(\alpha_1 - \varphi_\Phi)\frac{r_\Phi \partial r_\Phi}{\partial t} =$$

$$= \frac{T_К - T_{СР}}{\dfrac{2}{\alpha_0(R_1 + R_2)} + \dfrac{\alpha_2 - \alpha_1}{\lambda_3} + \dfrac{\alpha_1 - \varphi_\Phi}{\lambda_2} + \dfrac{\alpha_1 - \alpha_3}{\lambda_4}} - \lambda_1 T_К K_1 \mathrm{th}(K_1\varphi), \qquad (31)$$

где в знаменателе в выражение для теплового потока через твердую корку введено среднее значение $r_\Phi = (R_1 + R_2)/2$. В результате имеем:

$$r_\Phi \frac{\partial r_\Phi}{\partial t} = \frac{T_K - T_{CP}}{\left(\dfrac{2}{\alpha_0(R_1 + R_2)} + \dfrac{\alpha_2 - \alpha_1}{\lambda_3} + \dfrac{\alpha_1 - \varphi_\Phi}{\lambda_2} + \dfrac{\alpha_1 - \alpha_3}{\lambda_4}\right) L_1\rho(\alpha_1 - \varphi_\Phi)} - \qquad (32)$$

$$- \frac{\lambda_1 T_К K_1 \mathrm{th}(K_1\varphi)}{L_1\rho(\alpha_1 - \varphi_\Phi)}.$$

Интегрируя (32), найдем:

$$r_ф = \sqrt{C^* t + R_1^2}\ , \qquad (33)$$

где

$$C^* = \frac{2}{L_1\rho(\alpha_1 - \varphi_\Phi)} \times$$

$$\times \left(\frac{T_К - T_{СР}}{\dfrac{2}{\alpha_0(R_1 + R_2)} + \dfrac{\alpha_2 - \alpha_1}{\lambda_3} + \dfrac{\alpha_1 - \varphi_\Phi}{\lambda_2} + \dfrac{\alpha_1 - \alpha_3}{\lambda_4}} - \lambda_1 T_К K_1 \mathrm{th}(K_1 \varphi_\Phi) \right).$$

По формуле (33) выполнены численные расчеты для следующих параметров металла, изложницы и окружающей среды: R_1 =1,2 м,

R_2=2,2 м, α_1=10°, α_2=12°, $\alpha_3 = 9{,}95°; 9{,}97°$, $T_\text{Н}$=1833 К, $T_\text{К}$=1733 К, $T_\text{СР}$=300 К, ρ=7,31·10^3 кг/м^3, λ_1=26,5 Вт/м·К, λ_2=30,3 Вт/м·К, $\lambda_4 = 0{,}09$ Вт/м·К a_1=4,5·10^{-6} м^2/с, $V_\text{г}$=0,3·10^{-5} м/с, L_1=2,72·10^5 Дж/кг. Для чугунной изложницы: α_0=68 Вт/м^2·К, λ_3=58,7 Вт/м·К. Для керамической формы: α_0=30 Вт/м^2·К, λ_3=25 Вт/м·К. Малое значение $V_\text{г}$, соответствует установившейся скорости естественной конвекции [6].

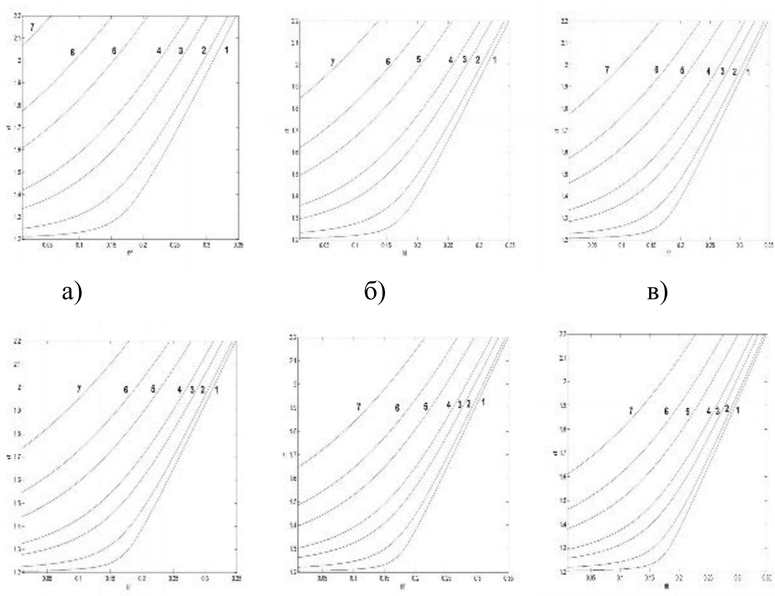
По полученным результатам построены графики $r_\text{Ф}(\varphi_\text{Ф})$ для чугунной (рис.2 а, б, в) и керамической (рис.2 г, д, е) изложниц с различной толщиной воздушного зазора δ между слитком и изложницей.

На рис. 2 а) и 2 г) представлены графики положения фронта затвердевания в чугунной и керамической изложницах без учета воздушной прослойки. На рис. 2 б) и 2 д) представлены графики затвердевания стального слитка, где толщина воздушной прослойки δ = 1,7 мм, а на рис. 2 в) и 2 е) δ = 3 мм.

Заключение. Сравнивая кривые 2 а), 2 б) и 2 в) (чугунная изложница) можно сделать вывод, что чем больше толщина воздушной прослойки, тем медленнее идет процесс затвердевания. Аналогичное поведение фронта затвердевания можно наблюдать на рис. 2 г), 2 д) и 2 е), (керамическая изложница).

Сравнивая графики в чугунной и керамической изложницах при одинаковой толщине воздушной прослойки, мы видим, что в чугунной изложнице затвердевание идет быстрее, чем в керамической в среднем в 1,5 раза.

Обозначения. a_1 – коэффициент температуропроводности жидкого металла, м^2 /с; K_{T1} - коэффициент теплопередачи; L_1 - скрытая теплота кристаллизации, Дж/кг; $C_{\text{V}1}$ – удельная теплоемкость жидкого металла; R_1, R_2 - радиусы дна и верха изложницы, м; $r_\text{Ф}$ - радиальная координата точки на фронте кристаллизации, м; T_1, T_2 - функции температуры в жидкой и твердой фазах, К; $T_\text{К}$ - температура кристаллизации, К; $T_{\text{Н}}$ - начальная температура заливки, К; $T_{\text{СР}}$ - температура окружающей среды, К; $t_{Ф}$ - время на фронте кристаллизации, с; V_{r} - радиальная составляющая скорости конвекции, м/с; V_{φ} - азимутальная составляющая скорости конвекции, м/с; α_0 – коэффициент теплоотдачи в окружающую среду, Вт/м^2·К; α_1 – угол между осью изложницы и внутренней боковой поверхностью изложницы, рад; α_2 - угол между осью изложницы и внешней боковой поверхностью изложницы, рад; α_3 - – угол между осью изложницы и боковой поверхностью слитка, рад; δ - толщина воздушной прослойки, м; ε - толщина затвердевшего металла, м; λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 – коэффициенты теплопроводности жидкой фазы металла, твердой, материала изложницы и воздушного зазора, Вт/м·К; ρ - плотность жидкого металла, кг/м^3; φ_{Φ} - азимутальная координата точки на фронте кристаллизации.



а) б) в)

г) д) е)

Рис. 2. Положения фронта кристаллизации в правой половине клинообразных изложниц с различной теплопроводностью стенок в моменты времени t: 1 - 50с; 2 - 200с; 3 - 600с; 4 --1000с; 5 - 2000с; 6 - 3000с; 7 - 5000с после начала кристаллизации (отсчет кривых ведется снизу вверх в каждом рисунке).

На рис. а), б), в), представлены графики для чугунной изложницы, на рис. г), д), е), для керамической изложницы с различной толщиной воздушного зазора δ между слитком и изложницей (табл.1).

Литература

1. Вейник А. И. Теплообмен между слитком и изложницей. М.: Металлургиздат, 1959. С. 265.

2. Самойлович Ю.А. Стальной слиток / Ю.А. Самойлович, В.И. Тимошпольский, И.А. Трусова, В.В.Филиппов. Т.2. Затвердевание и охлаждение. Минск: Белорусская наука, 2000. С.640.

3. Дремов В.В. Влияние теплопроводности стенок изложницы на движение фронта затвердевания плоского слитка./ В.В. Дремов, Ф.В. Недопекин, О.А. Минакова // Металлургическая теплотехника. Сборник научных трудов. Национальная металлургическая академия Украины. – Днепропетровск. «Пороги», 2009. С.67–72.

4. Камкэ Э.Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука,1971. С.365.

5. Цлаф Л.Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения. –М. –Наука. –1970. –С 191.

6. Александров В. Д., Голоденко Н. Н., Дремов В. В., Недопекин Ф. В. Математическое моделирование затвердевания металла в клинообразной изложнице с учетом естественной конвекции // ИФЖ. 2010. Т. 83, № 3. С.478-484.

УДК 519.2

ИСТОРИЧЕСКИЙ И ПРОБЛЕМНЫЙ ПОДХОД В ПРЕПОДАВАНИИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Т. Н. Кравец, Е. Н. Беда

Донецкий национальный технический университет,
г. Донецк, Украина

Анотація. *У даній статті розглянуто методичні проблеми викладання математичної дисципліни «Теорія ймовірностей» в технічному вузі. У статті обґрунтовується ідея перенесення у викладанні акценту з логічності та теоретичності на історичність і проблемність. Наводиться набір ідей, якими слід керуватися при викладі будь-якої теми. Це практичність, неочевидність, цілісність, універсаль-*

ність і цікавість. Наводяться приклади, як цього досягти в конкретних розділах теорії ймовірностей.

Существуют два подхода в преподавании математики: исторический и логический. Первый учитывает причину появления той или иной теории, борьбу идей, ошибки, подходы и обоснования. Второй убирает все это из изложения, оставляя только логическую сущность теории. Так как часы на математические дисциплины постоянно сокращаются, то логическое изложение стало практически невозможным, так как сокращать приходится за счет именно логики, то есть за счет доказательств. Назрела необходимость преобразовать математические курсы, добавив в них проблемную и историческую составляющие. Одной из самых перспективных для этого видится теория вероятностей. С самого своего возникновения она была направлена на решение прикладных задач (азартные игры, страховое дело, статистика и т.п.).

Данная работа представляет собой попытку такого преобразования теории вероятностей, с тем, чтобы обучать этому предмету студентов технических специальностей на втором курсе. Преобразование курса должно включать в себя пять главных принципов: практичность, неочевидность, целостность, универсальность и занимательность.

Практичность. Изложение начинается с практических задач, от которых осуществляется переход к теории вероятностей. Одной из таких является задача о разделе ставки при незавершенной игре, впервые опубликованная в Венеции в 1494 г. Автор Лука Пачоли (1445—1509 гг.) назвал свою книгу «Сумма по арифметике, геометрии, отношениям и пропорциональности». В задаче два игрока поставили по 105 лир с условием, что общий выигрыш достанется тому, кто первым выиграет три партии. После того, как первый игрок выиграл две партии, а второй - одну, игра прервалась. Как справедливо распределить общий выигрыш?

Этот вопрос следует задать студентам, а потом уже рассказать о том, как решали эту историческую задачу математики.

Сам Пачоли предполагал, что это следует делать в пропорции 2:1, т.е первому игроку - 140 лир, второму - 70. Долгое время это решение считалось единственно правильным. Впоследствии в 1539 году итальянский математик Дж. Кардано справедливо указал, что решение Пачоли недостаточно, т.к в нём не учитывается существенное условие игры: оговоренное число выигрышей. В 1556 году итальянский математик Н. Тарталья так же отметил, что решение Пачоли нарушает здравый смысл. Дело в том, что первому игроку осталось одержать всего одну победу, второму - две. Очевидно, шансы на победу у первого игрока больше, чем у второго. А это значит, что выигрыш должен быть распределён между игроками с учётом их шансов одержать конечную победу в случае продолжения прервавшейся игры.

В 1654 году Б. Паскаль и П. Ферма в своей переписке окончательно решили задачу Л. Пачоли о разделе ставки при незавершенной игре двух лиц, бросающих монету. Они рассуждали следующим образом: для того, чтобы задача о разделе ставки решалась тривиальным образом, достаточно было бы сыграть только одну партию. Если бы эту гипотетическую партию выиграл первый игрок, то он получил бы все деньги, т.е. 210 лир, а если бы он проиграл, то каждый игрок имел бы по два выигрыша, и ставку следовало бы поделить поровну, т.е. по 105 лир. Следовательно, средний выигрыш первого игрока составляет (210+105)/2=157,5 лир, а второго – (0+105)/2=52,5, что соответствует пропорции 3:1.

Б.Паскаль и П.Ферма были первыми математиками, которые не только указали на то, что следует учитывать будущее, но и показали, как количественно следует определять шансы на успех. Их совместный результат стал прорывом в математике. Появилась множество работ, в которых рассчитывались шансы выигрыша для различных игр. Появилась новая математическая дисциплина – наука о случайном.

Игру Л. Пачоли о разделе ставки при незавершённой игре можно считать предтечей трёх наук: теории вероятностей, теории игр, теории экономических рисков.

Связь теории вероятностей с практическими потребностями была основной причиной её бурного развития. Многие разделы были развиты как раз в связи с ответами на запросы практиков. Здесь, кстати, можно вспомнить замечательные слова основателя нашей отечественной школы теории вероятностей П.Л.Чебышева: «Сближение теории с практикой дает самые благотворные результаты, и не одна только практика от этого выигрывает; сами науки развиваются под влиянием её: она открывает им новые предметы для исследования или новые стороны в предметах давно известных».

Неочевидность. Теорию вероятностей смело можно назвать самой «парадоксальной» наукой. На парадоксы натыкаешься буквально на каждом шагу. Многие «очевидные» факты при ближайшем рассмотрении оказываются неверными. Исследуя такие парадоксы, студенты начинают понимать, почему математики придумывают строгие и логически безупречные методы доказательства для «очевидных» вещей. Один из таких парадоксов – парадокс Бертрана – сыграл с теорией вероятностей злую шутку. В этом парадоксе формулируется вроде бы обычная задача на геометрические вероятности, но в зависимости от способа решения получаются три разных ответа. Такое «безобразие» подорвало интерес к новой науке, правильнее даже сказать, что теория вероятности как бы была лишена статуса науки, приблизительно на 100 лет остановилось ее развитие. И только в начале XX века появилась лавина работ по теории вероятностей, в том числе исследован феномен парадокса Бертрана.

На занятиях по теории вероятностей обязательно разбираются парадоксы. К каждому разделу теории вероятностей найдется подходящий парадокс. Если парадоксы Бертрана можно рассказать, излагая тему «Геометрические вероятности», то парадокс Монти Холла лучше подойдет к теме «Условные вероятности» или «Формула полной вероятности».

Парадокс Бертрана заключается в следующем: рассмотрим равносторонний треугольник, вписанный в окружность. Наудачу бросают длинную иглу, которая пересекает окружность в точках А и В. Какова вероятность того, что полученная хорда АВ длиннее стороны треугольника?

Решая эту задачу тремя разными способами, мы получаем ответы 1/3, 1/2 и 1/4.

Суть задачи Монти Холла взята из американского телешоу «Let's Make a Deal» и названа в честь ведущего этой передачи. За тремя дверями находятся две козы и автомобиль. Вам необходимо выбрать одну из дверей. Вы выбираете одну из дверей, например, номер 1, после этого ведущий, который знает, где находится автомобиль, а где козы, открывает одну из оставшихся дверей, например, номер 3, за которой находится коза. После этого он спрашивает вас, не желаете ли вы изменить свой выбор и выбрать дверь номер 2. Увеличатся ли ваши шансы выиграть автомобиль, если вы примете предложение ведущего и измените свой выбор?

На первый взгляд кажется, что на вероятность выигрыша автомобиля не влияет изменение выбора. Однако это не так, изменение выбора, вообще говоря, увеличивает шансы выигрыша с 1/2 до 2/3.

Не остаются без внимания и другие парадоксы теории вероятностей: Санкт-Петербургский парадокс или парадокс двух конвертов.

Ввиду множества таких «неочевидных» задач студенту следует привить навык не доверять первому взгляду, а проверить ответ с помощью методологического аппарата теории вероятностей.

Целостность. К сожалению, школа мало уделяет времени решению текстовых задач и студенты не готовы не только решать задачи, но и понимать условие задач. Не понимая условие задачи, студент не может решить задачу, даже если известно, какую формулу следует применить. «За деревьями не видит леса». Поэтому, прежде всего, нужно научить студентов решать стандартные задачи.

Главным понятием теории вероятностей является понятие опыта или эксперимента. При изучении темы «Формула Бернулли» следует особое внимание уделить тому, что понятие «опыт» в различных задачах может означать и стрельбу по мишени, и бросание кубика, и извлечение шара, и высаживание дерева и многое-многое другое. С точки зрения математики все это эксперимент.

Чтобы развить у студентов навыки анализа условия задачи, предлагается проводить этот анализ по плану. Приведем в качестве примера план анализа условия задачи по темам «Формула Бернулли» и «Предельные теоремы». Прочитав условие задачи, студент должен ответить на следующие вопросы:

1) О каких опытах идет речь в задаче, и что мы называем одним опытом?
2) Известно ли, сколько опытов проведено, чему равно n?
3) Сколько исходов имеет данный опыт? Если возможных исходов два, то какой исход мы назовем событием A или «успехом»? Выбор события A следует производить, исходя из вопроса в данной задаче.
4) Вычислить вероятности исходов $P(A) = p$ и $P(\bar{A}) = q$. Часто эти вероятности заданы, нужно только понять, какая из вероятностей $P(A)$, а какая - $P(\bar{A})$.
5) О каком количестве успехов k идет речь в вопросе?

Если таким образом проанализировать задачу, то осталось только подставить найденные значения n, p, q и k подставить в формулу Бернулли.

Если излагать материал таким образом, то все студенты научатся решать задачи по данной теме. Приведем примеры заданий по темам «Формула Бернулли» и «Предельные теоремы»:

Задача 1. В тестовом задании 15 вопросов, на каждый дано 4 варианта ответов, среди которых 1 правильный. Какое наиболее вероятное число правильных ответов даст отвечающий наугад? Вычислить соответствующую вероятность.

Задача 2. Магазин бытовой техники продал партию из 200 телевизоров. Вероятность того, что в мастерскую гарантированного ремонта попадут телевизоры из этой партии, равна 0,01. Найти вероятность того, что в мастерскую гарантированного ремонта обратятся ровно 4 покупателя, купивших телевизоры данной партии.

В первой задаче вероятность следует вычислять, а во второй – она задана. В первой задаче k нужно найти, а во второй оно задано.

Аналогичную программу анализа условия задачи можно предложить и для решения других текстовых задач. Не секрет, что студентам трудно записать сложное события с помощью объединения и пересечения элементарных событий. Какой знак ставить: пересечение или объединение? Если не выработать у студентов навык анализа условий, то теория вероятностей так и останется набором странных задач.

Универсальность. Математика превосходит многие науки широтой применения своих методов. Теория вероятностей находит своё применение во многих аспектах человеческой деятельности, будь то прогноз погоды, расчет ошибок или экономика предприятия. Набор задач должен быть максимально разнообразен, то есть задачи должны быть из самых разных сфер деятельности человека. Приведем пример задач, решаемых по одной и той же формуле - формуле Байеса, то есть, относящихся к одной и той же теме, но насколько разнообразны области применения формулы!

<u>Задача 1.</u> В больницу поступает в среднем 50% больных с заболеванием А, 30% с заболеванием В, 20% с заболеванием С. Вероятность полного выздоровления для каждого заболевания соответственно равна 0,7; 0,8; 0,9. Больной был выписан из больницы здоровым. Найти вероятность того, что он страдал заболеванием А.

<u>Задача 2.</u> Для принятия решений о покупке ценных бумаг была разработана система анализа рынка. Из данных известно, что 5% рынка представляют собой «плохие» ценные бумаги – неподходящие объекты для инвестирования. Предложенная система определяет 98% «плохих» ценных бума как потенциально «плохие», но также определяет 15% пригодных инвестиций как потенциально «плохие». При условии, что ценная бумага была определена как потенциально «плохая», какова вероятность того, что ценная бумага в действительности «плохая»?

<u>Задача 3.</u> Завод выпускает 3 типа предохранителей. Доля каждого из них в общем объеме составляет 30, 50 и 20%. При перегрузке сети предохранитель 1 типа срабатывает с вероятностью 0,8%, 2 типа – 0,9 и 3 типа – 0,85%. Выбранный наугад предохранитель не сработал при перегрузке сети. Какова вероятность того, что он принадлежал к 1 типу?

При изложении темы «Числовые характеристики» важно, чтобы была не просто таблица данных и нужно найти выборочное среднее и дисперсию, а данные были связаны с какими-то конкретными практическими наблюдениями.

Занимательность. Легче всего сделать дисциплину «Теория вероятностей и математическая статистика» занимательной. Сборники задач пестрят именами «Задача кавалера Де Мере», «Игла Бюффона», «Статистика Бозе-Эйнштейна», «Доска Гальтона» и т. д. Вот и повод рассказать занимательные и любопытные истории из жизни ученых и уж, конечно, рассказать об истории задачи.

Кавалер де Мере, один из французских придворных, был азартным игроком. Денежный выигрыш при игре в кости обычно зависит от комбинации выпивших чисел, на которую делается ставки. Одна из таких комбинаций — выпадение хотя бы одной шестёрки при четырёх бросаниях игральной кости. Де Мере смог подсчитать число шансов этой комбинации. Общее число исходов при четырёх бросаниях игральной кости равно 6^4=1296. Число шансов появления хотя бы одной шестерки составляет 6^4-5^4=671 , так как шестёрки не выпадает ни разу в 5 случаях. Следовательно, вероятность выпадения хотя бы одной шестёрки при четырёх бросаниях равна 671/1296≈0,518> 1/2, поэтому при четырёх бросаниях выгодно делать ставку на то, что выпадет хотя бы одни шестёрка, чем на то, что не выпадет ни одной.

Более сложные комбинации возникали, если бросали сразу две кости. Де Мере пытался определить, сколько раз надо бросить пару костей, чтобы вероятность хотя бы одного появления двух шестёрок была больше 1/2. Он подсчитал, что достаточно 24 бросаний. Однако опыт игрока заставил де Мере сомневаться в правильности своих вычислений. Тогда он обратился с этой задачей к математику Блезу Паскалю, который предложил правильное решение. Учёный определил, что при 24 бросаниях пары костей две шестёрки появляются хотя бы раз с вероятностью, меньшей 1/2, а при 25 бросаниях—с вероятностью, большей 1/2.

Иногда на практическом занятии при изложении темы «Статистическое распределение» удается провести эксперимент со студентами: Каждый студент наудачу пишет 4 слова, считает число букв в слове и записывает количество слов, в которых использовано четное число букв. Затем составляется на доске статистическое распределение случайного числа X – количества слов, имеющих четную длину. Оказывается это эмпирическое распределение мало отличается от теоретического, которое тоже составляется во время занятия.

Ну и конечно же пример азартной игры. Человеку, находящемуся в Лас-Вегасе, нужны 40 долларов, в то время, как он располагает лишь 20 долларами. Для получения нужной суммы он решает поиграть в рулетку согласно одной из двух стратегий: либо поставить все свои 20 долларов на «чет» и закончить игру сразу же (если он выиграет или проиграет), либо ставить на «чет» по одному доллару до тех пор, пока он не выиграет или не проиграет 20 долларов. Какая из этих двух стратегий лучше?

При обучении студентов следует не просто задавать им интересные задачи, или задачи с долгой историей, но и такие, какие им самим было бы интересно решать, и не пришлось бы их задавать в виде домашнего задания или самостоятельной работы.

Заключение. Реалии сегодняшней жизни таковы, что преподаватель не имеет монополии на знания. Каждый может получить любую информацию, любые знания в интернете и в «красивой упаковке». Преподавателю трудно конкурировать с интернетом в этой области. Поэтому главные усилия следует сосредоточить на развитие любознательности и повышению мотивации к обучению. Исторический и проблемный подход в преподавании поможет решить эти задачи.

Литература

1. Anderson C. L. «Note on the advantage of the first serve», J. Combinatorical Theory (A) 23, 363, 1977.
2. http://ru.wikipedia.org/wiki/ Парадокс_Монти_Холла
3. А.Реньи. Трилогия о математике.- М.: Мир,1980, - 376 с.
4. Ф.Мостеллер. Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями.- М.: Наука, 1985, - 88 с.
5. Г. Секкей, «Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике» М.: Мир 1990.
6. Бархатова И.В., Кравец Т.Н., Грамотина О.В., Габриель Л. А. Теория вероятностей: Методическое пособие в двух частях. Донецьк: ІПШІ «Наука і освіта», 2010.
7. Григорьева И.С. Исторический и проблемный подход в преподавании математического анализа // Математика. Компьютер. Образование: Тезисы - М.: 2012. - Выпуск 19. - с.327

УДК 378.147

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ ИТП ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИН ГУМАНИТАРНОЙ ПОДГОТОВКИ

В. В. Кравченко
ООО «Солвежен»
В. И. Кравченко
Донбасская государственная машиностроительная академия, м. Краматорськ, Україна

Анотація. *Наведено методику застосування математичного моделювання при виконанні бакалаврами напрямку комп'ютерні науки самостійної роботи за тематикою гуманітарної кафедри – кафедри фізичного виховання. Досягнуто покращення математичної підготовки студентів. Намічено напрям роботи на перспективу.*

I. **Введение**. Решение масштабных социально-экономических задач, которые стоят перед Украиной на настоящем этапе не возможно без подготовки высококвалифицированных специалистов в области информационных технологий, базовой дисциплиной для которых является высшая математика (ВМ). Однако в преподавании этой дисциплины для бакалаврата компьютерных наук в последнее время складываются негативные тенденции, связанные как с уменьшением количества часов самого курса так, и с передачей некоторых тем дисциплины на выпускающие кафедры, где, к сожалению, не всегда имеются специалисты соответствующего профиля. Следовательно, уменьшение объемов влияния преподавателей кафедры ВМ отрицательно сказывается не только на общематематической подготовке будущих IT-специалистов и магистров, но и заметно снижает качество их профессиональной подготовки, что совершенно не допускается в связи с требованиями образовательного стандарта [1]. И если вопрос привлечения специалистов, в какой-то мере, может быть решен, использованием совместителей из кафедры ВМ на выпускающей кафедре, то отсутствие резервов учебного времени по ВМ и жестко заданные учебным планом часы по другим дисциплинам, заставляют выпускающую кафедру изыскивать их в самой организации учебного процесса. Таким образом, повышение уровня математической и профессиональной подготовки IT-специалистов неразрывно связаны и может быть достигнуто единственным путем – совершенствованием методики преподавания. Но, несмотря на актуальность решения данной задачи, вопросы методического обеспечения математической подготовки компьютерщиков еще недостаточно освещены в литературе. Так в работах [2–4] рассматриваются общие вопросы преподавания ВМ на первом курсе, где в настоящее время собственно и заканчивается все изучение математики, проводимое под руководством высококвалифицированных специалистов кафедры ВМ. В работах [5,6] показано использование математических методов преподавателями выпускающей кафедры – четвертый курс, а вот методике использования ВМ для IT-студентов на 2-3 курсах посвящено мало работ [7]. На наш взгляд, именно здесь еще остались резервы, позволяющие восполнить пробелы в математическом образовании, и осуществлять это следует в тесном взаимодействии гуманитарной и выпускающей кафедры. Как известно на этих курсах в качестве самостоятельной работы студенты IT-шники пишут рефераты по истории, философии, физкультуре и др. дисциплинам гуманитарного цикла. Предав этим рефератам некоторую математическую и алгоритмическую направленность можно получить эффект улучшения математических знаний.

II. Постановка задачи. Целью настоящей работы является совершенствование математической подготовки студентов направления компьютерные науки (бакалавр) при выполнении самостоятельной работы по дисциплинам гуманитарной подготовки. В качестве метода достижения поставленной цели предлагается использовать элементы математического и информационного моделирования в процессе выполнения работы по заданию гуманитарной кафедры.

III. Результаты. При этом для обеспечения непрерывности и преемственности учебный процесс в этом случае должен быть правильно организован методически. В конце текущего учебного года при формировании рабочих программ выпускающей кафедрой на следующий учебный год рассматриваются и перспективы использования гуманитарных кафедр. Преподаватель кафедры компьютерных информационных технологий, отвечающий за цикл математических дисциплин, вместе с преподавателями гуманитарных дисциплин, ведущих занятия в соответствующих группах IT, формируют темы рефератов с математическим уклоном. Особенное внимание уделяется согласованию во времени применяемых в реферате математических методов и дисциплин математического цикла, читаемых студентам на данном курсе. Не допускается использование при написании рефератов математических методов еще не освоенных дисциплин. Например, если дисциплина читается во втором триместре, то ее методы нельзя применять в первом и т.п. В результате на выпускающей и гуманитарной кафедре создается план совместных работ, в котором указывается количество и темы согласованных рефератов. В процессе подготовки реферата преподавателем выпускающей кафедры проводится вводное занятие для студентов, выбравших темы, допускающие математическую трактовку. На занятии разъясняются общие положения создания математической модели (ММ). В частности, младшекурсникам указывается, что ММ в работе может «возникнуть» тремя путями:

- оригинальная студенческая разработка (авторская модель);
- заимствование из литературы с обязательной ссылкой на источник, откуда взята модель;
- комбинированием оригинальной разработки и известных моделей. Опять же со ссылками на литературу. Аналогично «возникает» и алгоритм. Затем приводится методика разработки ММ, заключающаяся в разъяснении студентам необходимости выполнения следующих этапов:

- уясняется постановка задачи и определяется объект, подлежащий математическому описанию. Определяется предметная область и бизнес - процесс, подлежащий программирования. Изучаются литературные источники и программные продукты аналогичного назначения.
- формулируется и логически связно записывается текстовая постановка задачи;
- определяется математический аппарат (метод решения), соответствующий постановке задачи;

- вводятся и описываются обозначения, которые будут использоваться в ММ. Предпочтение отдается стандартным (общепринятым) математическим обозначениям (символам). Для их определения следует использовать базовые учебники по математике, справочники по элементарной и высшей математике, лекции по спецдисциплинам, литературу по теме реферата, рекомендуемую гуманитарной кафедрой;

- записываются математические соотношения, описывающие объект исследования, т.е. разрабатывается ММ. Формулы (выражения) ММ нумеруются, записываются и размещаются в соответствии с общепринятыми требованиями к оформлению самостоятельных работ, принятых на выпускающей кафедре. При описании алгоритма производятся ссылки на эти формулы.

- разрабатывается контрольный пример к ММ или приводится ссылка на литературу, подтверждающая правильность использования математического аппарата или расчетов.

Покажем применение данной методики на примере взаимодействия кафедры компьютерных информационных технологий с кафедрой физической культуры. Тема реферата «Умеете ли вы лечиться?» была предложена специалистом - кандидатом наук по физическому воспитанию и спорту. В качестве базового источника оригинальной информации IT-студенту 3-го курса была предложена работа [8]. Суть реферата - оценка стратегии и тактики поведения студентов, в случае, когда они могут оказаться в роли пациентов лечебного учреждения, путем опроса (анкетирования) об отношении студента:

- к самому себе и своей болезни;

- к врачам и процедуре лечения (диагностика, анализы, лечебные процедуры и т.п.). При формировании требований к работе учитывалось, что студент к этому времени уже изучил курс ВМ и дисциплины «Теория алгоритмов», «Прикладная математика», и «Основы алгоритмизации и программирования», т.е. знает математику и умеет программировать. Уровень комплексной оценки знаний по предметам – 91 балл, (согласно болонской системе - минимум оценки пять - отлично). Уровень знаний по физическому воспитанию не оценивался. В результате изучения и проработки оригинала [8] была разработана авторская ММ подсчета бальной оценки c_i по каждому i – вопросу, где переменная i может принимать значения от единицы до трех [7]. Общая сумма баллов S вычисляется по формуле

$$S = \sum_{i=1}^{8} c_i, \qquad (1)$$

где: 8 – количество вопросов.

После ответа тестируемого на все восемь вопросов значение S анализируется на предмет автоматизированного формирования результата из ранее заготовленной базы ответов согласно следующим логическим условиям:

$$\begin{gathered} 5 \geq S \geq 0, \\ 11 \geq S \geq 6, \\ 16 \geq S \geq 12. \end{gathered} \qquad (2)$$

При выполнении первого условия из соотношений (2) формируется ответ (экран №1), выводимый в красном цвете, свидетельствующем о неправильной стратегии поведения тестируемого в отношении к своей ситуации. При выполнении второго - ответ выводится в синем цвете (экран №2), свидетельствующем об удовлетворительной, но не лучшей стратегии поведения. Зеленый цвет экрана (рис.1) и поощрительная информация в нем свидетельствуют об оптимальной стратегии поведения.

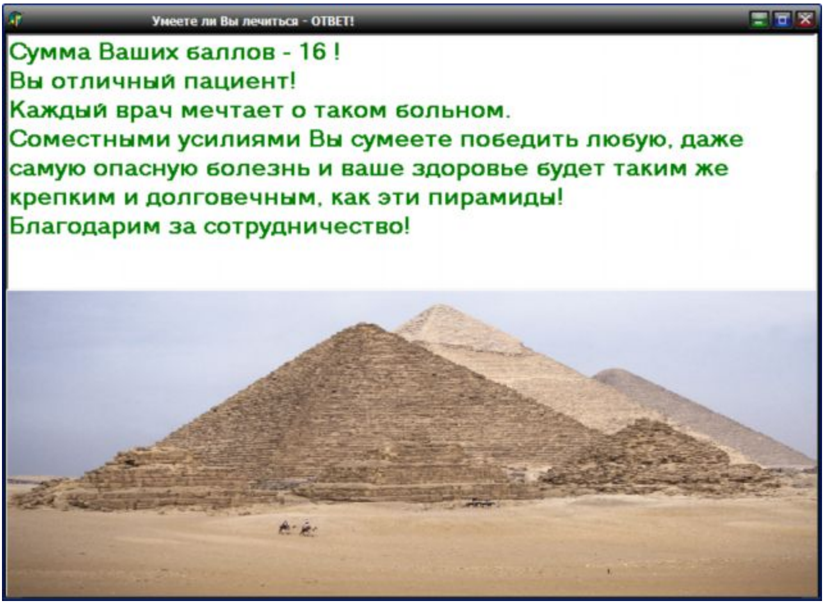


Рисунок 1. Экранная форма оптимального ответа

В соответствии с рекомендациями кафедры физического воспитания, полагается, что данная цветовая гамма должна насторожить сознание студента в отношении сути теста и послужить толчком для переосмысливания своего отношения к лечению. Информационная модель алгоритма реализации ММ показана на рис. 2.

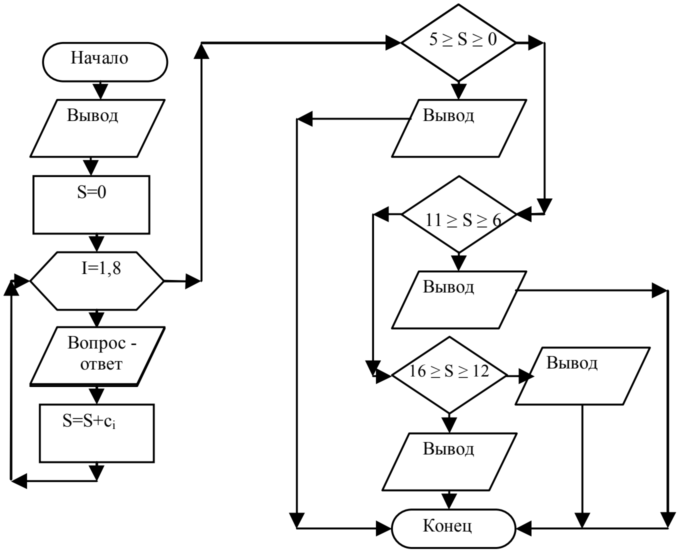


Рисунок 2. Блок – схема алгоритма

Из рис.2 видно, что в блоках 3-6 математика сводится к циклическому суммированию (блок 3 – принятое в программировании обнуление начального значения суммы), а в блоках 7-13 – к математической логике. Фрагмент программного кода, относящегося к блокам 3-13 и ММ (1,2) показан в табл.

Таблица 1

Логическая процедура программы

```
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
begin {Процедура суммирования по формуле 1}
//s:=0; i:=strtoint(trim(edit1.Text)); if (i=1) or( i=2) or (i=3) THEN
```

```
  begin      if (i=1) or( i=2) then S:=s+I   end;
end; {Процедура логики выбора ответов и цвета по формуле 2}
if(s>=12)and (s<=16) THEN begin Memo2.Font.Color:=clgreen;{зеленый}
Memo2.lines.add('Сумма Ваших баллов - '+inttostr(s)+ ' !');end;
if (s>=6) and( s<=11) THEN  begin Memo2.Font.Color:=clblue; {синий}
Memo2.lines.add('Сумма Ваших баллов - '+inttostr(s)+ ' !'); end;
if (s>=0) and( s<=5) THEN  begin Memo2.Font.Color:=clred; {красный}
Memo2.lines.add('Сумма Ваших баллов - '+inttostr(s)+ ' !');
1:Memo2.lines.add('Благодарим за сотрудничество!');
```

Если значение S отрицательное, или $S \geq 17$ то такие значения не принимаются, так как считается, что, не смотря на инструкцию, приведенную в заставке программы и всплывающие контекстные подсказки, студент допустил ошибки при работе с программой.

IV. Выводы. Научную новизну работы составляют приведенные выше методика моделирования и программные материалы. Достигнуто улучшение математической подготовки бакалавров направления компьютерные науки. Практическая полезность для выпускающей кафедры заключается в соблюдении принципа непрерывности и повышении уровня математической подготовки студентов, а также расширении понятий предметной области знаний, в которой студент направления компьютерные науки, помимо технической, может применять математику. Кроме того, существенно повышается качество самостоятельной работы студента, т.к. отсутствие каких либо аналогов практически исключает списывание и плагиат, что приучает студентов грамотно работать с литературными источниками. Для кафедры физического воспитания практическая полезность заключалась в использовании разработанного программного продукта для существенного уменьшения трудоемкости обработки результатов анкетирования.

Следует отметить также трудности связанные с организацией и выполнением межкафедральных самостоятельных работ. В первую очередь это планирование и учет нагрузки преподавателей, обеспечивающих данный учебный процесс. Списание нагрузки за счет второй половины дня, на наш взгляд, не совсем способствует внедрению подобных мероприятий в практику работы гуманитарных и выпускающих кафедр технического вуза.

Дальнейшее развитие научных разработок в данном направлении - применение методов математического моделирования при выполнении самостоятельных работ совместно с кафедрами охраны труда, политологии и др. общеобразовательными и гуманитарными кафедрами.

Литература

1. Галузевий стандарт вищої освіти України з напряму підготовки 6.050101 «Комп'ютерні науки»: Збірник нормативних документів вищої освіти. – К.: Видавнича група BHV, 2011. – 85 с.

2. Григоренко В. Методологія математики як компонента змісту освіти та джерело розвитку мислення // Вища шк. – 2006. № 5-6. – С. 28-33.

3. Кравченко В.И., Обухов А.Н., Кравченко В.В. Об особенностях общематематической подготовки студентов специальности ИТП // Студенческий вестник ДГМА. – 2005. –С. 203-205.

4. Морозова Т., Мендзебровський І., Пероганич Ю. Вища комп'ютерна освіта та ІТ – індустрія // Вища шк. – 2008. № 3. – С. 40-48.

5. Кравченко В.І. Моделювання систем: досвід та перспективи викладання дисципліни / Кравченко В.І., Кравченко В.В., Шабаліна Ю.А., - Вища школа, №6 – 2009, С. 48 – 54

6. Кравченко В.И., Вермей О.В. Совершенствование математической подготовки будущих ІТ-специалистов с машиностроительным профилем обучения // Alma mater (Вестник высшей школы). – 2010. – № 4. С. 52-58.

7. Кравченко В.В. Информационные технологии в преподавании физкультуры / Кравченко В.В., Филинков В.И., Кравченко В.И. - Студенческий вестник ДГМА. – 2007. –С. 215-220.

8. Хей Луиза Л. Настройся на здоровую жизнь. – М.: «ОЛМА – ПРЕСС», 2006.- 192 с.

УДК 378:015.3.514

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ АСПЕКТИ ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ МАТЕМАТИЧНОГО ФАКУЛЬТЕТУ

О. М. Кравчук

Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки, м. Луцьк, Україна

Анотація. *У статті розкриваються психолого-педагогічні аспекти організації самостійної роботи студентів, що є провідною формою організації сучасного навчального процесу. Визначені умови активізації самостійної роботи, які сприяють формуванню навчальної і професійної компетентності.*

І. Вступ. Сучасне суспільство вимагає від кожної людини безперервного підвищення рівня своїх знань, умінь, і навичок. Це пояснюється постійним розвитком різних галузей знань і, у зв'язку з цим, швидкими темпами їх старіння[4] **.**

Організація навчального процесу в сучасному вищому навчальному закладі базується на принципах достатності наукового, пізнавального, інформаційного та методичного забезпечення, здатного закласти основу для самостійного опанування й осмислення знань і прояву творчої та дослідницької ініціативи. Важливе місце у навчальному процесі має відводитись науково-пошуковій, самостійній пізнавальній діяльності студентів і розвитку високого рівня пізнавальної активності у процесі їх фахової підготовки

У Програмі дій щодо реалізації положень Болонської декларації в системі вищої освіти і науки України задекларовано принцип організації навчального процесу на основі пріоритетності змістової й організаційної самостійності та зворотного зв’язку, що полягає у створенні умов організації навчання та оцінюється результатами самостійної пізнавальної діяльності студентів. [3]

До проблеми самостійної роботи студентів виявляють значний інтерес вітчизняні та зарубіжні дослідники. Аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури свідчить про те, що розглядаються різні аспекти цієї проблеми, зокрема: питання самостійної діяльності у процесі навчання (Л. Л. Головко, С. Г. Заскалєта, Л. В. Онучак, Н. Г. Сидорчук, І. А. Шайдур); організаційні і педагогічні аспекти самостійної роботи студентів (М. І. Сичова, М. Буринський, М. М. Солдатенко, І. М. Шимко, С. М. Кустовський); особистісна орієнтація самостійної роботи (Г. С. Адамів, В. В. Луценко, Г. М. Романова, В. Ф. Паламарчук); професійної спрямованості навчання (Г. Е. Гнітецька, О. В. Куклін, І. М. Козловська, Н. А. Побірченко, І. В. Хом'юк,Т. Д. Якимович) та ін.

Водночас, проблема організації самостійної роботи студентів математичного профілю в процесі навчання математичних дисциплін з урахуванням специфіки підготовки фахівців не була предметом спеціального дослідження.

Наявні проблеми організації та практичної реалізації самостійної роботи студентів у процесі навчання математичних дисциплін, її недостатня теоретична розробленість і потреби практики підготовки фахівців, зокрема майбутніх вчителів, обумовлюють актуальність нашого дослідження.

Аналізуючи реальний стан організації навчального процесу у вищому навчальному закладі, варто зауважити, що збільшення часового обсягу самостійної роботи у навчальних планах потребує теоретичного обґрунтування її підготовки, реалізації та контролю.

ІІ. Постановка завдання. Вирішення завдань сучасної освіти неможливе без підвищення ролі самостійної роботи студентів над навчальним матеріалом, посилення відповідальності викладачів за розвиток навичок самостійної роботи, за стимулювання професійного зростання студентів, виховання їх творчої активності й ініціативи.

Основною метою самостійної роботи студентів є поліпшення професійної підготовки фахівців вищої кваліфікації, спрямоване на формування дієвої системи фундаментальних і професійних знань, умінь і навичок, які вони могли б вільно і самостійно застосовувати у практичній діяльності.

Ми ставимо за мету дослідити окремі психолого-педагогічні аспекти організації самостійної роботи студентів, зокрема при вивченні математичних дисциплін. Перед вищим навчальним закладом постає важливе завдання – формування стійкого інтересу до майбутньої трудової діяльності, внутрішньої потреби в засвоєнні знань і самостійній роботі.

Основними методами дослідження були: теоретичні (вивчення та аналіз, узагальнення наукової вітчизняної і зарубіжної педагогічної, психологічної літератури, систематизація теоретичних та емпіричних даних, порівняльний аналіз), емпіричні (бесіди зі студентами і викладачами, педагогами різних навчальних закладів).

ІІІ. Результати. Як відомо, самостійна робота студента є основою навчання у вищому навчальному закладі, саме вона «формує готовність до самоосвіти, створює базу безперервної освіти», дає можливість «бути свідомим і активним громадянином і творцем» [2].

Ніякі зовнішні дії, інструкції, настанови і накази не можуть замінити самостійної діяльності людини і, звичайно, не зрівняються з нею за ефективністю. Значна частина студентів-першокурсників навчається нижче своїх можливостей через відсутність навичок самостійної роботи. Яким би не був високо кваліфікованим викладач, що читає курс, основну роботу, пов'язану з оволодінням знаннями, студент повинен виконати самостійно.

Самостійна робота розглядається як найважливіший елемент навчання і виховання студентів [5]. Викладач у такому випадку із транслятора знань перетворюється на менеджера освітнього процесу, організовуючи і скеровуючи пізнавальну діяльність студентів.

Можна виділити наступні види СРС з предметів математичного циклу залежно від місця і часу проведення, характеру керівництва з боку викладача і способу контролю:

- самостійну роботу під час основного аудиторного зайняття (лекцій, практичних та лабораторних робіт);

- самостійну роботу під контролем викладача у формі планових консультацій, колоквіумів, заліків та іспитів;

- поза аудиторну самостійну роботу при виконанні студентом домашніх завдань навчального і творчого характеру (науково-дослідних завдань).

В ході організації самостійної роботи студентів перед викладачем постають наступні завдання**:**

- поглиблювати і розширювати їх професійні знання;
- формувати у них інтерес до навчально-пізнавальної діяльності;
- навчити опановувати прийоми процесу пізнання;
- розвивати у них самостійність, активність, відповідальність;
- розвивати пізнавальні здібності майбутніх фахівців.

У сучасній літературі виділяють два рівні самостійної роботи: керована викладачем самостійна робота студентів і власне самостійна робота.

Саме перший рівень найбільш значимий, оскільки він передбачає наявність спеціальних методичних вказівок викладача, виконуючи які студент набуває і удосконалює знання, уміння і навички, накопичує досвід практичної діяльності.

Основне завдання організації СРС полягає у створенні психолого-дидактичних умов розвитку інтелектуальної ініціативи і мислення на занятті будь-якої форми. Основним принципом організації СРС повинно стати переведення усіх студентів на індивідуальну роботу з переходом від формального пасивного виконання певних завдань до пізнавальної активності з формуванням власної думки при розв’язанні поставлених проблемних питань і завдань. У результаті такої роботи студент має навчитися усвідомлено і самостійно працювати спочатку з навчальним матеріалом, потім з науковою інформацією, використати основи самоорганізації і самовиховання з тим, щоб розвивати надалі уміння безперервно підвищувати свій професійний рівень.

Вирішальна роль в організації СРС належить викладачеві, який повинен працювати не із студентом «взагалі», а з конкретною особою, з її сильними і слабкими сторонами, індивідуальними здібностями. Завдання викладача - побачити і розвинути кращі якості студента як майбутнього фахівця високої кваліфікації.

Умови, що забезпечують успішне виконання СРС:

1. Вмотивованість навчального завдання (для чого, чому сприяє).
2. Постановка пізнавальних завдань.
3. Алгоритм виконання роботи, способи її виконання.

4. Чітке визначення викладачем форм звітності, обсягу роботи, термінів її виконання.

5. Визначення видів консультаційної допомоги (консультації настановні, тематичні, проблемні).

6. Критерії оцінювання, звітності.

7. Види і форми контролю (контрольні роботи, тести, колоквіуми)

Самостійна робота включає відтворюючі та творчі процеси діяльності студента. Залежно від цього розрізняють три рівні самостійної роботи: репродуктивний (тренувальний); реконструктивний; творчий, пошуковий.

Самостійні тренувальні роботи виконуються за зразком: побудова геометричних образів; розв’язання задач за алгоритмом; заповнення таблиць тощо. Пізнавальна діяльність студента проявляється в отриманні знань, усвідомленні, запам'ятовуванні. Мета тренувальних робіт - закріплення знань, формування умінь, навичок.

В ході виконання самостійних реконструктивних робіт відбувається складання плану, тез, анотування. На цьому рівні можуть вивчатися наукові джерела, готуватися реферати. Мета цього виду робіт - навчити студентів основам самостійного планування та організації праці.

Самостійна творча робота вимагає аналізу проблемної ситуації, отримання нової інформації. Студент повинен самостійно зробити вибір засобів і методів розв’язання (навчально-дослідницькі завдання, курсові і дипломні роботи). Мета цього виду робіт - навчання основам творчості, перспективного планування.

Таким чином, для організації і успішного виконання самостійної роботи студентів потрібні:

1. Комплексний підхід до організації СРС (включаючи усі форми аудиторної і позааудиторної роботи).

2. Забезпечення контролю за якістю виконання СРС (вимоги, консультації).

3. Використання різних форм контролю.

Серед основних характеристик СРС можна виділити такі:

1. Психологічні умови успішності СРС. Передусім - це формування стійкого інтересу до обраної професії і методів оволодіння її

особливостями, які залежать від взаємовідносин між викладачами і студентами в освітньому процесі; рівня складності завдань для самостійної роботи; залучення студентів у формовану діяльність майбутньої професії.

Дії викладача мають бути такими, що враховують основні психічні процеси (сприймання, мислення, пам'ять, увага) своїх студентів. Тому при підготовці до занять розробляються розвиваючі навчальні завдання, аналізуються раціональні прийоми вивчення і запам'ятовування теоретичного матеріалу, досліджується вплив емоційної, словесно-логічної пам'яті на процес засвоєння окремих питань математичних дисциплін. [1]

Вивчення математики неможливе без запам'ятовування основних формул, теоретичних положень, використання яких у процесі логічних міркувань приводить до результату (доведення теореми, розв'язання задачі). Психологи і педагоги рекомендують спочатку зрозуміти матеріал, а потім запам'ятовувати його.

2. Професійна орієнтованість дисциплін. Безперечність цієї навчально-змістовної тези з точки зору знань, залучення до творчої професійної діяльності, ефективної особистої взаємодії у професії не повинна зменшувати значення загальних знань відповідних блоків дисциплін навчального плану. Крім того, глибина профілізації математичних дисциплін повинна враховувати психологічні закономірності багаторівневої підготовки майбутніх професіоналів : бакалаври, магістри.

3. Обмежений бюджет часу студента. По-перше, при формуванні годинного обсягу свого предмета викладач повинен враховувати загальне сумарне навантаження студента (не тільки "моя" дисципліна). По-друге, інтенсифікація освітнього процесу передбачає чітку організацію СРС за рахунок зменшення рутинної роботи студента в семестрах.

4. Індивідуалізація СРС, яка охоплює:

- збільшення питомої ваги інтенсивної роботи викладача з більш підготовленими студентами;
- поділ заняття на обов'язкову і творчу частини (для тих хто виявляють цікавість і здібності до складніших, а головне, - нестандартних завдань, додаткових питань, навчально-проблемних ситуацій тощо);
- регулярність консультацій для студентів;
- вичерпне і своєчасне інформування про тематичний зміст самостійної роботи, терміни виконання, форми, способи контролю і оцінювання підсумкових результатів.

IV. Висновки. Довголітня практика переконує в тому, що самостійна робота студентів є необхідною у їх навчальній діяльності. Від-мова від самостійної роботи може загрожувати зниженням рівня навчання. У навчальній діяльності студент формує себе сам.

Наукова новизна полягає у тому, що досліджується проблеми організації самостійної роботи студентів при вивченні математичних дисциплін і подаються практичні рекомендації щодо проведення такої роботи. Зокрема, для успішної самостійної роботи потрібно дотримуватися деяких психолого-педагогичних аспектів. По-перше, самостійна робота має будуватися на основі навчальних програм, інтересів і потреб студентів. Успішність виконання самостійної роботи безпосередньо залежить від підготовки його з навчального предмету на занятті, тобто чим вище підготовка студента, тим вищий рівень виконання самостійної роботи. По-друге, при організації самостійної роботи дуже важливо враховувати особисті психічні особливості кожного студента, тобто його індивідуальність. По-третє, для того, щоб уміння правильно сформувалися, треба правильно будувати самостійну роботу студента, виключивши механічне заучування з книг. Бажано, щоб у процесі навчання функціонували і уявлення, і мислення студента. По-четверте, треба уникати того, щоб самостійне вивчення літератури перетворювалося на стихію: з боку викладача повинен здійснюватися систематичний контроль за самостійною роботою студентів впродовж усього навчання.

Враховуючи сформульовані у статті положення, можемо зробити висновок про доцільність, важливість, необхідність самостійної роботи студентів і про правильну організацію цієї роботи педагогами.

Література

1. Деркач Л.М., Резанко В.М. Психологія самоконтролю в процесі засвоєння знань студентами/ Л.М Деркач, В.М Резанко – Чернівці:Митець,1999.-79с.
2. Загвязинский В.И. Теория обучения: Современная интерпретация: Учебное пособие для студентов вузов. – М. : Академия, 2001.- 192 с.
3. Модернізація вищої освіти України і Болонський процес: Інформація до першої лекції 2004/ 2005 навчального року: Лист №1 / 9 402, 28. 07. 2004 р.// Юридичний вісник України. 2004. 18 вересня. №38. – С. 9 – 23.
4. Седова Н. Е. . Как стать образованным человеком. – Петропавловско-Камчатский, 1991.-219с.
5. Щербакова Е. В. Особенности организации самостоятельной работы студентов по педагогическим дисциплинам [Текст] / Е. В. Щербакова // Актуальные вопросы современной психологии: материалы междунар. заоч. науч. конф. (г. Челябинск, март 2011 г.). – Челябинск : Два комсомольца, 2011. – С. 139-141.

УДК 622.258

К ВЫБОРУ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ МОНОЛИТНОЙ БЕТОННОЙ КРЕПИ ВЕРТИКАЛЬНЫХ СТВОЛОВ ШАХТ

И. В. Купенко, В. С. Дегтярев

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина

Анотація. *Розглянуті деякі питання, пов'язані з розрахунком шахтного кріплення змінної товщини. Виходячи з даних практики прийняті еліптичні форми зовнішнього і внутрішнього контурів кріплення. Розрахунки на її міцність вимагають знання закону зміни товщини перерізу. Він визначений як рішення задачі пошуку умовного мінімуму функції при заданих рівняннях зв'язку. Рішення отримано методом множників Лагранжа.*

В горностроительной практике особое место по функциональной значимости и технологической специфике занимают вертикальные стволы шахт. Их используют для выдачи на поверхность полезного ископаемого и породы, для спуска-подъема людей, материалов и оборудования, для нужд вентиляции, водоотлива и т.д. Таким образом, приобретает важность проблема обеспечения бесперебойной работы стволов, которая во многом определяется надежностью их крепи.

Сделанный нами анализ свыше 60 журналов проходок показал, что радиус внутреннего контура крепи не является постоянным даже в пределах одного и того же поперечного сечения. В работах М.В. Прокоповой [1] показано, что в процессе сооружения ствола опалубка приобретает форму близкую к эллипсу, отношение полуосей которого растет с диаметром и глубиной. Анализ, проведенный для различных условий проходок, показал, что в местах утонения крепи наблюдается довольно значительное увеличение опасных нормальных тангенциальных напряжений. При решении данной проблемы особое внимание привлекает наиболее «опасный» случай, когда толщина крепи минимальна. Очевидно, что при круглой форме ствола этот случай будет наблюдаться, если отклонение оси опалубки от оси ствола произойдет в направлении большей полуоси эллипса опалубки.

При эллиптической же форме поперечного сечения ствола (такие стволы на Украине и в СССР практически не сооружались, но довольно часто встречаются в зарубежной практике [2]) выявление наиболее «опасного» случая не столь очевидно и, по нашему мнению, представляет определенный интерес.

Для нахождения наименьшей толщины в поперечном сечении крепи применяется схема, изображенная на рис.1.

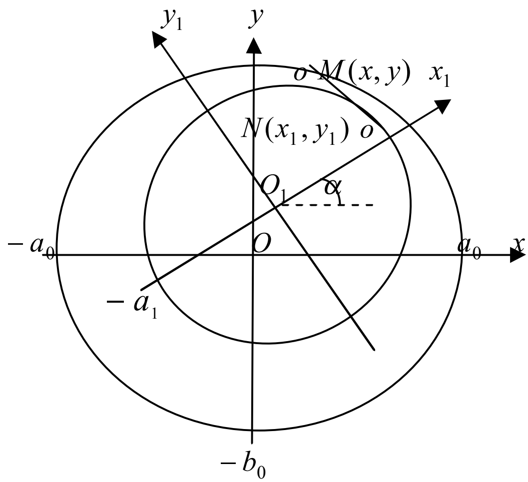


Рис.1 Расчетная схема

Здесь контуры сечения крепи – эллипсы. O - центр наружного контура (далее наружного эллипса), принят за центр основной системы координат XOY, в которой уравнение наружного эллипса $\frac{x^2}{{a_0}^2}+\frac{y^2}{{b_0}^2}=1$. $O_1(x_0,y_0)$ - центр внутреннего эллипса (внутреннего контура сечения крепи). Эта точка принята за центр новой системы координат $X_1O_1Y_1$, полученной параллельным переносом основной системы с последующим ее поворотом против часовой стрелки на угол α. В новой системе координаты произвольной точки обозначим (x_1,y_1). Отсюда уравнение внутреннего эллипса в системе координат

$X_1O_1Y_1$ имеет вид $\frac{x_1^2}{a_1^2}+\frac{y_1^2}{b_1^2}=1$. Координаты основной системы с координатами новой системы связаны формулами

$$x = x_1\cos\alpha - y_1\sin\alpha + x_0;$$
$$y = x_1\sin\alpha + y_1\cos\alpha + y_0$$

Возьмем на наружном эллипсе произвольную точку $M(x,y)$, а на внутреннем эллипсе произвольную точку $N(x_1,y_1)$. Так как (x_1,y_1) - координаты произвольной точки внутреннего эллипса в новой системе координат X_1O_1Y, то квадрат расстояния между точками $M(x,y)$ и $N(x_1,y_1)$ равен:

$$u=\delta^2=[x-(x_1\cos\alpha - y\sin\alpha + x_0)]^2+[y-(x_1\sin\alpha + y_1\cos\alpha + y_0)]^2$$

Задача заключается в нахождении на указанных эллипсах таких точек $M(x,y)$ и $N(x_1,y_1)$, при которых расстояние между ними будет наименьшим. Это задача условного экстремума для функции четырех переменных x,y,x_1,y_1, решаемая методом множителей Лагранжа с двумя уравнениями святи:

$$\varphi_1(x,y)=\frac{x^2}{a_0{}^2}+\frac{y^2}{b_0{}^2}-1,\qquad \varphi_2(x_1,y_1)=\frac{x_1{}^2}{a_1^2}+\frac{y_1{}^2}{b_1^2}-1.$$

Функция Лагранжа для этого случая имеет вид:

$$L(x,y,x_1,y_1,\lambda_1,\lambda_2)=[x-(x_1\cos\alpha - y_1\sin\alpha + x_0)]^2+$$
$$+[y-(x_1\sin\alpha + y_1\cos\alpha + y_0)]^2+\lambda_1(\frac{x^2}{a_0^2}+\frac{y^2}{b_0^2}-1)+\lambda_2(\frac{x_1^2}{a_1^2}+\frac{y_1^2}{b_1^2}-1).$$

Необходимое условие экстремума выражается системой уравнений (1)-(6):

$$L'_x=2[x-(x_1\cos\alpha - y_1\sin\alpha + x_0)]+\lambda_1\frac{2x}{a_0^2}=0 \qquad (1)$$

$$L'_y=2[y-(x_1\sin\alpha + y_1\cos\alpha + y_0)]+\lambda_1\frac{2y}{b_0^2}=0 \qquad (2)$$

$$L'_{x_1}=2[x_1-(x\cos\alpha + y\sin\alpha)+x_0\cos\alpha + y_0\sin\alpha + \lambda_2\frac{x_1}{a_1^2}]=0 \qquad (3)$$

$$L'_{y_1} = 2[y_1 - (y\cos\alpha - x\sin\alpha) + y_0\cos\alpha - x_0\sin\alpha + \lambda_2 \frac{y_1}{b_1^2}] = 0 \tag{4}$$

$$L'_{\lambda_1} = \frac{x^2}{a_0^2} + \frac{y^2}{b_0^2} - 1 = 0 \tag{5}$$

$$L'_{\lambda_2} = \frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{y_1^2}{b_1^2} - 1 = 0 \tag{6}$$

Рациональным представляется исключение из уравнений (1) - (2) множителя λ_1, а из уравнений (3)-(4) множителя λ_2 . В результате система уравнений для нахождения стационарных точек приобретает вид:

$$\begin{aligned}[x - (x_1\cos\alpha - y_1\sin\alpha + x_0)]a_0^2 y = \\ = [y - (x_1\sin\alpha + y_1\cos\alpha + y_0)]b_0^2 x\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}[x_1 - (x - x_0)\cos\alpha - (y - y_0)\sin\alpha]a_1^2 y_1 = \\ = [y_1 + (x - x_0)\sin\alpha - (y - y_0)\cos\alpha]b_1^2 x_1\end{aligned} \tag{8}$$

$$\frac{x^2}{a_0^2} + \frac{y^2}{b_0^2} - 1 = 0 \tag{9}$$

$$\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{y_1^2}{b_1^2} - 1 = 0 \tag{10}$$

Решения полученной системы уравнений (7)-(10) представляют точки (x, y, x_1, y_1), являющиеся стационарными точками при нахождении экстремума. Если найдены решения системы уравнений (7)-(10) и необходимо найти соответствующие им значения λ_1 и λ_2, можно воспользоваться формулами, полученными из уравнений (1) (или (2)) и (3) (или (4)):

$$\lambda_1 = -\frac{[x - (x_1\cos\alpha - y_1\sin\alpha + x_0)]a_0^2}{x} \tag{11}$$

$$\lambda_2 = -\frac{[x_1 - (x\cos\alpha + y\sin\alpha) + x_0\cos\alpha + y_0\sin\alpha]a_1^2}{x_1} \tag{12}$$

Значения λ_1 и λ_2 понадобятся в случае доказательства, что в найденных стационарных точках функция Лагранжа действительно имеет минимум. Для этого доказательства необходимо построить матрицу Гессе [3], состоящую из значений вторых производных функции Лагранжа в найденной стационарной точке:

$$H(x,y,x_1,y_1,\lambda_1,\lambda_2)=\begin{pmatrix} L''_{\lambda_1\lambda_1} & L''_{\lambda_1\lambda_2} & L''_{\lambda_1 x} & L''_{\lambda_1 y} & L''_{\lambda_1 x_1} & L''_{\lambda_1 y_1} \\ L''_{\lambda_2\lambda_1} & L''_{\lambda_2\lambda_2} & L''_{\lambda_2 x} & L''_{\lambda_2 y} & L''_{\lambda_2 x_1} & L''_{\lambda_2 y_1} \\ L''_{x\lambda_1} & L''_{x\lambda_2} & L''_{xx} & L''_{xy} & L''_{xx_1} & L''_{xy_1} \\ L''_{y\lambda_1} & L''_{y\lambda_2} & L''_{yx} & L''_{yy} & L''_{yx_1} & L''_{yy_2} \\ L''_{x_1\lambda_1} & L''_{x_1\lambda_2} & L''_{x_1 x} & L''_{x_1 y} & L''_{x_1 x_1} & L''_{x_1 y_1} \\ L''_{y_1\lambda_1} & L''_{y_1\lambda_2} & L''_{y_1 x} & L''_{y_1 y} & L''_{y_1 x_1} & L''_{y_1 y_1} \end{pmatrix}$$

В данной задаче матрица Гессе имеет вид:

$$H(x,..\lambda_2)=\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{2x}{a_0^2} & \frac{2y}{b_0^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2x_1}{a_1^2} & \frac{2y_1}{b_1^2} \\ \frac{2x}{a_0^2} & 0 & 2(1+\frac{\lambda_1}{a_0^2}) & 0 & -2\cos\alpha & 2\sin\alpha \\ \frac{2y}{b_0^2} & 0 & 0 & 2(1+\frac{\lambda_1}{b_0^2}) & -2\sin\alpha & -2\cos\alpha \\ 0 & \frac{2x_1}{a_1^2} & -2\cos\alpha & -2\sin\alpha & 2(1+\frac{\lambda_2}{a_1^2}) & 0 \\ 0 & \frac{2y_1}{b_1^2} & 2\sin\alpha & -2\cos\alpha & 0 & 2(1+\frac{\lambda_2}{b_1^2} \end{pmatrix}$$

Из этой матрицы видно, что первые ее четыре главных минора равны нулю, так как четыре первых элемента второй строки равны 0. Найдем пятый главный минор. Он равен:

$$\Delta_5=\frac{32x_1^2}{a_1^2}\left(\frac{x^2}{a_0^4}+\frac{y^2}{b_0^4}\right)\left(1+\frac{\lambda_1}{a_0^2}\right).$$

Все сомножители этого минора, кроме последнего, всегда положительные (x и y не могут быть одновременно равными 0, так как точка(0;0) не лежит на эллипсе). Значит, знак пятого главного минора полностью определяется последним множителем. Если он совпадает со знаком шестого главного минора, имеем условный минимум функции. Если у них противоположные знаки, то это точка условного максимума [3].

Заметим, что, если построить графики обоих эллипсов, наличие экстремальных точек в той или иной четверти очевидно, и потому можно обойтись без исследования на достаточный признак.

Для случая, изображенного на рисунке 1, в первой четверти имеется только один случай экстремума (минимум расстояния между точками на наружном и внутреннем эллипсах). Поэтому стационарная точка (x, y, x_1, y_1), составленная из координат точек $M(x, y)$ и $N(x_1, y_1)$ первой четверти, определяет минимальное расстояние между точками на наружном и внутреннем эллипсах. Аналитическое решение системы в общем виде не представляется возможным и поэтому производится численными методами в каждом конкретном случае.

Приведём пример вычисления минимального зазора для эллипсов со следующими произвольно взятыми размерами: $a_0 = 6{,}2, b_0 = 4{,}35, a_1 = 5{,}0, b_1 = 3{,}5$. Угол поворота внутреннего эллипса $\alpha = \frac{4\pi}{5}$, координаты его центра $x_0 = 0, y_0 = 0$ (смещения нет). В начале решения желательно построить данные эллипсы в декартовой системе координат. Это позволит увидеть, что минимум толщины оболочки находится во второй и четвертой четвертях. Поэтому за приближение стационарной точки во второй четверти можно взять $x = -2, y = 4, x_1 = 4, y_1 = -2$. Далее решаем численно, например, методом Ньютона, систему уравнений (7)-(10). Получаем $x = -2{,}735$, $y = 3{,}904,\ x_1 = 4{,}491, y_1 = -1{,}53.$ Отсюда минимальная толщина стенки

$$\delta = \sqrt{[x - (x_1\cos\alpha - y_1\sin\alpha + x_0)]^2 + [y - (x_1\sin\alpha + y_1\cos\alpha + y_0)]^2} = 0{,}02.$$

Таким образом, получена методика обнаружения и оценки наиболее опасного с точки зрения прочности места в крепи шахтного ствола.

Литература

1. Прокопова М.Ю. Обоснование параметров крепи и жесткой армировки глубоких вертикальных стволов с учетом фактических отклонений от проекта в процессе проходки. Автореферат диссертации канд. тех. наук: 25.00.221 ЮрГТУ.- Новочеркаск, 2004,- 24с.

2. Новик Е. Б., Левит В. В., Ильяшов М. А. Опыт сооружения вертикальных стволов в ЮАР. Техника. - 2004. – 64 с.

3. Косолапов Ю.Ф. К методике условного экстремума / Ю. Ф. Косолапов, Е. Шупанова // Збірник науково-методичних робіт. Вип 7. – Донецьк : ДонНТУ.2011. – 320 с.

УДК 378.145+378.147:51

МАТЕМАТИКА – ВАЖНЕЙШАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ СОВРЕМЕННОГО ФУНДАМЕНТАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ АСПИРАНТОВ НАПРАВЛЕНИЯ «СТРОИТЕЛЬСТВО»

В. М. Левин

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, г. Макеевка, Украина

Анотація. *Розглядаються питання змісту математичної освіти аспірантів напряму «Будівництво» як складової їх професійної підготовки до дослідницької та викладацької діяльності. Проаналізовано її забезпеченість у бакалавраті та магістратурі. Зроблено висновок про необхідність викладання аспірантам певного математичного матеріалу.*

I. Введение. Одним из важнейших условий развития высшего образования, способного дать выпускникам вузов хорошую подготовку для работы на современном предприятии, КБ или НИИ, обеспечить их требуемую конкурентоспособность является высокий уровень нового поколения преподавателей. Их подготовка, в основном, осуществляется самими вузами в рамках аспирантуры.

Сегодня можно считать общепризнанным, что полноценный преподаватель вуза должен быть ученым, активно работающим в своей области науки. Он должен находиться на ее переднем крае, обладать высокой общей и научной культурой и научным мировоззрением, и аспирантура как раз и призвана дать ему импульс в этом направлении, научить его получать новые знания из литературных источников и в процессе исследований. Прежде всего, он должен обладать широким кругозором, что обеспечит ему способность правильно выбирать направление исследований и методы их выполнения.

Цель математического образования нематематиков, задачи, которые оно должно решать, были предметом глубокого внимания многочисленных исследователей и практиков, преподавателей и исследователей (см., например, работы [1..6]). Большинство из них пришло к мнению, что преподавание математики в вузе должно преследовать несколько целей, обусловленных самой ее сутью. Дело в том, что, согласно этому совокупному мнению преподавательской общественности, Это обусловлено тем, что, во-первых, математика является оптимальным языком для изложения проблем и задач науки (здесь и далее необходимо помнить, что в этой статье речь идет только о направлении «Строительство»), ее гипотез, методов и результатов; во-вторых, в отличие от других языков, математика содержит в себе и методологию, и методы решения; в третьих, она наиболее лаконична и благодаря этому позволяет одновременно в наибольшей степени сжать информацию и выявить смысл полученного результата; в четвертых, современные (в полном смысле этого слова) учебники и научные публикации написаны именно на этом языке; в пятых, активные занятия математикой служат отличным инструментом для развития мыслительных способностей (как активные занятия физической культурой - отличный инструмент для развития способностей физических); в шестых, математика – необходимый элемент общей культуры современного специалиста.

Перечисленные выше требования к будущему преподавателю могут быть выполнены только при условии получения в аспирантуре дополнительного к бакалаврскому и магистерскому образованию высококачественного фундаментального образования более высокого уровня. Важнейшим элементом такого образования является образование математическое.

Давно известно, что хорошее владение математикой, ее концепциями и аппаратом – необходимое условие для получения знаний из литературы и из результатов собственных исследований, организации этих знаний, выработки новых гипотез, концепций и их проверки.

Попытки осмысления этих вопросов применительно к обучению будущих строителей в бакалаврате и магистратуре предпринималась автором неоднократно (см., например, статьи [7…12], где конкретизировались требования к содержанию математического образования будущих бакалавров и магистров - строителей).

Постановка задачи. В настоящей работе такое рассмотрение распространяется на уровень аспирантуры. Будем исходить из того, что в результате обучения в аспирантуре ее выпускник должен отвечать сформулированным выше требованиям, для чего он должен состояться одновременно и как исследователь, и как преподаватель, приобретя должный культурный уровень, знания, умения и навыки. Каковы же они, эти знания, умения и навыки? Что необходимо ему и что он должен передать своим слушателям?

Результаты. Во-первых, чтобы передать слушателям необходимую им информацию, он должен владеть ею на достаточно более высоком уровне; во-вторых, его собственный научный уровень, потребности его собственного научного и преподавательского роста требуют овладения принципиально новыми для него разделами математики. Как показал анализ, преподаватель профессионально ориентированных дисциплин конструкторских дисциплин направления «Строительство» должен, как минимум, владеть как рабочим инструментом таким математическим материалом, как:

1) численные методы решения задач механики деформируемого твердого тела - нелинейных краевых и начально-краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных (методы дискретизации и линеаризации, начала тензорного исчисления);

2) численные методы решения проблемы собственных значений для этих задач;

3) уяснение смысла и достаточно глубокое усвоение на базе результатов линейной алгебры и функционального анализа и основных понятий теории множеств;

4) основные концепции математического моделирования (роль математического моделирования в науке, требования к математическим моделям, классификации таких моделей, этапы математического моделирования);

5) основополагающие данные по теории вероятностей и математической статистике (стохастические модели объектов и процессов, статистическая теория эксперимента – анализ данных, и прежде всего - теория оценок, регрессия, корреляция; планирование эксперимента, включая идеи рандомизации и последовательного эксперимента; статистическая проверка статистических гипотез);

6) теория и методы оптимизации, их приложения как для оптимизации конструкций и их систем, так и для применения вариационных принципов механики и вариационных методов решения задач п. 1;

7) теория и практика оптимального эксперимента, оптимизация плана эксперимента и экспериментальная оптимизация объекта или процесса.

Содержание материала п. 1, 2 частично затрагивалось в специальных курсах для бакалавров и магистрантов (что отражено в работах [7…12]), а п. 5 – в очень небольшом объеме и очень неглубоко - в общем курсе. Эта работа включала как лекционные занятия, так и лабораторные работы с практической отработкой изучаемого материала на компьютерах. При этом широко использовались математические пакеты (Mathcad).

Поэтому применительно к образованию аспирантов речь может идти о дальнейшем углубленном его изучении и дополнении материалов пп. 1 и 2 некоторыми важными и перспективными элементами. Прежде всего они связаны с методами Ньютона, Бубнова–Галеркина, конечных и граничных элементов, общими принципами аппроксимации решений рассматриваемых задач и общеобязательными требованиями к реализации соответствующих методов (например, значение правильного выбора условий сходимости, построения и анализа последовательности дискретных моделей и некоторые другие).

Для теории вероятностей и математической статистики, конечно, следует говорить о более серьезном пополнении программы предшествующего обучения, об изучении соответствующих концепций, положений и методов, уяснении их сути для обеспечения выбора направления работы и методов решения возникающих задач.

Изучение же содержания остальных пунктов на предыдущих уровнях обучения программами не предусматривалось, поэтому на него должна быть отведена основная часть предусмотренного времени.

В спецкурсе для аспирантов особое внимание следует уделить связи общематематического содержания (линейная алгебра, функциональный анализ, теория множеств, теория вероятностей и математическая статистика, теория оптимизации, математическое моделирование) и самих методов.

Это содержание должно стать языком, на котором говорит и думает аспирант (и на котором говорит современная научная литература), в результате и концептуальная, и методологическая, и методическая стороны его творчества в дальнейшем только выиграют.

Чрезвычайно важным нам представляется обеспечение использования изучаемого материала в диссертационных работах слушателей. Чаще всего оказываются востребованными статистические методы (а из них – оценки параметров, планирование эксперимента и статистическая проверка статистических гипотез) и методология математического моделирования, оптимизация проектных решений.

Только так может быть достигнут максимальный эффект (как в обучении аспирантов, так и в выполнении ими собственных исследований), только так слушатели поверят в несомненную пользу и даже необходимость изучения и применения математики и, в свою очередь, донесут эту уверенность уже до своих учеников.

Выводы. Сформулированные здесь пожелания по содержанию аспирантского спецкурса по математике для будущих преподавателей конструкторских дисциплин направления «Строительство», на наш взгляд, соответствуют объективным потребностям этого направления.

Здесь впервые (опять же, на наш взгляд) общеметодические требования к математическому образованию детализированы для указанных направления и уровня подготовки.

Такая подготовка должна облегчить тем, кто ее прошел, знакомство с современной научной литературой, осознание основных тенденций современной науки, уточнение направления исследований, работу над их методикой и выбор методов их проведения.

Литература

1. Блехман И.И., Мышкис А.Д., Пановко Я.Г. Механика и прикладная математика: Логика и особенности приложений математики. – М.: Наука, 1983. – 328 с.
2. Гнеденко Б.В. Математическое образование в вузе. – М.: Высшая школа, 1981. – 174 с.
3. Крылов А.Н. Мои воспоминания. – Л.: Судостроение, 1979.– 480 с.
4. Кудрявцев Л.Д. Мысли о современной математике и ее изучении. – М.: Наука, 1977. – 112 с.
5. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и ее преподавание. – Т.: 1980. – 143 с.

6. Пак В.В. Инженер, математика и другие. Простые методы математического моделирования природных и технологических процессов. – Донецк: ДонГТУ, 1995. – 224 с.

7. Налимов В.В. Теория эксперимента. М.: Наука. 1971. – 208 с.

8. Левин В.М. О содержании курса высшей математики для будущих инженеров-строителей. // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики / Збірник наукових праць. Вип. 3. Том 1. - Кривий Ріг: Ви¬дав. НметАУ. – 2003. - С/ 152 – 155.

9. Левин В.М. Профессиональная ориентация математического образования строителей // Застосування та удосконалення методики викладання математики / Матеріали IX регіонального науково-методичного семінару. - Донецьк, 2003. -С. 12-14.

10. Левин В.М. Содержание обучения математике для инженеров направления «Строительство» // Математична культура інженера: формування, вплив на професійну діяльність : Матеріали міжнародної науково-практичної конференції присвяченої 70-річчу з дня народження професора, доктора технічних наук Пака В.С., 3-5 червня 2005 р., м. Донецьк, Збірник статей: Донецьк: РВВ ДонНТУ, 2005. – с. 41-42.

11. Левін В.М. Зміст математичної освіти інженера – важлива складова її якості // Сучасні проблеми якості освіти / Зб. доповідей Регіональної науково-практичної конференції 17.03.07.- Донецьк; вид. ДонНУ.2007.-с.89-93.

12. Левін В.М. Загальнокультурна та професійно орієнтована компоненти математичної освіти інженера будівельника // Проблеми фізико –математичної і технічної освіти і науки України в контексті євро інтеграції («Вища освіта – 2006») / Збірник наукових праць за матеріалами науково-методичної конференції. – К.: НПУ імені Драгоманова, 2007. – С. 131 – 137.

13. Левин В.М. Зачем и как должен изучать математику будущий инженер? // Математична культура інженера / Матеріали регіональної студентської наук.-техн. конференції, присвяченої 90-річчу заснування ДонНТУ та 75-річчю з дня народження проф., докт. техн. наук Пака В.В. 10 травня. -Ч.І. - Донецьк: РВВ ДонНТУ.- С.7-16.

УДК 514.181.4:004

ПОБУДОВА ЗОБРАЖЕНЬ ПРАВИЛЬНИХ БАГАТОКУТНИКІВ ЗА ТЕХНОЛОГІЄЮ GEOGEBRASCRIPT

І. Г. Ленчук, О. О. Мосіюк
Житомирський державний університет імені Івана Франка, м. Житомир, Україна

Анотація. *У статті використано можливості вбудованої технології GeoGebraScript (системи динамічної математики GeoGebra) для розв'язування задач на побудову зображень правильних просторових багатокутників за умови, що задано бінарну площинну проекцію описаного кола і одну з вершин багатокутника. Продемонстровано можливості комп'ютерної програми для автоматизації різнорівневих геометричних побудов.*

Вступ. На теперішньому етапі розвитку математичної освіти, у вирішенні різних методичних проблем, поміркване, доречне використання існуючих програмних засобів є невідкладною вимогою сучасності. Особливо це стосується стереометрії, де наочність і вірність зображень, ретельність їх виконання відіграють провідну роль у графічній реалізації суто геометричних пропозицій. Виконання рисунків крейдою на дошці надзвичайно затратне в часі, а використання статичних малюнків, створених за допомогою комп'ютера, плакатів і т. ін. хоча й спрощує подання матеріалу, проте не дозволяє у повній мірі розкрити природу тих залежностей, які існують між елементами фігур і їх комбінацій.

Одним із можливих шляхів розв'язання проблемної ситуації є використання комп'ютерних програм, котрі в повній мірі дозволяють створювати цифрові моделі тривимірних об'єктів, закономірно перетворювати їх, проекціювати на вибрану площину проекцій тощо. Однак такі програмні засоби розробляються в першу чергу для промислового виробництва (системи автоматизованого проектування) або ж для дизайнерських робіт, які мало пристосовані до використання в навчальному процесі.

В Україні розроблені (й постійно удосконалюються) навчально-методичні програми GRAN 2D, GRAN 3D, Dynamic Geometry й інші, але їх недостатньо, щоб повністю задовольнити запити викладачів (вчителів) та студентів (учнів) в освітянській роботі.

Комп'ютеризацією математичної освіти займалися та продовжують займатися на даний час вітчизняні вчені М. І. Жалдак, С. А. Раков, Ю. С. Рамський, О. В. Співаковський, Ю. В. Триус та інші. Окремі питання використання різних програмних засобів у математиці висвітленні у статтях В. П. Гороха, І. Д. Кирдей, Р. І. Лещук, Г. С. Смішко, В. А. Кушніра, Г. А. Кушніра та інших. Питання зображень тривимірних тіл на площині розкриті у працях О. М. Астряба, А. Б. Василевського, Я. М. Жовніра, О. Р. Зенгіна, І. Г. Ленчука, Л. М. Лоповка, В. Є. Михайленка, П. С. Орєхова, В. М. Савченка, М. Ф. Четверухіна та інших.

Альтернативою відомим підходам є застосування двовимірних навчальних програм для графічного моделювання проекцій просторових фігур на картинній площині.

У шкільному курсі стереометрії значна кількість задач стосується пірамід і призм, які мають в основі правильні багатокутники. Умовне (в уявленнях) збільшення числа граней таких тіл нескінченно наближає їх до циліндричної або конічної поверхонь. Тому важливо вчителям та студентам фізико-математичних факультетів університетів, які готують учителів, уміти виконувати якісні зображення проекцій правильних багатокутників. Педагогічний програмний засіб GeoGebra, за рахунок вбудованої технології GeoGebraScript, дозволяє будувати динамічні демонстраційні та тестові навчальні матеріали. Тож застосуємо цю технологію для створення зображень проекцій правильних багатокутників загального розташування.

Постановка завдання. Метою нашого дослідження є опис можливостей вбудованої скриптової мови GeoGebraScript математичного середовища GeoGebra в задачах покрокового аналітичного і графічного моделювання просторових правильних багатокутників ізоморфними їм динамічними бінарними площинними проекціями.

Результати. Система динамічної математики GeoGebra – це педагогічний програмний засіб із відкритим програмним кодом, який поширюється відповідно до вільної ліцензії GPL і призначений для викладання та учіння різних математичних дисциплін у середніх та вищих навчальних закладах. Він поєднує у собі динамічну геометрію, алгебру, математичний аналіз і статистику [1, 2, 3, 5].

Розглянемо два приклади програмування побудов за допомогою GeoGebraScript. Перший приклад ілюструватиме аналітичний підхід до вирішення задачі, другий – суто геометричний.

Сформулюємо задачу: *Виконати зображення просторового правильного n-кутника, вписаного в коло, якщо на картинній площині задані проекція кола та одна з вершин багатокутника*.

Задача графічно (циркулем та лінійкою) розв'язується достатньо просто для правильних 3, 4, 5, 6, 8, 10 і 12 - кутників. Але для 7-кутника, 9-кутника і решти багатокутників існує лише наближений метод побудов. Останній відносно складний і вимагає належних графічних умінь та навичок [4, с. 56-64]. Тоді як будь-яка програмна реалізація сприяє мінімізації похибок і надає можливості користуватися результатами якісних побудов в навчальному процесі при моделюванні правильних багатогранників і тіл обертання.

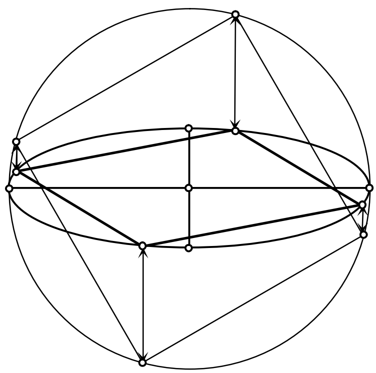


Рис. 1. Побудова проекції правильного багатокутника

Математична модель виконання зображення буде такою.

Результатом паралельного проекціювання кола, у яке вписаний правильний багатокутник, буде еліпс [4]. Проекцією правильного багатокутника – центральносиметричний (неправильний) багатокутник, центр якого збігатиметься із центром еліпса. Зараз, фактично, задача зводиться до побудови саме такого багатокутника, вписаного в еліпс.

Сумістимо велику вісь *AB* (рис. 1) із площиною проекцій та виконаємо побудову кола ω, радіус якого рівний великій півосі *OB* еліпса

γ. Між точками кола ω і еліпса γ можна встановити взаємно однозначну перспективно-афінну відповідність. Так побудоване коло буде подібним до даного просторового кола. Отже, подібним до просторового правильного багатокутника буде і правильний багатокутник, уписаний у коло ω. Таким чином, слід побудувати правильний багатокутник, уписаний в коло ω, а потім знайти відповідні вершини багатокутника, вписаного в еліпс.

З афінної геометрії відомо, що еліпс можна також отримати шляхом стискання кола до одного із його двох спряжених діаметрів. Якщо виконати аналогічне перетворення з оригінальним правильним багатокутником, уписаним у коло, то отримаємо багатокутник, уписаний в еліпс, який з точністю до подібності буде шуканим закономірно побудованим зображенням.

Спочатку слід знайти координати точки L', яка відповідає заданій точці L і лежить на колі ω. Формули перетворення розтягу від осі Ox записуються наступним чином: $\begin{cases} x' = x \\ y' = \lambda y. \end{cases}$ Координати вершин правильного багатокутника, вписаного у коло ω, знаходяться за допомогою послідовного виконання серії поворотів на кут $\alpha = \dfrac{2\pi}{n}$ із центром у точці O, де n – число вершин багатокутника. Кожний наступний образ стає прообразом і так до тих пір, поки не отримаємо координати всіх точок правильного багатокутника, вписаного в коло ω. Залишається з'ясувати координати вершин-проекцій будь-якого правильного багатокутника.

З огляду на те, що зображення просторової фігури повинно відповідати вимогам вірності й наочності, доцільніше вибирати еліпс, в якого осі знаходяться у співвідношенні: $\dfrac{AB}{CD} \approx \dfrac{3}{1}$ (*) [4, с. 66-72].

У програмі GeoGebra для побудови еліпса треба вказати розміщення фокусів та однієї точки кривої або довжину великої півосі. Отже, обов'язковим є розрахунок параметра c: $c^2 = a^2 - b^2$ (у нашому випадку еліпс задається канонічним рівнянням: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$). Тут співвідношення осей (*) приймає вид: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{3}{1}$. Ввівши коефіцієнт пропорційності *k,* матимемо: $a = 3k$, $b = k$. Тоді $c = \sqrt{9k^2 - k^2} = 2k\sqrt{2}$. Фокуси матимуть координати $F_1(-2k\sqrt{2};0)$ і $F_2(2k\sqrt{2};0)$, а за точку кривої можна вибрати одну із вершин еліпса, наприклад, (0;*k*). Коефіцієнт *k* – параметр, який дозволяє вибирати масштаб побудови.

Необхідність побудови еліпса пояснюється тим, що вибір точки на кривій може бути довільним, що дозволить розглядати різні положення проекції правильного багатокутника в динаміці дій.

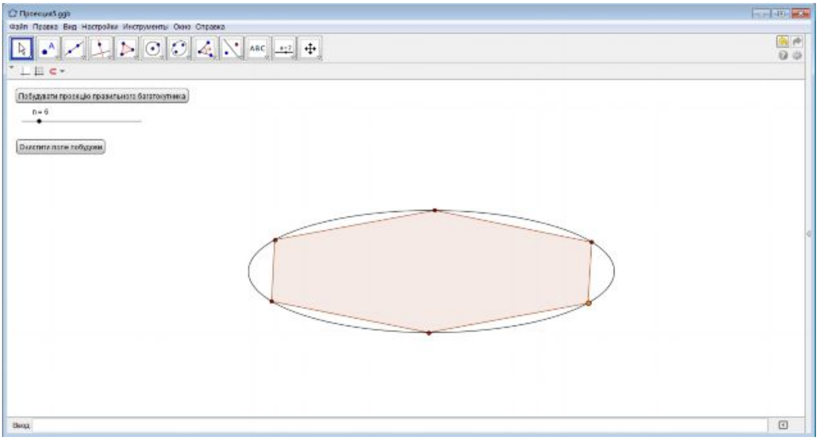


Рис. 2. Зовнішній вигляд підпрограми

Теорія питання, проведені аналітичні викладки та міркування дозволяють остаточно записати формули, за якими обчислюватимемо координати вершин шуканого зображення даного правильного простоорового багатокутника: $\begin{cases} \bar{x} = x\cos\alpha - y\sin\alpha \\ \bar{y} = (x\sin\alpha + \lambda y\cos\alpha)\cdot\dfrac{1}{\lambda}. \end{cases}$ Як приклад, наші розрахунки проведено для значень: $\lambda = 3$ і $k = 1$.

Застосуємо щойно одержані результати для створення навчальних інструментів у програмі GeoGebra. На рисунку 2 зображено зовнішній вигляд навчальної підпрограми, яка складається з робочого поля (зображення самої побудови), кнопок (побудови і очищення робочого поля) і слайдера (що керує кількістю вершин).

Опишемо детальніше кожен елемент підпрограми. Кнопка «Побудувати проекцію правильного багатокутника» виконує основну побудову за допомогою наступної послідовності команд (таблиця 1, в якій команди подані російською мовою, оскільки версія GeoGebra 4.2.23 немає української локалізації).

Таблиця 1

Список команд, які виконуються при натисканні кнопки «Побудувати проекцію правильного багатокутника»

```
Эллипс[ (-2*sqrt(2),0), (2*sqrt(2),0),3]
Точка[ c ]
ВыбратьРазмерТочки[ A, 4 ]
ВыбратьЦвет[ A, "Оранжевый" ]
ПоказыватьОбозначение[ A,false ]
Последовательность[Точка[{x(A)*cos(alfa)-
3*y(A)*sin(alfa),(x(A)*sin(alfa)+3*y(A)*cos(alfa))/3}],a
lfa,2*п/n,2*п, 2*п/n ]
Многоугольник[список1]
```

Розкриємо призначення кожної з команд.

`Эллипс[ (-2*sqrt(2),0), (2*sqrt(2),0),3]` – будує еліпс за координатами фокусів і довжиною великої півосі. В нашому випадку еліпс заданий канонічно – центр розміщено в початку координат, а велика і мала півосі знаходяться на осях *Ox* і *Oy* ПДСК *Oxy*, відповідно [3].

`Точка[ c ]` – дозволяє вибрати точку на еліпсі, а подальші три команди дають можливість налаштувати її зовнішній вигляд (розміри і колір точки, показувати / приховувати позначення). Рухаючи цю точку по еліпсу можна по різному розмістити зображення багатокутника. Саме тому на рисунку вона збільшена та виділена оранжевим кольором.

`Последовательность[Точка[{x(A)*cos(alfa)-3*y(A)*sin (alfa),(x(A)*sin (alfa) +3*y(A)*cos(alfa))/3}],alfa, 2*п/n,2*п, 2*п/n ]` – створює послідовність розташування вершин шуканого зображення просторового правильного багатокутника.

`Многоугольник[список1]` – будує сам багатокутник.

Слайдер *n* дозволяє динамічно визначати кількість вершин для зображення проекції правильного багатокутника. У його налаштуваннях слід вказати змінну (*n*), яка передаватиме дані, проміжок, у якому змінюватиметься змінна *n* (у нашому випадку від 3 до 24), та вказати крок операції (1).

Кнопка «Очистити» знищує всі побудови в робочому полі.

Таке зображення правильного просторового багатокутника вже можна використовувати для подальшої добудови якісного зображення правильних пірамід та призм (конусів і циліндрів), що значно спрощує саму побудову. При цьому гарантовано зберігаються вірність і наочність зображення.

Тепер ускладнимо здачу. Виконаємо побудову проекції довільного правильного просторового багатокутника, якщо вже задано проекцію будь-якого кола – еліпс, у яке багатокутник уписаний, та одну з його вершин.

Тепер використовуватимемо суто геометричні побудови для визначення вершин проекції просторового багатокутника. Технологія GeoGebraScript накладає свій відбиток на структуру побудовного процесу, яка значно відрізняється від класичної побудови циркулем та лінійкою. Разом із тим, вона дає можливість автоматизувати рутинну частину розв’язання задачі і створити власний інструмент для його ефективного подальшого використання.

Етап побудови виконуватимемо за допомогою команд GeoGebraScript, які записуватимемо у рядку «Ввод». Для того, щоб цей елемент інтерфейсу був активним, слід виконати наступні дії. У пункті меню «Вид» потрібно поставити відмітку (галочку) біля пункту «Строка ввода».

Наведемо порядок запису команд, які дозволяють виконати побудову шуканої геометричної фігури.

Задамо еліпс, що є проекцією просторового кола, та точку на ньому. Цей етап побудови можна виконати за допомогою команд графічного інтерфейсу.

Визначаємо центр еліпса (команда «`Центр[c]`»).

Будуємо коло радіусом, рівним великій осі еліпса зі спільним центром (`Окружность[D, БольшаяПолуось[c]]`).

Через точку A_1 проводимо пряму, паралельну малій осі (`Прямая[ A1,b]`).

Знаходимо точку перетину побудованої прямої із великою віссю еліпса (`Пересечение[e,d]`).

За допомогою перетворення гомотетії переносимо точку А1 на побудоване коло (`Гомотетия[A1,БольшаяПолуось[c] /МалаяПолуось[c],E]`).

Створюємо послідовність вершин правильного багатокутника, вписаного у побудоване коло (`Последовательность [Повер-нуть[A1,a], a, 2*п/i,2*п,2*п/i ]`).

Через ці вершини проводимо прямі, паралельні малій осі (`Пос-ледовательность[Пересечение [Элемент[список2, k1],a],k1,1,i,1]`).

Відмічаємо точки перетину побудованих прямих із великою віс-сю еліпса (`Последовательность[Пересечение [Элемент[ спи-сок2,k2],a],k2,1,i,1]`).

Проводимо відрізки, в яких один кінець знаходиться в точці пе-ретину на великій осі, а інший – у вершині правильного багатокутника (`Последовательность[Пересечение [Элемент [спи-сок2,k3],a],k3, 1,i,1]`).

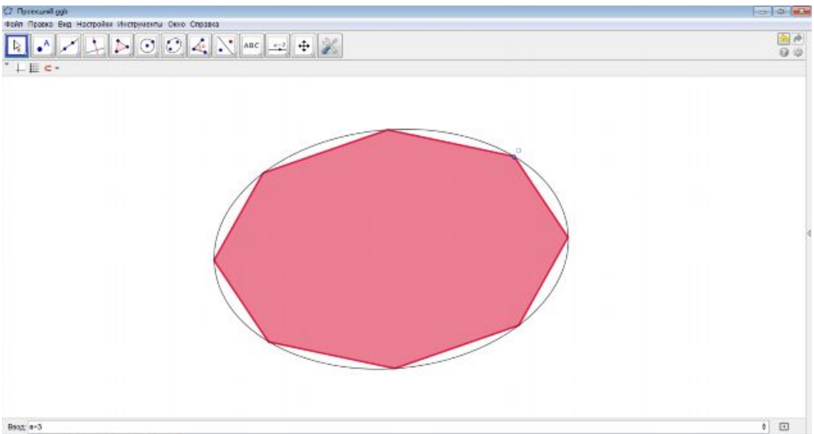


Рис. 3. Приклад застосування створеного інструменту

В перетині цих відрізків з еліпсом отримаємо вершини проекції правильного багатокутника (`Последовательность[Пересечение [Элемент[список4,k3],c],k3,1,i,1]`).

За знайденими вершинами будуємо й сам багатокутник (`Много-угольник[список5]`).

Результат роботи інструменту показано на рисунку 3.

У програмі динамічної математики GeoGebra задачу можна узагальнити для побудови проекції правильного просторового багатокутника, якщо додати поле для введення кількості його вершин. Окрім цього, можливості комп'ютерної програми дозволяють створити власні інструменти для побудови. Для цього слід виконати наступні кроки. Вибрати у меню пункт «Инструменты», далі – команду «Создать инструмент». Вказати результат побудови та вихідні елементи, назвати сам інструмент. Програма проаналізує виконані кроки побудови та створить відповідний інструмент.

Технологія GeoGebraScript надає можливість суб'єкту учіння розробляти свої власні навчальні матеріали. Для цього використовуються конструкція розгалуження `Если[<Условие>, <То>, <Иначе>]`. За її допомогою можливо налаштувати покроковість відображення на екрані певних геометричних фігур та супроводження їх відповідними текстовими поясненнями. На рисунку 4 наведено приклад застосування цієї технології для пояснення правила-орієнтиру розв'язання такої задачі: *дано зображення ABC довільного трикутника A′B′C′, уписаного в коло. Побудувати зображення висоти, опущеної з вершини C* [4, с. 72].

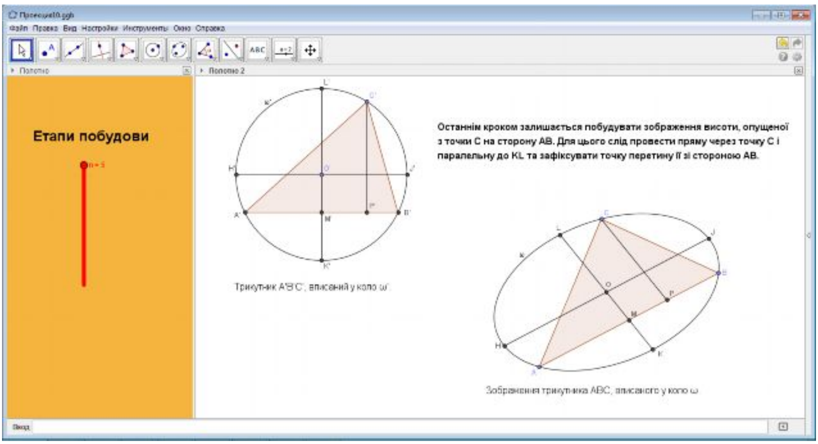


Рис. 4. Навчальна підпрограма, створена за допомогою GeoGebraScript

Зауважимо, що цю задачу можна узагальнити, поставивши, до того ж, додаткове завдання: *виконати побудову зображень меді-*

ани та бісектриси трикутника, проведених із точки С, та створити аналогічні навчальні підпрограми для кожного з підвипадків, відповідно.

Висновки. За допомогою схожих підпрограм студент або учень може вести особистісне опрацювання ходу розв'язання поставленої задачі. При цьому самі фігури можуть змінюватися, що додає динаміки у виконанні операцій, розпалює інтерес до потенційно варіативної, конструктивно унаочненої диво-науки «Геометрія».

Вбудована технологія GeoGebraScript дає можливість автоматизувати процес геометричних побудов, розробляти керовані навчальні засоби, адаптувати систему до вирішення значного переліку задач із геометрії та методики її навчання. Окрім цього, важливим є те, що за допомогою такої програми можливо діяльнісно урізноманітнити весь навчальний процес, внести в нього елементи творчості, цікаві дослідницькі аспекти, демонструвати в динаміці дій використання (вилучення із власної пам'яті) «саме тих» взаємних залежностей між фігурами та їх елементами, які скрашують, оптимізують шлях до результату, а отже, пізнавати першонауку глибше, всесторонньо.

Література

1. GeoGebra в Україні. – [Електронний ресурс] – https://sites.google.com/site/geogebravukraieni/instituti-geogebra-v-ukraieni
2. Judith Hohenwarter, Markus Hohenwarter. Введение в GeoGebra. Версии 4.2./ J. Hohenwarter, M. Hohenwarter – [Електронний ресурс] – http://www.geogebra.org/book/intro-ru.pdf
3. Tutorial GeoGebra. – [Електронний ресурс]. – http://wiki.geogebra.org/en/Tutorial:Main_Page/
4. Ленчук І. Г. Конструктивна стереометрія в задачах: Навч. посіб. моногр. характеру для студ. математ. сп-тей ВПНЗ / І. Г. Ленчук. – Житомир: Вид-во ЖДУ імені І. Франка, 2010. – 368 с.
5. Офіційний сайт програми GeoGebra. – [Електронний ресурс] – http://www.geogebra.org/cms/uk/

УДК 378.14

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ ИНЖЕНЕРА НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ О КОЛИЧЕСТВЕ СЧАСТЛИВЫХ БИЛЕТОВ

А. В . Логачёв

Институт прикладной математики и механики Национальной академии наук Украины

С. А. Руссиян

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина

Анотація. *Майже кожна освічена людина нашого суспільства, коли покупає квиток у громадському транспорті, перевіряє чи не є він щасливим. Під щасливим, частіше за все мають на увазі квиток з номером який складається з* $2n$ *цифр, у якому сума перших* n *цифр дорівнює сумі останніх* n *цифр. У статті розглядається декілька різних математичних підходів, за допомогою яких можна підрахувати кількість щасливих квитків серед тих, чиї номери складаються з парної кількості цифр, також знайдена ймовірність придбати щасливий квиток. Математичний апарат, що використаний, є стандартним і розглядається у курсі вищої математики для інженерів електротехнічних спеціальностей.*

Введение. Современный курс высшей математики в технических вузах затрагивает такие разделы математики как линейная алгебра, аналитическая геометрия, математический анализ, комплексный анализ, комбинаторику, теорию вероятностей и математическую статистику. Зачастую, ввиду объективных и субъективных причин все эти разделы иллюстрируются только примерами, с которыми студент может столкнуться в своей будущей профессиональной деятельности. В этой статье мы покажем, как могут быть применены знания таких разделов математики как математический анализ, комплексный анализ, комбинаторика, теория вероятностей в повседневной жизни, на примере задачи о количестве счастливых билетов. Тем самым мы хотим подчеркнуть важность математической подготовки не только для профессиональной жизни, но и для принятия решений в быту. Ведь от задачи о количестве счастливых билетов не так далеко находятся задачи о том, стоит ли принимать участие в той или иной лотереи, азартной игре и т.п. Таким образом, основной целью нашей статьи является показать важность математической образованности и культуры инженера.

Постановка задачи. Объектом исследования этой статьи является счастливый билет. Под счастливым билетом мы будем понимать билет, номер которого состоит из $2n$ цифр и сумма первых n цифр равна сумме последних n цифр. Например, билет с номером 876966 будет счастливым, здесь $2n = 6$, $8+7+6=9+6+6=21$.

Мы будем рассматривать номера, записанные в двух системах исчисления. Двоичной, ввиду того, что там задача может быть решена другим способом, и десятичной, так как с ней мы имеем дело в повседневной жизни. Будет найдена вероятность того, что взятый наугад билет окажется счастливым, а также исследована ее зависимость от количества цифр в номере билета.

В следующем разделе мы будем использовать некоторые результаты работ [1] - [6].

Результаты. Рассмотрим сначала случай, когда номер билета записан в двоичной системе исчисления. В этом случае для того, чтобы подсчитать количество счастливых билетов, ввиду того, что для записи номера используются только две разных цифры 0 и 1, достаточно комбинаторики.

Двоичная система исчисления. Лемма 1. Количество счастливых билетов, номера которых записаны в двоичной системе исчисления и состоят из $2n$ цифр равно $\sum_{k=0}^{n}(C_n^k)^2$.

Доказательство. Найдем количество счастливых билетов, у которых сумма первых n цифр равна k. Очевидно, что их номера содержат k единиц и $n-k$ нулей, как среди первых n цифр, так и среди вторых n цифр. Среди первых n цифр мы можем выбрать места для k единиц C_n^k способами, столькими же способами мы можем выбрать места для единиц среди вторых n цифр. Поэтому, по правилу произведения количество счастливых билетов, у которых сумма первых n цифр равна k будет равным $(C_n^k)^2$.

Осталось заметить, что, так как каждая цифра это 0 или 1, то $0 \le k \le n$ и просуммировать $(C_n^k)^2$. Лемма доказана.

Заметим, что количество счастливых билетов могло быть подсчитано и иным способом.

Лемма 2. Количество счастливых билетов, номера которых записаны в двоичной системе исчисления и состоят из $2n$ цифр равно количеству билетов, сумма цифр которых равна n.

Доказательство. Поставим во взаимно однозначное соответствие каждому счастливому билету билет, сумма цифр которого равна n. Для этого заменим все единицы среди вторых n цифр счастливого номера нулями, а нули единицами. Мы получим число, сумма цифр которого равна n (среди первых n цифр будет k единиц и $n-k$ нулей, среди вторых n цифр будет k нулей и $n-k$ единиц). Взаимная однозначность такого преобразования очевидна, так как разным счастливым номерам будут соответствовать разные номера с суммой цифр равной n и наоборот. Лемма доказана.

Количество билетов, которые состоят из $2n$ цифр, сумма цифр которых равна n, может быть вычислено по формуле C_{2n}^{n} (выбираем n мест для единиц из $2n$ мест). Таким образом, из лемм 1 и 2 следует формула $\sum_{k=0}^{n}(C_{n}^{k})^{2}=C_{2n}^{n}$ [7, стр. 195].

Заметим, что всего будет 2^{2n} билетов, номера которых состоят из $2n$ цифр (каждую цифру выбираем двумя способами).

Теперь можно легко найти вероятность вытянуть счастливый билет. По классическому определению вероятности она будет равна $\frac{C_{2n}^{n}}{2^{2n}}$. Заметим, что с увеличением количества цифр, эта вероятность уменьшается и стремится к нулю при $n \to +\infty$.

Кол-во цифр.	2	4	6	8	10	12	100
Вероятность купить счастливый билет.	0,5	0,375	0,3125	0,2734	0,2461	0,2256	0,0796

Десятичная система исчисления.

Чтобы вывести формулу для подсчета количества счастливых билетов в десятичной системе исчисления, нам понадобятся умение дифференцировать из математического анализа и интегрировать по замкнутому контуру из комплексного анализа.

Мы будем использовать лемму аналогичную лемме 2.

Лемма 3. Количество счастливых билетов, номера которых записаны в десятичной системе исчисления и состоят из $2n$ цифр, равно количеству билетов, сумма цифр которых равна $9n$.

Доказательство этой леммы будет полностью аналогично доказательству леммы 2 с той лишь разницей, что мы будем заменять вторые n цифр счастливого билета их дополнениями до девяти. То есть, счастливому билету вида $a_1a_2...a_na_{n+1}a_{n+2}...a_{2n}$ будем ставить в соответствие билет с суммой цифр равной $9n$ вида $a_1a_2...a_n(9-a_{n+1})(9-a_{n+2})...(9-a_{2n})$.

Таким образом, наша задача свелась к подсчету количества билетов, сумма цифр которых равна $9n$.

Рассмотрим функцию:

$$F(z) = z^0 + z^1 + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6 + z^7 + z^8 + z^9.$$

Лемма 4. Количество билетов, сумма цифр которых равна $9n$, номера которых записаны в десятичной системе исчисления и состоят из $2n$ цифр, равно коэффициенту при z^{9n} у функции $F^{2n}(z)$.

Доказательство.

Доказательство следует из того, что z^{9n} дают произведения $2n$ множителей, суммы степеней которых равны $9n$, а каждое такое произведение соответствует некоторому $2n$-значному числу с суммой цифр равной $9n$ и наоборот. Например, произведению $\underbrace{z^9 \cdot ... \cdot z^9}_{n} \cdot \underbrace{z^0 \cdot ... \cdot z^0}_{n}$ соответствует число $\underbrace{9...9}_{n}\underbrace{0...0}_{n}$. Лемма доказана.

Таким образом, наша задача свелась к нахождению коэффициента при z^{9n} у функции $F^{2n}(z)$. Так как $F(z)$ является суммой десяти членов геометрической прогрессии, то мы можем представить ее в виде $F(z) = \frac{1-z^{10}}{1-z}$. Следовательно, для того, чтобы найти коэффициента при z^{9n} у функции $F^{2n}(z)$, нам надо найти $9n$-ую производную в точке 0 от функции $F^{2n}(z)$ и разделить ее на $9n!$ (коэффициент при z^{9n} в ряде Маклорена). Поэтому справедлива следующая лемма.

Лемма 5. Количество счастливых билетов, номера которых записаны в десятичной системе исчисления и состоят из $2n$ цифр, равно:

$$\frac{1}{9n!}\left(\frac{1-z^{10}}{1-z}\right)^{(9n)}\Bigg|_{z=0}. \qquad (1)$$

Так как функция $F^{2n}(z)$ аналитическая, то ее производные в нуле на множестве действительных чисел совпадают с производными на множестве комплексных чисел. Поэтому, мы можем применить интегральную теорему Коши из курса комплексного анализа.

$$\frac{1}{9n!}\left(\frac{1-z^{10}}{1-z}\right)^{(9n)}\Bigg|_{z=0} = \frac{1}{2\pi i}\oint_{|z|=1}\left(\frac{1-z^{10}}{1-z}\right)^{2n}\frac{1}{z^{9n+1}}dz =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{1-e^{10i\varphi}}{1-e^{i\varphi}}\right)^{2n}\frac{e^{i\varphi}}{e^{(9n+1)i\varphi}}d\varphi = \left\{x = \frac{\varphi}{2}\right\} =$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{1-e^{20i\varphi}}{1-e^{2ix}}\right)^{2n}\frac{1}{e^{18nix}}dx = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{1-e^{20ix}}{1-e^{2ix}}\right)^{2n}\frac{1}{e^{18nix}}dx =$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{1-e^{20ix}}{1-e^{2ix}}\right)^{2n}\frac{1}{e^{18nix}}dx = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{1-e^{20ix}}{e^{9ix}-e^{11ix}}\right)^{2n}dx =$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{e^{-10ix}-e^{10ix}}{e^{-ix}-e^{ix}}\right)^{2n}dx = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{\sin(10x)}{\sin(x)}\right)^{2n}dx.$$

Таким образом, справедлива следующая лемма.

<u>Лемма 6</u>. Количество счастливых билетов, номера которых записаны в десятичной системе исчисления и состоят из $2n$ цифр, равно:

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{\sin(10x)}{\sin(x)}\right)^{2n}dx. \qquad (2)$$

Заметим, что математические пакеты при больших n быстрее вычисляют количество счастливых билетов по формуле (1). В общественном транспорте мы имеем дело с шестизначными номерами билетов. Для таких билетов количество счастливых равно 55252.

Всего будет 10^{2n} билетов, номера которых состоят из $2n$ цифр (каждую цифру выбираем десятью способами). Поэтому вероятность купить счастливый билет может быть вычислена по формуле:

$$\frac{\dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{\pi}\left(\frac{\sin(10x)}{\sin(x)}\right)^{2n}dx}{10^{2n}}.$$

Кол-во цифр.	2	4	6	8	10	12	14
Вероятность купить счастливый билет.	0,1	0,067	0,0553	0,0482	0,0432	0,0396	0,0367

Выводы. На примере объекта, с которым мы сталкиваемся в повседневной жизни, мы постарались показать какие глубокие математические идеи могут быть использованы для его изучения. Ведь на первый взгляд кажется, что между натуральным числом, каковым является номер билета, и дифференцированием, или интегрированием функции нет никакой связи. Так же мы попытались показать насколько удивительным может получиться результат. Ведь на первый взгляд, кажется весьма неправдоподобным, что количество счастливых билетов может быть вычислено с помощью формулы (2). Таким образом, мы показали важность уровня математической подготовки инженера и важность каждого раздела математики не только для профессиональной деятельности, но и в повседневной жизни.

Литература

1. Савин А. П. , Финк Л. М. Разговор в трамвае // Квант, № 7 (1975), с.67–70.
2. Финк Л. М. Ещё раз о счастливых билетах // Квант, № 12 (1976), с. 68–70.
3. Виленкин Н. Я. Популярная комбинаторика, — М.: Наука, 1975. — 208 с.
4. Виленкин Н. Я. Интегралом — по счастливым билетам! // Квант, № 11, 1978. - с. 52–53.
5. Виленкин Н. Я. Снова о счастливых билетах // Квант, № 8, 1989, – с. 42.
6. Ландо С. К. Счастливые билеты. // Математическое просвещение. — МЦНМО, 1998. — № 2. — С. 127-132.
7. Виленкин Н. Я. Комбинаторика. —М. : Наука, 1969.

УДК 536.423

ВЛИЯНИЕ «ХВОСТА» ОСЦИЛЛИРУЮЩЕГО ПОТЕНЦИАЛА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА РАВНОВЕСНЫЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МОДЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

И.К. Локтионов, Р.Н. Абдулин, О.А. Рубцова

Донецкий национальный технический университет,
г. Донецк, Украина

Анотація. *У статті робиться спроба оцінки впливу експоненційно спадаючих осциляцій, що виникають при використанні парного осцилюючого потенціалу взаємодії на термодинамічні властивості простих флюїдів. Показано, що такий вплив на тиск зростає із збільшенням щільності системи.*

В опубликованных ранее работах [1-3] для описания некоторых равновесных теплофизических свойств статистическими методами эксплуатируется семейство осциллирующих (ОСЦ) потенциалов взаимодействия. При этом было показано, что результаты, получаемые в приближении Д.Н. Зубарева [4] с использованием таких потенциалов в целом удовлетворительно согласуются с известными экспериментальными данными. Одним из представителей упомянутого семейства является потенциал, задаваемый функцией

$$V_0(r) = \frac{A}{4\pi a^2}\frac{\exp\left(-ar/\sqrt{2}\right)}{r}\sin\left(\frac{ar}{\sqrt{2}}\right) \quad (1)$$

с Фурье-образом

$$\tilde{v}_0(k) = A/\left(k^4 + a^4\right), \quad (2)$$

где $a > 0,\ A > 0$ – параметры потенциала $V_0(r)$.

Однако «реальные» потенциалы, применяемые для решения подобных задач, являются монотонными бесконечно малыми функциями при $r \to \infty$. Поэтому возникает вопрос о влиянии экспоненциально убывающих осцилляций, характерных, в частности, для потенциала (1) на теплофизические свойства модельной системы. В связи с этим рассмотрим потенциал:

$$V(r)=\begin{cases}\dfrac{A}{4\pi a^2}\dfrac{\exp\left(-ar/\sqrt{2}\right)}{r}\sin\left(\dfrac{ar}{\sqrt{2}}\right) & при\ r\le R_0,\\ 0 & при\ r>R_0,\end{cases} \tag{3}$$

где $R_0=2\sqrt{2}\pi/a$ - второй нуль потенциала (1). Таким образом, потенциал (3) представляет собой «обрезанный» справа от точки R_0, т.е. не имеющий осцилляций потенциал (1). Заметим, что в потенциале (3) правее точки R_0 отсутствует притягивающая ветвь и в этом смысле он подобен взаимодействию с прямоугольной потенциальной ямой.

Поскольку все термодинамические величины в нашем подходе определяются не самим потенциалом, а его Фурье-образом, то представляет интерес задача установления $\widetilde{v}(k)$. Вычисление Фурье-образа потенциала (3) осуществляется по формуле

$$\widetilde{v}(k)=\int\limits_V d^3\vec{r}v(r)e^{i\vec{k}\vec{r}}=\frac{A}{4\pi a^2}\int\limits_0^{R_0}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi}e^{-ar/\sqrt{2}}\sin\left(\frac{ar}{\sqrt{2}}\right)e^{i\vec{k}\vec{r}}r^2\sin\theta d\theta d\varphi dr$$

приводят к следующему результату

$$\widetilde{v}(k)=\frac{A}{k^4+a^4}\left\{1+e^{-2\pi}\left[-\cos\left(2\sqrt{2}\pi\cdot\frac{k}{a}\right)+\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{k}{a}-\frac{a}{k}\right)\sin\left(2\sqrt{2}\pi\cdot\frac{k}{a}\right)\right]\right\}=$$
$$=\widetilde{v}_0(k)+\widetilde{v}_1(k), \tag{4}$$

где

$$\widetilde{v}_1(k)=\frac{A}{k^4+a^4}e^{-2\pi}\left[-\cos\left(2\sqrt{2}\pi\cdot\frac{k}{a}\right)+\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{k}{a}-\frac{a}{k}\right)\sin\left(2\sqrt{2}\pi\cdot\frac{k}{a}\right)\right] \tag{5}$$

Наибольший интерес, по нашему мнению, представляет собой определение абсолютной величины разности давлений для систем с потенциалами (1) и (3) при различных температурах и плотностях. Термическое уравнение состояния в приближении [3] для системы N частиц, размещенных в объёме V и взаимодействующих посредством потенциала $v(r)$ с Фурье-образом $\widetilde{v}(k)$, имеет вид:

$$P=P_{id}+\frac{n^2\widetilde{v}(0)}{2}-\frac{1}{2\beta}\int\limits_\Omega\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\left[\ln\left(1+n\beta\widetilde{v}(k)\right)-n\frac{\partial}{\partial n}\ln\left(1+n\beta\widetilde{v}(k)\right)\right], \tag{6}$$

здесь $\beta = 1/k_B T$ – обратная температура, k_B – постоянная Больцмана, $n = N/V$ – плотность, Ω – область определения функции $\widetilde{v}(k)$, $w = \widetilde{v}(0)$ – значение Фурье-образа при $k = 0$. Заметим, что выражение (6) позволяет получить с помощью стандартных соотношений термодинамики все интересующие характеристики системы. Очевидно, что прямой расчёт величины $|P_1 - P_0|$ (P_0, P_1 - давление для потенциалов (1) и (3) соответственно) невозможен, поскольку точное вычисление интеграла в правой части (6) с Фурье-образом (4) вызывает значительные трудности. Поэтому цель настоящего сообщения состоит в том, чтобы <u>оценить</u> «погрешность» $|P_1 - P_0|$. При этом найдем сначала разность $I_1 - I_0$ интегралов

$$I_0 = \int_0^{+\infty} dk k^2 \left[\ln\left(1 + n\beta\widetilde{v}_0(k)\right) - \frac{n\beta\widetilde{v}_0(k)}{1 + n\beta\widetilde{v}_0(k)} \right],$$

$$I_1 = \int_0^{+\infty} dk k^2 \left[\ln\left(1 + n\beta\left(\widetilde{v}_0(k) + \widetilde{v}_1(k)\right)\right) - \frac{n\beta\left(\widetilde{v}_0(k) + \widetilde{v}_1(k)\right)}{1 + n\beta\left(\widetilde{v}_0(k) + \widetilde{v}_1(k)\right)} \right],$$

входящих в правую часть выражения (6).

Для удобства оценки разности $I_1 - I_0$ можно ввести обозначения $v_0 = n\beta\widetilde{v}_0$, $v_1 = n\beta\widetilde{v}_1$, $v = v_0 + v_1$ и сделать замену $2\sqrt{2}k/a = t$ $\left(k^2 dk = \frac{a^3}{16\sqrt{2}} t^2 dt \right)$, тогда

$$v_0 = n\beta\widetilde{v}_0 = 64 n\beta w / \left(t^4 + 64\right),$$

$$v_1 = \frac{n\beta w}{1 + \left(t/2\sqrt{2}\right)^4} e^{-2\pi} \left[-\cos\left(\pi \cdot t\right) + \frac{t^2 - 8}{4t} \sin\left(\pi \cdot t\right) \right] =$$

$$= -\frac{B}{4t\sqrt{t^4 + 64}} \sin\left(\pi \cdot t - \vartheta\right), \qquad (7)$$

где $B = 64 n\beta w \cdot e^{-2\pi}$, $w = A/a^4$, $\vartheta = \arcsin\left(4t/\sqrt{t^4 + 64}\right)$.

$$I_1 - I_0 = \frac{a^3}{16\sqrt{2}} \int_0^{+\infty} t^2 \left[\ln(1 + v_0 + v_1) - \frac{v_0 + v_1}{1 + v_0 + v_1} - \ln(1 + v_0) + \frac{v_0}{1 + v_0} \right] dt =$$

$$= \frac{a^3}{16\sqrt{2}} \int_0^{+\infty} t^2 \left[\ln\left(1 + \frac{v_1}{1 + v_0}\right) - \frac{v_1}{(1 + v_0)(1 + v_0 + v_1)} \right] dt = \frac{a^3}{16\sqrt{2}} \int_0^{+\infty} F(t) dt \cdot$$

Подынтегральная функция $F(t)$ при достаточно больших t ($\vartheta \to 0$ при $t \to 0$) <u>периодически</u> с периодом $T = 1$ <u>меняет знак</u> вместе с функцией $v_1(t)$.

Разобьём промежуток интегрирования $[0;+\infty)$ на отрезки длиной $\Delta t = 1$. Тогда искомая разность $I_1 - I_0$ может быть записана в виде

$$I_1 - I_0 = \frac{a^3}{16\sqrt{2}} \sum_{i=0}^{\infty} \int_i^{i+1} F(t) dt = \frac{a^3}{16\sqrt{2}} \sum_{i=0}^{\infty} U_i, \; U_i = \int_i^{i+1} F(t) dt. \qquad (8)$$

Ряд (8) при больших номерах i становится знакочередующимся, и поскольку при $i \to \infty$ общий член ряда $U_i \to 0$, то остаток этого ряда

$$R_{\widetilde{N}} = \sum_{i=\widetilde{N}}^{\infty} U_i$$

сходится по признаку Лейбница, а его величина по модулю не превышает первого отбрасываемого члена

$$\left| R_{\widetilde{N}} \right| < \left| U_{\widetilde{N}} \right| = \left| \int_{\widetilde{N}}^{\widetilde{N}+1} F(t) dt \right|$$

Для оценки интеграла под знаком модуля используем теорему о среднем. В соответствии с этой теоремой должна существовать точка $t^* \in \left[\widetilde{N}; \widetilde{N} + 1\right]$, в которой выполняется равенство

$$\left| \int_{\widetilde{N}}^{\widetilde{N}+1} F(t) dt \right| = \left(\widetilde{N} + 1\right)^2 \left| \ln\left(1 + \frac{v_1^*}{1 + v_0^*}\right) - \frac{v_1^*}{(1 + v_0^*)(1 + v_0^* + v_1^*)} \right|$$

Учитывая, что $v_1^* = v_1\left(t^*\right) \to 0$ при $t \to \infty$ и применяя стандартные разложения элементарных функций ($\ln\left(1+\varepsilon\right) \approx \varepsilon$, $1/\left(1+\varepsilon\right) \approx 1-\varepsilon$) получаем:

$$\left|\int_{\widetilde{N}}^{\widetilde{N}+1} F(t)dt\right| \approx \left(\widetilde{N}+1\right)^2 \left|\frac{v_1^*}{1+v_0^*} - \frac{v_1^*}{\left(1+v_0^*\right)\left(1+v_0^*+v_1^*\right)}\right| \approx$$

$$\approx \left(\widetilde{N}+1\right)^2 \left|v_1^*\right| \left|v_1^* + v_0^* + \left(v_0^*\right)^2 + v_0^* v_1^*\right| \le \left(\widetilde{N}+1\right)^2 \left|\left(v_1^*\right)^2 + v_0^* v_1^*\right|.$$

Принимая во внимание, что $v_0^* \propto 1/\widetilde{N}^4$, $v_1^* \propto 1/\widetilde{N}^3$ и формулу (7), имеем

$$\left|U_{\widetilde{N}}\right| \approx \left(\widetilde{N}+1\right)^2 \left(v_1^*\right)^2 \le \frac{B^2\left(\widetilde{N}+1\right)^2}{16\widetilde{N}^2\left(\widetilde{N}^4+64\right)} \le \frac{B^2\left(\widetilde{N}+1\right)^2}{16\left(\widetilde{N}^4+64\right)}.$$

Поэтому абсолютная величина

$$\left|I_1 - I_0\right| \le \frac{8\sqrt{2}n^2\beta^2 w^2}{e^{4\pi}\left(\widetilde{N}^4+64\right)} a^3. \tag{9}$$

Оценка (9) показывает, что при $\widetilde{N} \to \infty$ вклад интегрального слагаемого в оценку «погрешности»

$$\left|P_1 - P_0\right| = \left|\frac{n^2}{2}\left(\widetilde{v}(0) - \widetilde{v}_0(0)\right) + I_1 - I_0\right| \le \frac{n^2}{2}\left|\widetilde{v}(0) - \widetilde{v}_0(0)\right| + \left|I_1 - I_0\right| \tag{10}$$

стремится к нулю. Из формул (2) и (5) следует, что $\widetilde{v}_0(0) = w$ и $\widetilde{v}(0) = w\left(1 - e^{-2\pi}\left[1+2\pi\right]\right)$. Подставляя найденные значения в (10), получим:

$$\left|P_1 - P_0\right| \le \frac{n^2 w}{2} e^{-2\pi}\left(1+2\pi\right). \tag{11}$$

Предлагаемый подход позволяет единым образом исследовать отклонения друг от друга одних и тех же теплофизических характеристик, вычисляемых для осциллирующего потенциала и для «обрезанного» потенциала.

Результаты, полученные в настоящей работе частично снимают вопросы о применимости осциллирующих потенциалов для описания равновесных термодинамических свойств простых жидкостей, а основная идея оценки погрешности давления может быть использована не только для нахождения отклонений, вносимых осцилляциями в энтропию, теплоёмкость и др. термодинамические функции, но и для подобных оценок в случаях с другими осциллирующими потенциалами.

Литература

1. Локтионов И.К. Применение двухпараметрических осциллирующих потенциалов взаимодействия для описания теплофизических свойств простых жидкостей. // Теплофизика высоких температур, 2012, том 50, №6, С. 760-768.
2. Терехов С.В., Локтионов И.К. Расчет термодинамических свойств чистых веществ по методу Гиббса // ФТВД, 2011, №1, С.15-28.
3. Локтионов И.К. Термодинамические свойства однокомпонентных систем с парными двухпараметрическими потенциалами взаимодействия // ТВТ, 2011, том 49, №4, С. 529-536.
4. Зубарев Д.Н. Вычисление конфигурационных интегралов для системы частиц с кулоновским взаимодействием // ДАН СССР. 1954. Т.35. №4. С. 757.

УДК 536.423

КАЛОРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ В МОДЕЛЯХ ДВУХКОНСТАНТНЫХ УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ

И. К. Локтионов, О. А. Рубцова, Г. А. Гусар

Донецкий национальный технический университет,
г. Донецк, Украина

Анотація. *Розглядаються чотири двопараметричних рівняння стану, на основі яких розраховані деякі теплофізичні властивості і характеристики реального газу. Виконано порівняння отриманих результатів з експериментом.*

Настоящий обзор призван восполнить отдельные пробелы, которые могут возникнуть при изучении дисциплин, связанных с термодинамикой и статистической физикой в технических ВУЗах в силу неуклонного сокращения учебных программ. Кроме того, обзор может оказаться полезным для углубленного изучения молекулярной физики. Дело в том, что для иллюстрации теоретического описания свойств реальных газов (например, водяной пар служит рабочим телом в энергетических установках тепловых и атомных электростанций) используется, как правило, уравнение Ван дер Ваальса. Не умаляя его достоинств, отметим, что существует значительное количество уравнений состояния (УС)[1], содержащих две индивидуальные постоянные (здесь мы ограничимся рассмотрением только двухконстантных УС), предсказательные возможности которых превосходят уравнение Ван дер Ваальса (1873 г.). Среди таких УС наиболее употребительными являются полуэмпирические уравнения Бертло (1900 г.), Редлиха-Квонга (1949 г.), Дитеричи (1898 г.)

Получение представленных ниже результатов требует не только определённых знаний соответствующих разделов физики, но и предполагает, что заинтересованный читатель владеет некоторыми навыками дифференцирования и интегрирования функции одной переменной. Приведем ради удобства эти уравнения для одного моля вещества и напомним терпеливому читателю, что с помощью УС равновесные термодинамические свойства вычисляются на основе интегральных соотношений [2,3]:

уравнение Ван дер Ваальса:

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT\,, \tag{1}$$

уравнение Бертло:

$$\left(P+\frac{a}{TV^2}\right)(V-b)=RT\,, \tag{2}$$

уравнение Редлиха-Квонга:

$$\left(P+\frac{a}{\sqrt{T}\,V(V+b)}\right)(V-b)=RT\,, \tag{3}$$

уравнение Дитеричи (первое):

$$P\cdot\exp\left(\frac{a}{VRT}\right)(V-b)=RT\,, \tag{4}$$

где P – давление, T – температура, V – объём, $R = k_B N_A$ – универсальная газовая постоянная, k_B – постоянная Больцмана, N_A – число Авогадро.

При рассмотрении какого-либо УС неизбежно возникает вопрос о том, в какой области изменения параметров состояния УС описывает результаты эксперимента с удовлетворительной точностью. Для определения области применимости УС нужно сравнить расчетные значения одного параметра, например, давления P при двух других заданных параметрах T и V с измеренными значениями P при тех же значениях T и V. Такой бесспорный путь, очевидно, оказывается чрезвычайно трудоемким. Если же удается установить область, в которой расчетные $P - V - T$ данные достаточно хорошо согласуются с соответствующими экспериментальными результатами, то появляется вопрос о том, насколько успешным будет описание калорических свойств, например, теплоемкости, с помощью того же УС. Иначе говоря, из удовлетворительного описания экспериментальных $P - V - T$ данных не следует, что калорические свойства, вытекающие из расчетов по УС, хорошо согласуются с данными измерений соответствующих калорических величин.

Такая картина подобна ситуации, при которой производная интерполирующей функции, построенной для ряда экспериментальных точек, не совпадает с производной, получаемой в результате измерений. Поэтому предсказательные возможности УС, т.е. его качество должно определяться не только хорошим описанием $P - V - T$ данных, но и согласием между опытными и теоретическими значениями калорических величин. Кроме того, несмотря на обилие литературы по этим вопросам (наиболее обширный список литературы имеется в [11]), нам не удалось обнаружить источников, в которых уделяется внимание расчетам калорических свойств по указанным уравнениям. В связи с перечисленными обстоятельствами ниже мы рассмотрим температурные зависимости изобарной теплоемкости для УС (1)-(4) и некоторые теплофизические величины, зависящие от теплоемкости.

Критические параметры

Все уравнения (1)-(4) качественно, а в некоторых интервалах изменения термодинамических параметров и количественно с достаточной точностью передают картину поведения реальных газов. Они содержат две индивидуальные для каждого вещества постоянные a и b, отвечающие силам притяжения и отталкивания. Эти постоянные находятся из решения системы уравнений, определяющих критическую точку (КТ):

$$\left\{ \left(\partial P / \partial V \right)_c = 0; \quad \left(\partial^2 P / \partial V^2 \right)_c = 0 \right\}$$

(здесь и всюду далее индекс «с» указывает принадлежность величин к КТ). Уравнения (1)-(4) удовлетворяют критическим условиям и решения системы устанавливают связь между a и b и координатами КТ: P_c, T_c, $n_c = N_A / MV_c$, M - молярная масса вещества.

Наиболее полная сводка этих зависимостей, которые нетрудно воспроизвести самостоятельно, что будет полезным упражнением в дифференцировании и решении систем уравнений, имеется, например, в [3] и приводится ниже в соответствии с порядком введения уравнений (1)-(4):

$$P_c = \frac{a}{27b^2}, \quad T_c = \frac{8a}{27bR}, \quad V_c = 3b, \quad Z_c = \frac{P_c V_c}{RT_c} = 0{,}375,$$

$$P_c = \sqrt{\frac{aR}{216b^3}}, \quad T_c = \sqrt{\frac{8a}{27bR}}, \quad V_c = 3b, \quad Z_c = 0{,}375,$$

$$P_c = c_1 \cdot \sqrt[3]{R\frac{a^2}{b^5}}, \quad T_c = c_2 \left(\frac{a}{bR} \right)^{2/3}, \quad V_c = c_3 b, \quad Z_c = 0{,}333,$$

где $c_1 = 0{,}02999$, $c_2 = 0{,}345$, $c_3 = 1/\left(\sqrt[3]{2} - 1\right) = 3{,}38473$.

$$P_c = \frac{a}{4e^2 b^2}, \quad T_c = \frac{a}{4bR}, \quad V_c = 2b, \quad Z_c = \frac{2}{e^2} = 0{,}270.$$

Экспериментальное значение фактора сжимаемости в КТ для инертных газов $Z_c = 0{,}290 - 0{,}305$, в частности, для аргона $Z_c = 0{,}292$.

Критические параметры могут быть использованы для представления (1)-(4) к безразмерной форме путём введения приведенных координат $\pi = P/P_c$, $\tau = T/T_c$, $\varphi = V/V_c = 1/\omega$.

$$\left(\pi + 3\omega^2\right)\left(3 - \omega\right) = 8\tau\omega, \tag{5}$$

$$\left(\pi + 3\omega^2/\tau\right)\left(3 - \omega\right) = 8\tau\omega, \tag{6}$$

$$\pi = \frac{1}{Z_c}\left[\frac{c_3\omega\tau}{c_3-\omega} - \frac{\omega^2}{c_2\sqrt{c_2}\left(c_3+\omega\right)}\right], \tag{7}$$

$$\pi\left(2-\omega\right) = \tau\omega\cdot\exp\left(2-2\omega/\tau\right). \tag{8}$$

По результатам обработки экспериментальных данных в [4] для газов с неполярными молекулами величина производной приведенного давления $\pi(\tau,\omega)$ по температуре τ в КТ при постоянном объеме $\varphi = V/V_c$ составляет $\left(\partial\pi/\partial\tau\right)_\varphi = 6{,}0$. Значения этой величины, вычисленные с помощью уравнений (5)-(8) соответственно равны

$$\left(\frac{\partial\pi}{\partial\tau}\right)_\varphi = 4,\quad \left(\frac{\partial\pi}{\partial\tau}\right)_\varphi = 7,\quad \left(\frac{\partial\pi}{\partial\tau}\right)_\varphi = 7{,}103,\quad \left(\frac{\partial\pi}{\partial\tau}\right)_\varphi = 3\cdot$$

Для демонстрации прогностических возможностей УС (1)-(4) нами был выбран аргон, как наиболее изученное и технически важное вещество. Необходимые для расчетов постоянных a и b экспериментальные данные $P_c = 5\,МПа$, $T_c = 150{,}86\,K$ (молярный объём в КТ $v_c = 7{,}524\cdot10^{-5}\ м^3/моль$ (удельный объём в КТ $1{,}867\cdot10^{-3}\ м^3/кг$) [6]) были заимствованы из справочников [6-8]. Поскольку КТ определяется тремя координатами P_c, T_c, $\rho_c = m_0 n_c$, а искомых величин две, то для нахождения a и b можно использовать три различных набора, составленных из двух критических параметров. На практике выбор останавливается, как правило, на паре значений экспериментальных значений P_c, T_c, поскольку при этом обеспечивается наилучшее согласие с экспериментом. При таком способе определения константы a, $b\ \left[м^3/моль\right]$, критический объем $V_c\ \left[м^3/моль\right]$ и плотность $\rho_c = M/V_c\ \left[кг/м^3\right]$ оказываются равными

для УС Ван дер Ваальса $a = 0{,}1328\ Н\cdot м^4/моль^2$,

$b = 3{,}136\cdot10^{-5}$, $V_c = 9{,}407\cdot10^{-5}$, $\rho_c = 424{,}6$.

для УС Бертло $a = 20{,}026\ Н\cdot м^4 K/моль^2$,

$b = 3{,}136\cdot10^{-5}$, $V_c = 9{,}407\cdot10^{-5}$, $\rho_c = 424{,}6$.

для УС Редлиха-Квонга $a = 1{,}653\ Н\cdot м^4\sqrt{K}/моль^2$,

$b = 2{,}175 \cdot 10^{-5}$, $V_c = 8{,}367 \cdot 10^{-5}$, $\rho_c = 477{,}3$.

для УС Дитеричи $a = 0{,}1703\ H \cdot м^4 / моль^2$,

$b = 3{,}395 \cdot 10^{-5}$, $V_c = 6{,}79 \cdot 10^{-5}$, $\rho_c = 588{,}2$.

Фазы 1 и 2 одного и того же вещества могут находиться в равновесии друг с другом при условии, что равны давления и химические потенциалы фаз при температуре $T < T_c$ $(\tau < 1)$. Это условие обычно выражается в виде системы двух уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{cases} \pi(\varphi_1, \tau) = \pi(\varphi_2, \tau), \\ \mu(\varphi_1, \tau) = \mu(\varphi_2, \tau), \end{cases}$$

Система решена численно. Результаты ее решения – значения приведенных плотностей фаз $\omega_1 = 1/\varphi_1$ и $\omega_2 = 1/\varphi_2$ при заданной температуре $\tau < 1$ – показаны на рисунке 1 в виде линий сосуществующих фаз.

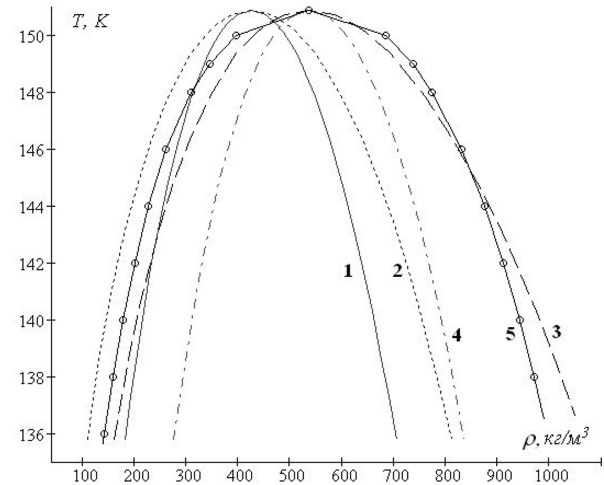


Рис.1. Кривые сосуществующих фаз для аргона:
1–Ван дер Ваальс, 2–Бертло, 3–Редлих-Квонг,
4–Дитеричи, 5– эксперимент [6]

Второй вириальный коэффициент

Второй вириальный коэффициент (ВВК), как все вириальные коэффициенты можно интерпретировать на основании межчастичных взаимодействий. ВВК определяет вклад взаимодействий пар частиц в УС идеального газа. Для нахождения ВВК выполним разложение УС (1)-(4) по обратным степеням объёма с точностью до членов пропорциональных $1/V^2$. Разделив обе части полученных разложений на $k_b N_A T$, найдём выражения для ВВК, а из условия $B(T)=0$ температуру Бойля для каждого УС:

$$B(T)=b-a/RT,\ T_B=a/bR,\ T_c/T_B\approx 0{,}2963,\ T_B=509{,}2K,$$

$$B(T)=b-a/RT^2,\ T_B=\sqrt{a/bR},\ T_c/T_B\approx 0{,}5443,\ T_B=277{,}15K,$$

$$B(T)=b-a/RT^{3/2},\ T_B=\sqrt[3]{(a/bR)^2},\ T_c/T_B=0{,}345,\ T_B=437{,}2K,$$

$$B(T)=b-a/RT,\ T_B=a/bR,\ T_c/T_B=0{,}25,\ T_B=603{,}44K.$$

Авторы работы [5] для аргона приводят экспериментальное отношение температур, равное $T_c/T_B\approx 0{,}369$, по данным [1] значение $T_c/T_B\approx 0{,}391$. Экспериментальное значение температуры составляет $T_B=407{,}76K$ [7].

Заметим, что зависимости $B(T)$ для всех четырех УС являются монотонными, в отличие от экспериментальных кривых, которые имеют максимум при $T>T_B$. Для уравнения Ван дер Ваальса и Бертло третий вириальный коэффициент равен b^2. На рис. 2 представлены кривые ВВК, построенные по четырем предыдущим формулам, найденным из уравнений (1)-(4).

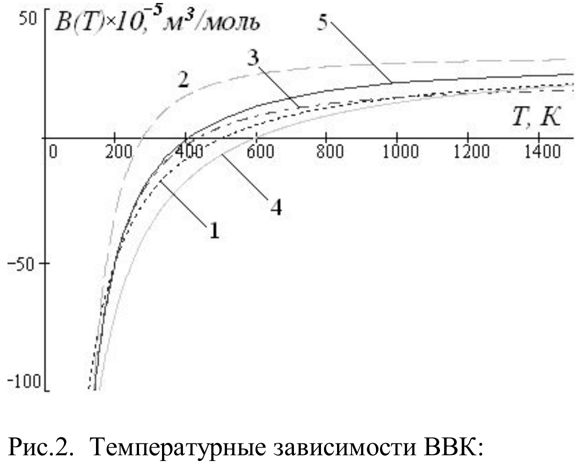


Рис.2. Температурные зависимости ВВК:

1– Ван дер Ваальс, 2 – Бертло, 3 – Редлих-Квонг,
4 – Дитеричи, 5 – эксперимент [10].

Другой характеристикой, представляющей интерес для сравнения с данными измерений, является отношение объёма Бойля, определяемого равенством $v_B = T_B\left(dB(T)/dT\right)_{T_B}$ к критическому объёму v_c

$$v_B/V_c = 1/3 \approx 0{,}333\,,$$

$$v_B/V_c = 2/3 \approx 0{,}666\,,$$

$$v_B/V_c \approx 0{,}3899\,,$$

$$v_B/V_c = 1/2 = 0{,}5\,.$$

По данным работы [5] экспериментальное отношение v_B/V_c для аргона составляет 0,553.

Температура инверсии – представляет собой решение уравнения $B(T) - T\left(dB(T)/dT\right) = 0$:

$$T_И = 2T_B\,,$$

$$T_И = \sqrt{3}T_B \approx 1{,}732T_B\,,$$

$$T_И = \left(2{,}5\right)^{2/3}T_B \approx 1{,}842T_B\,,$$

$$T_И = 2T_B\,.$$

Измерения показывают, что для реальных газов существует приближённое соотношение $T_И \approx 2T_B$ [3, с.63].

Изобарная теплоемкость

Уравнения (1)-(4), вообще говоря, являются функциональными зависимостями давления от температуры и плотности ρ или объёма. Поэтому УС вида $P = P(\rho, T)$ иногда называют термическим УС. Знание такого уравнения позволяет получить сведения о термодинамических, в частности калорических, свойствах модельной системы. Для нахождения энтропии, внутренней энергии, изохорной теплоёмкости можно воспользоваться следующими формулами:

$$S(\rho,T)=S(\rho_0,T)-\int\limits_{\rho_0}^{\rho}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{\rho}\frac{d\rho}{\rho^2}=S(V_0,T)+\int\limits_{V_0}^{V}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V}dV\,, \qquad (9)$$

$$U(\rho,T)=U(\rho_0,T)-\int\limits_{\rho_0}^{\rho}\left[T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{\rho}-P\right]\frac{d\rho}{\rho^2}=U(V_0,T)+\int\limits_{V_0}^{V}\left[T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V}-P\right]dV\,,$$

$$C_V(\rho,T)=C_V(\rho_0,T)-\int\limits_{\rho_0}^{\rho}T\left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right)_{\rho}\frac{d\rho}{\rho^2}=C_V(V_0,T)+\int\limits_{V_0}^{V}T\left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right)_{V}dV\,, \qquad (10)$$

получаемых интегрированием дифференциальных уравнений термодинамики [2] и содержащих постоянные интегрирования $S(\rho_0,T), S(V_0,T), U(\rho_0,T)$, $U(V_0,T)$, $C_V(\rho_0,T)$, $C_V(V_0,T)$, соответствующие некоторому начальному состоянию с температурой T, плотностью ρ_0 и объёмом V_0.

Видно, что перечисленные функции определяются интегрированием либо по плотности, либо по объёму производных давления по температуре. Однако, заметим, что теплоёмкость C_V можно найти путём дифференцирования энтропии при постоянном объёме:

$$C_V=\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V=T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V,$$

предварительно вычислив интеграл (5) для каждого УС. Кроме того, существует ещё один, более удобный вариант вычисления C_V, который связан с нахождением интеграла (6).

Отметим, что здесь и всюду далее все величины, определяемые для УС (1)-(4) будут размещены в том же порядке, в котором вводятся УС (1)-(4). Нижние пределы интегрирования в интегралах правой части формулы (5) можно выбирать исходя из следующих соображений: при неограниченном увеличении объёма $V_0 \to \infty$ фиксированного количества газа его плотность $\rho_0 \to 0$, и расстояние между частицами газа увеличивается, а силы взаимодействия уменьшаются. Поэтому газ становится идеальным, и аддитивные постоянные в формуле (5) и двух последующих должны быть равны термодинамическим функциям идеального газа.

Каждое из УС (1)-(4) запишем в виде $P = P(T, V)$ и найдём соответствующие им производные $\left(\partial^2 P / \partial T^2\right)_V$

$$\left(\partial^2 P / \partial T^2\right)_V = 0, \tag{11}$$

$$\left(\partial^2 P / \partial T^2\right)_V = -\frac{2a}{T^3 V^2}, \tag{12}$$

$$\left(\partial^2 P / \partial T^2\right)_V = -\frac{3a}{4T^{5/2} V(V+b)}, \tag{13}$$

$$\left(\partial^2 P / \partial T^2\right)_V = \frac{a}{(V-b) R T^3 V^2} \exp\left(-\frac{a}{RTV}\right), \tag{14}$$

Подставим (11)-(14) в правую часть (10) и вычислим интегралы по V. Известно, что изохорная молярная теплоемкость газа Ван дер Ваальса равна изохорной теплоемкости идеального газа, т.е. $C_V = (3/2)R$. Выражения для изохорной теплоемкости по уравнениям (2), (3) имеют вид

УС Бертло $\qquad C_V = \dfrac{3R}{2} + \dfrac{2a}{VT^2}$,

УС Редлиха-Квонга $\qquad C_V = \dfrac{3R}{2} + \dfrac{3a}{4VT^{3/2}} \ln\left(1 + \dfrac{b}{V}\right)$.

Интегрирование с функцией (14) может быть выполнено с помощью разложения подынтегральной функции в ряд по обратным степеням объёма. Расчеты термодинамических величин, как и теплоемкости, по УС Дитеричи производились с учетом первых восьми вириальных коэффициентов

$$C_V = \frac{3R}{2} - \frac{4R\omega^2}{\tau^2}\left[\frac{1}{2} + \frac{\omega \widetilde{B}_2(\tau)}{3} + \frac{\omega^2 \widetilde{B}_3(\tau)}{4} + \frac{\omega^3 \widetilde{B}_4(\tau)}{5} + \ldots + \frac{\omega^7 \widetilde{B}_8(\tau)}{9}\right],$$

$$\widetilde{B}_2(\tau) = \frac{1}{2} - \frac{2}{\tau}, \qquad \widetilde{B}_3(\tau) = \frac{1}{4} - \frac{1}{\tau} + \frac{2}{\tau^2},$$

$$\widetilde{B}_4(\tau)=\frac{1}{8}-\frac{1}{2\tau}+\frac{1}{\tau^2}-\frac{4}{3\tau^3},$$

$$\widetilde{B}_5(\tau)=\frac{1}{16}-\frac{1}{4\tau}+\frac{1}{2\tau^2}-\frac{2}{3\tau^3}+\frac{2}{3\tau^4},$$

$$\widetilde{B}_6(\tau)=\frac{1}{32}-\frac{1}{8\tau}+\frac{1}{4\tau^2}-\frac{1}{3\tau^3}+\frac{1}{3\tau^4}-\frac{4}{15\tau^5},$$

$$\widetilde{B}_7(\tau)=\frac{1}{64}-\frac{1}{16\tau}+\frac{1}{8\tau^2}-\frac{1}{6\tau^3}+\frac{1}{6\tau^4}-\frac{2}{15\tau^5}+\frac{4}{45\tau^6},$$

$$\widetilde{B}_8(\tau)=\frac{1}{128}-\frac{1}{32\tau}+\frac{1}{16\tau^2}-\frac{1}{12\tau^3}+\frac{1}{12\tau^4}-\frac{1}{15\tau^5}+\frac{2}{45\tau^6}-\frac{8}{315\tau^7}.$$

Изобарная теплоемкость вычисляется по формуле

$$C_P=C_V-\frac{\left(\partial P/\partial T\right)_V^2}{\left(\partial P/\partial V\right)_T}, \tag{15}$$

где $\left(\dfrac{\partial P}{\partial T}\right)_V=\dfrac{R}{V-b}$, $\left(\dfrac{\partial P}{\partial V}\right)_T=\dfrac{2a}{V^3}-\dfrac{RT}{(V-b)^2}$,

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V=\frac{R}{V-b}+\frac{a}{T^2V^2},\quad \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T=\frac{2a}{TV^3}-\frac{RT}{(V-b)^2},$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V=\frac{R}{V-b}+\frac{a}{2T^{3/2}\left(V^2+Vb\right)},$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T=\frac{a(2V+b)}{\sqrt{T}\left(V^2+bV\right)^2}-\frac{RT}{(V-b)^2},$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T=\frac{RTe^{-a/RTV}}{V-b}\left(\frac{a}{RTV^2}-\frac{1}{V-b}\right),$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V=\frac{e^{-a/RTV}R}{V-b}\left(1+\frac{a}{RTV}\right).$$

Связь между молярной и удельной теплоёмкостями определяется равенством

$$C_P^{\text{удельн.}}=C_P^M/M,$$

Многочисленные экспериментальные результаты свидетельствуют о том, что в надкритической области ($P>P_c$) температурные зависимости изобарной теплоёмкости C_P на изобарах в однокомпонентных системах имеет конечные максимумы [9]. Это интересное явление наблюдается и в рассматриваемых моделях, отличие которых друг от друга состоит в количественном согласии с экспериментальными данными.

Основная задача при определении C_P сводится к решению уравнения

$$\pi(\omega,\tau)-\pi=0 \qquad (16)$$

относительно приведенной плотности ω при заданной температуре τ и давлении π. Решения ω нелинейного уравнения (16) находятся численными методами для значений π и τ соответствующих экспериментальным P и T, взятым из таблиц [6] по теплоёмкости C_P. Результаты расчетов C_P, выполненные для УС (1)-(4) представлены на рисунке 3.

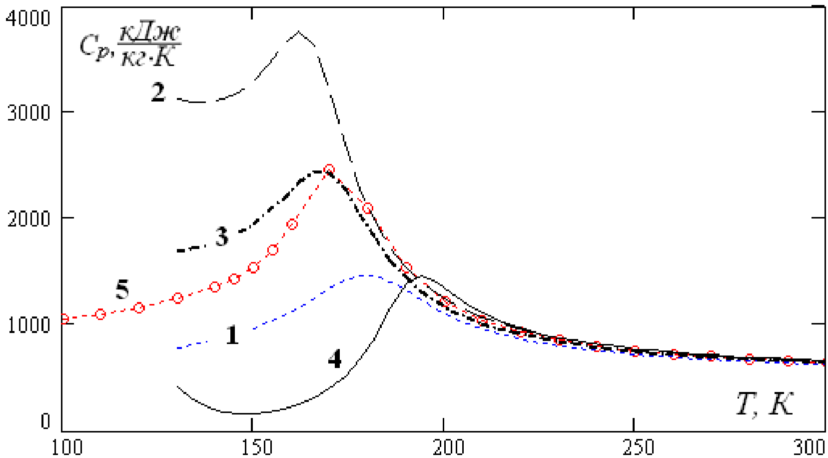


Рис. 3. Температурные зависимости удельной изобарной теплоёмкости C_P при давлении $P=10\,МПа$ для аргона: 1– Ван дер Ваальс, 2–Бертло, 3–Редлих-Квонг, 4 – Дитеричи, 5– эксперимент [6].

Из рисунка 3 видно, что из четырех УС более удовлетворительные результаты по описанию данных измерений даёт уравнение Редлиха-Квонга (3).

Считая производные $\left(\partial P/\partial T\right)_V$ и $\left(\partial P/\partial V\right)_T$ найденными, легко вычислить скорость звука и коэффициент Джоуля-Томсона, которые устанавливаются соотношениями [2]:

скорость звука

$$u(\omega,\tau)=V\left[\frac{\tau T_c M}{C_V}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V^2-M\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T\right]^{1/2},$$

коэффициент Джоуля-Томсона

$$\mu(\omega,\tau)=\frac{-1}{C_P(\omega,\tau)}\left[\tau T_c\frac{\left(\partial P/\partial T\right)_V}{\left(\partial P/\partial V\right)_T}+\frac{V_c}{\omega}\right],$$

$C_V(\omega,\tau)$ - молярная изохорная теплоёмкость, $C_P(\omega,\tau)$ - молярная изобарная теплоёмкость в состоянии с температурой τ и плотностью ω. Для построения температурных зависимостей $u(\omega,\tau)$, $\mu(\omega,\tau)$ использовались результаты решения уравнения (16). В КТ $\left(\partial P/\partial V\right)_{T,c}=0$, поэтому скорость звука в КТ вычисляется по формуле

$$u_c=\frac{1}{\rho_c}\left[\frac{T_c M}{C_{V,c}}\right]^{1/2}\cdot\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V,c}, \tag{17}$$

где $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V,c}=\frac{R}{2b}$, $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V,c}=\frac{7R}{8b}$, $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V,c}=\frac{R}{2{,}068b}$, $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V,c}=\frac{3R}{e^2b}$.

Расчет u_c по формуле (17) для каждого из УС (1)-(4) приводит к следующим значениям $u_c=217{,}0\ м/с$, $u_c=240{,}2\ м/с$, $u_c=214{,}8\ м/с$, $u_c=177{,}4\ м/с$. Экспериментальное значение [8] скорости звука в КТ $u_c=183{,}5\ м/с$.

На приведенных графиках обращают на себя внимание два обстоятельства, во-первых, близость теоретической кривой 3 к экспериментальной кривой 5 при $T>150\,K$, и во-вторых, существенное различие между экспериментальной и теоретическими кривыми 1,2,4. Заметим, что экстремумы на кривых 1, 2, 4 на рисунках 3-5 не совпадают с экстремумами на экспериментальных кривых 5 на этих рисунках. Кроме того, значения температур, при которых достигаются экстремальные значения $C_P(T)$, $u(T)$, $\mu(T)$ на рисунках 3-5 заметно отличаются от соответствующих значений температур, полученных на эксперименте.

На рис. 4показаны экспериментальная и теоретические зависимости $u(T)$ при постоянном давлении. Данные измерений скорости звука при $P = 10\ МПа$ представленные в [8] ограничиваются снизу температурой $T = 240\ K$. Поэтому при $T < 240\ K$ использованы значения u, заимствованные из [8].

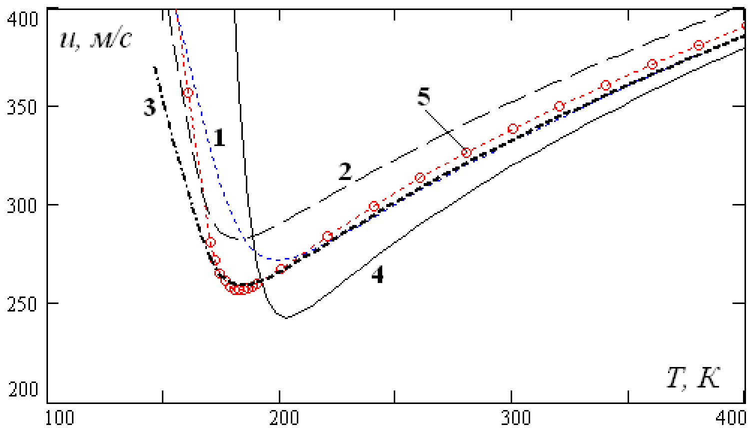


Рис.4. Зависимость скорости звука от температуры для аргона при $P = 10\ МПа$. Кривые 1– Ван дер Ваальс, 2 – Бертло, 3 – Редлих-Квонг, 4 – Дитеричи, 5– эксперимент [6,8].

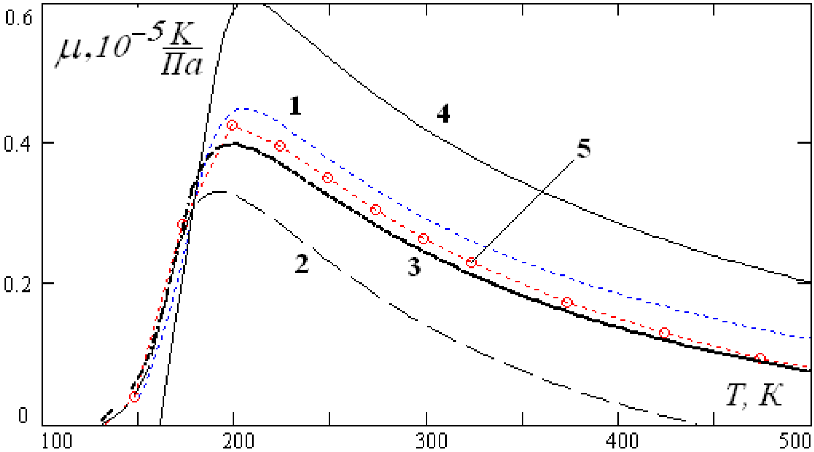


Рис.5. Зависимость коэффициента Джоуля-Томсона от температуры для аргона при $P = 10\,МПа$. Кривые 1–Ван дер Ваальс, 2–Бертло, 3–Редлих-Квонг, 4–Дитеричи, 5–эксперимент [12].

На рис. 5. изображены кривые зависимости коэффициента Джоуля-Томсона от температуры при $P = 10\ МПа$. Кривые 1—4 построены по результатам расчетов, выполненным по УС (1)-(4). Наилучшее согласие с данными измерений в окрестности максимума наблюдается для кривой 3, полученной по уравнению Редлиха-Квонга. Возникновение минимума на кривых $u(T)$, как и максимума на линиях $C_P(T)$ и $\mu(T)$ можно связать с появлением экстремума производной давления по плотности.

Выводы. Для оценки качества уравнений (1)-(4) относительные погрешности полученных в настоящей работе теоретических результатов удобно представить в виде таблицы.

Таблица относительных погрешностей некоторых величин

	уравнение Ван дер Ваальса (1)	уравнение Бертло (2)	уравнение Редлиха-Квонга (3)	уравнение Дитеричи (4)
δZ_c, %	26	26	11,97	9,04
$\delta \rho_c$, %	22,2	20,8	10,9	9,7
δV_c, %	28,5	26,3	12,3	8,9
δT_B, %	24,7	32	7,2	48

$\delta(V_B/V_c)$	39,7	20,6	29,5	9,6
$\delta(\partial\pi/\partial\tau)_c$	33,3	17	18	0,5
δu_c, %	18	31	17	3

Из таблицы видно, что наименьшие погрешности (исключая температуру Бойля) имеют величины, рассчитанные по уравнению Дитеричи. Однако, анализ температурных зависимостей $B(T)$ (рис.1), $C_P(T)$, $u(T)$, $\mu(T)$ (рис.2-4) показывает, что уравнение (3) надкритической области лучше передает реальную картину рассмотренных экспериментальных фактов. Уравнения (1)-(4) качественно верно отражают основные экспериментально наблюдаемые закономерности. Однако ни одно из них не может претендовать на точное описание данных измерений в широком диапазоне параметров состояния. Тем не менее, по совокупности представленных результатов наилучшие результаты при описании данных измерений демонстрирует УС Редлиха-Квонга. В заключение отметим, что уравнение (3), как указывает Редлих в [13], можно рассматривать как весьма «удачную эмпирическую модификацию предшествующих уравнений», при построении которой не использовались «какие-либо определённые теоретические обоснования».

Литература

1. Вукалович М.П., Новиков И.И. Уравнения состояния реальных газов. М.: Госэнергоиздат, 1948, 340 С.

2. Сычев В.В. Дифференциальные уравнения термодинамики. М.: ВШ, 1991, 224 С.

3. Шпильрайн Э.Э., Кессельман П.М. Основы теории теплофизических свойств веществ. М.: «Энергия», 1977, 248 С.

4. Каганер М.Г. Максимумы термодинамических свойств и переход газа к жидкостм в надкритической области // ЖФХ. 1958. Т. XXX11. №2. С.332-340.

5. E. Hiis Hauge, P.C. Hemmer. Fluids with Weak Long-Range Forces //J.Chem. Phys. 1966. V.45. N.1. P.323-327

6. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Физматгиз, 1972. 720 С.

7. Рабинович В.А., Вассерман А.А., Недоступ В.И., Векслер Л.С. Теплофизические свойства неона, аргона, криптона и ксенона. М.: Изд-во стандартов, 1976. 636 с.

8. Younglove B.A. Thermophysical Properties of Fluids. 1. Argon, Ethylene, Parahydrogen, Nitrogen Trifluoride, and Oxygen // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1982. V. 11. Suppl. 1. P. 353.

9. А.М. Сирота. О линиях экстремумов теплоёмкости C_P в однокомпонентных системах. В кн.: Уравнения состояния газов и жидкостей. М.: Наука, 1975.С. 173-188.

10. Dymond J.H., Marsh K.N., Wilhoit R.C., Wong K.C. Virial Coefficients of Pure Gases. Landolt-Bornstein. Group IV: Physical Chemistry, Volume 21, Subvolume A.

11. Уэйлес С. Фазовые равновесия в химической технологии. Пер. с англ. - М.: Мир, 1989. в двух частях. С. 664.

12. Таблицы физических величин. Справочник под ред акад. И.К. Кикоина, М., Атомиздат, 1976, 1008 С.

13. Redlich O. On the three-parameter representation of the equation of state. Ind. Eng. Chem. Fundamen., 14, 257-260 (1975).

УДК 539.5

ГИДРОЭКСТРУЗИЯ МЕТАЛЛОВ С ВЫСОКОЙ КОНЦЕНТРАЦИЕЙ ЛЕГИРУЮЩИХ ДОБАВОК

В. В. Малашенко
Донецкий физико-технический институт
Национальной академии наук Украины,
Донецкий национальный технический университет,
г. Донецк, Украина
Н. В. Белых
Донбасская государственная машиностроительная
академия, г. Краматорск, Украина

Анотація. _Теоретично досліджено ковзання поодинокої крайової дислокації у пружному полі хаотично розташованих у кристалі точкових дефектів з урахуванням впливу високого гідростатичного тиску. Числові оцінки показують, що у ряді металів і сплавів гідростатичне стискання приводить до зростання сили гальмування дислокації точковими дефектами на десятки відсотків._

Одним из методов создания новых функциональных материалов, способных выдерживать большие нагрузки, является гидроэкструзия, в процессе которой обрабатываемые материалы подвергаются действию высокого гидростатического давления [1-4]. Как известно, механические свойства кристалла в значительной степени определяются наличием и перемещением дислокаций [5]. Сама же дислокация при движении испытывает сильное влияние потенциальных барьеров, создаваемых структурными дефектами, которые движущаяся дислокация может преодолеть двумя способами: с помощью термических флуктуаций, если кинетическая энергия дислокации ниже высоты барьера, и динамическим образом (надбарьерное скольжение) в противном случае, что реализуется обычно при скоростях движения дислокации $10^{-2}c$ и выше, где c – скорость распространения поперечных звуковых волн в кристалле [6]. При динамическом движении дислокации в поле других структурных дефектов ее кинетическая энергия необратимым образом переходит в энергию дислокационных колебаний в плоскости скольжения. Возникающая при этом сила динамического торможения зависит как от величины взаимодействия дислокации с дефектами, так и от вида ее колебательного спектра [7-10] В работе [11] исследовалось влияние гидростатического сжатия на динамическое торможение движущихся дислокационных пар закрепленными одиночными дислокациями, а также на торможение одиночных дислокаций дислокационными диполями. В работе [12] анализировалось динамическое торможение движущихся дислокационных пар точечными дефектами в гидростатически сжатом кристалле. В этой работе было учтено влияние давления на взаимодействие дислокаций, образующих пару, что в конечном счете приводило к перенормировке спектра дислокационных колебаний в случае, когда доминирующее влияние на вид этого спектра оказывало именно взаимодействие дислокаций между собой. Влияние гидростатического сжатия на величину взаимодействия точечных дефектов с дислокациями в упомянутой работе не учитывалось, однако, как будет показано ниже, в ряде практически важных случаев оно может быть весьма существенным.

Целью настоящей работы является теоретическое исследование особенностей динамического торможения дислокации точечными дефектами и перестройки дислокационного спектра колебаний в результате возрастания взаимодействия дефектов с дислокацией под действием гидростатического сжатия.

Пусть бесконечная краевая дислокация движется под действием внешнего напряжения σ_0 с постоянной скоростью v в поле точечных дефектов, случайным образом распределенных в объеме гидростатически сжатого кристалла. Линия дислокации параллельна оси OZ, ее вектор Бюргерса параллелен оси OX, в положительном направлении которой происходит скольжение дислокаций. Положение дислокации определяется функцией $X(z,t)= vt +w(z,t)$, где $w(z,t)$ –случайная величина, среднее значение которой по ансамблю дефектов и расположению элементов дислокации равно нулю.

Движение дислокации описывается уравнением:

$$\tilde{m}\left\{\frac{\partial^2 X(z,t)}{\partial t^2}+\tilde{\delta}\,\frac{\partial X(z,t)}{\partial t}-\tilde{c}^2\,\frac{\partial^2 X(z,t)}{\partial z^2}\right\}=\tilde{b}\,\sigma_0+\tilde{b}\,\tilde{\sigma}_{xy}(vt+w,z). \qquad (1)$$

Здесь $\tilde{\sigma}_{xy}$ – компонента тензора напряжений, создаваемых точечными дефектами на линии дислокации в гидростатически сжатом кристалле, $\tilde{m}$ – масса единицы длины дислокации, $\tilde{c}$ – скорость распространения поперечных звуковых волн в кристалле (знак ~ указывает на то, что значения соответствующих величин взяты для гидростатически сжатого кристалла), $\tilde{\delta}$ — коэффициент затухания, $\tilde{\delta} = B/\tilde{m}$, B — константа демпфирования, обусловленная прежде всего фононными механизмами диссипации. Как было показано в работе [13], влияние этих механизмов диссипации на силу торможения, создаваемую полем хаотически распределенных дефектов, мало в меру малости безразмерного параметра $\gamma = \tilde{\delta} r_0 v / c^2$, где r_0 — параметр обрезания, $r_0 \approx b$. Поскольку по порядку величины $B \le 10^{-4}\,\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{s}$, а линейная плотность массы дислокации $m \approx 10^{-16}$ kg /m, то $\tilde{\delta} \le 10^{12}$ s^{-1}. Для типичных значений $r_0 \approx b \approx 3\cdot 10^{-10}$ m, $c \approx 3\cdot 10^{3}$ m/s, $v \le 10^{-1} c$, получаем, что $\gamma << 1$. Данная оценка, выполненная для кристаллов, не подверженных гидростатическому сжатию, справедлива и для нашего случая, поскольку гидростатическое давление не меняет порядка использованных здесь величин. Поэтому при вычислении силы торможения дислокации дефектами мы, как и в работах [7-13], пренебрежем влиянием фононных и иных механизмов диссипации, дающих вклад в константу демпфирования *B,* и будем считать коэффициент затухания $\tilde{\delta}$ бесконечно малой величиной, обеспечивающей сходимость возникающих интегралов.

В работах [14-16] было показано, что упругие поля дефектов, в том числе и точечных, в гидростатически сжатом кристалле могут быть описаны такими же выражениями, как и в кристалле, не подверженном сжатию, однако при этом упругие модули должны быть заменены их перенормированными выражениями, полученными в этих работах и содержащих в явном виде зависимость от величины гидростатического давления p. В частности, для случая $\Omega = \dfrac{p}{3\lambda + 2\mu} << 1$, где λ, μ – коэффициенты Ламе, согласно [16], тензор напряжений точечных дефектов в гидростатически сжатом кристалле может быть представлен в виде

$$\tilde{\sigma}_{xy} = \sigma_{xy}(1 + \alpha p), \qquad \alpha = \frac{0,5n - 3\lambda - \mu - 3m}{\mu(3\lambda + 2\mu)}, \tag{2}$$

где σ_{xy} – тензор напряжений в кристалле, не подверженном гидростатическому сжатию, m, n – коэффициенты Мурнагана.

Точечные дефекты, как и в работах [7, 17, 18], будем считать центрами дилатации с плавно обрезанными полями напряжений на расстояниях порядка радиуса дефекта R поэтому

$$\sigma_{xy}(\mathbf{r}) = \mu R^3 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{1-\exp(-r/R)}{r} \quad . \tag{3}$$

Применяя метод, развитый в работах [7-10, 17, 18], вычислим силу динамического торможения дислокации точечными дефектами по формуле

$$F = \frac{\tilde{n}\tilde{b}^2}{8\pi^2 \tilde{m}} \int \mathrm{d}^3 q |q_x| \left|\sigma_{xy}(\mathbf{q})\right|^2 \delta\left[q_x^2 v^2 - \omega^2(q_z)\right], \tag{4}$$

где $\omega(q_z)$ – закон дисперсии дислокационных колебаний, $\tilde{n}$ – концентрация точечных дефектов.

Воспользовавшись стандартной процедурой преобразования Фурье и перейдя в систему "центра масс" дислокации, получим закон дисперсии в явном виде

$$\omega(q_z) = \sqrt{\Delta^2(p) + c^2 q_z^2} \ , \tag{5}$$

где

$$\Delta(p) = \Delta_0 (1+\alpha p)^{\frac{2}{3}} \ ; \qquad \Delta_0 = \frac{\tilde{c}}{\tilde{b}} (\tilde{n}_0 \tilde{\varepsilon}^2)^{\frac{1}{3}} \ . \tag{6}$$

Здесь $\tilde{n}_0$ – безразмерная концентрация точечных дефектов, $\tilde{n}_0 = \tilde{n} R^3$.

Как известно, динамическое взаимодействие дефектов с дислокацией в зависимости от скорости дислокационного скольжения может иметь как коллективный характер, так и характер независимых столкновений [7, 17, 18]. Чтобы напомнить смысл этих понятий, обозначим время взаимодействия дислокации с точечным дефектом $t_{def} = (R/v)$, время распространения возмущения вдоль дислокации на расстояние порядка среднего расстояния между дефектами обозначим $t_{dis} = (l/c)$, где l – среднее расстояние между дефектами. В области независимых столкновений $v > v_d = R\Delta$ выполняется неравенство $t_{def} < t_{dis}$, т.е. элемент дислокации за время взаимодействия с точечным дефектом не испытывает на себе влияния других дефектов. В области коллективного взаимодействия ($v < v_d$), наоборот, $t_{def} > t_{dis}$, т.е. за время взаимодействия дислокации с дефектом данный дислокационный элемент успевает "почувствовать" влияние других дефектов, вызвавших возмущение дислокационной формы. При высоких ($v > v_d$) и низких ($v < v_d$) скоростях характер торможения дислокации оказывается существенно различным.

Из формулы (6) следует, что в гидростатически сжатом кристалле критическая скорость, определяющая границу этих областей, тоже будет зависеть от величины гидростатического давления

$$v_d(p) = \tilde{b}\Delta_0(1+\alpha p)^{\frac{2}{3}} \,. \tag{7}$$

Выполняя вычисления, получим, что в области независимых столкновений ($v > v_d$) сила торможения дислокации точечными дефектами определяется выражением

$$F = \frac{\pi \tilde{n}_0 \tilde{b}^2 \tilde{\mu}^2 \tilde{\varepsilon}^2 R}{3\tilde{m}\tilde{c}v}(1+\alpha p)^2 \,. \tag{8}$$

В области коллективного взаимодействия зависимость этой силы от величины гидростатического давления является значительно более слабой

$$F = \frac{\pi \tilde{n}_0 \tilde{b}^2 \tilde{\mu}^2 \tilde{\varepsilon}^2 v(1+\alpha p)^{\frac{2}{3}}}{3\tilde{m}\tilde{c}R\Delta_0^2} \,. \tag{9}$$

Выполним численные оценки исследуемого эффекта для давления $10^9\,\mathrm{Pa}$. Согласно данным работ [14-16], значения входящих в полученные формулы констант при таком давлении изменяются незначительно, таким образом, основная зависимость от величины гидростатического давления определяется множителем $(1+\alpha p)$. Чтобы оценить степень влияния гидростатического давления на исследуемые величины, воспользуемся данными работ [19, 20]. Так, для алюминиевого сплава D54S возрастание силы динамического торможения в области независимых столкновений и в области коллективного взаимодействия составляет соответственно 32% и 10%, для технического магния – 28% и 8%, для меди – 8% и 3%, для молибдена – 3% и 1%, для вольфрама – 2% и 1%.

Таким образом, гидростатическое сжатие кристалла может приводить в ряде материалов к значительному возрастанию силы динамического торможения дислокаций точечными дефектами.

Литература

1. Валиев Р.З., Александров И.В. Объемные наноструктурные металлические материалы: получение, структура и свойства. – М: Академкнига. - 2007. - 398 с.
2. Varyukhin V., Beygelzimer Y., Kulagin R., Prokof'eva O., Reshetov *A.* // Materials Science Forum. - 2011. - Vol. 31. - P.667-669.
3. Beygelzimer Y., Varyukhin V., Synkov S., Orlov D. // Mater. Sci. Eng. - 2009. - A 503. - P. 14-17.
4. Андриевский Р.А., Глезер А.М. // УФН. - 2009. - Т.179. - Вып. 4. - С. 337-358.
5. Судзуки Т., Ёсинага Х., Такеути С. Динамика дислокаций и пластичность. М: Мир. - 1989. - С. 68-87.
6. Куксин А.Ю., Стегайлов В.В., Янилкин А.В. // ДАН. - 2008. - Т. 420. - Вып. 4. - С. 467-471.
7. Malashenko V. V. // Physica B: Phys. Cond. Mat. - 2009. - Vol. 404. - No. 2. - P. 3890-3893.
8. Malashenko V. V. // Modern Phys. Lett. B. - 2009. - Vol. 23. - No. 16. - P. 2041-2047.
9. Малашенко В.В. // Кристаллография. - 2009. - Т. 54. - Вып. 2. - С. 312-315.
10. Малашенко В.В. // ФТТ. - 2011. - Т. 53. - С. 2204-2208.
11. Малашенко В.В. // ЖТФ. - 2011. - Т. 81. - Вып. 9. - С. 67-70.
12. Малашенко В. В. // ЖТФ. - 2006. - Т. 76. - Вып. 6.-С.127-129.
13. Natsik V.D., Chishko K.A. // Crystal Res. and Technol. - 1984 - Vol. 19.- P. 763.
14. Косевич А.М., Токий В.В., Стрельцов В.А. // ФММ. - 1978. - Т.45. – С.1135.
15. Токий В.В., Зайцев В.И. // ФТТ. - 1973. - Т.15. - Вып. 8. - С. 2460-2467.
16. Косевич А.М. Дислокации в теории упругости. К: Наукова думка. – 1978. - 220 с.
17. Малашенко В.В. // ФТТ. - 2007. - Т. 49. - С. 78-82.
18. Malashenko V.V., Sobolev V.L., Khudik B.I. // Phys. Stat. Sol. (b). – 1987. – Vol. 143. – P. 425.
19. Францевич И.Н., Воронов Ф.Ф., Бакута С.А. Упругие постоянные и модули упругости металлов и неметаллов. - К: Наукова думка. - 1982. - 286 с.
20. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. - М: Наука. - 1980. - 512 с.

УДК 539.5

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ГИДРОСТАТИЧЕСКИ СЖАТЫХ КРИСТАЛЛАХ

В. В. Малашенко

Донецкий физико-технический институт Национальной академии наук Украины, Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина

Н. В. Белых

Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск, Украина

Анотація. *Теоретично досліджено динамічне гальмування дислокаційних пар точковими дефектами у гідростатично стиснутих металах, при цьому врахований вплив високого тиску на взаємодію як дислокацій між собою, так і дислокацій з точковими дефектами. Показано, що залежність сили динамічного гальмування дислокації від тиску визначається конкуренцією цих взаємодій.*

Обработка высоким гидростатическим давлением является одним из перспективных методов создания новых функциональных материалов, обладающих высокой прочностью и пластичностью [1-4]. Огромное влияние на формирование механических свойств кристалла оказывает взаимодействие движущихся дислокаций с потенциальными барьерами, которые создаются дефектами кристаллической решетки. Эти барьеры дислокация может преодолеть либо с помощью термических флуктуаций, если кинетическая энергия дислокации ниже высоты барьера, либо динамическим образом (надбарьерное скольжение) в противном случае, что реализуется обычно при скоростях движения дислокации – $10^{-2}c$ и выше, где c – скорость распространения поперечных звуковых волн в кристалле [5]. Динамический режим реализуется в области низких температур [6], при высокоскоростном растяжении [7], под действием ударных нагрузок [8, 9], в частности, создаваемых коротковолновым лазерным излучением огромной мощности [10], при использовании сварки взрывом [11].

При динамическом движении дислокации в поле других структурных дефектов ее кинетическая энергия необратимым образом переходит в энергию дислокационных колебаний в плоскости скольжения. Возникающая при этом сила динамического торможения зависит как от величины взаимодействия дислокации с дефектами, так и от вида ее колебательного спектра [12-17] В работе [18] исследовалось влияние гидростатического сжатия на динамическое торможение движущихся дислокационных пар закрепленными одиночными дислокациями, а также на торможение одиночных дислокаций дислокационными диполями. В работе [16] анализировалось динамическое торможение движущихся дислокационных пар точечными дефектами в гидростатически сжатом кристалле. В этой работе было учтено влияние давления на взаимодействие дислокаций, образующих пару, что в конечном счете приводило к перенормировке спектра дислокационных колебаний в случае, когда доминирующее влияние на вид этого спектра оказывало именно взаимодействие дислокаций между собой. Влияние гидростатического сжатия на величину взаимодействия точечных дефектов с дислокациями в упомянутой работе не учитывалось, и сила динамического торможения дислокаций уменьшалась с ростом давления. Однако в работе [19], посвященной изучению взаимодействия одиночных дислокаций с точечными дефектами в гидростатически сжатом кристалле, было показано, что в ряде металлов это влияние может быть весьма существенным. Как будет показано в настоящей работе, учет этого факта может привести к весьма существенному изменению зависимости силы торможения дислокации от давления.

Целью настоящей работы является исследование динамики дислокационных пар в гидростатически сжатом кристалле, содержащем точечные дефекты, с учетом влияния давления как на взаимодействие дислокаций между собой, так и на взаимодействие дислокаций с дефектами.

Наличие дислокационных пар весьма характерно для структуры, образующейся в ходе легкого скольжения, особенно при больших деформациях или при локальном действии изгибающих моментов, когда возникает высокая плотность дислокаций, преимущественно одного знака [20] .

Пусть две бесконечные краевые дислокации движущиеся под действием постоянного внешнего напряжения σ_0 в поле точечных дефектов, случайным образом распределенных в объеме гидростатически сжатого кристалла. Линии дислокаций параллельны оси OZ, их векторы Бюргерса параллельны оси OX, в положительном направлении которой происходит скольжение дислокаций. Дислокации движутся с постоянной скоростью v, оставаясь при этом в одной плоскости перпендикулярной плоскостям скольжения. Расстояние между плоскостями скольжения обозначим a. Дислокации могут совершать малые колебания в своих плоскостях скольжения, т.е. в плоскости XOZ и параллельной ей плоскости. Запишем уравнение движения дислокации в плоскости XOZ.

Положение дислокации определяется функцией $X(z,t)= vt + w(z,t)$, где $w(z,t)$ – случайная величина, среднее значение которой по ансамблю дефектов и расположению элементов дислокации равно нулю.

Движение дислокации описывается уравнением:

$$\widetilde{m}\left\{\frac{\partial^2 X(z,t)}{\partial t^2}+\widetilde{\delta}\,\frac{\partial X(z,t)}{\partial t}-\widetilde{c}^2\,\frac{\partial^2 X(z,t)}{\partial z^2}\right\}=\widetilde{b}\sigma_0+F_{dis}+\widetilde{b}\sigma_{xy}^{d}(vt+w,z). \quad (1)$$

Здесь $\sigma_{xy}^{(d)}$ - компонента тензора напряжений, создаваемых дефектами на линии дислокации, $\sigma_{xy}^{(d)}=\sum_{i=1}^{N}\sigma_{xy,i}^{(d)}$, $\tilde{m}$ – масса единицы длины дислокации, $\tilde{c}$ – скорость распространения поперечных звуковых волн в кристалле (знак ~ указывает на то, что значения соответствующих величин взяты для гидростатически сжатого кристалла), N– число дефектов в кристалле, $\tilde{\delta}$ – коэффициент затухания, $\tilde{\delta}\approx B/m$, B – константа демпфирования, обусловленная прежде всего фононными механизмами диссипации, F_{dis} – сила, действующая со стороны второй дислокации на первую в плоскости ее скольжения параллельно оси OX.

В работе [21] было показано, что в условиях гидростатического сжатия сила притяжения дислокаций друг к другу увеличивается: появляется дополнительная сила, пропорциональная величине гидростатического давления.

$$F_{dis} = F_{dis}^{0}(1+\beta p);$$

$$F_{dis}^{0} = \frac{\mu b^2}{2\pi(1-\gamma)} \frac{x(x^2-y^2)}{r^4} \approx -\frac{\mu b^2 w}{2\pi(1-\gamma)a^2}, \qquad (2)$$

$$\beta = \frac{1}{\mu}\left(K_2 + \left(2K_1 - \frac{K_2\lambda}{\mu} \right) \frac{(1-2\gamma)^2}{2(1-\gamma)} \right) \geq 0, \qquad (3)$$

$$K_1 = -\frac{\frac{1}{2}\lambda - \mu + 3l - m + \frac{1}{2}n + p}{3\lambda + 2\mu + p},$$

$$K_2 = -\frac{3\lambda + 6\mu + 3m - \frac{1}{2}n - 2p}{3\lambda + 2\mu + p}. \qquad (4)$$

Здесь γ – коэффициент Пуассона, λ, μ – коэффициенты Ламе, l, m, n – коэффициенты Мурнагана. При получении формулы (2) учтено, что $w << a$ и $r \approx a$. В работе [21] также было показано, что при давлениях порядка 10^9 Pa зависимостью K_1 и K_2 от p можно пренебречь, как и изменениями вектора Бюргерса.

Применяя метод, развитый ранее в работах [12-17], силу торможения дислокации точечными дефектами представим в виде

$$F = \frac{n_V b^2}{8\pi^2 m} \int \mathrm{d}^3 q \left| q_x \right| \left| \sigma_{xy}(\mathbf{q}) \right|^2 \delta\left[q_x^2 v^2 - \omega^2(q_z) \right], \qquad (5)$$

где n_V – объемная концентрация точечных дефектов, $\omega(q_z)$ – закон дисперсии дислокационных колебаний. Как было показано в работах [14-19], закон дисперсии имеет вид:

$$\omega(q_z) = \sqrt{\Delta^2(p) + \tilde{c}^2 q_z^2}, \qquad (6)$$

где $\Delta(p)$ может возникать либо за счет коллективного взаимодействия точечных дефектов с дислокацией, либо за счет взаимодействия дислокаций между собой. Если главный вклад в формирование $\Delta(p)$ вносит взаимодействие с точечными дефектами, то, согласно [19],

$$\Delta(p) = \Delta_d (1+\alpha p)^{\frac{2}{3}}; \quad \Delta_d = \frac{\tilde{c}}{\tilde{b}} (\tilde{n}_0 \tilde{\varepsilon}^2)^{\frac{1}{3}}; \quad \alpha = \frac{0,5n - 3\lambda - \mu - 3m}{\mu(3\lambda + 2\mu)} \quad . \qquad (7)$$

Этот результат справедлив для гидростатических давлений, удовлетворяющих неравенству $\frac{p}{3\lambda + 2\mu} << 1$.

В этом случае взаимодействие дислокаций пары между собой не оказывает существенного влияния на дислокационное движение: каждая из дислокаций пары тормозится так же, как и одиночные дислокации. Такая задача была решена в работе [19]. Если же доминирующим является вклад междислокационного взаимодействия, тогда, как показано в [16]

$$\Delta(p) = \Delta_0 (1+\beta p); \qquad \Delta_0 = \frac{\tilde{c}}{a}\sqrt{\frac{2}{\ln(L/r_0)}} \approx \frac{\tilde{c}}{a}. \qquad (8)$$

Здесь L – величина порядка длины дислокации, r_0 – величина порядка атомных расстояний, $r_0 \approx b$. Коэффициент β определяется формулой (3).

В этом случае, воспользовавшись методом, развитым в работах [12-17], получим следующее выражение для силы торможения дислокации точечными дефектами

$$F_d = F_d(0)\left(\frac{1+\alpha p}{1+\beta p}\right)^2; \quad F_d(0) = \frac{\pi n_0 b \mu^2 \varepsilon^2}{3mc\Delta_0^2} v \; . \qquad (9)$$

Здесь n_0 – безразмерная концентрация точечных дефектов, $n_0 = n_V b^3$, $F_d(0)$ – сила торможения дислокационной пары точечными дефектами в кристалле, не подверженном гидростатическому сжатию.

Формула (9) справедлива при выполнении условия

$$1 > \frac{a}{b}\left(n_0 \varepsilon^2\right)^{\frac{1}{3}}. \qquad (10)$$

Если $a = 10b$, данное условие будет выполняться при концентрации дефектов $n_0 < 10^{-2}$, если $a = 100b$, тогда допустимое значение концентрации составляет $n_0 < 10^{-4}$.

Воспользовавшись данными [22, 23] и формулой (9), оценим, на сколько возрастает в гидростатически сжатых металлах сила торможения дислокации примесями, а, следовательно, и величина деформирующих напряжений, обусловленных данным механизмом диссипации. Так, при давлении 10^9 Ра сила дислокационного торможения в техническом магнии (96% Mg; 3% Al; 1% Cr) увеличивается на 8%, в техническом алюминии (99,3% чистоты) – на 4%, в меди – на 2.3%, вольфраме – на 2.5%. При давлении $2 \cdot 10^9$ Ра возрастание этой силы составляет для магния 12%, для алюминия – 7%, для меди – 4.6%, для вольфрама – 3%.

Как следует из формулы (9), зависимость силы динамического торможения дислокации определяется конкуренцией двух тенденций: усилением взаимодействия дефектов с дислокацией, которое характеризуется коэффициентом α , и усилением взаимодействия дислокаций между собой, которое приводит к увеличению спектральной щели и характеризуется коэффициентом β . Зависимость $F_d(p)$ определяется соотношением этих коэффициентов: при $\alpha > \beta$ получаем рост силы торможения с ростом давления, при $\alpha < \beta$ увеличение давления снижает силу торможения. В работе [16] влияние давления на величину взаимодействия дефектов с дислокацией не учитывалось, что соответствует случаю $\alpha << \beta$, т.е. были рассмотрены лишь те ситуации, которые приводят к снижению торможения с ростом давления.

Полученные результаты могут быть полезны при анализе механических свойств металлов, подверженных гидростатическому сжатию.

Литература

1. Valiev R.Z., Enikeev N.A., Murashkin M.Yu. // Scripta Materialia. - 2010. - Vol. 63. - P. 949-952.

2. Varyukhin V., Beygelzimer Y., Kulagin R., Prokof'eva O., Reshetov *A.* // Materials Science Forum. - 2011. - Vol. 31. - P.667-669.

3. Beygelzimer Y., Varyukhin V., Synkov S., Orlov D. // Mater. Sci. Eng. - 2009. - A 503. - P. 14-17.

4. Андриевский Р.А., Глезер А.М. // УФН. - 2009. - Т.179. - Вып. 4. - С. 337-358.

5. Куксин А.Ю., Стегайлов В.В., Янилкин А.В. // ДАН. - 2008. - Т. 420. - Вып. 4. - С. 467-471.

6. Нацик В.Д., Солдатов В.П., Кириченко Г.И., Иванченко Л.Г. // ФНТ. - 2009. - Т. 35. - Вып. 4. - С. 637-654.

7. Куксин А.Ю., Янилкин А.В. // ДАН. - 2007. - Т. 413. - Вып. 5. - С. 615-619.

8. Molotskii M. // Appl. Phys. Let. - 2008. - Vol. 93. – P. 051905.

9. Канель Г.И., Фортов В.Е., Разоренов С.В. // УФН. - 2007. - Т. 177. - Вып. 8. - С. 809-830.

10. Batani D., Strati F., H. Stabile, M. Tomasini, G. Lucchini, A. Ravasio, M. Koenig, A. Benuzzi-Mounaix, H. Nishimura, Y. Ochi, J. Ullschmied, J. Skala, B. Kralikova, M. Pfeifer, Ch. Kadlec, T. Mocek, A. Präg, T. Hall, P. Milani, Barborini E., Piseri P. // Phys. Rev. Lett. - 2004. - Vol. 92. - No. 6. - P. 065503.

11. Петушков В.Г. Применение взрыва в сварочной технике. - К: Наук. Думка. - 2005. - 775 с.

12. Malashenko V. V. // Physica B: Phys. Cond. Mat. - 2009. - Vol. 404. - No. 2. - P. 3890-3893.

13. Malashenko V. V. // Modern Phys. Lett. B. - 2009. - Vol. 23. - No. 16. - P. 2041-2047.

14. Малашенко В.В. // ЖТФ. - 2009. - Т. 79. - Вып. 4. - С. 146-149.

15. Малашенко В.В. // Кристаллография. - 2009. - Т. 54. - Вып. 2. - С. 312-315.

16. Малашенко В. В. // ЖТФ. - 2006. - Т. 76. - Вып. 6. - С. 127-129.

17. Малашенко В.В. // ПЖТФ. - 2012. - Т. 38. - Вып.19. - С. 61-64.

18. Малашенко В.В. // ЖТФ. - 2011. - Т. 81. - Вып. 9. - С. 67-70.

19. Малашенко В.В. // ФТТ. - 2013. - Т. 55. - Вып.3. - С. 504-506.

20. Фридель Ж. Дислокации. - М: Мир. - 1967. - 644 с.

21. Токий В.В., Зайцев В.И. // ФТТ. - 1973. - Т.15. - Вып. 8. - С. 2460-2467.

22. Францевич И.Н., Воронов Ф.Ф., Бакута С.А. Упругие постоянные и модули упругости металлов и неметаллов. - К: Наукова думка. - 1982. - 286 с.

23. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. - М: Наука. - 1980. - 512 с.

УДК 539.5

ВЛИЯНИЕ ГИГАНТСКОЙ МАГНИТОСТРИКЦИИ НА ПЛАСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НОВЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В. В. Малашенко
Донецкий физико-технический институт
Национальной академии наук Украины,
Донецкий национальный технический университет
Т. И. Малашенко
Донецкий национальный технический университет,
г. Донецк, Украина

Анотація. *Проаналізовано динамічне гальмування рухомої дислокації дислокаційними петлями в кристалах з гігантською магнітострикцією. Показано, що при високих концентраціях петель, зокрема, в опромінених кристалах даний механізм дисипації може призвести до підвищення межі текучості на десятки відсотків.*

Как известно, кремний является основой для изготовления микроэлектромеханических устройств, которые объединяют в себе микроэлектронные и микромеханические элементы. Однако в 2011 году группой исследователей был получен сплав на основе железа и кобальта, обладающий гигантской магнитострикцией, который может стать основой для создания датчиков и микромеханических устройств нового поколения, контролируемых магнитным полем [1]. Поскольку используемые в микросистемотехнике материалы перестали быть чисто электронными и широко используются как конструкционные [2], большое значение приобретают их механические свойства, которые в значительной степени определяются движением дислокаций и их взаимодействием с различными структурными дефектами кристалла. В свою очередь наличие гигантской магнитострикции [3] оказывает влияние на взаимодействие дислокаций с другими дефектами структуры, а следовательно, и на механические свойства кристаллов [4]. Потенциальные барьеры, создаваемые этими дефектами, дислокация может преодолеть двумя способами: с помощью термических флуктуаций, если кинетическая энергия дислокации ниже барьера, и динамическим образом (надбарьерное скольжение) в противном случае [5]. Некоторые особенности термофлуктуационного движения дислокаций в металлических композитах с гигантской магнитиострикцией исследовались в работе [6].

В работе [7] показано, что в облученном деформируемом материале может наблюдаться эффект резкого возрастания доли дислокаций, преодолевающих препятствия в динамическом режиме. Кроме того, облучение приводит к значительному возрастанию концентрации структурных дефектов, при этом интенсивность развития микроструктуры зависит от вида облучения и его характеристик (сечений ядерных реакций, зарядовых и энергетических спектров и т.д.) [8]. Эти характеристики определяют интенсивность образования вакансий и междоузельных атомов – пар Френкеля, различных примесей, дислокационных петель. Отметим, что дислокационные петли могут образовываться и при различных видах обработки металлов (ковке, штамповке), а также в результате релаксации напряжений вблизи нановключений [9], но наиболее высоких значений концентрация петель достигает при радиационном облучении. Теоретическому исследованию динамического торможения движущихся дислокаций дислокационными петлями посвящены работы [10, 11], однако влияние магнитоупругого взаимодействия в них не учитывалось.

Особенности динамического взаимодействия дислокаций с дислокационными петлями в металлах и сплавах, обладающих гигантской магнитострикцией, ранее не изучались и составляют предмет исследования данной статьи.

Рассмотрим бесконечную краевую дислокацию, скользящую под действием постоянного внешнего напряжения σ_0 в положительном направлении оси *OX* с постоянной скоростью v в ферромагнитном кристалле с магнитной анизотропией типа “легкая ось”. Ось легкого намагничения параллельна оси *OY*, направление намагниченности и магнитного поля совпадает с положительным направлением этой оси. Линия дислокации параллельна оси *OZ*, вектор Бюргерса дислокации параллелен оси *OX*. Плоскость скольжения дислокации совпадает с плоскостью *XOZ*, а ее положение определяется функцией

$$X(y=0,z,t)=vt+w(y=0,z,t). \tag{1}$$

Плоскости неподвижных дислокационных петель параллельны плоскости скольжения дислокации, а их центры распределены в кристалле случайным образом. Рассмотрим случай, когда все дислокационные петли являются призматическими. Для простоты все петли будем считать одинаковыми, то есть имеющими одинаковые радиусы равные a и одинаковые векторы Бюргерса $\mathbf{b_0}=(0,\ -b_0,\ 0)$ параллельные оси *OY*. Уравнение движения дислокации может быть представлено в следующем виде:

$$m\left\{\frac{\partial^2 X}{\partial t^2}-c^2\frac{\partial^2 X}{\partial z^2}\right\}=b\left[\sigma_0+\sigma_{xy}^L\right]-B\frac{\partial X}{\partial t}, \tag{2}$$

где m – масса единицы длины дислокации, σ_{xy}^L – компонента тензора напряжений, создаваемых на линии дислокации призматическими петлями, *B* – константа демпфирования, обусловленная фононными, магнонными или электронными механизмами диссипации, *m* – масса единицы длины дислокации, *c* – скорость распространения в кристалле поперечных звуковых волн, b – модуль вектора Бюргерса движущейся дислокации.

Как было показано авторами [12], влияние магнитной подсистемы на скольжение дислокации сводится к перенормировке константы демпфирования *B*, а влияние на спектр дислокационных колебаний – к перенормировке спектральной щели. Спектральная щель Δ входит в явном виде в выражение для вычисления силы динамического торможения дислокации дислокационными петлями

$$F_d=\frac{n_L b_0^2}{8\pi^2 m}\int d^3p\left|p_x\right|\left|\sigma_{xy}(\mathbf{p})\right|^2\delta\left\{p_x^2v^2-\Delta^2-c^2p_z^2\right\}, \tag{3}$$

где n_L – объемная концентрация дислокационных петель, а интегрирование выполняется по всему импульсному пространству. Вклад магнитоупругого взаимодействия в формирование спектральной щели, согласно [12], определяется выражением

$$\Delta_M^2 = \frac{B_M^2 b^2 \omega_M}{16\pi m c_s^2} \ln \frac{\theta_c}{\varepsilon_0}, \qquad (4)$$

где $B_M = \lambda M_0$, M_0 – намагниченность насыщения, λ – константа магнитоупругого взаимодействия, $\omega_M = gM_0$, g – гиромагнитное отношение, θ_c – температура Кюри. Параметры ε_0 и c_s определяют спектр магнонов в ферромагнетике с анизотропией типа легкая ось, когда магнитное поле направлено вдоль оси анизотропии: $\varepsilon_k = \varepsilon_0 + c_s^2 k^2$ (k – волновой вектор). В случае кристаллов с гигантской магнитострикцией вклад магнитоупругого взаимодействия в формирование спектральной щели оказывается самым существенным, т.е. $\Delta = \Delta_{\text{M}}$, поэтому в кристаллах такого типа и величина щели, и величина силы торможения дислокации дислокационными петлями зависит от магнитных характеристик конкретного вещества. Например, для гадолиния, согласно данным работ [3, 12, 13], вклад магнитоупругого взаимодействия по порядку величины составляет $\Delta_{\text{M}} = 10^{12}$ s^{-1}, то есть в этом металле он является доминирующим.

Согласно результатам работ [10, 11], в области скоростей $v < v_L$, где величина характерной скорости v_L определяется выражением $v_L = a\Delta$, сила динамического торможения движущейся краевой дислокации дислокационными петлями имеет характер сухого трения, т.е. не зависит от скорости дислокационного скольжения. Поскольку для гадолиния вектор Бюргерса составляет $b = 3{,}6 \cdot 10^{-10}\,\text{m}$, получим для величины характерной скорости значение $v_L = 360\text{m/s}$, т.е. в данном случае сухое трение должно иметь место практически во всем диапазоне динамических скоростей, границы которого определяются неравенствами $c >> v \geq 10^{-2} c$, где c – скорость звука в кристалле.

Воспользовавшись результатами работы [11], получим приближенное выражение для вклада исследуемого механизма диссипации в увеличение предела текучести кристаллов с гигантской магнитострикцией

$$\tau_L = \frac{n_L \mu b a c}{(1-\gamma)^2 \Delta_{\text{M}}}. \qquad (5)$$

Здесь μ – модуль сдвига, γ – коэффициент Пуассона.

Выполним численную оценку полученной величины для гадолиния ($\mu = 2,2 \cdot 10^{10}$ Pa , $\gamma = 0,25$, $c = 3 \cdot 10^{3}$ m/s). Значение концентрации петель и их размеров возьмем из работы [14], посвященной изучению структуры облученных материалов. Для $n_L = 1,7 \cdot 10^{23}\,\mathrm{m}^{-3}$ и $a = 5 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$ (доза 4 dpa) получим $\tau_L = 41\mathrm{MPa}$. Поскольку предел текучести гадолиния равен 182 MPa, его увеличение за счет рассмотренного выше механизма составляет 22 %.

Литература

1. Hunter D., Osborn W., Wang K., Kazantseva , N. Hattrick-Simpers J., Suchoski R., Takahashi R., Young M.L., Mehta A., Bendersky L.A., Lofland S.E., Wuttig M., Takeuchi I. // Nature Communications. Nov. 1, 2011. DOI: 10.1038/ncomms1529.

2. Головин Ю.И. // ФТТ. 2008. Т. 50, № 12. С. 2113– 2142.

3. Белов К. П. Катаев Г. И., Левитин Р. З. // УФН. 1983. Т. 140, № 2. С. 271–313.

4. Molotskii M. // Appl. Phys. Let. 2008. V. 93, 051905 (3 pages).

5. Куксин А. Ю., Стегайлов В. В., Янилкин А. В. // ДАН. 2008. Т. 420, № 4. С. 467–471.

6. Sato E., Yamaguchi A., Kitazono K., Kuribayashi K. // Materials Science and Engineering: A. 2004. Vo. 387–389. P. 900–904.

7. Камышанченко Н.В., Красильников В.В., Неклюдов Н.В., Пархоменко А.А. // ФТТ. 1998. Т.40, № 9. С. 1631- 1634.

8. Слезов В.В., Субботин А.В., Осмаев О.А. // ФТТ. 2005. Т. 47, № 3. С. 463- 468.

9. J Chaldyshev V. V., Kolesnikova A. L., Bert N. A., Romanov A.E. // Appl. Phys.2005. Vo. 97. 024309 (*10 pages*).

10. Malashenko V.V. // Physica B: Phys. Cond. Mat. 2009. Vo. 404. P. 3890–3893.

11. Малашенко В.В. //ФТТ. 2011. Т. 53, № 11. С. 2204–2208.

12. Малашенко В. В., Соболев В. Л., Худик Б. И. // Металлофизика. 1986. Т. 29, № 5. С. 1614–1616.

13. Мишин Д. Д. Магнитные материалы. М.: Высш. шк., 1991. 384 с.

14. Неустроев В.С., Дворецкий В.Г., Островский З.Е., Шамардин В.К., Шиманский Г.А. // ВАНТ. 2003. № 3. С. 73–78.

УДК 51 (071)

ПРОСТОЙ СПОСОБ ВЫВОДА ФОРМУЛ ПОВОРОТА ОСЕЙ КООРДИНАТ В ПЛОСКОСТИ

Л. П. Мироненко , О. А. Рубцова

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина

Анотація. *В роботі запропоновано простий спосіб отримання формул обернення вісей декартової системи координат у площині. На відміну від прийнятої практики геометричного підходу, ми пропонуємо формальний спосіб отримання формул перетворення, який засновано на формулі Ейлера.*

1. Формулы преобразования координат точки при повороте осей декартовой системы координат. Рассмотрим две декартовые системы координат на плоскости «старую» xOy и «новую» $x'Oy'$. Новая система координат повернута относительно старой на угол φ [1-3].

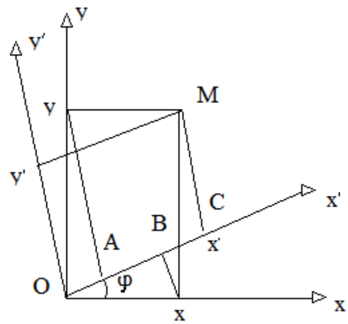


Рис. 1. Преобразование системы координат при повороте осей.

Из рисунка 1 видно, что $x' = OB + BC$, $BC = OA = y\sin\varphi$, а $OB = x\cos\varphi$. Аналогично находим выражение для $y' = -x\sin\varphi + y\cos\varphi$. В результате получаем формулы преобразования из старых координат в новые

$$x' = x\cos\varphi + y\sin\varphi,$$
$$y' = -x\sin\varphi + y\cos\varphi \tag{1}$$

Формулы обратного преобразования получим также геометрическим путем, используя тот же рисунок (Рис.1)

$$x = x'\cos\varphi - y'\sin\varphi,$$
$$y = x'\sin\varphi + y'\cos\varphi \tag{2}$$

Мы существенно сократили выкладки для наглядности. Уже на этом этапе видно, как легко запутаться, получая формулы (1)-(2). В следующем пункте мы покажем, как можно получить формулы (1)-(2) без особого напряжения.

2. Применение формулы Эйлера для обоснования формул преобразования координат точки при повороте осей декартовой системы координат. На комплексной плоскости точка M изобразится вектором OM. Вектору OM соответствуют комплексные числа $x+iy$ и $x'+iy'$, которые связаны между собой функцией «поворота» $e^{i\varphi}$. В данном случае

$$x' + iy' = (x+iy)e^{-i\varphi}. \tag{3}$$

Смысл формулы простой. Чтобы получить вектор $x'+iy'$ необходимо вектор $x+iy$ умножить на фактор $e^{-i\varphi}$, который поворачивает вектор $x+iy$ на угол φ по часовой стрелке. Поворот по часовой стрелке совмещает новую систему координат $x'Oy'$ со старой xOy. Этим объясняется знак минус в факторе $e^{-i\varphi}$.

Применим формулу Эйлера $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$, отделим действительную и мнимую части равенства, получим

$$x' + iy' = (x+iy)e^{-i\varphi} = (x+iy)(\cos\varphi - i\sin\varphi) = x\cos\varphi + y\sin\varphi + \\ + i(-x\sin\varphi + y\cos\varphi),$$

Отсюда следуют формулы (1). Обратное преобразование получим, применив преобразование к равенству $(x'+iy')e^{i\varphi} = x+iy$, которое следует из формулы (3) умножением обеих частей равенства на $e^{i\varphi}$. Поступая как раньше, т.е. применяя формулу Эйлера, получим формулы (2).

3. Матричное представление формул поворота. Запишем преобразование (1) через так называемую матрицу поворота:

$$A=\begin{pmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi\\ -\sin\varphi & \cos\varphi\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}x'\\ y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi\\ -\sin\varphi & \cos\varphi\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix},\ \det A=1.$$

Правило запоминания формул преобразования (1): *вторая строка матрицы преобразования A получается дифференцированием первой строки*

$$A=\begin{pmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi\\ (\cos\varphi)' & (\sin\varphi)'\end{pmatrix}.$$

Обратное преобразование получим с помощью обратной матрицы

$$A^{-1}=\begin{pmatrix}\cos\varphi & -\sin\varphi\\ \sin\varphi & \cos\varphi\end{pmatrix}.$$

Правило запоминания формул обратного преобразования (2): *первая строка матрицы A^{-1} обратного преобразования получается дифференцированием второй строки.*

Легко проверяются равенства $A^{-1}A=E,\ AA^{-1}=E$.

$$\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\varphi & -\sin\varphi\\ \sin\varphi & \cos\varphi\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\ y'\end{pmatrix},\qquad \det A^{-1}=1.$$

4. Выводы.

1. Найден простой и оригинальный способ вывода формул прямого и обратного преобразования осей декартовой системы координат при повороте осей декартовой системы координат.

2. Предложены два простых способа запоминания формул преобразования. Первый с помощью равенства (3), а второй с помощью матричного представления преобразования и производной.

Литература

1. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра - ФМЛ, 2003, 157с.
2. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры - М.: Наука, 1979, 512 с.
3. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры - М.: Высш. шк., 1998. - 320 с.

УДК 178.13

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ В ЭКОНОМИКЕ

М. А. Наумова , А. В. Пелашенко
Донецкий национальный университет,
г. Донецк, Украина

Анотація. *У запропонованій статі розглядається проблема використання теорії масового обслуговування для оптимального управління запасами. Ця тема є актуальною, оскільки немає ні однієї області практичної діяльності, в якій би не доводилося розв'язувати питання раціонального розміру запасу, що необхідний для нормального функціонування системи.*

Одним из разделов курса «Теория вероятностей» является «Теория массового обслуживания» (теория очередей). Актуальность данной темы для студентов экономических специальностей, обуславливается тем, что большинство экономических задач связано с системами массового обслуживания (СМО).

Еще в начале XIX века Агнер Эрланг впервые предложил использовать СМО для улучшения качества работы телефонных станций с тем, чтобы заранее рассчитать качество обслуживания потребителей в зависимости от числа используемых каналов.

В наше время СМО широко применяется для организации работы телефонных станций, касс супермаркетов, билетных касс, ремонтных мастерских, справочных бюро, технологических систем, а также систем управления гибкими производственными системами. Модели СМО удобны также для описания отдельных подсистем современных вычислительных систем, например, таких как подсистема процессор.

Под системой массового обслуживания понимают динамическую систему, предназначенную для эффективного обслуживания потока заявок при ограничениях на ресурсы системы.

Каждая СМО состоит из определенного количества каналов обслуживания. В их качестве могут выступать: линии связи, станки, транспортные тележки, роботы, кассиры, продавцы. Всякая СМО предназначена для обслуживания некоторого потока заявок (требований), поступающих в случайные моменты времени.

Процесс работы СМО это марковский случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем. Состояние СМО меняется скачком в моменты появления некоторых событий. Примерами таких событий могут быть приходы новой заявки, окончание обслуживания требования, наступление момента, когда заявка, которой надоело ждать, покидает очередь и так далее.

Различают замкнутые и разомкнутые системы СМО. Замкнутые системы предполагают ограниченное число заявок. Например, системный администратор обслуживает офис, содержащий n компьютеров. То есть число заявок ограниченно числом n.

Разомкнутый тип СМО предполагает, что число заявок неограниченно. Примерами таких систем массового обслуживания являются: очередь к кассам в супермаркетах или билетных кассах, поток телефонных звонков, или заявки запросов в системе процессора компьютера.

Разомкнутые СМО, в свою очередь, делятся на системы с потерями (отказами), когда заявки, заставшие все каналы обслуживания занятыми, получают отказ (уходят из системы); с ограниченной длиной очереди (когда длина очереди ограничена некоторыми физически параметрами); с ограниченным временем ожидания (в этом случае заявки, подождав некоторое время, покидают систему (или система с нетерпеливыми клиентами)) или СМО, у которых возможно появление как угодно длинной очереди требований к обслуживающему устройству, которые называются системами с ожиданием.

Для каждой из перечисленных систем можно рассчитать параметры эффективности ее функционирования, к основным из которых относятся: показатели, характеризующие качество и условия работы обслуживающей системы, и показатели, отражающие экономические особенности системы.

Показатели первой группы, как правило, определяют на основе значений вероятностей состояний системы, получаемых из системы нормальных уравнений Колмогорова. Показатели второй группы рассчитывают на основе показателей первой группы.

К показателям первой группы можно отнести следующие:

- вероятности состояния системы;
- вероятность отказа (для систем с отказом);
- среднее число заявок в очереди (в системах с ожиданием);
- относительная и абсолютная пропускная способность системы;
- среднее число занятых каналов;
- общее количество требований, находящихся в системе;
- среднее время ожидания требованиям начала обслуживания.

Показатели, характеризующие экономические особенности, формируют обычно в соответствии с конкретным видом системы и ее назначением.

Таким образом, актуальность данной темы обусловлена тем, что при грамотном подходе и глубоких знаниях теории очередей, студенты, а в будущем, специалисты могут определять такие параметры функционирования системы массового обслуживания, которые сведут затраты на ее содержание к минимуму.

–

Литература

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М., 1969, – 368 с.

2. Гнеденко Б. В. Введение в теорию массового обслуживания / Б. В. Гнеденко, И. Н. Коваленко. – М. : «Наука», 1966. – 431 с.

3. Кофман А. Массовое обслуживание: теория и приложение / А. Кофман, Р. Крюон. – М. : Мир, 1965. – 302 с.

4. Саати Т. Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложениям. – М. : Изд-во «Советское радио», 1971. – 520 с.

5. Хруцкий Е. А. Оптимизация хозяйственных связей и материальных запасов / Е. А. Хруцкий, В.А. Сокович, С. П. Колесов. – М. : Экономика, 1977. – 154 с.

УДК 371.13:51:004

ВИКОРИСТАННЯ ІННОВАЦІЙНИХ ЗАСОБІВ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН У ТЕХНІЧНОМУ ВНЗ

О. О. Павлова

Севастопольський національний університет ядерної енергії та промисловості, м. Севастополь, Крим, Україна

Анотація.*У статті розглянуто питання, пов'язані з використанням інноваційних засобів навчання математичних дисциплін у технічному ВНЗ. Розкрита сутність таких понять, як інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання, мобільні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики, web-орієнтовані системи комп'ютерної математики, мобільні математичні середовища.*

Вступ. У сучасних умовах перетворення українського суспільства, що пов'язана з утвердженням ринкових відносин, зрушеннями в ідеологічній і соціокультурній сферах, процесами глобалізації і прагненням України гідно інтегруватися до світового співтовариства, суттєві зміни відбулися й в освітньому просторі України.

Важливою проблемою інформатизації системи освіти загалом стає проблема інформатизації математичної освіти у школах та ВНЗ.

Концептуальних змін зазнав насамперед зміст освіти, стратегічною метою якої, як наголошується в Національній доктрині розвитку освіти України у XXI ст., є створення умов для розвитку особистості і творчої самореалізації кожного громадянина України [2]. Згідно з цим, важливим стає впровадження новітніх засобів навчання та виховання, яки ґрунтуються на засадах індивідуалізації та диференціації, гуманізації та гуманітаризації, у навчально-виховний процес.

На сьогоднішній день новітні засоби (інноваційність) є однією з домінуючих тенденцій розвитку людства взагалі та сфери освіти зокрема. В сучасних умовах математична освіта відіграє особливу роль у підготовці студентів у різних галузях інформатики, математики, комп'ютерних та інформаційних технологій, виробництва, економіки, техніки, управління як у плані формування загальної математичної культури, підвищення інтелектуального рівня, так і в плані розширення наукового світогляду, оволодіння практичними навиками математичних дисциплін та методами математичного моделювання. При цьому рівень цієї підготовки повинен надати можливість студентам у майбутньому створювати та використовувати нові технології, теоретична база яких була ще не розроблена під час навчання.

Отже, успішність інноваційної діяльності [5] передбачає, що педагог усвідомлює практичну значущість різних інновацій у системі освіти не тільки на професійному, а й на особистісному рівні.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. У науковій літературі окремими аспектами освітньої інноваційної діяльності займалися М. Жалдак, І. Носаченко, В. Олійник, А. Підласий, І. Підласий, С. Сисоєва та ін.; питання теоретичної педагогічної інноватики досліджували Л. Буркова, Л. Ващенко, І. Дичківська, О. Попова та ін. Дослідники зазначають, що для подолання негативних явищ, яки з'являються в умовах інформаційного суспільства, ІКТ та інноваційні педагогічні технології повинні стати важливою основою для методичних систем навчання математичних дисциплін студентів. Тому ці питання в умовах подальшого реформування освіти є актуальними.

Мета статті: дослідити інноваційні напрямки навчання математики студентів у технічному ВНЗ.

Результати. Спостерігаючи за суттєвим зростанням дослідницького інтересу до проблеми інноваційної діяльності в галузі математичної освіти, звернемо увагу на реальну потребу суб'єктів педагогічної праці в опануванні на актуальному рівні теоретичних основ педагогічної інноватики – окремої галузі наукового знання, яка досліджує нововведення на міждисциплінарних засадах.

Системна концепція нововведень (М. Лапін, А. Пригожин, Б. Сазонов, В. Толстой) подає поняття «нововведення», «інновація» і як новину, так і як процес уведення цієї новини в практику. Нововведення (тобто інновація, яка є базовим поняттям інноватики) – це цілеспрямована зміна, що вносить до певного соціального об'єкту нові (ймовірно системні) елементи.

Здійснення інноваційної діяльності педагогами-практиками вимагає побудови концептуальної основи педагогічного нововведення, включає у себе цілепокладання, діагностику, прогнозування, розробку програми експерименту, відстеження перебігу і результату тощо.

Інноваційна педагогічна система є складним організованим феномен і належить до класу соціальних систем (систем «відкритого» типу), містить властивості як системні (організаційні) – у внутрішніх зв'язках, так і синергетичні (самоорганізаційні) – у зовнішніх зв'язках (відношеннях, взаємодії) [1].

Під інноваційними ІКТ навчання розуміють нові, оригінальні технології (засоби, методи, способи) створення, передавання і збереження навчальних матеріалів, інформаційних ресурсів освітнього призначення, технології організації і супроводу навчального процесу (традиційного, дистанційного, електронного, мобільного) за допомогою телекомунікаційного зв'язку і комп'ютерних мереж, яки цілеспрямовано, систематично та послідовно впроваджуються в освітню практику.

Розглянемо деякі технології навчання математичних дисциплін:

- web-орієнтовані системи комп'ютерної математики;
- мобільні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики;
- мобільні математичні середовища.

Загальна характеристика цих інноваційних ІКТ навчання математики приведена у таблиці 1.

Ці системи програм здатні обробляти дані і переводити їх в різні одиниці вимірювання, системи числення, знаходити загальну формулу послідовності і можливі замкнені форми для наближених дробових чисел, обраховувати суми, границі, інтеграли, похідні, розв'язувати рівняння і системи рівнянь, виконувати операції з матрицями, визначати властивості чисел і геометричних фігур, будувати нормальні форми для формул логіки предикатів, виконувати логічні операції і візуалізувати операції над множинами, будувати графіки функцій, яки задані у різних формах і координатах, шукати екстремуми функцій однієї і багатьох змінних тощо.

В сучасних умовах доцільно навчання вищій математиці за змішаною моделлю за допомогою мобільних інформаційно-комунікаційних технологій навчання, до яких відноситься сукупність мобільних апаратних та програмних засобів, система форм і методів використання цих засобів у навчальному процесі з метою отримання, збереження, опрацювання та відтворення відео-, аудіо-, текстових, графічних та мультимедіа даних в умовах оперативної комунікації з глобальними та локальними ресурсами [4].

Таблиця 1

Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання Web-орієнтовані ІКТ	***SAGE*** (Software for Algebra and Geometry Experimentation)	Вільно поширювана система для виконання символьних, алгебраїчних і чисельних розрахунків та графічних побудов, інтерфейс якої написаний потужною мовою програмування Python. Інтегрується як з комерційними СКМ (Maple, Matlab, Mathematica), так і з вільно поширюваними СКМ (Skilab, Octave, Maxima та ін.). Об’єднує можливості популярних вільно поширюваних математичних програм та бібліотек PARI, GSL, GAP, Singular, MWRANK, NetworkX, Maxima, Sympy, GMP, Numpy, mathplotlib та багатьох інших засобами Python, Lisp, Fortran 95 та C/C++. Інтегрується із системами електронного навчання (напр., Moodle) [3].
	Wolfram|Alpha	База знань та набір обчислювальних алгоритмів (англ. *computational knowledge engine (CKE)*). Заснована на обробці природної мови (зараз – англійської), великій бібліотеці алгоритмів і NKS (New Kind of Science) – підході для знаходження відповідей на запити. Система написана мовою Mathematica і становить близько 8 міліонів рядків, що зараз виконуються приблизно на 10000 процесорах. Обраховує відповідь, користуючись власною базою знань, яка містить відомості про інформатику, математику, хімію, фізику, астрономію, медицину, біологію, історію, географію, музику, кінематографію, політику, різні електронні енциклопедії та інтернет-сайти.

Мобільні інформаційно-комунікаційні технології	*MathPiper*	Математично-орієнтована мова програмування. Доволі потужна, яка корисна для розв'язання широкого класу математичних та інженерних задач (www.mathpiper.org). Також є системою комп'ютерної алгебри (CAS). Під MathPiper використовується інтегроване середовище розробки (IDE) MathPiperIDE, що містить потужні засоби редагування тексту та інтерактивної графіки.
	GeoGebra	Вільно поширювана система комп'ютерної геометрії (CGS). Дає можливість створювати "живі креслення" для використання в алгебрі, геометрії, планіметрії, зокрема, для побудов за допомогою циркуля і лінійки; робота з функціями (обчислення коренів, побудова графіків, знаходження екстремумів, інтегралів тощо) за рахунок команд вбудованої мови, використовуючи яку можна керувати і геометричними побудовами.

Введення мобільних ІКТ до складу методичних систем навчання математичних дисциплін у ВНЗ змінює усі її складові, проте найбільшою мірою – технологічну підсистему методичної системи навчання (засоби, методи форми навчання).

Одними із провідних засобів навчання математичних дисциплін стають мобільні засоби загального та спеціального призначення:

- апаратні (мобільні телефони, електронні книжки, смартфони, нет- і ноутбуки і, планшети, кишенькові ПК тощо);
- програмні (мобільні педагогічні програмні засоби, системи зворотного зв'язку, мобільні системи підтримки навчання, комп'ютерної алгебри та динамічної геометрії).

Отже, педагогічна інновація – цілеспрямоване й кероване внесення прогресивних змін в освітню практику через створення, розповсюдження та застосування новоутворень. Інноваційна діяльність – це один із видів продуктивної діяльності.

Важливим та необхідним компонентом продуктивної діяльності є творчість. Тому аналіз інноваційної діяльності неможливий поза проблемами творчої педагогіки та педагогіки творчості.

Сама інноваційна педагогічна діяльність – це творча педагогічна діяльність, яка засновується на осмисленні педагогічного досвіду, і спрямована на прогресивні зміни та розвитку навчально-виховного процесу, формування дійсно іншого педагогічного знання та якісно іншої педагогічної практики.

Метою інноваційної педагогічної діяльності стає особистісний розвиток суб'єктів навчального процесу. Інновація як підсистема цілісної педагогічної системи повинна бути гуманістичною, спрямованою на надання для учнів можливостей для саморозвитку та самореалізації.

Висновки. Технологія проектування інноваційної педагогічної системи потребує розробки належного науково-методичного супроводу, що є складним процесуальним актом.

Загальний перелік обчислювальних, аналітичних та графічних операцій, яки підтримується в сучасних математичних програмах, роблять їх одними з основних інструментів у професійній діяльності математика-аналітика, економіста-кібернетика, інженера тощо. Тому використання ІКТ у навчальному процесі ВНЗ при вивченні математичних дисциплін надасть можливість підвищення рівня професійної підготовки студентів, їх інформаційної і математичної культури, зробити майбутніх фахівців конкуренто спроможними на міжнародному ринку праці.

Література

1. Докучаєва В. В. Проектування інноваційних педагогічних систем у сучасному освітньому просторі: Монографія / В. В. Докучаєва. – Луганськ : Альма-матер, 2005. – 304 с.

2. Енциклопедія освіти / Акад. пед. наук України; головний ред. В. Г. Кремень. – К. : Юрінком Інтер, 2008. – 1040 с.

3. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики : навчальний посібник / В. В. Корольський, Т. Г. Крамаренко, С. О. Семеріков, С. В. Шокалюк; науковий редактор академік АПН України, д.пед.н., проф. М. І. Жалдак. – Кривий Ріг : Книжкове видавництво Кирєєвського, 2009. – 324 с.

4. Рашевська Н. В. Мобільні інформаційно-комунікаційні технології навчання вищої математики студентів вищих технічних навчальних закладів: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.10 – інформаційно-комунікаційні технології в освіт / Н. В. Рашевська; в Інституті інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України. – К., 2011. – 21 с.

5. Сластенин В. А. Педагогика: инновационная деятельность / В. А. Сластенин, Л. С. Подымова. – М. : ИЧП «Изд-во Магистр», 1997. – 316 с.

УДК 621.923

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ДИФФУЗИИ ПРИ ДВИЖУЩЕМСЯ СТОКЕ ЧАСТИЦ

Ю.Н. Паниотов

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина

Анотація. *Наведено докладне розв'язання рівняння дифузії частинок до рухомого стоку. Отримано точний розв'язок для концентраційного поля у вигляді ряду, що містить модифіковані функції Бесселя. Робота може бути використана у циклі лекцій «Рівняння математичної фізики».*

Исследование неконсервативного движения (переползания) краевой дислокации приводит к следующей модели. На плоскости расположен сток для «частиц» (вакансий), имеющий форму круга радиуса r_0 с центром в начале координат. Среда, в которой диффундируют частицы, движется относительно стока со скоростью $\vec{v}$, направленной вдоль оси OX. На поверхности стока поддерживается концентрация частиц $\tilde{N}_0$. Требуется найти концентрационное поле $\tilde{N}(\vec{r})$ частиц. Для этого необходимо найти решение уравнения в частных производных:

$$D\Delta C(\vec{r}) + \vec{v} \cdot \nabla C(\vec{r}) = 0\,, \tag{1}$$

где D - коэффициент диффузии, Δ - оператор Лапласа, ∇ - оператор Гамильтона.

Граничные условия:

$$\tilde{N}(r = r_0) = C_0\,;\; \tilde{N}(r = \infty) = 0\,. \tag{2}$$

Будем искать решение (1) в виде:

$$\tilde{N}(\vec{r}) = C^*(\vec{r}) \cdot \exp(\alpha \cdot \vec{v} \cdot \vec{r}). \tag{3}$$

Применяя оператор Гамильтона, получим:

$$\nabla \tilde{N}(\vec{r}) = \left(\nabla C^*(\vec{r}) + \alpha \cdot \vec{v} \cdot C^*(\vec{r})\right) \cdot \exp(\alpha \cdot \vec{v} \cdot \vec{r}), \tag{4}$$

$$\Delta \tilde{N}(\vec{r}) = \nabla\left(\nabla \tilde{N}^*(\vec{r})\right) = \left(\Delta C^*(\vec{r}) + 2 \cdot \alpha \cdot \vec{v} \cdot \nabla C^*(\vec{r}) + \right.$$

$$+\alpha^2 \cdot v^2 \cdot C^*(\vec{r})) \cdot \exp(\alpha \cdot \vec{v} \cdot \vec{r}). \tag{5}$$

Подставляем (4) и (5) в (1) и делим обе части уравнения на $\exp(\alpha \cdot \vec{v} \cdot \vec{r})$:

$$D \cdot \left(\Delta C^*(\vec{r}) + 2 \cdot \alpha \cdot \vec{v} \cdot \nabla C^*(\vec{r}) + \alpha^2 \cdot v^2 \cdot C^*(\vec{r})\ \right) +$$

$$+\vec{v} \cdot \nabla C^*(\vec{r}) + \alpha \cdot v^2 \cdot C^*(\vec{r}) = 0. \tag{6}$$

Если в качестве параметра α взять :

$$\alpha = -\frac{1}{2 \cdot D}. \tag{7}$$

Приходим к уравнению:

$$2\,\Delta C^*(\vec{r}) - \frac{v^2}{4 \cdot D^2} \cdot C^*(\vec{r}) = 0. \tag{8}$$

Введем полярную систему координат (r, φ), направив полярную ось вдоль OX. В этой системе уравнение (8) приобретает вид:

$$\frac{\partial^2 C^*(r,\varphi)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial C^*(r,\varphi)}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 C^*(r,\varphi)}{\partial^2 \varphi^2} -$$

$$-\frac{v^2}{4 \cdot D^2} \cdot C^*(r,\varphi) = 0. \tag{9}$$

Решаем это уравнение методом разделения переменных:

$$C^*(r,\varphi) = R(r) \cdot \Phi(\varphi). \tag{10}$$

Подставим (10) в (9):

$$\Phi(\varphi) \cdot R''(r) + \frac{1}{r}\Phi(\varphi) \cdot R'(r) + \frac{1}{r^2} R(r)\Phi''(\varphi) -$$

$$-\frac{v^2}{4 \cdot D^2} \cdot C^*(r,\varphi) = 0. \tag{11}$$

Разделяем переменные:

$$\frac{r^2 \cdot R''(r) + r \cdot R'(r) - \dfrac{v^2 \cdot r^2}{4 \cdot D^2} \cdot R(r)}{R(r)} = -\frac{\Phi''(\varphi)}{\Phi(\varphi)} = \lambda .$$

(12)

Функция $\Phi(\varphi)$ должна быть периодической с периодом 2π, поэтому $\lambda = n^2$, где n - натуральное число или 0. По соображениям симметрии, функция $\Phi(\varphi)$ должна быть четной, поэтому:

$$\Phi_n(\varphi) = \cos n\varphi \qquad (13)$$

Для соответствующей радиальной функции будем иметь следующее уравнение:

$$r^2 \cdot R_n''(r) + r \cdot R_n'(r) - \left(\frac{v^2 \cdot r^2}{4 \cdot D^2} + n^2 \right) \cdot R_n(r) = 0 \qquad (14)$$

Общим решением этого уравнения является:

$$R_n(r) = A_n \cdot I_n\left(\frac{v \cdot r}{2 \cdot D} \right) + B_n K_n\left(\frac{v \cdot r}{2 \cdot D} \right) , \qquad (15)$$

где $I_n(x)$ и $K_n(x)$ - модифицированные функции Бесселя первого и второго рода, соответственно [1] , а $\grave{A}_n$ и $\hat{A}_n$ - произвольные постоянные.

Так как, с ростом аргумента функции $I_n(x)$ неограниченно возрастают, для получения конечного решения, следует взять $A_n = 0$. По существу, мы используем второе граничное условие из (2).

В качестве общего решения уравнения (9) возьмем ряд:

$$C^*(r,\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cdot K_n\left(\frac{v \cdot r}{2 \cdot D} \right) \cdot \cos n\varphi . \qquad (16)$$

Для искомого концентрационного поля $\tilde{N}(\vec{r})$ это дает:

$$C(r,\varphi) = \exp\left(-\frac{\vec{v} \cdot \vec{r}}{2 \cdot D} \right) \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cdot K_n\left(\frac{v \cdot r}{2 \cdot D} \right) \cdot \cos n\varphi . \qquad (17)$$

Чтобы найти постоянные $\hat{A}_n$, используем первое граничное условие (2)

$$\exp\left(-\frac{\vec{v}\cdot\vec{r}_0}{2\cdot D}\right)\sum_{n=0}^{\infty} B_n \cdot K_n\left(\frac{v\cdot r_0}{2\cdot D}\right)\cdot\cos n\varphi = \tilde{N}_0 \;. \tag{18}$$

Множитель, стоящий перед рядом, переносим в правую часть равенства, умножаем обе его части на $\cos m\varphi$ и интегрируем по φ в пределах от 0 до 2π. Учитывая ортогональность $\cos m\varphi$ и $\cos n\varphi$ и то, что

$$\int_0^{2\pi}\cos^2 m\varphi\cdot d\varphi = \begin{cases} 2\pi, \text{ если} & m = 0; \\ \pi, \text{ если,} & m \neq 0, \end{cases} \tag{19}$$

получим:

$$B_n = \frac{C_0}{\pi\cdot K_n\left(\frac{v\cdot r_0}{2\cdot D}\right)}\int_0^{2\pi} e^{\frac{v\cdot r_0\cdot\cos\varphi}{2\cdot D}}\cdot\cos n\varphi\cdot d\varphi, n \neq 0\,, \tag{20}$$

$$B_0 = \frac{C_0}{2\cdot\pi\cdot K_n\left(\frac{v\cdot r_0}{2\cdot D}\right)}\int_0^{2\pi} e^{\frac{v\cdot r_0\cdot\cos\varphi}{2\cdot D}}\cdot d\varphi \;. \tag{21}$$

Из теории бесселевых функций известно [1], что:

$$I_n(z) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} e^{z\cdot\cos\theta}\cdot\cos(n\theta)\cdot d\theta \,. \tag{22}$$

С учетом этого для B_n получим:

$$B_0 = \frac{C_0\cdot I_n\left(\frac{v\cdot r_0}{2\cdot D}\right)}{K_n\left(\frac{v\cdot r_0}{2\cdot D}\right)}\;, \tag{23}$$

$$B_n = \frac{2C_0 \cdot I_n\left(\frac{\nu \cdot r_0}{2 \cdot D}\right)}{K_n\left(\frac{\nu \cdot r_0}{2 \cdot D}\right)}, n \neq 0\ . \tag{24}$$

Подставляя B_n в (17), получим окончательно:

$$C(r,\varphi) = C_0 \exp\left(-\frac{\nu \cdot r \cdot \cos\varphi}{2 \cdot D}\right) \cdot \left(\frac{I_0\left(\frac{\nu \cdot r_0}{2 \cdot D}\right)}{K_0\left(\frac{\nu \cdot r_0}{2 \cdot D}\right)} \cdot K_0\left(\frac{\nu \cdot r}{2 \cdot D}\right) + \right.$$

$$\left. + 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{I_n\left(\frac{\nu \cdot r_0}{2 \cdot D}\right)}{K_n\left(\frac{\nu \cdot r_0}{2 \cdot D}\right)} \cdot K_n\left(\frac{\nu \cdot r}{2 \cdot D}\right) \cdot \cos n\varphi\right). \tag{25}$$

Если в этой формуле взять $r = r_0$, то учитывая известное разложение [1]

$$e^{z\cos\theta} = I_0(z) + 2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} I_k(z) \cdot \cos(k \cdot \theta), \tag{26}$$

получим:

$$\tilde{N}(r_0, \varphi) = C_0\ , \tag{27}$$

что и требуется в (2).

Таким образом, получено точное решение для концентрационного поля в виде ряда, который содержит модифицированные функции Бесселя.

Литература

1.Бейтмен Г. Высшие трансцендентные функции. Т. 2. / Г. Бейтмен, А. Эрдейи – М. : Наука, 1966. – 296 с.

УДК 378.147:517:004

РЕАЛІЗАЦІЯ ДІЯЛЬНІСНОГО ПІДХОДУ ЧЕРЕЗ СТВОРЕННЯ КЕРОВАНИХ ПРОБЛЕМНИХ СИТУАЦІЙ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Г. Б. Перетолчина , О. Г. Євсеєва
Донецький національний технічний університет, м. Донецьк, Україна

Анотація. *Розглянуто реалізацію діяльнісного підходу через створення керованих проблемних ситуацій на практичних заняттях з вищої математики. Описано методику створення проблемних ситуацій, що складається з пя'ти послідовних етапів.*

I. Вступ. Поняття методів навчання в сучасній дидактиці тлумачиться по-різному. Навчання як взаємодія викладача і студента зумовлено як його метою, так і цілями розвитку індивідуальності і соціалізації особистості. Тому І. Я. Лернер [3, с. 51] дає означення методу навчання, в якому метод навчання розглядається як спосіб досягнення мети навчання та є системою послідовних і впорядкованих дій учителя, який організує за допомогою певних засобів навчальну діяльність з засвоєння соціального досвіду». У цьому визначенні автор підкреслює, що діяльність учителя в навчанні, з одного боку, обумовлена метою навчання, закономірностями засвоєння і характером навчальної діяльності, а з іншого – вона сама обумовлює навчальну діяльність, реалізацію закономірностей засвоєння і розвитку.

Таким чином, методи навчання можна розглядати як методи організації і здійснення навчальної діяльності. М. Н. Скаткіним [1] запропоновано класифікацію методів навчання, яка враховує особливості діяльності учнів і учителя в процесі навчання. Автор виділяє такі методи навчання:

– пояснювально-ілюстративний;
– репродуктивний;
– проблемний;

– частково-пошуковий;
– дослідницький.

У навчанні математики на засадах діяльнісного підходу всі традиційні методи навчання набувають діяльнісного характеру, мають бути активними, тому що студент повинен бути залученим до діяльності на всіх етапах навчання.

II. Постановка завдання. Використання проблемного методу у навчанні на засадах діяльнісного підходу вимагає створення проблемних ситуацій. Поняття проблемної ситуації є центральним поняттям теорія мислення, що розроблена С. Л. Рубінштейном [4]. Автор зауважує, що мислення починається з виникнення проблемної ситуації, тобто з проблеми або питання, із здивування або вагання, з суперечності [4, с. 347]. Процес мислення розглядається як розв'язування проблемної ситуації.

Реалізацією діяльнісного підходу до навчання є проблемні ситуації, в основі яких лежить суперечність. З погляду дидактичної ролі, яку в навчальному процесі відіграють суперечності, нами виділено два типи проблемних ситуацій, названі «мимовільні» і «керовані» [2, с. 271]. . Мимовільні проблемні ситуації первинні, вони фактично зберігають своє психологічне значення і розв'язуються самими студентами. Керовані проблемні ситуації спеціально підготовлюються і потім «розігруються» на заняттях.

Метою статті є методика створення і використання керованих проблемних ситуацій на практичних заняттях з вищої математики.

III. Результати. Керовані проблемні ситуації необхідно розробляти заздалегідь, і робити це слід за спеціальною методикою. Нижче наводиться така методика, що включає шість етапів: пошуковий, аналітичний, підготовчий, визначальний, розв'язальний, методологічний [0]. Розглянемо методику детально.

I етап (пошуковий) — це вичленення з навчального матеріалу тих питань, які могли б скласти предмет проблемної ситуації.

II етап (аналітичний) — це аналіз того, на основі яких фактичних знань студентів повинна створюватися проблемна ситуація. Тут необхідно з'ясувати, що студент вже повинен знати, і на яких його уявленнях будується суперечність.

III етап, який названий підготовчим, полягає в підготовці суперечності. Необхідно визначити, якими засобами створюється суперечність (постановка експерименту, опис події, теоретичні викладення тощо), який фактичний матеріал і в якому вигляді викладається, які запитання і з якою метою треба задати. Іноді необхідно вирішити, що корисно приховати, завуалювати, не показати явно. На заняттях це відбувається на увідно-мотиваційному етапі навчальної діяльності.

IV етап названий визначальним. Мета цього етапу полягає у визначенні студентами можливої оцінки ситуації, що створилася. Важливо уміти поставити себе на місце студентів, щоб передбачити їх можливі відповіді, передбачити ускладнення, ясно уявити собі, в чому для студентів може укладатися суперечність, яка на нього може бути їх реакція.

V етап – розв'язувальний – це визначення можливих шляхів розв'язування суперечності. Передусім, потрібно оцінити можливість розв'язання суперечності самими студентами, сформулювати запитання, які потрібно задавати для спрямування думки студентів в потрібне русло при різній мірі їх активності. Необхідно продумати також хід подання матеріалу у випадку, якщо активність студентів буде недостатньою. У цьому випадку викладач повинен взяти на себе і роль студентів. При цьому потрібно враховувати, що проблемною ситуацією практично ніколи не можуть бути охоплені всі студенти.

VI етап є методологічним. Тут визначається, яким чином на заняттях потрібно провести аналіз того, з якої причини виникла суперечність, розкрити механізм її вияву, робити узагальнення і практичні висновки.

Наведемо приклад використання проблемного методу навчання при вивченні теми "Операції з матрицями" розділу "Лінійна алгебра". Як відомо, для матриць не виконується комутативний закон операції множення матриці на матрицю. Цей факт може бути просто повідомлений студентам разом з іншими властивостями цієї операції. Інший шлях усвідомлення студентами цієї властивості – створення активної проблемної ситуації.

Згідно з наведеною методикою, на першому, пошуковому етапі створення проблемної ситуації має бути виявлена суперечність між уявленнями студентів про властивості операції множення вже відомих їм об'єктів і операції множення матриць.

На аналітичному етапі доцільно дійти висновку, що формули скороченого множення, добре відомі студентам зі шкільного курсу алгебри, можуть бути використані нами для створення проблемної ситуації.

На підготовчому етапі для створення проблемної ситуації можна взяти формулу квадрата різниці: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, яку студенти мають перевірити для обраних нами матриць:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ і } B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

На визначальному етапі можна записати формулу різниці суми для матриць і запропонувати студентам перевірити, чи буде вона виконуватися:

$$(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2.$$

На занятті діяльність студентів може бути організована таким чином, щоб вони, працюючи в невеликих групах, обчислювали праву і ліву частини формули. Аудиторію бажано розділити на три групи, кожна з яких має обчислити. Перша група має обчислити:

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix};$$

$$(A-B)^2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Друга група може обчислити:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{pmatrix}.$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 9 & -10 \end{pmatrix}.$$

Третя група обчислює:

$$-2A\cdot B=-2\cdot\begin{pmatrix}5 & -6\\ 9 & -10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-10 & 12\\ -18 & 20\end{pmatrix}.$$

$$B^2=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 3 & -4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 3 & -4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7 & -10\\ -15 & 22\end{pmatrix}.$$

Отримані групами результати записуються на дошці:

$$(A-B)^2=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 8\end{pmatrix};$$

$$A^2-2AB+B^2=A^2+(-2AB)+B^2=$$

$$=\begin{pmatrix}7 & 10\\ 15 & 22\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-10 & 12\\ -18 & 20\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}7 & -10\\ -15 & 22\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 12\\ -18 & 64\end{pmatrix}.$$

Порівняння результатів обчислення правої і лівої частини формули квадрата різниці для матриць виявляється для студентів несподіваним:

$$(A-B)^2=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 8\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}4 & 12\\ -18 & 64\end{pmatrix}=A^2-2AB+B^2.$$

Таким чином, робиться висновок, що формула квадрата різниці для матриць не виконується, і це спричиняє у студентів суперечність.

На розв'язувальному етапі шляхом розв'язування суперечності ми обираємо розгорнуте обчислення формул різниці суми для чисел матриць:

$$(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-ab-ba+b^2;$$

$$(A-B^2)=(A-B)(A-B)=A^2-AB-BA+B^2.$$

Далі увага студентів має акцентуватися на тому, що для чисел виконується комутативна властивість операції множення чисел, тобто: $ab=ba$. Тому формула квадрата різниці для чисел може бути скорочена:

$$(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-ab-ba+b^2=a^2-2ab+b^2.$$

Студентам пропонується перевірити, чи виконується комутативна властивість операції множення для матриць. Для цього просимо студентів обчислити добуток матриць $B\cdot A$ і порівняти його з вже знайденим добутком $A \cdot B$. З'ясовується, що вони не дорівнюють одне одному:

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -9 & -10 \end{pmatrix} \neq A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 9 & -10 \end{pmatrix}.$$

З цього робиться висновок, що комутативна властивість операції множення для матриць не виконується.

На останньому методологічному етапі робиться висновок, що причиною виникнення суперечності було перенесення комутативної властивості операції множення чисел на операцію множення матриць.

IV. Висновки. Таким чином, методичною вимогою до використання на аудиторних заняттях з математики керованих проблемних ситуацій у навчанні на засадах діяльнісного підходу є організація діяльності студентів з усвідомлення і розв'язування суперечності. Використання проблемного методу в цьому разі сприятиме підвищенню пізнавальної мотивації та активізації навчальної діяльності студентів.

Література

1. Дидактика средней школы : некоторые проблемы современной дидактики : учеб. пособие для слушателей ФПК, директоров общеобразоват. шк. и в качестве учеб. пособия по спецкурсу для студентов пед. ин-тов / под ред. М. Н. Скаткина. – М. : Просвещение, 1982. – 319 с.
2. Євсеєва О. Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти : монографія / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2012. – 455 с.
3. Лернер И. Я. Дидактические основы методов обучения / И. Я. Лернер. – М. : Педагогика, 1981. – 186 с.
4. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии / С. Л. Рубинштейн. – СПб. : Питер Ком, 2002. – 510 с.

УДК 624.046/519.2

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЁТА НАДЁЖНОСТИ СТРОИТЕЛЬНЫХ СООРУЖЕНИЙ

О. В. Приходько

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, г. Макеевка, Украина

Анотація. *В статті розглянуто основні поняття теорії надійності будівельних споруд. Наведено схему теорії надійності, яка розглядає навантаження як випадкові величини й дозволяє безпосередньо визначити надійність конструкції. Приведено приклад розрахунку зусиль при ймовірнісному підході та порівняння отриманого результату з результатом детерміністичного підходу.*

I. Введение

Вопросы, связанные с обеспечением надёжности и безопасности инженерных сооружений, относятся к числу основных задач, которые должен уметь решать современный инженер-строитель. Основу теории надёжности строительных конструкций и сооружений составляет объединение традиционных методов расчёта (статических, динамических и пр.) с методами теории вероятностей.

Обычный детерминистический подход к расчету конструкций состоит из двух этапов:

1) Вычисляются напряжения, деформации и перемещения в конструкциях, подверженных действию внешних нагрузок. Эта задача решается методами строительной механики, теории упругости, теории пластичности и т.д.

2) Вычисленные величины сопоставляются с нормативно допустимыми значениями. При этом решается задача надёжности, долговечности и экономичности конструкции.

Однако реальная система и её условия эксплуатации отличаются от идеализированной системы и условий, рассматриваемых на стадии проектирования. Фактически напряжения, деформации и перемещения являются случайными величинами из-за случайного характера внешних воздействий, прочностных и др. внешних условий. Поэтому надёжность конструкции может быть определена с привлечением методов теории вероятностей и математической статистики [1].

Надёжность – свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонта и транспортирования. Надёжностью также является устойчивость качества по отношению ко всем возможным возмущениям. Надёжность – количественный показатель (промежуток времени, число рабочих циклов, число километров и т.д.).

В зависимости от назначения системы и условий ее эксплуатации надёжность включает свойства: 1) безотказность; 2) долговечность; 3) ремонтопригодность; 4) сохраняемость и любые их сочетания.

Безотказность – вероятность безотказной работы конструкции за определенный промежуток времени.

Долговечность – вероятный промежуток времени безотказной работы конструкции.

Ремонтопригодность – вероятность того, что неисправная система может быть восстановлена за заданное время.

Содержание теории надёжности – разработка методов оценки надёжности систем и создание систем, обладающих заданными показателями надёжности и долговечности [2].

II. Постановка задачи. По постановке различаются два типа задач: 1) прямая задача (все характеристики объекта заданы и необходимо оценить его надёжность); 2) обратная задача (задаётся требуемый уровень надёжности, требуется определить размеры, конструкционные материалы и пр. для его обеспечения).

В статистическом расчёте сооружений участвуют случайные величины и функции двух групп: прочностные факторы и нагрузки (или воздействия). Хотя в расчётных формулах их всегда приходится учитывать совместно, в начале расчёта обычно удаётся разделить эти две группы величин, анализируя их отдельно одни от других.

Как правило, на практике на инженерные сооружения действует не одна, а несколько нагрузок, которые могут значительно отличаться друг от друга по характеру воздействия на объект. Наиболее удобной является схема теории надёжности, рассматривающая нагрузки как случайные величины и позволяющая методами теории вероятностей непосредственно определить надёжность конструкции, т.е. вероятность того, что заданные параметры системы (напряжения, перемещения и т.п.) не превысят некоторых предельных значений. Такой подход более точно отражает реальную работу элементов конструкции и оказывается особенно эффективным в задачах, связанных с существенной неопределённостью рассматриваемых величин, а также проектированием ответственных или принципиально новых сооружений.

III. Результаты. Предположим, что на объект действуют несколько постоянных нагрузок, которые с точки зрения теории вероятностей представляют собой случайные события. Обозначим через $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$ – нагрузки, действующие на объект, и будем считать, что известны их математические ожидания $M(Q_1), M(Q_2), \ldots, M(Q_n)$ и дисперсии $D(Q_1), D(Q_2), \ldots, D(Q_n)$.

Коэффициент изменчивости (вариабельности) отдельной нагрузки характеризует относительный разброс случайной величины

$$V(Q_i) = \frac{\sigma(Q_i)}{M(Q_i)} = \frac{\sqrt{D(Q_i)}}{M(Q_i)}, \quad (1)$$

где $\sigma(Q_i)$ – среднеквадратическое отклонение (стандарт) отдельной нагрузки. Суммарная нагрузка определяется как

$$Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i, \quad (2)$$

соответственно $M(Q) = \sum_{i=1}^{n} M(Q_i)$, $D(Q) = \sum_{i=1}^{n} D(Q_i)$, а коэффициент вариабельности суммарной нагрузки

$$V(Q)=\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} D(Q_i)}}{\sum_{i=1}^{n} M(Q_i)}=\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} V^2(Q_i)\cdot M^2(Q_i)}}{\sum_{i=1}^{n} M(Q_i)}. \qquad (3)$$

Формулы (1), (2), (3) справедливы для корреляционно не связанных нагрузок.

В случае, когда отдельные независимые нагрузки по-разному приложены к конструкции и усилие в рассчитываемом элементе (например, колонне) выражается линейной функцией

$$N=\sum_{i=1}^{n} \beta_i \cdot Q_i , \qquad (4)$$

тогда коэффициент вариации случайного усилия N

$$V(N)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n} V^2(Q_i)\cdot C_i^2} , \qquad (5)$$

где

$$C_i=\frac{\beta_i \cdot M(Q_i)}{\sum_{i=1}^{n} \beta_i \cdot M(Q_i)}. \qquad (6)$$

Например, для колонны, если Q_i – это распределенная нагрузка (кН/м^2), то β_i — это грузовая площадь i -ой нагрузки (м^2).

Приведенный (средний) коэффициент перегрузки:

$$\gamma_f=1+\beta \cdot V(N)=1+\beta \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} V^2(Q_i)\cdot C_i^2} , \qquad (7)$$

где β – характеристика безопасности

$$\beta=\frac{M(S)}{\sigma(S)}=\frac{1}{V(S)},$$

где S — случайная величина резерва прочности.

Расчётное усилие

$$N_{расч}=M(N)+\beta \cdot \sigma(N)=M(N)\cdot(1+\beta \cdot V(N)). \qquad (8)$$

Приняв $V(Q_i)=\dfrac{\gamma_{f_i}-1}{\beta_i}$, где γ_{f_i} — коэффициент перегрузки отдельных нагрузок, получим общий коэффициент надёжности по нагрузкам как случайную величину, выраженную через детерминированные значения частных коэффициентов надёжности по Ржаницыну

$$\gamma_f = 1+\sqrt{\sum_{i=1}^{n} C_i^2 \cdot (\gamma_{f_i}-1)^2}\ . \tag{9}$$

Тогда

$$N_{расч} = M(N)\cdot\gamma_f\,. \tag{10}$$

<u>Пример</u> Заданы характеристики безопасности $\beta=\beta_i=1 \quad (i=\overline{1,n})$ и математические ожидания нагрузок $M(Q_1)=0{,}1;\ M(Q_2)=0{,}4;\ M(Q_3)=0{,}32;\ M(Q_4)=1{,}5;\ M(Q_5)=0{,}13$ кПа. Определить расчётное усилие N при вероятностном и детерминированном подходе для заданных коэффициентов перегрузки каждой нагрузки $\gamma_{f_1}=\gamma_{f_2}=\gamma_{f_3}=1{,}3$; $\gamma_{f_4}=1{,}1$; $\gamma_{f_5}=1{,}05$.

Вычисляем математическое ожидание расчётного усилия

$$M(N)=0{,}1+0{,}4+0{,}32+1{,}5+0{,}13=2{,}45 \text{ кПа.}$$

По формуле (6) вычисляем коэффициенты:

$$C_1=\frac{0{,}1}{2{,}45};\ C_2=\frac{0{,}4}{2{,}45};\ C_3=\frac{0{,}32}{2{,}45};\ C_4=\frac{1{,}5}{2{,}45};\ C_5=\frac{0{,}13}{2{,}45}.$$

Находим по (9) средний коэффициент надёжности по нагрузке

$$\gamma_f=1+\sqrt{\frac{0{,}1^2\cdot 0{,}3^2+0{,}4^2\cdot 0{,}3^2+0{,}32^2\cdot 0{,}3^2+1{,}5^2\cdot 0{,}1^2+0{,}13^2\cdot 0{,}05^2}{2{,}45^2}}=1{,}089.$$

Расчётное усилие при вероятностном подходе определяем по (10)

$$N_{вер}=2{,}45\cdot 1{,}089=2{,}67 \text{ кПа.}$$

Расчётное усилие при детерминированном подходе

$$N_{дет}=0{,}1\cdot 1{,}3+0{,}4\cdot 1{,}3+0{,}32\cdot 1{,}3+1{,}5\cdot 1{,}1+0{,}13\cdot 1{,}05=2{,}8525 \text{ кПа.}$$

Таким образом, учёт вероятностной природы нагрузок дает экономию по сравнению с расчётом по детерминированному подходу ($\Delta=6{,}4\%$).

IV. Выводы. Основная область практического применения теории надёжности строительных конструкций – методы нормирования правил расчёта при проектировании и контроле при изготовлении конструкций.

При решении такого рода задач неизбежно встаёт вопрос о выборе нормативных значений вероятности отказа для различных механизмов и сооружений. Выбор нормативного уровня надёжности является сложной технической и социально-экономической задачей.

Сложно получить опытные данные в количестве, достаточном для последующей их обработки методами теории вероятностей. Сложно длительный срок проводить испытания конструкции для получения надёжных выводов о ее долговременной работе.

Для объектов с чисто экономической ответственностью, отказ которых приводит только к материальным потерям, используются различные оптимизационные подходы, основанные на экономико-математических моделях. Основная идея этих методов заключается в наилучшем распределении средств на повышение надёжности объекта и устранение последствий его отказов.

Для объектов с неэкономической ответственностью, отказы которых угрожают жизни и здоровью людей, или могут привести к серьёзным последствиям для окружающей среды, используются два основных подхода: 1) назначение показателей надёжности на основе уровня, соответствующего статистическим данным для данной отрасли с повышением уровня надёжности в 5 – 10 раз; 2) назначение показателей надёжности на основе уровня, существующего в смежных отраслях.

Однако, при любом подходе выбор методов решения должен прежде всего базироваться на понимании механизма изучаемого явления как с механической, так и с вероятностной точки зрения.

Литература

1. Ржаницын А. Р. Теория расчёта строительных конструкций на надёжность / Ржаницын А. Р. – М.: Стройиздат, 1978. – 239 с.
2. Райзер В. Д. Теория надёжности в строительном проектировании / Райзер В. Д. – М.: АСВ, 1998. – 304 с.

УДК 378.14:[51:004]

РАЗРАБОТКА УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ ПО ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВТУЗОВ НА ОСНОВЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО ПОДХОДА

Н. А. Прокопенко
Донецкий национальный технический университет,
г. Донецк, Украина

Анотація. *У статті розглянуто технологію розробки посібника з векторної алгебри для студентів технічних напрямів підготовки за діяльнісною технологією, яка дозволяє студентам освоювати всі види математичних предметних дій: теоретичні і практичні, прості і складені, дії, що виконуються з об'єктами, що подані у числовому, символьному і графічному вигляді.*

«Образование - основа интеллектуального, культурного, духовного, социального, экономического развития общества и государства. Целью образования является всестороннее развитие человека как личности и наивысшей ценности общества, развитие ее талантов, умственных и физических способностей, воспитание высоких моральных качеств, формирование граждан, способных к сознательному общественному выбору, обогащение на этой основе интеллектуального, творческого, культурного потенциала народа, повышение образовательного уровня народа, обеспечение народного хозяйства квалифицированными специалистами…». Закон Украины «Об образовании».

Стране нужны квалифицированные специалисты – так декларируется в Законе Украины «Об образовании». На данном этапе развития страны всё более ощутимой становится нехватка квалифицированных инженерных кадров. Поэтому подготовке специалистов технического профиля сейчас уделяется значительное внимание: предъявляются новые требования к профессиональному образованию, а особенно к инженерному образованию, как одному из самых массовых подсистем в системе профессионального высшего образования.

Одной из весомых составляющих общей профессиональной подготовки инженеров является их математическая подготовка. Учитывая перспективы развития высшего образования, обучение высшей математике студентов ВТУЗов должна выйти на новый качественный уровень. Как следствие, необходимы новые подходы к подготовке инженерных кадров, в частности, по математике. Одним из подходов к обучению математике в высшей технической школе есть деятельностный подход. Внедрением деятельностного подхода в обучение математике студентов ВТУЗов занимается Е. Г. Евсеева. Ею построена методическая система деятельностного обучения математике в техническом вузе. Эта система является целостной системой передачи и усвоения опыта предыдущих поколений в предметной области математической дисциплины, направленной на освоение студентами математических предметных действий и усваивания математических и профессионально-ориентированных знаний, необходимых специалисту в будущей профессиональной деятельности, через проектирование и организацию учебной деятельности.

Одним из путей внедрения деятельностного подхода в практику является составление ***предметной модели***. ***Предметная модель*** – это ***нормативная модель*** по отношению к отдельно взятому учебному предмету.

С точки зрения деятельностного обучения предметная модель определяет содержание обучения предмета, то есть умения, которые должны быть сформированы, и знания, с помощью которых эти умения формируются, или знания по учебному предмету.

Предметная модель состоит из 5-ти компонентов: ***тематического, семантического, процедурного, операционного и функционального*** компонентов. Такая структура предметной модели была предложена Г.О.Атановим и использовалась для моделирования в различных предметных областях.

Согласно приведенной схеме, нами построено предметную модель по векторной алгебре – раздела курса высшей математики, который излагается студентам технического университета. Этот раздел является важным при изучении других разделов высшей математики: аналитической геометрии, теории функций нескольких переменных и теории поля. Кроме того, аппарат векторной алгебры используется при решении задач по таким дисциплинам как физика, теоретическая механика, гидродинамика, теория механизмов и машин, сопротивление материалов, теоретические основы электротехники, биотехнология.

Тематический компонент предметной модели – это перечень тем и разделов, подлежащих изучению.

ТК.1. Виды векторов.

ТК.2. Линейные операции с векторами, заданными геометрически.

ТК.3. Угол между векторами. Проекция вектора на вектор.

ТК.4. Координаты вектора в прямоугольной системе координат.

ТК.5. Линейные операции с векторами, заданными своими координатами.

ТК.6. Скалярное произведение векторов.

ТК.7. Векторное произведение векторов.

ТК.8. Смешанное произведение векторов.

ТК.9. Условия коллинеарности, перпендикулярности та компланарности векторов.

ТК.10. Геометрические и механические применения векторов.

Семантический компонент является непосредственно предметными знаниями, структурированными в виде отдельных высказываний, выражающих одну законченную мысль, и которые расположены в последовательности их изучения. Как правило, семантический компонент предметной модели студента подается в виде так называемого семантического конспекта. Приведем фрагмент семантического конспекта, который соответствует первой теме тематического компонента.

СК.1*. Виды векторов (ТК.1)*

СК.1.1. *Направляющим отрезком называется отрезок, для которого указано какой из его концов – начальная точка отрезка, а какой – конечная точка отрезка.*

СК.1.2. *На чертеже направление направляющего отрезка обозначается стрелкой в конечной точке этого отрезка. (СК.1.1, СК.1.2)*

СК.1.3. *Направляющий отрезок называется вектором. (СК.1.1)*

СК.1.4. *Началом вектора называется начальная точка направляющего отрезка, который задаёт вектор. (СК.1.1, СК.1.3)*

СК.1.5. *Концом вектора называется конечная точка направляющего отрезка, который задаёт вектор. (СК.1.1, СК.1.3)*

СК.1.6. *Направление вектора есть направление направляющего отрезка, который задаёт этот вектор. (СК.1.3)*

СК.1.7. *Вектор с началом в точке A и концом в точке B обозначается, как* $\overline{AB}$. *(СК.1.1, СК.1.3, СК.1.4)*

Например: на рис. 1.1 изображён вектор $\overline{AB}$.

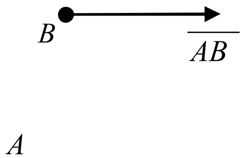


Рисунок 1.1

СК.1.8. *Вектора можно обозначать маленькими латинскими буквами. (СК.1.3)*

Наприклад: на рис. 1.2 изображён вектор $\overline{a}$.

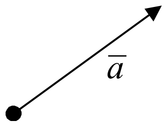


Рисунок 1.2

СК.1.9. *Модулем вектора называется длина отрезка, который задаёт вектор. (СК.1.3)*

СК.1.10. *Модуль вектора* $\overline{AB}$ *обозначается, как* $\left|\overline{AB}\right|$. *(СК.1.9)*

СК.1.11. *Модуль вектора* $\overline{a}$ *обозначается, как* $\left|\overline{a}\right|$. *(СК.1.9)*

Все высказывания семантического конспекта пронумерованы. Каждое высказывание имеет обозначение компонента (СК) и номер, состоящий из двух частей, разделенных точкой. Первая часть - это номер раздела, к которому относится данное высказывание, вторая часть - его номер в данном разделе. Также в конце каждого выражения есть ссылки на высказывания, на которых оно базируется.

Операционный компонент предметной модели - это умения, формирование которых являются целями обучения. Операционный компонент предметной модели студента содержит рубрики:

ОК. 1. *Определить*
ОК. 2. *Применить*
ОК. 3. *Находить*
ОК. 4. *Обозначить*
ОК. 5. *Изобразить*

В каждой рубрике представлены умения, которые начинаются с соответствующего слова. Приведем фрагмент операционного компонента предметной модели из векторной алгебры, соответствующий фрагменту семантического конспекта, который был рассмотрен.

ОК.1. *Определить:*

ОК.1.1. *Определить вектор. (СК.1.3)*

ОК.1.2. *Определить является ли объект вектором. (СК.1.3)*

ОК.1.3. *Определить направление вектора на чертеже. (СК.1.6)*

ОК.1.4. *Определить начало вектора. (СК.1.4)*

ОК.1.5. *Определить конец вектора. (СК.1.5)*

ОК.4. *Обозначить:*

ОК.4.1. *Обозначить вектор. (СК.1.7, СК.1.8)*

ОК.5. *Изобразить:*

ОК.5.1. *Изобразить вектор на чертеже. (СК.1.3, СК.1.6)*

Знания необходимые для формирования каждого предметного умения указывается в скобках в конце умения в виде номеров высказываний семантического конспекта. Нумерация аналогичная нумерации семантического компонента.

Функциональный компонент предметной модели составляет перечень знаний, которые студент должен помнить. Их тоже разделили на рубрики, отражающие функции предметных знаний.

ФК.1. *Свойства*

ФК.2. *Определения*

ФК.3. *Обозначения*

ФК.4. *Символичный вид*

ФК.5. *Формулы*

Приведем фрагмент функционального компонента предметной модели из векторной алгебры, отвечающий фрагменту семантического конспекта.

ФК.2. *Определения*

ФК.2.1. *Определение направляющего отрезка. (СК.1.1)*

ФК.2.2. *Определение вектора. (СК.1.3)*

ФК.2.3. *Определение начала вектора. (СК.1.4)*

ФК.2.4. *Определение конца вектора. (СК.1.5)*

ФК.2.5. *Определение направления вектора. (СК.1.6)*

ФК.3. *Обозначения:*

ФК.3.1. *Обозначение направления направляющего отрезка на чертеже. (СК.1.2)*

ФК.3.2. *Обозначение вектора. (СК.1.7, СК.1.8)*

Процедурный компонент предметных знаний описывает принципы и порядок преобразования объектов предметной области. Это непосредственно описание тех алгоритмов, которыми должен овладеть студент. К процедурному компоненту предметной модели из векторной алгебры входят, например, такие алгоритмы и правила нахождения

ПК.1. *Алгоритмы*

ПК.1.1. *Алгоритм нахождения суммы двух векторов по правилу треугольника. (СК.2.4, СК.2.5)*

ПК.1.2. *Алгоритм нахождения суммы двух векторов по правилу параллелограмма. (СК.2.7)*

ПК.1.3. *Алгоритм нахождения разности двух векторов по правилу треугольника. (СК.2.10, СК.2.11)*

ПК.1.4. *Алгоритм нахождения разности двух векторов по правилу параллелограмма. (СК.2.13)*

ПК.1.5. *Алгоритм нахождения проекции ненулевого вектора на координатную ось. (СК.3.16)*

ПК.1.6. *Алгоритм нахождения проекции ненулевого вектора на ось. (СК.3.17)*

ПК.2. *Правила нахождения:*

ПК.2.1. *Правила нахождения произведения вектора на число. (СК.2.16, СК.2.17, СК.2.18, СК.2.19, СК.2.20)*

ПК.2.2. *Правила нахождения координат вектора. (СК.4.3, СК.4.15, СК.4.27, СК.4.33)*

ПК.2.3. *Правила нахождения координат орта вектора. (СК.4.35)*

ПК.2.4. *Правила нахождения координат суммы двух векторов. (СК.5.1)*

ПК.2.5. *Правила нахождения координат разности двух векторов. (СК.5.3)*

Через построение модели происходит проектирование целей и содержания деятельностного обучения, как всего курса высшей математики, так и отдельных его разделов. Кроме того с помощью предметной модели возможно проектирование средств обучения таких, как методические пособия, содержащие системы задач, направленных на усвоение содержания обучения.

Обычно, раздел "Векторная алгебра" включается в учебники и задачники по высшей математике, которые выполнены в традиционной манере. В учебниках приводятся теоретические сведения по этому разделу, в задачниках - задачи, которые подлежат решению. Эти задачи, как правило, решаются с помощью нескольких предметных математических действий, имеющих сложные алгоритмы решения. При этом считается, что простые действия студенты уже освоили, хотя никакой деятельности на это направленной, в задачниках обычно не предусматривается.

Нами предлагается учебное пособие по векторной алгебре для студентов технических направлений подготовки на основе деятельностного подхода, который позволяет студентам осваивать все виды математических предметных действий: теоретические и практические, простые и составные, действия, выполняемые с объектами, которые представлены в числовом, символьном и графическом виде.

Рассмотрим технологию разработки пособия по векторной алгебре на примере темы "Виды векторов". С точки зрения деятельностного подхода, усваивать знания можно, только применяя их, оперируя ими, а механизмом осуществления учебной деятельности при обучении математике является решение задач. В пособии предложена система задач, направленная на последовательное освоение математических предметных действий. При решении задач, представленных в руководстве, студенты используют знания, постепенно усваивая их одновременно с освоением предметных действий. Технология обучения, представленная в руководстве, состоит в том, что знания даются маленькими порциями в структурированном виде в виде фрагментов семантического конспекта. После каждой порции знаний приводятся задания, направленные на усвоение этих знаний и одновременное освоение математических предметных действий. Задачи представлены тестовыми заданиями разных типов: закрытые, открытые, задачи на соответствие. Особенностью представления материала является использование процедуры ориентирования, которая состоит из общего ориентирования (определение, что надо делать и что для этого надо знать) и ориентирования на выполнение (определение какие действия необходимо выполнить и с помощью чего), что способствует освоению математической действий. При этом для каждого типа задач, решаемых, предлагается составлять так называемую схему ориентирования.

<table>
<tr><td colspan="2">Общее ориентирование</td></tr>
<tr><td>Что дано?</td><td></td></tr>
<tr><td>Что нужно найти?</td><td></td></tr>
<tr><td>Что нужно знать?</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Ориентирование на выполнение</td></tr>
<tr><td>Действия, которые
нужно выполнить.</td><td></td></tr>
<tr><td>Какие формулы нужны?</td><td></td></tr>
</table>

К каждой теме студенту предложено виды деятельности по рубрикам:

• Изучаем семантический конспект;
• Учимся выполнять действия;
• Составляем схему ориентирования;
• Выполняем действия;
• Проверяем результаты освоения действий.

Приведем фрагмент пособия:

ВИВЧАЄМО СЕМАНТИЧНИЙ КОНСПЕКТ

СК.1.6. Напрямленим відрізком називається відрізок, для якого вказано які
з його кінців – початкова точка відрізка, а які – кінцева точка відрізка.
СК.1.7. На кресленні **напрям напрямленого відрізка** познача-ється стрілкою
в кінцевій точці цього відрізка. (СК.1.1, СК.1.2)

Наприклад: на рис. 1а) зображено напрямлений відрізок *AB* , а на рисунку 1б) – відрізок *CD*, який не є напрямленим.

Рис. 1а) *Рис. 1б)*

Рис. 1.

СК.1.2. Напрямлений відрізок називається **вектором**. (СК.1.1)
СК.1.3. **Початком вектора** називається початкова точка напря-мленого
відрізка, який задає вектор. (СК.1.1, СК.1.3)
СК.1.4. **Кінцем вектора** називається кінцева точка напрямлено-го відрізка,
який задає вектор. (СК.1.1, СК.1.3)
СК.1.5. **Напрямом вектора** є напрям напрямленого відрізка, що задає цей

Наприклад: на рис. 2 зображено вектори сили, які діють між двома матеріальними точками згідно до закону всесвітнього тяжіння.

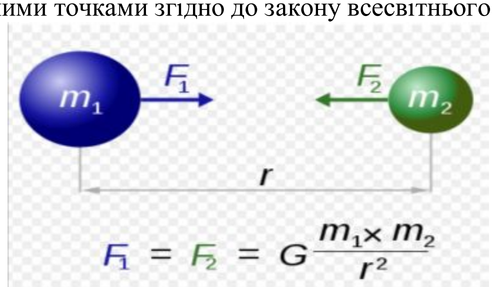


Рис. 2.

СК.1.1. Вектор з початком в точці A и кінцем в точці B позначається, як $\overline{AB}$. (СК.1.1, СК.1.3, СК.1.4)

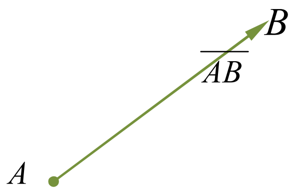


Рис. 3.

СК.1.8. Вектори можна позначати малими латинськими буквами.

Наприклад: на рис. 4 зображено вектор $\overline{a}$.

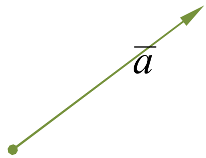


Рис. 4.

ВЧИМОСЯ ВИЗНАЧАТИ І ПОЗНАЧАТИ ВЕКТОРИ

Завдання 1.1. Випишіть вектора, які зображено на рис. 5.

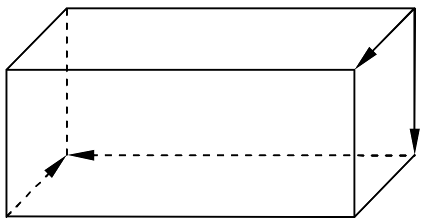


Рис. 5.

Розв'язання. Складемо схему орієнтування (табл. 1).

Таблиця 1.

Схема орієнтування завдання 1.1

Виконаємо дії:

Загальне орієнтування	
Що дано?	Креслення, яке складається з векторів і відрізків.
Що треба знайти?	Вектори.
Що треба знати?	1. Означення вектора (СК.1.3) 2. Визначення початку вектора (СК.1.4) 3. Визначення кінця вектора (СК.1.5) 4. Правило позначення вектора (СК.1.7, СК.1.8)
Орієнтування на виконання	
Дії, що треба виконати.	Для кожного вектора виконати: 1. Визначити на рисунку вектор. 2. Позначити вектор.
Які формули необхідні?	Не потрібні

Для кожного вектора виконаємо:

1. Визначаємо на рисунку напрямлений відрізок : *AD*.

2. Позначимо вектор $\overline{AD}$: *A*– це початок вектора, а *D*– це кінець вектора.

Відповідь: На рисунку 4зображено вектора $\overline{AD}$, $\overline{CD}$, $\overline{C_1B_1}$, $\overline{C_1C}$.

Завдання 1.2. Випишіть вектора, які зображено на рис. 6.

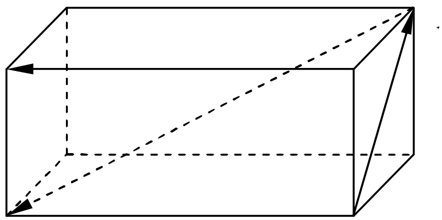


Рис.6.

Розв'язання. Можна використати схему орієнтування завдання 1.1.

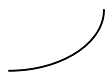
Виконайте дії:

Для кожного вектора виконайте:
1. Визначте на рисунку напрямлений відрізок.
2. Позначте вектор.

Відповідь: На рисунку 8 зображено вектора ___, ___,___.

ВЧИМОСЯ ВИЗНАЧАТИ, ЧИ Є ОБ'ЄКТ ВЕКТОРОМ

Завдання 1.5. Який з наведених об'єктів є вектором $\overline{AB}$:

А	Б	В	Г	Д
				

Розв'язання. Складемо схему орієнтування (табл. 3).

Схема орієнтування завдання 1.7.

Таблиця 3.

Загальне орієнтування	
Що дано?	Математичні об'єкти
Що треба знайти?	Який з даних об'єктів є вектором
Що треба знати?	1. Означення напрямленого відрізка. (СК.1.1) 2. Означення вектора (СК.1.3) 3. Визначення початку вектора (СК.1.4) 4. Визначення кінця вектора (СК.1.5) 5. Правило позначення вектора (СК.1.7, СК.1.8)
Орієнтування на виконання	
Дії, що треба виконати.	Для кожного об'єкта визначити: 1. Чи містить об'єкт відрізок. 2. Чи є відрізок напрямлений. 3. Чи відповідає позначення вектора тому, який задано.
Які формули	Не потрібні

необхідні?	

Виконаємо дії:

1. У об’єктах Б, В і Г містяться відрізки.
2. Напрямленими э відрізки об’єктів Б і В.
3. Відповідним вектором $\overline{AB}$ є об’єкт Б.

Відповідь:

Б. 

Выводы. Разработанное пособие, может быть использовано студентами всех специальностей дневной и заочной формы обучения для самостоятельного изучения курса высшей математики, а также преподавателями для диагностики уровня освоения математических предметных действий. Использование схем ориентировки позволяет сделать более эффективным процесс освоения предметных действий и усвоения знаний. Данное учебное пособие может быть использовано как при изучении других тем курса высшей математики, так и для повторения в других дисциплинах в системе высшего инженерного образования.

Литература

1. Євсеєва О. Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти : монографія / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2012. – 455 с.

2. Євсеєва О. Г. Визначення знань і вмінь з векторної алгебри, необхідних для розв’язання задач з аналітичної геометрії у просторі, на основі предметної моделі студента технічного університету / О. Г. Євсеєва, Н. А. Прокопенко // Вісник Черкаського університету. Сер. Педагогічні науки. — Черкаси, 2010. – Вип. 191, ч. 5. – С. 27–36.

3. Євсеєва О. Г. Діяльнісна технологія розробки методичного посібника з вищої математики / О. Г. Євсеєва // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми : зб. наук. пр. – Вінниця, 2009. – Вип. 22. – С. 308–314.

УДК 378.14:[51:004]

ЕВРИСТИЧНА СКЛАДОВА ПРОФЕСІЙНО ОРІЄНТОВАНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

О. І. Скафа

Донецький національний університет,
м. Донецьк, Україна

Анотація. *Розглядається методична система професійно орієнтованого евристичного навчання математики у ВТНЗ. В роботі визначаються особливості побудови кожного компонента методичної системи навчання математики на основі включення евристичної складової.*

І. Вступ. Реформування освіти в умовах соціально-економічного розвитку України, в контексті євроінтеграції, орієнтує вищі технічні навчальні заклади (ВТНЗ) на створення умов для розвитку й самореалізації особистості і як громадянина країни, і як фахівця, конкурентоспроможного на ринку праці. Серед завдань соціально-економічного розвитку країни важливе значення відводиться підвищенню якості продукції, що випускається різними галузями, обслуговуванню населення, задоволенню попиту споживачів. Сфери виробництва та обслуговування потребують значної кількості працівників, але, на разі, кваліфікованих, якісно підготовлених фахівців, зокрема з інженерною освітою недостатньо. Це зумовлює пошук більш досконалих концепцій підготовки кадрів у технічних університетах.

Майбутня професійна діяльність сучасного інженера вимагає особливого стилю мислення, уміння приймати виважені, обґрунтовані рішення, оцінювати отриманий результат і достовірність висновків, прогнозувати розвиток подій. У нинішніх умовах набуває значення потреба формування у майбутніх інженерів технологічної грамотності, інформаційно-аналітичної культури та евристичного стилю мислення. Тобто, корінна перебудова господарства потребує якісно нових підходів до підготовки спеціалістів технічних галузей, використовуючи, в першу чергу, дисципліни фундаментального циклу, до яких відноситься математика.

Математична підготовка майбутнього інженера є необхідною умовою для формування його інтегрованих професійних знань. Математика має широкі можливості розвитку логічного мислення, просторового бачення, формування алгоритмічної культури, вміння встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, моделювати ситуації, використовувати комплексний підхід до об'єктів і явищ, що вивчаються. Тому, при підготовці студентів ВТНЗ, саме математична підготовка є основою для вивчення дисциплін природничо-наукового і професійного циклів, фундаментом для подальшої самоосвіти. Вона озброює майбутніх фахівців технічної галузі вміннями правильно орієнтуватися в ситуації, аналізувати її, приймати рішення, отримувати результати й обґрунтовувати їх [6].

Питання удосконалення процесу навчання математики, безперервної математичної підготовки, методики навчання математики і особливо питання, пов'язані з професійною спрямованістю викладання математики у ВТНЗ, розробкою і впровадженням комп'ютерних технологій у навчальний процес постійно розглядаються в дослідженнях педагогів, психологів, методистів.

Так, у студіях таких науковців як Н. А. Вірченко, К. В. Власенко, Г. Я. Дутка, О. Г. Євсеєва, В. І. Клочко, В. В. Корнещук, Т. В. Крилова, Л. І. Нічуговська, В. А. Петрук, М. В. Працьовитий, С. О. Семеріков, П. О. Стеблянко та ін. зосереджувалася увага на фундаменталізації, диференціації, інтенсифікації та професійній спрямованості навчання вищої математики у ВТНЗ, на розробці методичних систем та технологій формування прийомів професійно орієнтованої діяльності майбутніх інженерів, зокрема з використанням інформаційно-комунікаційних технологій навчання, на перебудові традиційної системи навчання математичних дисциплінах у ВТНЗ на засадах діяльнісного підходу тощо.

Але проблема, пов’язана з упровадженням професійно орієнтованого евристичного навчання математики у вищих технічних закладах освіти повною мірою майже не розглядалася.

ІІ. Мета статті – зосередити увагу на характеристиці професійно орієнтованого навчання математики студентів, майбутніх інженерів, та схарактеризувати особливості евристичної складової цього процесу.

ІІІ. Результати. В умовах стрімкого розвитку науки, техніки і соціально-економічної сфери зростає роль професійно орієнтованого навчання математики, спрямованого на прикладний характер майбутньої професійної діяльності фахівця, враховуючи при цьому корінні зміни в інформаційних та комунікаційних технологіях. У цих умовах доцільно вважати навчання математики у ВТНЗ професійно орієнтованим, якщо застосовується методична система спрямована на формування у студента належної теоретичної математичної підготовки, необхідної для розв'язання фахових завдань із застосуванням інформаційно-комунікаційних технологій. Перспективним напрямом розв'язання цих проблем, на нашу думку, є введення такої системи професійно орієнтованого навчання математики, що будується на основі реалізації міждисциплінарних зв'язків між математикою, інформатикою, природничо-науковими та спеціальними курсами, на основі впровадження в навчання математики технологій евристичного навчання [7], навчання на засадах діяльнісного підходу [2], інтенсивного навчання із застосуванням комп'ютерних технологій [1].

Тобто, ***під професійно орієнтованою евристичною системою навчання математики*** *ми розуміємо методичну систему, спрямовану на оволодівання студентами знаннями, вміннями й навичками з математики через моделювання навчальних і професійних ситуацій засобами систем евристично орієнтованих завдань та комп'ютерних технологій, в результаті чого відбувається формування професійно орієнтованих евристичних умінь у майбутнього фахівця*.

Саме евристичні вміння мають набути студенти, майбутні інженери, в результаті такого навчання, бо ці вміння сприяють творчому розв'язуванню технічних задач, що, як правило, приводить до інновацій. Формування таких умінь під час вивчення вищої математики означатиме формування досвіду евристичної діяльності на "професійному рівні" (з точки зору створення нової системи професійно важливих дій) – набування досвіду професійної діяльності під час навчання у ВТНЗ.

Для визначення шляхів розв'язання проблеми оволодіння евристичною діяльністю Т.С.Максимовою [3] було розглянуто винахідницький аспект поняття "евристика". Дослідження діяльності винахідників у області техніки, аналіз робіт представників описового, техніко-методичного, системотехнічного, стратегічного, психолого-педагогічного підходів до вивчення творчої технічної діяльності надало можливість дійти до висновку, що розв'язування технічної задачі, яке характеризуються як усвідомленими так і неусвідомленими процесами, уявляє послідовність етапів. Стосовно до кожного етапу було визначено професійні дії, які здійснює інженер та відповідні їм евристичні вміння, формуванню та розвитку яких найбільш сприяють заняття з вищої математики. Ці уміння не гарантують розв'язання технічної проблеми, але інтенсифікують пошук, сприяють появі нових, навіть неочікуваних ідей.

Для того, щоб навчальний процес з математики у професійно орієнтованій евристичній системі був діяльнісним, евристичним та інтенсивним, а також враховував особистісні якості студента, він повинен конструюватися на основі перебудови методичних компонентів традиційної системи навчання математики у ВТНЗ.

Основні ***цілі професійно орієнтованого евристичного навчання математики*** трактуються нами як єдність таких аспектів:

- формування системи базових математичних знань, умінь, навичок і способів діяльності;
- опанування основними загальнонауковими методами пізнання та евристичними прийомами з метою застосування їх для розв'язання прикладних професійно орієнтованих завдань;
- формування уявлення про ресурси математики, математичного інструментарію, для подолання практичних проблем виробництва;
- формування практичних умінь і навичок застосування ІКТ для розв'язання професійно орієнтованих завдань з математики і організації самостійної роботи студентів.

Для евристичного навчання характерним є завдання цілей через навчальну діяльність студентів. Оскільки знання неможливі без дій, тому у системі професійно орієнтованого навчання математики цілі фіксують не тільки суму знань, необхідних для оволодіння змістом, а й описують евристичні уміння, якими повинен оволодіти студент у процесі вивчення конкретної теми.

Під евристичними уміннями розуміються уміння здійснювати цілеспрямований пошук розв'язування нестандартної задачі шляхом використання евристичних прийомів (найчастіше до таких задач відносимо професійно орієнтовані завдання для майбутнього інженера).

Нами виділяються три основні рівні сформованості евристичних умінь: низький, середній і високий.

Низький – студенти здійснюють близьке перенесення евристик (дії за зразком), при цьому потребують значної допомоги з боку викладача; діяльність такого роду мало їх цікавить. *Середній* – студенти здійснюють перенесення евристик у схожій ситуації, при цьому потребують незначної допомоги з боку викладача, відчувають інтерес до такого роду діяльності, але цей інтерес є нестійким. *Високий* – студенти здійснюють подальше перенесення евристик, переважно самостійно; відчувають стійкий інтерес до такого роду діяльності.

Формування вищих рівнів евристичних умінь відбувається в процесі упровадження спеціальної методики з розв’язання евристично зорієнтованих задач. Тобто, у методичній системі професійно орієнтованого евристичного навчання математики ***зміст доповнюється системами евристично орієнтованих завдань***, які направлені на мотивацію студента до майбутньої професійної інженерної діяльності.

Системи евристично орієнтованих завдань – це системи евристичних задач, що сприяють процесу управління формуванням професійно орієнтованої діяльності студентів, в основі побудови яких лежить набір загальних і спеціальних евристик.

Особливу увагу звертаємо на прикладні професійно спрямовані завдання. Вони є доцільними на лекціях, інтегрованих лабораторних і практичних роботах, в системах комп'ютерних програм, оскільки сприяють мотивації, актуалізації, закріпленню придбаних умінь.

Системи таких завдань і методика роботи з ними розроблені нами для студентів машинобудівних і автодорожніх спеціальностей ВТНЗ, технологічних спеціальностей харчової галузі ВНЗ I-II рівнів акредитації, біологічних, фізичних спеціальностей класичних університетів.

Методи професійно орієнтованого евристичного навчання математики повинні спонукати студентів до активної розумової діяльності. Увагу зосереджуємо на евристичних методах [6]. Зазначимо, що сучасні методи евристичного пошуку почали активно створюватися й використовуватися у 40–60 рр. XX століття. До них відносяться:

- морфологічний аналіз (Ф. Цвіккі);
- синектика (В. Гордон);
- метод організуючих понять (Ф. Ханзен);
- метод контрольних запитань, метод аналогії (Д. Пойя);
- метод “мозкового штурму” (А. Осборн);
- алгоритми розв’язування винахідницьких задач (Г. Альтшуллер);
- метод гірлянд і асоціацій (Г. Буш);
- метод розчленованого проектування, метод ліквідування безвихідних ситуацій, метод трансформації системи (К. Делоне);
- латеральне мислення (Е. де Боно) та інші.

Викладачеві вищої технічної школи сьогодні, на нашу думку, необхідно глибоко осмислити цю спадщину і творчо використовувати її у конструюванні своєї діяльності.

Організаційні форми навчання орієнтовані як на колективну роботу (лекції, практичні заняття, лабораторні роботи), так і на індивідуальну діяльність (домашня робота, індивідуальна робота, індивідуальна консультація, самостійна робота під керівництвом викладача та за допомогою комп’ютера).

У системі професійно орієнтованого евристичного навчання математики для мотивації студентів, майбутніх інженерів, до їх професійної діяльності виокремлюємо інтегровані практичні й лабораторні роботи як засіб формування в студентів професійно орієнтованих та евристичних умінь.

Інтегрована лабораторна робота з математики – це форма навчального заняття, що спрямоване на самостійне застосування засвоєних студентами математичних умінь до розв’язання професійно орієнтованих завдань засобами математичного та комп’ютерного моделювання. Дидактичною метою таких робіт є формування уявлень про методи математичних досліджень із використанням інформаційно-комунікаційних технологій у процесі виконання професійних завдань, пов’язаних з майбутньою діяльністю інженера. Під час проведення інтегрованої лабораторної роботи у студентів формуються евристичні вміння (спостерігати, порівнювати, формалізувати умови задачі, аналізувати, робити висновки й узагальнення, самостійно вести дослідження, послуговуватися різними прийомами вимірювання, оформляти результати у вигляді таблиць, схем, графіків тощо). Такі вміння в майбутній професійній діяльності мають важливе значення, бо завдяки оволодінню ними сучасний фахівець технічної галузі має можливість розв'язувати певні проблеми в нестандартних ситуаціях, користуючись як методами математичного моделювання, так і засобами ІКТ. Розробки таких лабораторних робіт для майбутніх інженерів, технологів харчової галузі та студентів-біологів здійснювалися під керівництвом автора і описані у роботах [4; 5; 9].

До системи засобів у професійно орієнтованому евристичному навчанні математики відносимо окрім традиційних друкованих засобів навчання ще і комп'ютерні засоби. Вони дозволяють зробити навчання у вищій технічній школі більш наочним і доступним, здійснити індивідуальний підхід до навчання, підсилити впровадження евристичних прийомів діяльності, що у свою чергу сприяє виробленню у майбутніх фахівців професійно важливих якостей.

Такі засоби ми розробляємо у вигляді евристичних тренажерів, які представляються як комп'ютерні навчальні, коректувальні і контролюючі програми. Вони входять в систему *евристико-дидактичних конструкцій (ЕДК).*

ЕДК – система логічно зв'язаних навчальних проблем (евристичних задач або навчальних комп'ютерних програм), які разом з евристичними питаннями, вказівками і мінімумом навчальної інформації дозволяють студентам (переважно без допомоги ззовні) відкрити нові знання про об'єкт дослідження, спосіб або засіб евристичної діяльності.

Метою ЕДК є формування прийомів евристичної діяльності студентів під час вивчення математичних дисциплін.

На відміну від існуючих педагогічних програмних засобів для вищих навчальних закладів створені нами програми поступово наближають студента до пошуку розв'язання завдання і знаходження відповіді в процесі евристичного діалогу, коли акцентується увага на теоретичних фактах, обговорюються деякі прийоми в процесі пошуку розв'язування завдання, пропонується "розмите наведення" на пошук розв'язання і надається можливість самостійно знайти "свій шлях" до відкриття розв'язку задачі і перевірки отриманих результатів [8].

Побудована таким чином система евристичного навчання сприяє оновленню навчального процесу з математики у вищий технічній школі. Вона пройшла експериментальну перевірку. Отримані результати показали її ефективність і деякі елементи цієї системи упроваджені в навчальний процес у ВТНЗ України.

Крім того, з метою надання допомоги викладачам математики ВТНЗ і підготовки майбутніх викладачів до роботи у системі професійно орієнтованого евристичного навчання, на базі Донецького національного університету нами впроваджені наступні заходи:

– діє регіональний науково-методичний семінар „Технології особистісно орієнтованого навчання математики” (щомісяця проводиться на базі кафедри вищої математики і методики викладання математики);

– відкрита магістратура за спеціалізацією „Математична освіта вищої школи” (підготовка викладачів математичних дисциплін для вищих навчальних закладів, зокрема для ВТНЗ);

– діє аспірантура за напрямом теорія та методика навчання (математика), в рамках якої досліджуються проблеми професійно орієнтованого навчання студентів технічних ВНЗ, формування евристичних умінь тощо, в розробці яких беруть участь і викладачі кафедр вищої математики різних університетів України;

– проводяться Міжнародні науково-методичні конференції „Евристичне навчання математики” (четверта конференція планується в жовтні 2014 р.);

– випускається Міжнародний збірник наукових робіт „Дидактика математики: проблеми і дослідження” (входить до переліку фахових видань України), в якому публікуються статті з різноманітних навчально-методичних питань щодо організації навчального процесу з математичних дисциплін у ВНЗ, зокрема у ВТНЗ, тобто викладачам вищої школи надається можливість викладу своїх методичних розробок з їх аналізом на сторінках збірника.

IV. Висновки. Таким чином, упровадження системи професійно зорієнтованого евристичного навчання математики у вищій технічній школі орієнтує майбутнього спеціаліста на самоосвітню діяльність, побудову власної освітньої траєкторії під час набування навичок професійної діяльності на заняттях з вищої математики; ця система може бути ефективно реалізована в умовах кредитно-модульної системи навчання та оцінювання знань.

Література

1. Власенко К. В. Теоретичні й методичні аспекти навчання вищої математики з використанням інформаційних технологій в інженерній машинобудівній школі : монографія / К. В. Власенко; науковий редактор проф. О. І. Скафа. – Донецьк : Ноулідж, 2011.–410 с.

2. Євсеєва О. Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти : монографія / О. Г. Євсеєва; науковий редактор проф. О. І. Скафа. – Донецьк : Вид-во ДонНТУ, 2011. – 455 с.

3. Максимова Т. С. Методика формування професійно-орієнтованої евристичної діяльності студентів вищих технічних навчальних закладів на практичних заняттях з вищої математики: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Максимова Тетяна Сергіївна. – Донецьк., 2006. – 285 с.

4. Максимова Т. С. Практичні заняття з вищої математики: сучасні технології навчання: Навчально-методичний посібник / Т. С. Максимова, О. І. Скафа. – Донецьк : Видавн. Норма-ПРЕСС, 2005. – 116 с.

5. Полякова Н. М. Інтегровані практичні і лабораторні роботи з математики для майбутніх технологів: Навчально-методичний посібник для молодших спеціалістів харчової галузі / Н.М.Полякова; за ред. проф. О. І. Скафи. – Донецьк: Вид-во «Ноулідж» (донецьке відділення), 2011. – 156 с.

6. Скафа О. І. Наукові засади методичного забезпечення кредитно-модульної системи навчання у вищій школі : монографія / О. І. Скафа, Н. М. Лосєва, О. В. Мазнєв. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2009. – 379 с.

7. Скафа О.І. Евристичне навчання у системі вузівської освіти / О. І. Скафа // Алгебраїчні методи дискретної математики : Тез. доповід. всеукраїнської наук. конференції (Луганськ, ЛДПУ, вересень 2002р.). – Луганськ : Видавн. ЛДПУ, 2002. – С.122-123.

8. Скафа О. І. Евристико-дидактичні конструкції у системі математичної підготовки студентів вищих навчальних закладів / О. І. Скафа // Комп'ютерне моделювання та інформаційні технології в науці, економіці і освіті: Зб. наук. пр. VIII Всеукраїнської науково-практичної конференції; Черкаси-Одеса, 25-27 травня 2011р. – Черкаси: Брама, видавець Вовчок О. Ю., 2011. – С. 157-158.

9. Тимошенко О. В. Інтегровані лабораторні роботи з вищої математики для майбутніх біологів : метод. розробка для студентів біологічних спеціальностей. – Донецьк: ДонНУ, 2010. – 20 с.

УДК 378.14:[51:004]

ПРАКТИЧЕСКАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ КАК ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ОСНОВА СПЕЦИАЛЬНЫХ ДИСЦИПЛИН В СИСТЕМЕ ИНЖЕНЕРНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

З. А. Соловьева , Е. Г. Евсеева

Донецкий национальный технический университет,
г. Донецк, Украина

Анотація*. У статті розглянуто професійно-спрямовані задачі,що розв'язуються за допомогою методів інтегрального числення, які можуть використовуватися як у самому курсі вищої математики, так і при навчанні спеціальних дисциплін у систем інженерної освіти.*

I. Вступление. Специфика учебного процесса в техническом университете состоит в практической направленности изучаемых дисциплин, при этом математика представляет собой фундаментальную основу дисциплин технического направления. Таким образом, математика в техническом университете является основой взаимосвязанных дисциплин, взаимодействующих в учебном процессе.

Для быстрой адаптации студентов в изменяющихся социально-экономических условиях обучение должно быть тесно связано с наукой и производством. Существует противоречие между необходимостью подготовки в технических университетах высокопрофессионального специалиста, владеющего методами математического моделирования, и отсутствием соответствующего научно-методического обеспечения учебного процесса. Следует научить студентов грамотно формулировать инженерную задачу, наглядно моделировать, интерпретировать результат ее решения на языке реальной ситуации, проверять соответствие полученных и опытных данных. Это возможно при условии актуализации связей между математическими объектами и методами различных разделов математики путем решения профессионально ориентированных задач.

Процесс обучения математике студентов инженерных специальностей будет более эффективен, если содержание и структура курса формируются на основе наглядного моделирования инженерных процессов и реальных явлений. Проблемы профессиональной направленности обучения математике в технических ВУЗах рассматривались в диссертационных работах Е. А. Василевской, О. М. Калуковой, С. В. Плотниковой, С. И. Федоровой, В. А. Шершневой и др. В их работах показано, что содержание математической подготовки специалистов должно формироваться в соответствии со специализацией выпускника ВУЗа.

II. Постановка проблемы. В обучении математике на принципах деятельностного подхода [3] учебная деятельность должна моделировать будущую профессиональную деятельность инженера, поэтому необходимо использовать в обучении прикладные задачи. Такие задачи являются профессионально направленными задачами, особенностью которых является то, что они вводятся на материале общеинженерных и специальных дисциплин.

На основе рассмотрения систем профессионально направленных задач по высшей математике мы пришли к выводу, что под профессионально направленной задачей в обучении математике целесообразно понимать математическую задачу, которая оперирует с объектами профессиональной деятельности и направлена на формирование как математической, так и профессиональной компетентности специалистов [3].

Проблема состоит в том, что когда профессионально направленные задачи рассматриваются в курсе высшей математики, который изучается на первом и втором курсах, то студенты, как правило, не владеют достаточными знаниями из смежных дисциплин для их решения. Когда же эти задачи решаются при изучении специальных дисциплин в системе инженерного образования, то студенты чаще всего к этому моменту забывают алгоритмы и методы, изученные в курсе высшей математики.

Пути решения этой проблемы мы видим в предоставлении студенту недостающих или забытых знаний в виде опорного конспекта.

Особенно важно сделать это по темам курса высшей математики, которые наиболее часто используются в других дисциплинах.

III. Результаты. Одним из основных разделов высшей математики [5], который применяется в различных дисциплинах, изучаемых будущими инженерами, является интегральное исчисление. В данной работе мы хотим это проиллюстрировать.

Одной из таких дисциплин являются «Теоретические основы электротехники». Приведём примеры задач, при решении которых используется интегральное исчисление.

Задача 1 [4]. В электрическом контуре (рис.1) известное напряжение в витке с конденсатором $i_C(t) = e^{-200\cdot t}\,A$ при $t \le 10$ *мс* и $i_C(t) = 0$ при $t > 10$ *мс*. Дополнительно задано $u_C(0) = 0$.

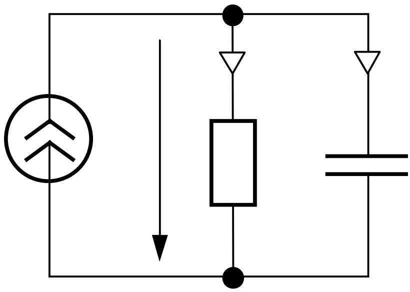


Рис. 1.

Параметры элементов контура: $r = 200$ *Ом*, $C = 40$ *мкФ*. Определить:

1. Закон изменения во времени всех токов и напряжения на источнике тока.

2. Мгновенную мощность всех элементов контура.

Решение.

1. Выполняем расчет контура для первого отрезка времени $0 < t \le 10$ *мс*. На этом отрезке все величины пометим дополнительным индексом 1.

$i_{C1}(t) = e^{-200\cdot t} A$;

$u_{j1}(t) = u_{C1}(t) = u_C(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i_{C1}dt = \frac{10^6}{40}\int_0^t e^{-200t}dt = 125 - 125\cdot e^{-200\cdot t} B$;

$i_{r1}(t) = u_{j1}(t)/r = (125 - 125\cdot e^{-200\cdot t})/200 = 0{,}625 - 0{,}625\cdot e^{-200\cdot t} A$;

$j_1(t) = i_{C1}(t) + i_{r1}(t) = e^{-200\cdot t} + 0{,}625 - 0{,}625\cdot e^{-200\cdot t} = 0{,}625 + 0{,}375\cdot e^{-200\cdot t}\ A;$

$p_{r1}(t)= u_{j1}(t)\cdot i_{r1}(t) = (125 - 125\cdot e^{-200\cdot t})\cdot(0{,}625 - 0{,}625\cdot e^{-200\cdot t}) =$
$=78{,}13\cdot(1 - e^{-200\cdot t})^2\ Вт;$

$p_{C1}(t) = u_{j1}(t)\cdot i_{C1}(t) = (125 - 125\cdot e^{-200\cdot t})\cdot e^{-200\cdot t} =$
$= 125\cdot(1 - e^{-200\cdot t})\cdot e^{-200\cdot t}\ Вт;$

$p_{j1}(t) = p_{C1}(t) + p_{r1}(t) = 125\cdot(1 - e^{-200\cdot t})\cdot e^{-200\cdot t} + 78{,}13\cdot(1 - e^{-200\cdot t})^2 =$
$= - 15{,}63\cdot(3\cdot e^{-400\cdot t} + 2\cdot e^{-200\cdot t} - 5)\ Вт;$

Напряжение u_{j1} в конце первого интервала, а также в начале второго интервала, равно:

$$u_{j1}(0{,}01) = 125 - 125\cdot e^{-200\cdot 0{,}01} = 108{,}1\ В.$$

2. Выполняем расчет контура для второго интервала времени $t > 10\ мс$. В этот раз все величины обозначим индексом 2.

$i_{C2}(t) = 0\ A;$

$u_{j2}(t) = u_{j1}(0{,}01) + \frac{1}{C}\int_{0{,}01}^{t} i_{C2}dt = 108{,}1 + 0 = 108{,}1\ B;$

$i_{r2}(t) = u_{j2}(t)/r = 108{,}1/200 = 0{,}540\ A;$

$j_2(t) = i_{C2}(t) + i_{r2}(t) = 0 + 0{,}540 = 0{,}540\ A;$

$p_{r2}(t) = u_{j2}(t)\cdot i_{r2}(t) = 108{,}1\cdot 0{,}540 = 58{,}41\ Вт;$

$p_{C2}(t) = u_{j2}(t)\cdot i_{C2}(t) = 108{,}1\cdot 0 = 0\ Вт;$

$p_{j2}(t) = p_{C2}(t) + p_{r2}(t) = 58{,}41\ Вт.$

3. Остаточные значения величин запишем таким образом:

$$i_C(t) = \begin{cases} e^{-200t}\ A,\ при\ t \le 0{,}01\ c; \\ 0,\quad при\ t > 0{,}01\ c. \end{cases}$$

$$u_j(t)=\begin{cases}125\cdot(1-e^{-200t})\ B,\ при\ t\le 0{,}01\ c;\\ 108{,}1\ B, \qquad при\ t>0{,}01\ c.\end{cases}$$

$$i_r(t)=\begin{cases}0{,}625\cdot(1-e^{-200t})\ A,\ при\ t\le 0{,}01\ c;\\ 0{,}54\ A, \qquad при\ t>0{,}01\ c.\end{cases}$$

$$j(t)=\begin{cases}0{,}625+0{,}375\cdot e^{-200t}\ A,\ при\ t\le 0{,}01\ c;\\ 0{,}54\ A, \qquad при\ t>0{,}01\ c.\end{cases}$$

$$p_r(t)=\begin{cases}78{,}13\cdot(1-e^{-200t})^2\ Bm,\ при\ t\le 0{,}01\ c;\\ 58{,}41\ Bm, \qquad при\ t>0{,}01\ c.\end{cases}$$

$$p_C(t)=\begin{cases}125\cdot(1-e^{-200t})\cdot e^{-200t}\ Bm,\ при\ t\le 0{,}01\ c;\\ 0, \qquad при\ t>0{,}01\ c.\end{cases}$$

$$p_j(t)=\begin{cases}-15{,}63\cdot(3\cdot e^{-400t}+2\cdot e^{-200t}-5)\ Bm,\ при\ t\le 0{,}01\ c;\\ 58{,}41\ Bm, \qquad при\ t>0{,}01\ c.\end{cases}$$

Задача 2 [4]. Разложить в ряд Фурье периодическое пилообразное напряжение, которое описывается на интервале $0<\omega t<2\pi$ функцией: $u(\omega t)=\dfrac{\omega t}{2\pi}$.

Решение. Постоянная составляющая (нулевая гармоника):

$$U_0=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}u(\omega t)d(\omega t)=\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\omega t d(\omega t)=\frac{1}{2}.$$

Амплитуды синусной и косинусной составляющих k-ой гармоники вычисляются по формулам:

$$U'_{mk}=\frac{1}{2\pi^2}\int_0^{2\pi}\omega t\sin(k\omega t)d(\omega t)=$$
$$=\frac{\sin(k2\pi)-k2\pi\cos(k2\pi)}{2(k\pi)^2}=-\frac{1}{k\pi}.$$

$$U''_{mk}=\frac{1}{2\pi^2}\int_0^{2\pi}\omega t\cos(k\omega t)d(\omega t)=$$
$$=\frac{k2\pi\sin(k2\pi)+\cos(k2\pi)-\cos(0)}{2(k\pi)^2}=0.$$

Таким образом, в разложении функции $U(\omega t)$ присутствуют только синусоидные составляющие, и разложение имеет вид:

$$u(\omega t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^{n} \frac{sin(k\omega t)}{k} \cdot \qquad (1)$$

На рис.2. изображены графики функции $U(\omega t)$, построенные соответственно с (1) для разного числа гармоник. Очевидно, что увеличение числа гармоник увеличивает точность представления выходной функции.

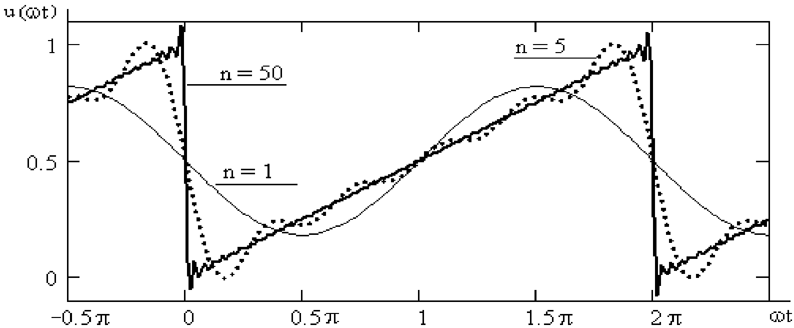


Рис. 2. $n = 1$ – первая гармоника разложения (рис.1.), $n = 5$ – сумма пяти гармоник разложения (рис.4); $n = 50$ – сумма пятидесяти гармоник.

Задача 3 [4]. Определить ток $i(t)$ и напряжение на конденсаторе $u_C(t)$, если $r = 100$ *Ом*, $C = 10$ *мкФ*, $E_0 = 300$ *В*, $e(t) = 100sin(1000t - 90°)$ *В* (рис. 3).

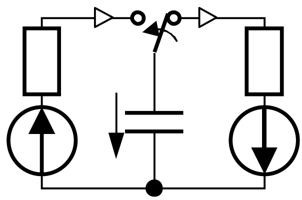


Рис. 3

Решение.

Анализом схемы к коммутации определим напряжение на конденсаторе по второму закону Кирхгофа:

$$ri_0(0) - u_C(0) = E_0.$$

$$i_0(0) = 0,$$

то есть:

$$u_C(0) = -E_0 = -300\ B.$$

Согласно второму закону коммутации $u_C(0_+) = u_C(0) = -300B$. Схема после коммутации описывается линейным дифференциальным уравнением:

$$ri(t) + u_C(t) = e(t), \text{ где } u_C(t) = \frac{1}{C}\int idt\ .$$

Его решение:

$$i = i_у + i_в;$$

$$u_C = u_{Cу} + u_{Cв}.$$

Расчет установленного режима выполняем символическим методом.

$$\underline{E}_m = 100e^{-j90°}\ B, \quad x_C = \frac{1}{\omega\ C} = \frac{10^6}{1000\cdot 10} = 100\ Ом,$$

$$\underline{Z} = r - jx_C = 100 - j100 = 100\sqrt{2}\,e^{-j45°}\ Ом,$$

$$\underline{I}_{mу} = \frac{\underline{E}_m}{\underline{Z}} = \frac{100e^{-j90°}}{100\sqrt{2}e^{-j45°}} = 0{,}5\sqrt{2}\,e^{-j45°} = 0{,}707e^{-j45°}\ A,$$

$$\underline{U}_{Cmу} = -jx_C\cdot\underline{I}_{mу} = 100e^{-j90°}\cdot 0{,}5\sqrt{2}\,e^{-j45°} = 50\sqrt{2}\,e^{-j135°} = 70{,}7e^{-j135°}\ B.$$

Мгновенные значения установленных составляющих:

$$i_у(t) = 0{,}707 sin(1000t - 45°)\ A, \qquad u_{Cу}(t) = 70{,}7 sin(1000t - 135°)\ B.$$

Характеристическое уравнение запишем на основе дифференциального уравнения:

$$r + \frac{1}{pC} = 0, \quad p = -\frac{1}{rC} = -\frac{10^6}{100\cdot 10} = -1000\ c^{-1}.$$

То есть, свободные составляющие имеют вид:

$$i_в(t) = Ae^{-1000t};$$

$$u_{Cв}(t) = Be^{-1000t}.$$

Постоянные интегрирования определим из начальных условий.

При $t = 0_+$ имеем:

$$i_в(0_+) = A;$$

$$u_{Cв}(0_+) = B = u_C(0_+) - u_{Cy}(0_+),$$

где

$$u_{Cy}(0_+) = 70{,}7 sin(-135°) = -50\ B,$$

$$u_{Cв}(0_+) = B = -300 - (-50) = -250\ B.$$

Дифференциальное уравнение для свободных составляющих при $t = 0_+$ имеет вид:

$$ri_в(0_+) + u_{Cв}(0_+) = 0.$$

$$i_в(0_+) = A = \frac{-u_{Cв}(0_+)}{r} = \frac{250}{100} = 2{,}5\ A,$$

таким образом получаем:

$$i_в(t) = 2{,}5e^{-1000t}\ A; \qquad u_{Cв}(t) = -250e^{-1000t}\ B.$$

Искомые величины имеют вид:

$$u_C(t) = 70{,}7 sin(1000t - 135°) - 250e^{-1000t}\ B,$$

$$i(t) = 0{,}707 sin(1000t - 45°) + 2{,}5e^{-1000t}\ A.$$

Приведем примеры задач, которые могут рассматриваться в курсе высшей математики для студентов металлургических, химико-технологических, экологических направлений подготовки, для решения которых также используется интегральное исчисление.

Задача 4 [1]. Пусть идет химическая реакция разложения вещества A, в результате которой образуется вещество B. Экспериментально установлено, что она имеет первый порядок по концентрации A, а значение константы скорости для условий ее осуществления равно k. Скорость реакции равна $r_a = -kC_A$, или

$$\frac{dC_A}{dt} = -kC_A. \qquad (2)$$

Определим начальные условия для решения дифференциального уравнения кинетики (2). Будем считать, что в начальный момент реакции нам известна концентрация вещества А, обозначим ее как C_{Ao}. Запишем начальные условия в виде $\left[t = 0; C_A = C_{A0}\right]$.

Проинтегрируем полученное уравнение. Пределы интегрирования определяются из начальных условий: когда время равно нулю, концентрация А равна начальной, в произвольный момент t концентрация равна C_A:

$$\int_{C_{A0}}^{C_A} \frac{dC_A}{C_A} = -k\int_0^t dt \cdot$$

В результате интегрирования имеем: $\ln C_A - \ln C_{A0} = -kt$,

заменяя разность логарифмов логарифмом частного, имеем далее:

$\ln \dfrac{C_A}{C_{A0}} = -kt$, проводя потенцирование, получим: $\dfrac{C_A}{C_{A0}} = e^{-kt}$.

После всех преобразований решение дифференциального уравнения представляет собой экспоненциальную убывающую функцию:

$$C_A = C_{A0} \cdot e^{-kt}.$$

Проверим, не противоречит ли полученное решение условиям нашей задачи. При t=0, т.е. в момент начала химической реакции C_A=C_{A0}, поскольку экспонента обращается в единицу. Действительно, в начальный момент концентрация вещества А равна начальной. При $t \to \infty$ экспонента с отрицательным показателем стремится по величине к нулю. За бесконечно большое время вследствие химической реакции все вещество разлагается и образует В.

Задача 5 [1]. Определить количество тепла, необходимое для того, чтобы нагреть 10 кг железа, имеющего температуру $20^0 c$, до $100^0 c$, если теплоемкость C_t железа при температурах от 0 до $200^0 c$ определяется формулой:

$$C_t = 0{,}1053 + 0{,}000142t \cdot$$

Теплоемкостью тела называется количество тепла, необходимое для того, чтобы повысить температуру единицы массы этого тела на один градус. Это количество тепла оказывается различным при различной температуре тела. Поэтому, под теплоемкостью понимают производную $C_t = \frac{dQ}{dt}$, где dQ - дифференциал количества тепла, которое необходимо сообщить единице массы этого тела, чтобы нагреть его от температуры *t* до температуры *t+dt* (за единицу массы принимаем грамм, за единицу количества тепла- калорию).

$$C_t = \frac{dQ}{dt} = 0{,}1053 + 0{,}000142t \cdot$$

Поэтому, количество тепла, нужное для нагревания 1кг железа от $20^0 C$ до $100^0 C$ будет:

$$Q = \int_{20}^{100} (0{,}1053 + 0{,}000142t)dt = (0{,}1053t + 0{,}000071t^2)\Big|_{20}^{100} = 9{,}106$$

кал. Для 10 кг железа искомое количество тепла равно 91,06 кал.

Задача 6 [1]. Для бензина зависимость теплоемкости С (при постоянном давлении) от температуры t выражается формулой:

$$C = 0{,}2237 + 0{,}0010228t.$$

Решение. Найдем среднюю теплоемкость С бензина для температур, лежащих в интервале от 116^0 до $218^0 C$.

$$C = \frac{1}{218 - 116}\int_{116}^{218} (0{,}2237 + 0{,}0010228t)dt =$$

$$= \frac{1}{102}(0{,}2237\,t + 0{,}0005114\,t^2)\Big|_{116}^{218} = 0{,}3945 \text{ кал.}$$

Для студентов экономических направлений подготовки определённый интеграл применяется в курсе микроэкономики, например, для нахождения объема произведенной продукции при известной производственной функции. Примером может служить следующая задача 7.

Задача 7 [2]. Найти объем продукции, произведенной за четыре года, если функция Кобба-Дугласа имеет вид: $g(t) = (1 + t)e^{3t}$.

Решение. Объем выпускаемой продукции вычисляется по формуле:

$$Q = \int_0^T (\alpha t + \beta) e^{\gamma t} dt \text{, то есть}$$

$$Q=\int_0^4(1+t)e^{3t}dt=\begin{pmatrix} U=t+1; & dU=dt \\ dV=e^{3t}dt; & V=\frac{1}{3}e^{3t} \end{pmatrix}=\frac{t+1}{3}e^{3t}\Big|_0^4-$$

$$-\frac{1}{3}\int_0^4 e^{3t}dt=\frac{5}{3}e^{12}-\frac{1}{3}-\frac{1}{9}e^{3t}\Big|_0^4=\frac{1}{3}\left(5e^{12}-1\right)-\frac{1}{9}\left(e^{12}-1\right)\approx$$

$$\approx 2{,}53\cdot 10^5\ \textit{усл.ед.}$$

IV. Выводы. Таким образом, при обучения математике в техническом университете, необходимым является моделирование будущей профессиональной деятельности специалистов. Это требование можно реализовать с помощью профессионально-направленных задач, которые как включаются в курс высшей математики, так и решаются при изучении специальных дисциплин в системе инженерного образования.

Литература

1. Батунер Л. М. Математические методы в химической технике / Л. М. Батунер, М. Е. Позин. – М. : Изд. «Химия», Лен. отд., 1971. – 824 с.

2. Высшая математика для экономистов. Учебник для вузов. / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман, под ред. проф. Кремера Н. Ш. – 2-е изд. – М. : ЮНИТИ, 2004. – 471 с.

3. Євсеєва О. Г. Теоретико-методичні основи діяльнісного підходу до навчання математики студентів вищих технічних закладів освіти : монографія / О. Г. Євсеєва. – Донецьк : ДонНТУ, 2012. – 455 с.

4. Методическое пособие по решению задач по теоретической электротехнике. Часть II. / Под общей редакцией А. В. Корощенко. – Донецк : ДонНТУ, 2008. – 237 с.

5. Улитин Г.М. Гончаров А.Н. Курс лекций по высшей математике. – Учебное пособие. – Донецк, ДонНТУ, 2011. – 351 с.

УДК 519.86: 378.147

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПІД ЧАС ДИПЛОМНОГО ПРОЕКТУВАННЯ СТУДЕНТІВ СПЕЦІАЛЬНОСТІ «ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ПРОЕКТУВАННЯ»

О. Ф. Тарасов , В.О. Паламарчук

Донбаська державна машинобудівна академія, м.Краматорськ, Україна

Анотація. *Досліджені особливості виконання факторного аналізу у предметній області технічного експерименту, що допомагає студентам при дипломному проектуванні краще розуміти закономірності виокремлення з множини характеристик досліджуваного об'єкту значущих факторів. Указані межі використання факторного аналізу для прогнозування їх кількості.*

І. Вступ Метою дипломного проектування студентів спеціальності 7,8.05010102 (кваліфікація «спеціаліст», «магістр»), як правило, є створення проекту програмно-методичного комплексу у різних галузях техніки та суспільного життя, а також використання його для проведення наукових досліджень.

В основу проектів з автоматизації обробки даних покладено відповідні математичні (статистичні) залежності. Важливою особливістю цих дипломних проектів та робіт є той факт, що їхньою предметною областю повинна бути область технічного експерименту, що відповідає статусу технічного вищого навчального закладу. Це можуть бути:

- прямі результати експерименту (для кореляційного, регресійного та дисперсійного аналізу);
- номенклатура устаткування (варіант - номенклатура виробів) машинобудівного підприємства для дискримінантного або кластерного аналізу.

Окремим випадком у цьому ряду є використання цієї предметної області у факторному аналізі. Відомий досвід застосування факторного аналізу для редукції даних і виявлення структури взаємозв'язків між змінними [1,2] стосуються, в першу чергу, політичних, соціально-економічних, соціологічних та психологічних досліджень.

ІІ. Постановка завдання. В роботі була поставлена задача дослідити особливості використання факторного аналізу у предметній області технічного експерименту. Дослідження цих особливостей студентами сприяє (з досвіду авторів [3]) кращому розумінню закономірностей виокремлення з множини характеристик досліджуваного об'єкту нових факторів (можливо спільних для кількох параметрів), більш адекватно відображаючих властивості об'єкту та знаходженню прихованих (латентних), але передбачуваних закономірностей, які визначаються впливом внутрішніх та зовнішніх причин на досліджуваний об'єкт.

III. Результати. Для аналізу було обрано результати експерименту з моделювання термінів служби передатних механізмів екскаваторів-драглайнів [4]. Ці результати були нормовані з метою переходу до безрозмірних величин (табл. 1) за формулою:

$$x_{i\ нор} = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}, \text{ де}$$

x_i - поточне значення відповідного параметра;

$\bar{x}$ - середнє значення цього параматра;

σ - середньо квадратичне відхилення цього параматра.

В таблиці 1 наведені нормовані числові значення таких параметрів: m – модуль, z - число зубів, HB – твердість, δ - величина граничного зносу (мм), t - середній строк служби (годин).

Для зручності роботи зі стандартними програмами статистичної обробки даних у таблиці 1 використані скорочені позначення: моднор, зубнор, Тв нор, Грнор та TermN.

Таблиця 1.

Масив даних (нормований)

Параметри				
6 моднор	7 зубнор	8 Тв Нор	9 ГрНор	10 **TermN**
-0,8809	1,725242	-0,91811	-0,84	-0,853
0,19206	-1,00099	1,285347	-0,66	-1,55359
0,19206	0,47709	-0,91811	-0,32	-0,6481
-0,8809	1,725242	-0,91811	-0,84	-0,46077
0,19206	-1,00099	1,285347	-0,66	-1,15663
0,19206	0,47709	-0,91811	-0,32	-0,53313
-1,09549	-0,90245	0,918105	-0,9	-0,03406
-1,09549	0,329282	-0,91811	-0,63	-0,82324
-0,66631	-1,00099	1,652589	0,09	0,653684
-0,66631	0,230744	-0,55086	-0,28	-0,27616
-0,23712	0,082936	-0,55086	-0,42	-0,65215
1,908798	1,758088	-0,18362	2,63	0,337876
-1,09549	0,674167	-0,91811	-0,9	-0,58791
-0,66631	-0,93529	1,285347	-0,5	1,265013
-0,66631	0,444244	-0,91811	-0,075	0,092397
1,050429	-1,09952	1,285347	1,95	1,051319
1,050429	-0,52472	-0,91811	1,07	0,321646
1,58691	-1,19806	0,550863	0,55	2,303732
1,58691	-0,26195	0,367242	0,97	1,553095

На першому етапі був проведений аналіз вкладу кожного з досліджуваних факторів у загальну дисперсію за методом головних компонент [2] (табл. 2).

Таблиця 2.

Аналіз компонент кумулятивної (накопиченої) дисперсії

Value	Eigenvalues (екскаваториNorm) Extraction: Principal components Eigenvalue	% Total variance	Cumulative Eigenvalue	Cumulative %
1	2,587362	51,74724	2,587362	51,7472
2	1,536264	30,72528	4,123626	82,4725
3	0,493105	9,86211	4,616732	92,3346
4	0,256687	5,13374	4,873418	97,4684
5	0,126582	2,53163	5,000000	100,0000

За критерієм Кайзера, згідно цієї таблиці, існує два фактори, дисперсія яких більша одиниці, але з досвіду відомо, що критерій Кайзера може безпідставно зменшити кількість суттєвих критеріїв. Тому був використаний також графічний критерій Кеттеля (рис. 1).

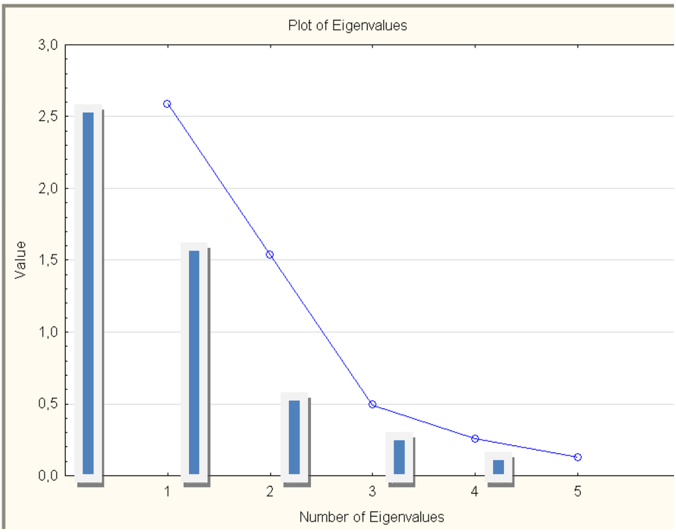


Рис. 1. Графік «каменистого осипу» - критерія Кеттеля

Кеттель запропонував знайти таке місце на графіку, де спадання власних значень зліва направо максимально уповільнюється. За критерієм Кеттеля суттєвими є три фактори. Очевидно, що паралельне використання декількох критеріїв зменшує ризик прийняття невірних рішень. Тому на другому етапі були обчислені так звані факторні навантаження (табл. 3), які розраховані для 4-х більш суттєвих факторів. Легко бачити, що три фактори з них мають навантаження більші, ніж 0,7, тобто є суттєвими [2].

Таблиця 3.

Факторні навантаження факторів задачі

Variable	Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4
	Factor Loadings (Varimax raw) (екскаваториNorm) Extraction: Principal components (Marked loadings are >,700000)			
моднор	0,946040	0,065127	0,178028	-0,175657
зубнор	-0,016970	-0,762952	-0,192308	0,600264
Тв Нор	0,086270	0,983276	0,124664	-0,009993
ГрНор	0,898154	0,058041	0,311294	0,195912
TermN	0,327530	0,188959	0,920770	-0,076837
Expl.Var	1,816678	1,592244	1,028939	0,435558
Prp.Totl	0,363336	0,318449	0,205788	0,087112

Інтерпретація закономірностей у таблицях факторних навантажень є складним процесом. Для аналізу була побудована таблиця факторних навантажень для виокремленої кількості (трьох) факторів (таблиця 4).

Таблиця 4.

Факторні навантаження суттєвих факторів задачі

Variable	Factor 1	Factor 2	Factor 3
	Factor Loadings (Varimax raw) (екскаваториNorm) Extraction: Principal components (Marked loadings are >,700000)		
моднор	0,934906	-0,118646	0,183741
зубнор	0,000884	0,921557	-0,201966
Тв Нор	0,112282	-0,930511	0,097864
ГрНор	0,911930	0,011248	0,297879
TermN	0,331726	-0,210608	0,917539
Expl.Var	1,828316	1,773677	1,014739
Prp.Totl	0,365663	0,354735	0,202948

Можна припустити, що параметри, які мають великі факторні навантаження для одного й того ж фактора, можна об’єднати у так званий критерій, який буде мати відповідний фізичний зміст. У попередніх дослідженнях [4] авторами не був проведений аналіз взаємозалежності факторів між собою і не зроблена оцінка ступеню впливу кожного з факторів на кінцевий результат, тому при побудові математичної моделі термінів служби передатних механізмів екскаваторів-драглайнів було розглянуто чотири фактори [4]. Цікаво відмітити, що один з чотирьох факторів має коефіцієнт входу у критеріальну залежність 0,001, тобто фактично його вплив на процес є мінімальним.

Відомо, що для побудови так званих критеріїв, у технічній галузі використовується теорія подібності та теорія розмірностей [3,6].

Тому факторний аналіз був також використаний для аналогічного дослідження результатів експерименту з оцінки стійкості штампів при пробивці отворів у листовому матеріалі [5]. Особливістю цього дослідження було попереднє використання згаданих теорії подібності та теорії розмірностей для побудови критеріального рівняння процесу. Виконавши таку ж послідовність обчислень, як і у наведеному вище випадку, отримали таблицю факторних навантажень суттєвих факторів цієї задачі (таблиця 5).

Таблиця 5.

Факторні навантаження суттєвих факторів задачі

	Factor Loadings (Varimax raw) (стійкість нормована) Extraction: Principal components (Marked loadings are >,700000)			
Variable	**Factor 1**	Factor 2	Factor 3	Factor 4
cirHop	0,023745	0,114417	0,984933	0,112517
ДНор	0,986839	0,001415	0,018538	0,129643
ЕСНор	0,986839	0,001415	0,018538	0,129643
ЗетНор	0,883772	-0,339494	0,013292	0,220239
ТПНор	-0,104007	0,938813	-0,014342	0,199534
ТМНор	-0,066778	0,948039	0,194086	-0,009616
ЗаусНор	0,277466	0,138974	0,130351	0,938167
Expl.Var	2,821584	1,927812	1,025824	1,014843
Prp.Totl	0,403083	0,275402	0,146546	0,144978

Не зупиняючись на фізичному змісті параметрів, відмітимо, що перший фактор у цій таблиці фактично відповідає за геометричні параметри процесу, другий – за комбінацію характеристик матеріалу пуансону та матриці, третій за відповідні характеристики матеріалу заготівки, і, насамкінець, четвертий фактор – за найважливіший критерій зносу пуансону – задирку на деталях, що отримуються з заготівок. Аналіз цієї задачі, виконаний методами теорії подібності та теорії розмірностей [3] показав, що ці традиційні методи виділення з множини характеристик нових факторів, відображаючих властивості об’єкту, дали майже аналогічні результати, які відрізняються тим, що три геометричні параметри не могли бути об'єднані у один критерій, що протирічило б теорії розмірностей. Тобто, метод факторного аналізу не дає можливості однозначної побудови безрозмірних критеріїв, які б відповідали фізичній сутності досліджуваного процесу.

IV. Висновки. Загальна методика факторного аналізу вивчається студентами у ході навчальних курсів «Сучасні математичні методи в інформаційних технологіях» та «Методологія наукових досліджень».

Важливість досліджень особливостей виконання факторного аналізу у предметній області технічного експерименту також обґрунтовується студентам під час консультацій до дипломного проектування. Даний підхід допомагає студентам зрозуміти, що:

1) метод факторного аналізу може бути використаний у предметній області технічного експерименту для аналізу впливу параметрів процесу на досліджуваний об'єкт з метою прогнозування кількості значущих факторів.

2) метод факторного аналізу не дає можливості побудови критеріїв, які б відповідали фізичній сутності досліджуваного процесу. Подальше перетворення параметрів процесу у відповідні критерії може бути виконана методами теорії подібності та теорії розмірностей [3, 6].

Література

1. Факторный, дискриминантный и кластерный анализ/Д.-О. Ким, Ч.У. Мюллер и др. М.: Финансы и статистика, 1989. – 215 с.

2. Статистичний аналіз даних з пакетом STATISTICA/ Т.І. Мамчич та ін. Дрогобич: Відродження, 2006. – 208 с.

3. Середа В.Г. Моделирование технологических процессов статистическими методами/ В.Г. Середа, В.А. Паламарчук, Я.Е. Пыц. Краматорск: ДГМА, 2010. – 84 с.

4. Крупко В.Г. Математичне моделювання термінів служби передатних механізмів екскаваторів-драглайнів/ В.Г. Крупко, В.О. Паламарчук, О.М. Стець // Materialy V miedzynarodowej naukovi-praktycznej konferencji "Nauka i inowacja-2009" Volume 13. Techniczne nauki. Przemysl: Nauka I studia. p. 34-37.

5. Максименко О.Л. Разработка математической модели стойкости штампов при пробивке отверстий в листовом материале / О.Л. Максименко, В.А. Паламарчук// Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. Краматорськ-Хмельницький, 2002. С. 459-461.

6. Тарасов А.Ф., Винников М.А. Определение рациональных параметров оборудования с использованием теории подобия //В сб. Совершенствование процессов и оборудования обработки давлением в металлургии и машиностроении – Краматорск, 2003. – С. 453-459.

УДК 517.9

СПЕЦИФИКА ИЗЛОЖЕНИЯ КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТАМ ГОРНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

А. А. Титов

ГВУЗ «Национальный горный университет», г. Днепропетровск, Украина

А. С.Гребёнкина

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина

Анотація. *Розглянуто питання викладення вищої математики на гірничих спеціальностях, окреслені основні проблеми роботи зі студентами – гірниками і можливі шляхи їх розв'язання.*

I. Введение. Уровень экономического развития государства во многом зависит от наличия полезных ископаемых и интенсивности их разработки. Горнодобывающая промышленность играет важную роль в экономике многих стран, в том числе, и Украины. Разработка месторождений полезных ископаемых требует современного технологического и технического обеспечения, что формирует постоянный спрос на высококвалифицированных специалистов.

Для успешной работы горный инженер должен обладать обширными знаниями и значительными практическими навыками. Среди многих умений и навыков специалист горного профиля, в частности, должен уметь:

- составлять математическую модель различных геотехнических и механических процессов;
- применять математические методы и алгоритмы для решения поставленной задачи;
- давать практическую интерпретацию полученного решения и конкретные рекомендации к деятельности.

В настоящее время в отечественных высших учебных заведениях специалисты – горняки готовятся по направлениям 050301 «Гірництво», 040103 «Геологія», 050303 «Переробка корисних копалин», 080101 «Геодезія та землеустрій». Важную роль в обучении студентов данных направлений подготовки играют фундаментальные дисциплины, которые предваряют изучение специальных курсов. Одна из фундаментальных дисциплин – высшая математика – основа подготовки инженеров. В результате изучения данного курса студенты

- горняки должны: 1) освоить методы и приемы математики, необходимые для усвоения ряда специальных дисциплин; 2) выработать навыки самостоятельного изучения отдельных разделов математики, которые потребуются в профессиональной деятельности.

Вопросом качественной математической подготовки студентов технических ВУЗов занимается ряд отечественных специалистов. Разработкой новых концепций и методов обучения математике занимаются Н. А. Бакшаев, А. А. Вербицкий, В. М. Игнатенко, О. М. Кондратьева, Л. И. Ничуговская, О. В. Хромченко и др. В то же время, в современной литературе практически отсутствуют работы, посвященные особенностям математической подготовки студентов горных специальностей. Хотя при работе со студентами – горняками возникают специфические сложности.

II. Постановка задания. Цель данной работы:

- указать некоторые характерные проблемы в обучении высшей математике студентов горных специальностей;
- предложить возможные пути решения названных проблем.

III. Результаты. Одной из главных проблем студентов горных факультетов является низкий уровень подготовки. На это есть ряд причин. Можно назвать объективно низкий уровень школьного образования, непрестижность горных специальностей в современном обществе, отсутствие привлекательных перспектив последующего трудоустройства. Абитуриенты выбирают горный факультет по остаточному принципу. Все это приводит к тому, что на горных специальностях обучаются студенты с крайне низким уровнем знаний. В частности, по математике этот уровень достигает критического состояния. Например, студенты не имеют представления о понятии функции, производной функции, не могут выполнить никаких расчетов без калькулятора, не имеют навыков аналитического решения задач. В результате, такие студенты просто не воспринимают и не усваивают курс высшей математики.

Решить данную проблему, на наш взгляд, можно изменив форму подачи учебного материала. Следует свести к минимуму доказательства и обоснования теоретических положений. Основное внимание нужно уделить решению практических заданий. Показав алгоритм решения конкретного типа задач, не надо требовать от студентов – горняков его обоснования. Достаточно отработать сам алгоритм. Можно, также, исключить из курса высшей математики, читаемого на горных специальностях, некоторые относительно сложные разделы (например, раздел «Аналитическая геометрия»). При современном уровне подготовки студентов такие разделы не могут быть поняты, а в практической деятельности горного инженера вряд ли пригодятся. Представляется более разумным уделить внимание тем разделам курса, которые впоследствии используются в специальных дисциплинах и могут быть восприняты большинством студентов.

Еще одна проблема математической подготовки на горных специальностях – это отсутствие мотивации к изучению курса высшей математики. Данную проблему можно объяснить не только низким уровнем общего образования студентов, но и несогласованностью учебных курсов. Высшая математика излагается на первом курсе вне связи с другими дисциплинами. Поэтому студенты не представляют ее значение в будущей профессиональной деятельности.

Данный негативный фактор можно нивелировать, включив в курс математики задачи профессиональной направленности. Разделяем мнение, что «при обучении инженеров математике невозможно должным образом организовать такую базовую деятельность студентов, как учебно-профессиональная. Для непосредственного моделирования профессиональной деятельности студенты владеют еще недостаточными знаниями» [1, с. 69]. Однако приводить в курсе математики несложные задания, связанные с решением задач горнодобывающей промышленности можно и нужно. Желательно продемонстрировать такие задачи во всех разделах курса, а не только в основных – дифференциальном и интегральном исчислениях. Опыт авторов, показывает, что такие задания значительно повышают мотивацию студентов к изучению математики. Как следствие, повышается качество усвоения соответственного учебного материала.

IV. Выводы. При обучении математике студентов – горняков следует учесть:

- недостаточность внутренней мотивации к обучению, самостоятельной работе;
- недостаток умений и навыков самостоятельно оперировать математическими понятиями, утверждениями;
- неподготовленность к восприятию больших объемов учебного материала.

К возможным путям решения указанных проблем можно отнести изложение курса высшей математики с акцентированием внимания на прикладном значении математических методов, решении профессионально ориентированных задач.

Литература

1. Кондратьєва О.М. Реалізація контексното навчання вищої математики за допомогою діалогової проблемної лекції. // Дидактика математики: проблеми і дослідження: між нар. зб. наук. робіт. – Донецьк: ДонНУ, 2012. – № 38. – с. 68-72.

УДК 571.926

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОНТПРИМЕРОВ И СОФИЗМОВ КАК МЕТОД АКТИВИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ.

Г. М. Улитин, А. В. Гладун

Донецкий национальный технический университет, г. Донецк, Украина

Анотація. *Розглянуто деякі питання активізації навчальної діяльності студентів підчас навчання вищої математики в технічному університеті. Звернено увагу викладачів на застосування контрприкладів і софізмів у навчанні курсу вищої математики. Наведені приклади, які можуть викликати інтерес у студентів.*

I. Вступление. Общеизвестно, что математика занимает важное место в воспитании научного и логического мышления инженера. При этом все методы обучения основаны на активизации резервных возможностей личности, на ее заинтересованности в учебном процессе. Это может достигаться различными способами, как например, применением игровых ситуаций, использованием мультимедийных средств, приложением математики в реальных задачах практики.

Все эти элементы стимулируют дополнительный интерес, проявляют чувства азарта, соревнования, интереса. Остановимся в частности, на примере использования контрпримеров и софизмов в учебном процессе при изучении высшей математики. Контпримеры и софизмы нарушают спокойное однообразное течение лекции, наполненной иллюстративными примерами. Они будоражат ум студентов, заставляя их по-новому взглянуть на то или иное понятие из высшей математики, глубже разобраться в нем. Это, естественно, способствует лучшему усвоению курса.

Контпримеры, опровергая ложные утверждения, имеют доказательную силу и поэтому активно используются в математике. В то же время они разбросаны по ее различным разделам и часто рассчитаны на серьезную математическую подготовку. Отдельными авторами предпринимались попытки собрать наиболее важные, по их мнению, контпримеры в одном пособии. Так, еще в середине прошлого века появилась книга “Контпримеры в анализе” американских математиков Б. Гелбаума и Дж. Олмстеда [1]. Среди современных авторов можно указать на Владимира Шибинского [2] и В. Босса [3]. Двенадцатый том лекций В. Босса по высшей математике посвящен контпримерам и парадоксам. Однако содержание этих пособий шире, чем современный курс высшей математики в техническом университете [1, 3] или рассчитано на студентов математических факультетов [2]. В то же время, существует потребность в отборе таких примеров, которые могли бы быть использованы в современном курсе высшей математики технических университетов, и были бы доступны для понимания среднего студента.

II. Постановка задания. На примере изучения курса высшей математики [4] рассмотрим контпримеры и софизмы, которые могут быть использованы при последовательном изучении разделов курса в техническом университете.

IV. Результаты. При изложении раздела «Линейная алгебра» целесообразно на контпримере показать, что в общем случае произведение матриц не обладает коммутативным свойством [4]. Сразу после изучения тем «Матрицы» и «Определители», или позже, для повторения этих тем, можно использовать софизм, который требует четкого разграничения свойств определителей и свойств матриц:

$$12 = 21 - 9 = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9 & 6 \\ 6 & 9 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot (9 - 4) = 15$$

.

Понятно, что в нем два свойства определителей перепутаны со свойствами матриц. Его решение позволяет обратить внимание на отличия операций с определителями от операций с матрицами.

При изложении раздела «Дифференциальное исчисление» остается за «кадром» такой факт. Всегда ли дифференцируемая функция имеет непрерывную производную? Здесь уместно привести пример непрерывной функции [3]

$$f(x)=\begin{cases} x+x^2\sin\dfrac{1}{x^2}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0, \end{cases}$$

для которой $f'(0)=1$ и $f'(x)=2x\sin\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{x}\cos\dfrac{1}{x^2}+1$ при $x\neq 0$. Таким образом, производная разрывна в точке $x=0$.

Часто у студентов из условия знака производной в определенной точке следует утверждение о монотонности функции в окрестности этой точки. Опять же из этого примера следует, что функция не является монотонной, так как ее производная принимает в любой окрестности точки значения разных знаков (сколь угодно большие!).

При изучении теорем игнорируются условия их применимости, а основное внимание обращается на заключительную часть формулировки или соответствующую формулу. Этот недостаток можно проиллюстрировать, например, на теореме Ролля, пояснив необходимость условий непрерывности, дифференцируемости и равенства значений функций на концах отрезка [5].

При изучении неопределенного интеграла можно привести следующий софизм [4]. Вычислим интеграл:

$$\int \sin 2x\,dx=-\frac{\cos 2x}{2}+C.$$

С другой стороны, используя замену, получаем:

$$\int \sin 2x\ dx=2\int \sin x\cos x\ dx=\begin{pmatrix} t=\sin x\\ dt=\cos x\ dx\end{pmatrix}=2\int t\ dt=$$

$$=t^2+C=\sin^2 x+C.$$

Сравнивая полученные результаты, приходим к равенству:

$$-\frac{\cos 2x}{2}=\sin^2 x.$$

Пример обращает внимание на то, что нельзя игнорировать произвольную постоянную C.

Для темы «Определенный интеграл» можно использовать хорошо известный софизм о длине диагонали квадрата. Рассмотрим квадрат со стороной равной единице и построим на диагонали квадрата ломанную, соединяющую две его вершины, звенья которой параллельны его сторонам. Нетрудно заметить, что длина этой линии не зависит от числа звеньев и равна 2. Теперь устремим число звеньев к бесконечности. В пределе мы получим «диагональ» квадрата, длина которой равна $\sqrt{2}$!? Приведен пример линии, не дифференцируемой в каждой точке и, следовательно, известная формула $\ell = \int_a^b \sqrt{1+\left(y'\right)^2}\ dx$ не применима. А действительная длина этой линии, сломанной в каждой точке, равна 2, что легко показать и непосредственно, вводя ΔS_i – длины звеньев и переходя к пределу.

В теории рядов мы сталкиваемся с диалектикой конечного и бесконечного. Ряд – это «сумма» бесконечного числа слагаемых, поэтому нельзя безоговорочно пользоваться законами коммутативности и ассоциативности, что может привести к неверным результатам. Разграничение рядов на абсолютно и условно сходящиеся позволяет устранить эти трудности. На следующем примере покажем, к чему приводит игнорирование этих понятий.

Обозначим через S сумму ряда [6]:

$$S = 1 - \frac{1}{2^p} + \frac{1}{3^p} - \frac{1}{4^p} + \cdots, \text{ где } p > 0.$$

Очевидно, что $S > 0$.

Представим сумму в виде:

$$S = 1 + \frac{1}{2^p} + \frac{1}{3^p} + \frac{1}{4^p} + \cdots - 2\left(\frac{1}{2^p} + \frac{1}{4^p} + \frac{1}{6^p} + \cdots\right) =$$

$$= \left(1 - \frac{1}{2^{p-1}}\right)\sigma \text{, где } \sigma = 1 + \frac{1}{2^p} + \frac{1}{3^p} + \cdots > 0 .$$

При $0 < p < 1$ получаем $S < 0$! При $p = 1$ $S = 0$! При $p > 1$ получаем верный результат, который, кстати, выражается через дзета-функцию Римана $\xi(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$. А при $0 < p < 1$ ряд является условно сходящимся и следовательно такие операции не допустимы.

При рассмотрении вопросов интегрирования уравнений с разделяющимися переменными и однородных уравнений полезно привести примеры на потерю решений и объяснить их происхождение [4].

IV. Выводы. Очевидно, все рассмотренные здесь примеры не исчерпывают широкой возможности использования контпримеров и софизмов в учебном процессе. Необходима дальнейшая работа по их отбору из существующих и по составлению новых примеров для курса высшей математики в техническом университете. Главный смысл такой работы в том, что они вызывают живой интерес у студентов, что позволяет более прочно усваивать учебный материал и стимулировать их логическое мышление.

Литература

1. Гелбаум Б., Олистед Дж. Контрпримеры в анализе. – М.: Мир, 1967. – 252 с.
2. Шибинский В.М. Примеры и контрпримеры в курсе математического анализа. − М.: Высшая школа, 2007. – 544 с.
3. Босс В. Лекции по математике. Т 12: Контрпримеры и парадоксы. Учебное пособие. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 216с.
4. Улитин Г.М. Гончаров А.Н. Курс лекций по высшей математике. – Учебное пособие. – Донецк, ДонНТУ, 2011. – 351 с.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука, т.1, 1969. – 606 с.
6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука, т.2, 1969. – 800 с.

УДК 517.31

ПРЕИМУЩЕСТВА РАЗРАБОТКИ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ СТУДЕНТАМИ ТЕМЫ «ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ» С ПОМОЩЬЮ ИКТ

Н.Ю. Улицкая

Донецкий национальный технический университет,
г. Донецк, Украина

Анотація. *Пропонується опис метода формування завдань для самостійного вивчення студентами теми «Визначений інтеграл» за допомогою ІКТ. Метод може впроваджуватися з метою підвищення ефективності засвоєння матеріалу студентами, а також для оптимізації і полегшення праці викладача.*

Задачей любого высшего учебного заведения является эффективная подготовка будущих специалистов. С каждым годом увеличиваются требования к компетентностям, которыми должен обладать молодой специалист. Успешность его карьеры напрямую зависит от качества тех знаний и умений, которые он получит, окончив учебу. Конкуренция на рынке престижных рабочих мест во многом заставляет студентов ВУЗов начинать заранее заботиться о своей карьере посредством успешности своей учебы.

Кроме обладания определенными знаниями по своей специальности, выпускник должен уметь анализировать новые получаемые им данные, связывать их с ранее приобретенными в процессе обучения, осваивать методики и технологии, относящиеся к изученной специальности. А также, желательно, чтобы специалист умел находить новые подходы, методы и решения в области своей профессиональной деятельности.

Вместе с тем, в последние годы, в подготовке студентов инженерных специальностей появились новые тенденции, частично связанные с присоединением Украины к Болонскому процессу. Изменилась программа по высшей математике в сторону уменьшения аудиторных часов. В этих условиях возникает необходимость поиска новых подходов к обучению, которые позволят максимально эффективно научить студентов в сравнительно короткие сроки. При этом желательно развить у обучающихся такие качества, как умение совершенствоваться, принимать нужные решения, уметь находить и пользоваться новыми источниками информации. Новые подходы необходимы и к организации такой формы обучения как самостоятельная работа студентов. Ей уделяется все больше внимания, в нашем ВУЗе в частности.

В связи с этим, к перечисленным условиям преподавания нужно адаптироваться не только студентам, но и преподавателям. Преподаватели должны обеспечить себя большим количеством методического материала, приспособленного к обучению, которое предполагает большое количество часов самостоятельной работы вне аудитории. При этом задания должны сопровождаться ответами. Задания должны быть различными по структуре: в виде расчетных работ, самостоятельных и контрольных работ, образцов решенных примеров по всем темам курса. Решенные задания должны содержать подробные объяснения решений и желательно должны быть максимально проиллюстрированы.

Также, задания должны быть такими, чтобы побуждать студентов использовать дополнительные источники информации, пробуждать творческую активность учащихся, внимательно анализировать поставленную задачу и искать пути ее решения несколькими способами. Таким образом, у студентов формируются навыки мыслить нестандартно, всегда находить выход из предложенной ситуации. Вследствие этого студенты приобретают уверенность при решении различных проблем, связанных с профессиональной деятельностью.

Для новых условий преподавания должны быть разработаны новые методы и усовершенствованы имеющиеся, включая и методы, использующие информационно-коммуникационные технологии (ИКТ). Проблему использования ИКТ в преподавании курса высшей математики в ВУЗах поднимали в своих работах следующие авторы: К. В. Власенко [4], М. И. Жалдак [5], В. И. Клочко [6], Т. Г. Крамаренко [7], С. А. Раков [8], С. О. Семериков [7], Г. М. Торбин [9]. Автором данной статьи был разработан метод компьютерной генерации заданий по различным разделам математики. Результатами разработки стали программы, которые составляют задания по некоторым разделам курса высшей математики.

Целью статьи является описание программы, формирующей примеры по теме «Определенный интеграл».

Раздел математического анализа «Определенный интеграл» изучается в каждом техническом ВУЗе студентами всех специальностей [1]. Этот раздел имеет огромное практическое применение. Вместе с тем, изучение этого материала представляет собой некоторые сложности. Во-первых, необходимо иметь навыки решения заданий по теме «Неопределенный интеграл». Во-вторых, при решении геометрических приложений определенного интеграла нужно уметь строить графики различных функций, в случае неправильного их построения вся задача будет решена неправильно. В-третьих, при решении задач, содержащих определенные интегралы, результат находится в несколько этапов, и в каждом из них можно допустить ошибку, а проверить правильность найденного ответа затруднительно. Поэтому задания по теме «Определенный интеграл» для самостоятельного решения должны быть сформированы с учетом всех особенностей изучения данного материала.

На данный момент существует множество учебников и сборников заданий по математическому анализу [2], однако, они не обеспечивают надлежащего количества заданий и, как правило, не содержат заданий с подробным решением.

Такие задания создаются программой, написанной автором этой статьи при помощи математического пакета «Maple» [3].

Задания формируются с учетом вышеописанных особенностей. Они разделены на несколько категорий, в зависимости от вида учебной деятельности:

- задания для самостоятельного решения в аудитории;
- задания для самостоятельного решения в качестве домашнего задания;
- задания для контрольных работ;
- задания в виде тестов;

- задания для самостоятельного обучения.

Задания для самостоятельного решения в аудитории выполняются студентами после актуализации знаний и решения подобных примеров в аудитории совместно с преподавателем. Так как процесс решения задания в аудитории предполагает совместное обсуждение преподавателя со студентами постановки задания и создание алгоритма решения поставленной задачи, то эти примеры формулируются наиболее простым способом, т. е. содержат кроме условия только ответ. Далее приведен пример такого задания:

$$\int_{-\frac{1}{3}}^{\frac{1}{3}} \frac{1}{9x^2+6x+5}dx = \frac{1}{24}\pi.$$

Задачи для самостоятельного решения в качестве домашнего задания совпадают по структуре с заданиями, решенными в аудитории, но в отличие от них содержат не только ответ, но и результаты промежуточных этапов решения. Хотя домой задаются примеры, подобные решенным совместно с преподавателем, часто их решение представляет собой некоторые трудности, поэтому промежуточные результаты выполнения задания помогут студентам придерживаться правильного пути решения. Далее приводится решенный выше пример, но теперь его решение содержит все этапы, вплоть до ответа.

$$\int_{-\frac{1}{3}}^{\frac{1}{3}} \frac{1}{9x^2+6x+5}dx = \int_{-\frac{1}{3}}^{\frac{1}{3}} \frac{1}{(3x+1)^2+4}dx = \frac{1}{6}\operatorname{arctan}\left(\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\right)\Bigg|_{-\frac{1}{3}}^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{24}\pi$$

Задания для контрольных работ составлены из примеров различных тем, могут содержать или не содержать ответы. Так как задания формируются автоматически, то сложность задач может легко варьироваться, в зависимости от уровня подготовки каждой конкретной группы на текущий момент. Такая мобильность создания заданий особенно актуальна при генерации большого количества вариантов, для обеспечения каждого студента в группе своим, уникальным вариантом контрольной работы.

Задания в виде тестов состоят из условия примера и нескольких вариантов ответов, один из которых правильный. К таким заданиям студенты привыкают еще во время учебы в школе, поэтому решение данного вида примеров является привычным и комфортным, особенно во время самостоятельной работы.

Задания для самостоятельной работы предназначены для разделов, время изучения которых сильно ограничено. Также эти задания могут применяться в случаях, когда подобные задачи не решаются в аудитории с преподавателем вообще. Так как предложенные образцы содержат подробное решение, ответ, а также чертежи, необходимые для выполнения задания, эти примеры могут служить инструкцией для выполнения подобных задач.

Пример 5:

Решая задания различных типов, студент самостоятельно принимает решение, на каком этапе ему можно перейти от одного вида примеров к другому. Т. е., если он находится на начальном этапе изучения темы, он может разобрать уже решенный пример и попытаться повторить его решение самостоятельно. Далее решать примеры, содержащие промежуточные результаты. Если учащийся уже достаточно уверенно решает задания, он может пользоваться примерами, содержащими условия и ответы. Поэтому в его распоряжении должно быть как можно больше различных заданий. Такое количество заданий легко обеспечить с помощью ранее описанной программы.

Таким образом, данный метод формирования заданий предоставляет преподавателям большое количество методического материала, скомпонованного по разным признакам, разного уровня сложности. Это позволяет максимально эффективно обучать студентов, делая упор на самостоятельную работу. Также, описанная программа очень облегчает труд преподавателя, особенно при проверке выполненных студентами различного вида работ. Результаты работы этой программы могут помочь в работе не только студентам, но и преподавателям.

Литература

1. Пак В. В., Носенко Ю. Л. Высшая математика. – Донецк : Сталкер. – 1997. – 558 с.
2. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М. : Наука. – 1969. – 440 с.
3. Дьяконов В. Maple 7 учебный курс. – Санкт-Петербург : Питер. – 2002. – 370 с.
4. Власенко К. В. Теоретические и методические аспекты преподавания высшей математики с применением информационных технологий в инженерной машиностроительной школе: монография / К. В. Власенко. – Донецк : Ноулідж, 2011. – 410 с.
5. Жалдак М. И. Математика с компьютером: Пособие для учителей / М. И. Жалдак, Ю. В. Горошко, Е. Ф. Винниченко. – К. : РННЦ «ДИНИТ», 2004. – 120 с.
6. Клочко В. И. Применение новых информационных технологий обучения при изучении курса высшей математики в техническом ВУЗе: Обуч. метод. пособие / В. И. Клочко. – Винница : ВДТУ, 1997. – 64 с.
7. Инновационные информационно-коммуникационные технологии обучения математике: учебное пособие / В. В. Корольский, Т. Г. Крамаренко, С. О. Семериков, С. В. Шокалюк; научный редактор академик АПН Украины, д. пед. н., проф. М. И. Жалдак. – Кривой Рог : Книжное издательство Киреевского, 2009. – 316 с.
8. Раков С. А. Математическое образование: компетентностный подход с использованием ИКТ : монография / С. А. Раков. – Харьков : «Факт», 2005. – 360 с.
9. Жильцов О. Б. Высшая математика с элементами информационных технологий: учебное пособие / О. Б. Жильцов, Г. М. Торбин. – К. : МАУП, 2002. – 408 с.

УДК 378.14:004.738.5

САМООРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ З МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН У WEB-ЗОРІЄНТОВАНІЙ МЕТОДИЧНІЙ СИСТЕМІ НАВЧАННЯ

Л. О. Флегантов

Полтавська державна аграрна академія,
м. Полтава, Україна

***Анотація**. Розглянуто актуальність і особливості організації самостійної навчальної роботи студентів (СРС) в сучасних умовах, сформульовано умови покращення ефективності СРС з математичних дисциплін за рахунок самоорганізації СРС. Наведено приклади використання математичних веб-сервісів для забезпечення умов самоорганізації СРС з основ лінійної алгебри і математичного аналізу.*

Вступ. Самостійна робота студентів (СРС) у сучасних умовах має вирішальне значення у професійній підготовці фахівців. Фактично, вона є основною формою навчальної роботи студентів. Номінально, СРС здійснюється під керівництвом викладача, але на практиці значна її частка виконується студентами цілком самостійно, на власний розсуд. Загалом, це явище позитивне, оскільки сприяє розкриттю аспектів особистості студента, як майбутнього фахівця, створюючи для нього комфортні умови навчання і відпочинку, надає можливість самостійно визначати вектори власного розвитку, виходячи з конкретних індивідуальних рис особистості.

Сьогодні в Україні питання ефективності СРС набуває ваги у зв’язку уведенням в дію Національного плану дій на 2013 рік щодо впровадження Програми економічних реформ на 2010–2014 роки «Заможне суспільство, конкурентоспроможна економіка, ефективна держава» [1]. Зокрема, пунктом 39.2 цього документу на грудень 2013 року передбачена «підготовка нормативно-правових актів щодо приведення у відповідність із європейськими стандартами норм навчального навантаження викладачів вищих навчальних закладів, збільшення показника кількості студентів на одного викладача до 18».

Постановка завдання. Наразі, перенесення більшої частини навчальної роботи на СРС у вищих навчальних закладах фактично вже відбулося. Відповідні зміни, чітко закріплені у навчальних планах дисциплін: на долю СРС припадає вивчення від 50% до 66% всього навчального матеріалу. Наступний логічний крок – перехід від СРС під керівництвом викладача до самоорганізації СРС, що означає відхід від провідної ролі викладача в організації СРС, як суб'єкта суворого регламентування, поетапного керівництва і контролю. Головним в цих умовах стає чітке визначення кінцевих цілей СРС, надання студентам можливостей і конкретних орієнтирів (критеріїв) їх досягнення. На цей час, питання самоорганізації СРС вирішуються (регламентуються) шляхом підготовки відповідної навчально-методичної літератури (традиційний підхід), використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні, запровадження методик комп'ютерно-орієнтованого навчання (сучасний підхід) [3].

Гіпотетично, самоорганізація СРС здатна подолати більшість негативних рис, притаманних традиційному підходу в цьому питанні, забезпечивши максимально індивідуалізований і диференційований підхід у навчанні до кожного студента, учня. При цьому, вирішального значення набувають відхід від формалізму у навчанні, вільний (у будь-який час і звідусіль) доступ до навчального матеріалу, мотивація, самомотивація, самоорганізація. В компетенції викладача залишаються визначення кінцевих цілей, критеріїв їх досягнення, надання можливості самоперевірки на всіх етапах СРС, зовнішня мотивація, обмеження у часі, стимулювання колективної навчальної роботи студентів (без участі викладача).

Результати. Самоорганізація СРС передбачає виконання ряду важливих умов, зокрема: можливість для кожного студента самостійно планувати свою навчальну роботу, ставити поточні цілі і завдання, обирати і реалізовувати персональну освітню траєкторію, що веде до визначеної освітньої мети, з урахуванням всіх аспектів його особистості, конкретних індивідуальних рис, мотивів і уподобань. Фактично, самоорганізація у навчанні – це максимально індивідуалізований і диференційований підхід, до якого можна провести аналогію з відомими з теорії масового обслуговування системами самообслуговування, надзвичайна ефективність яких доведена теоретично і практично.

Обов'язковою передумовою успішної самоорганізації СРС є відповідне матеріальне забезпечення інструментами і технологіями, максимально доступними та інтуїтивними у використанні – для самостійного пошуку, накопичення навчального матеріалу, його опрацювання (структурування, узагальнення, аналізу, обміну, колективного обговорення тощо). Такі інструменти на сьогодні вже існують у вигляді сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, веб-сервісів, систем дистанційного навчання, систем методичної підтримки навчальних дисциплін з доступом через Інтернет, хмарових технологій та ін. [2], широке використання яких властиве веб-зорієнтованій методичній системі навчання.

Розглянемо можливості самоорганізації СРС з розділу «Основи лінійної алгебри». Цей важливий розділ має підпорядковане значення у підготовці студентів нематематичних спеціальностей. Його успішне вивчення необхідне для вивчення багатьох інших розділів вищої математики. При вивченні даного розділу студенти самостійно опрацьовують великий обсяг теоретичного і практичного матеріалу. При цьому, звичайно неодноразово виникає потреба в індивідуальній консультації викладача, найчастіше, з приводу виконання певних математичних розрахунків. В сучасних умовах задовольнити всі такі запити проблематично, і не завжди доречно. Тому студенти повинні мати можливість і здатність у разі потреби самостійно звертатися до рекомендованих інформаційних джерел. Як варіант, можна рекомендувати скористатися послугами системи WolframAlpha (WA) – онлайнового процесора знань (англ. – computational knowledge engine) що має низку переваг порівняно з традиційними інформаційними джерелами з математичних дисциплін.

WA – загальнодоступний інтернет-додаток, що через web-інтерфейс реалізує, серед іншого, алгоритми символьних та чисельних розрахунків потужної системи комп'ютерної математики (СКМ) Mathematica. Система WA має простий web-інтерфейс подібний до пошукових систем Інтернету. Навколо WA шляхом самоорганізації інтенсивно формується веб-спільнота (наразі, перважно, в англомовному середовищі), діє потужна система інформаційної підтримки. Її головні риси: вільний доступ, доступність, гнучкість, мобільність, зручність у користуванні, інтуїтивний інтерфейс, можливість використання текстових запитів «природною» мовою, які інтелектуально обробляються системою тощо. Все це надає системі WA переваги порівняно з іншими відомими СКМ, робить її найбільш привабливою для використання, як допоміжний засіб навчання у СРС з математичних дисциплін.

Процедура виконання математичних розрахунків у системі WA інтуїтивна і полягає в наступному. Для початку роботи користувач повинен завантажити у браузері web-сторінку доступу до системи WA (wolframalpha.com). Система WA дозволяє виконувати дії з математичними об'єктами на запит користувача в режимі реального часу. Щоб створити уявлення про практичне використання системи WA, наведемо її основні запити, що можуть бути використані при виконанні СРС з основ лінійної алгебри [5].

Обчислення визначника (тут 4-го порядку):

det {{1,2,3,4,5},{0,2,3,4,5},{1,0,3,4,5},{1,2,0,4,5},{1,2,3,0,5}}

Відшукання оберненої матриці (розміру 4х4):

inverse {{1, -1, 2, 1}, {-2, 1, -3, 0}, {3, -1, -2, 3}, {1, 2,- 1,- 3}}

Знаходження рангу матриці:

matrix rank {{1, -1, 2, 1}, {-2, 1, -3, 0}, {3, -1, -2, 3}}

Транспонування матриці:

transpose {{1,2,3,4}, {5,6,7,8}, {9,10,11,12}}

Додавання та віднімання матриць:

{{a,b,c},{d,e,f}}+{{g,h,i},{j,k,l}}} або {{a,b,c},{d,e,f}} plus {{g,h,i},{j,k,l}}}

{{a,b,c},{d,e,f}}-{{g,h,i},{j,k,l}}}; {{a,b,c},{d,e,f}} minus {{g,h,i},{j,k,l}}}

Множення матриць:

{{1,2,3},{4,5,6}}.{{7,8},{9,10},{11,12}}

Піднесення матриці до степеня (матриця розміру 3х3 підноситься до 3-го степеня):

matrixpower({{1,2,3},{4,5,6},{7,8,9}},3).

Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР):

solve x+y+z-u=1, 2x+y+z-2u=1, x+y+2z+u=1, x+y+2z+4u=2

Матричний спосіб розв'язування СЛАР:

LinearSolve[{{1, 1, 1, -1}, {2, 1, 1, -2}, {1, 1, 2, 1}, {1, 1, 2, 4}}, {1, 1, 1, 2}]

Для виконання цих дій необхідно увести в пошукове поле системи відповідний запит, що складається з ключового слова (фрази), що означає певну математичну дію, і математичного виразу у Basic-подібній нотації, до якого необхідно застосувати дану дію. У відповідь система виводить не лише кінцевий результат розрахунків, але, у більшості випадків, дозволяє також переглянути й усі проміжні дії і результати. Цим студент може скористатися на власний розсуд у будь-який зручний для себе час, і таким чином одержати термінову консультацію з практичних питань, або здійснити оперативну самоперевірку самостійно виконаного ним розрахункового завдання. Дану можливість ми рекомендуємо студентам першого курсу очної і заочної форми навчання, як допоміжний засіб з метою самоперевірки при виконанні індивідуальних завдань і розрахункових робіт з основ лінійної алгебри і аналатичної геометрії, а також інших, пов'язаних з ними розділів вищої математики. В результаті відмічається помітне підвищення кількісних і якісних показників успішності, зростання рівня самостійності, впевненості, зацікавленості предметом.

Використання системи WA у СРС виявляється корисним не тільки для вирішення основних елементарних завдань з усіх розділів вищої математики. Система також надає корисну навчальну інформацію з більш складних математичних проблем. Прикладом може служити розклад (декомпозиція) матриць – досить трудомістке і витратне за часом завдання, що виникає при розв'язуванні багатьох математичних задач, а саме: при розв'язанні систем лінійних алгебраїчних рівнянь, оберненні матриць, обчисленні визначників, відшуканні власних значень і власних векторів матриць, обчисленні аналітичних функцій від матриць, використанні метода найменших квадратів, чисельному розв'язуванні диференціальних рівнянь та ін. [4]. З погляду методики навчання, в усіх цих випадках декомпозиція матриць є суто технічною процедурою, що не має відношення до суті головної проблеми, а тому лише відволікає від неї.

Залежно від задачі, використовуються різні види декомпозиції матриць. WA легко порається з більшістю з них, зокрема це LU-розлад, PLU-розклад, QR-розклад, розклад Холецького, а також сингулярний розклад для матриць, до яких тільки можна застосувати дані види розкладу. Так, LU-декомпозицію матриці {{7,3,-11},{-6,7,10},{-

11,2,-2}} система WA виводить на запит виду: LU decomposition{{7,3,-11},{-6,7,10},{-11,2,-2}}, або, більш компактно, LUD{{7,3,-11},{-6,7,10},{-11,2,-2}}; аналогично працює також запит LU factorisation{{7,3,-11},{-6,7,10},{-11,2,-2}}. Алгоритми інших відомих у математиці розкладів матриць, зокрема таких, як спектральний розклад, полярний розклад (застосовується, зокрема, у функціональному аналізі), у системі WA ще не реалізовані.

Приклади виконання подібних розрахунків можна навести з усіх розділів математики. Зокрема, нами апробовано використання системи WA при виконанні СРС з основ математичного аналізу на прикладі самостійного опрацювання загальної схеми дослідження функції студентами першого курсу інженерно-технологічного факультету [6]. І в цьому випадку результати свідчать про високу ефективність даного підходу. Реалізація алгоритму загальної схеми дослідження функції засобами web-сервісу WA дозволила більшості студентів самостійно навчитися швидко і безпомилково вивчати властивості доволі складних для дослідження функцій, зосереджуючись при цьому не на рутинних обчисленнях, а на практичному застосуванні теоретичних положень і змістовній інтерпретації одержаних результатів.

Висновки. В сучасних умовах СРС має вирішальне значення у професійній підготовці фахівців. Самоорганізація СРС, як напрямок підвищення ефективності СРС, передбачає можливість для кожного студента самостійно обирати і реалізовувати персональну освітню траєкторію, що веде його до визначеної освітньої мети, з урахуванням всіх аспектів особистості, конкретних індивідуальних рис, мотивів і уподобань, завдяки чому реалізується максимально індивідуалізований підхід у навчанні.

СРС у формі самонавчання в умовах інформаційного суспільства виявляється більш ефективною, ніж традиційна СРС під керівництвом викладача. В сучасних умовах вона спирається на використання сучасних інформаційних технологій та інформаційне забезпечення, що надає мережа Інтернет. Наявність допоміжних інструментів, як онлайновий процесор знань WA та інші, надає підґрунтя для ефективної самоорганізації СРС з математичних дисциплін, дозволяючи студентам у будь-який зручний для них час одержувати консультацію щодо виконання практичних завдань. За рахунок автоматичного виконання значної частки суто технічної роботи, вивільняється додатковий навчальний час, з’являються можливості для теоретичних узагальнень, змістовної інтерпретації одержаних результатів, обговорення їх можливого практичного використання у предметній галузі за напрямком фахової підготовки.

Самоорганізація СРС сприяє всебічному розвитку студентів, виникненню в них зацікавленості, внаслідок чого створюється творча дослідницька атмосфера, з’являється впевненість у власних силах, долається психологічний бар’єр «неспроможності» до вивчення математики. Її рушійна сила – не примус до формального виконання певної обмеженої кількості обов’язкових завдань, а самостійне, свідоме, творче виконання достатньої кількості завдань до повного засвоєння теоретичного і практичного матеріалу. Внаслідок цього, створюється підґрунтя і умови для більш ефективного вивчення математичних дисциплін, наближення математичних знань студентів до предметної галузі їх майбутньої фахової діяльності. Результати такої СРС виявляються помітно вищими, ніж результати традиційної СРС під керівництвом викладача.

Потенціал самоорганізації навчальної роботи підтверджується новаторськими експериментами індійського педагога-дослідника Сугата Мітра (Sugata Mitra), проведені ним у період з 2006 по 2012 рік у віддалених сільських районах Індії. Метою експериментів було з’ясувати чи можливе цілком самостійне навчання учнів новому і досить складному навчальному матеріалу без жодної попередньої підготовки і допомоги з боку викладача. Результатом є висновок про те, що за однаковий період часу рівень навчальних досягнень учнів, що навчаються поза школою цілком самостійно, виявляється помітно вищім, ніж у тих, хто навчається під керівництвом кваліфікованих викладачів у престижній школі у великому місті [7]. Ключові моменти методики: відхід від формалізму у навчанні, забезпечення вільного доступу до навчального матеріалу (через комп’ютер з доступом до мережі Інтернет), зовнішня мотивація, самомотивація, самоорганізація.

Можна припустити, що дана методика ефективна лише для певної вікової категорії і у певному середовищі, так само, як і те, що висновок про високу ефективність самостійного навчання в умовах інформаційного суспільства є проявом загальної закономірності. Тому подальші дослідження у даному напрямку є перспективними.

Література

1. Національний план дій на 2013 рік щодо впровадження Програми економічних реформ на 2010–2014 роки «Заможне суспільство, конкурентоспроможна економіка, ефективна держава» (Затверджено Указом Президента України від 12 березня 2013 року №128/2013) [Електронний ресурс] URL: http://www.president.gov.ua/docs/128d.pdf
2. Сейдаметова З. С. Облачные технологии и образование / З. С. Сейдаметова, Э. И. Аблялимова, Л. М. Меджитова, С. Н. Сейтвелиева, В. А. Темненко: под общ ред. З. С. Сейдаметовой. – Симферополь: «ДАЙПИ», 2012. – 204 с.
3. Триус Ю. В. Комп’ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 – теорія і методика навчання інформатики / Ю. В. Триус; Черкаський нац. ун-т ім. Богдана Хмельницького. – Черкаси, 2005. – 649 с.
4. Флегантов Л. О. Самостійна робота студентів з використанням системи WolframAlpha при навчанні математичних дисциплін у web-зорієнтованій методичній системі навчання / Л. О. Флегантов // Materialy VII Miedzunarodnowej naukowi-praktycznej konferencji «Wyksztalcenie I nauka bez granic – 2011» (07 – 15 grudnia 2011 rocu). Volume 17. Pedagogiczne nauki. – Przemysl: «Nauka i studia», 2011. – 112 str. – S. 9-12.
5. Флегантов Л. О. Використання послуг web-сервісу WolframAlpha у самостійній роботі студентів з основ лінійної алгебри / Л. О. Флегантов // Матеріали 14-ої Міжнародної наукової конференції ім. акад. М. Кравчука, що присвячена 120-річчю з дня народження Михайла Кравчука (19-21 квітня 2012 р.). – К.: Вид-во НТУ України «КПІ», 2012.
6. Флегантов Л. О. Дослідження функцій однієї змінної з використанням web-сервісу WolframAlpha / Л. О. Флегантов // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: збірник наукових праць. Випуск X: в 3-х томах. – Кривий Ріг: НМетАУ, 2012. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – 326 с. – С. 280-287.
7. Школа в Облаках - таким будет обучение в будущем // Web in Learning [електронний ресурс] – Режим доступу: http://web-in-learning.blogspot.com/2013/04/blog-post_21.html – Заголовок з екрану.

УДК 372.851

ЕСТЕТИЧНА СКЛАДОВА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ПІДГОТОВЦІ МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ

К. Ю. Чудіна

Донбаська національна академія будівництва і архітектури, м. Макіївка, Україна

Анотація. *В статті розглядається проблема естетичного виховання майбутніх інженерів, зокрема засобами математичного навчання, та визначаються основні форми організації математичного навчання, значущі для естетичного виховання майбутніх інженерів.*

Вступ. Інженер завжди був представником творчої інтелігенції, тобто інтелектуальної еліти суспільства. Естетичному вихованню інженерів ще з часів Петра I приділялась значна увага. Наприклад, до революції 1917 р. у російських вищих навчальних закладах естетика викладалась інженерам у значному обсязі. Майбутні інженери вивчали літературу, основи віршування, отримували музичну і танцювальну підготовку. У радянські часи майбутні інженери вивчали курс марксистко-ленінської естетики. Наразі навчальна програма інженерів не включає в себе курс естетики, і естетичному вихованню майбутніх інженерів не приділяється належна увага.

Постановка завдання. Нам би хотілося дослідити можливості естетичного виховання інженерів засобами навчально-виховного процесу, зокрема засобами математичного навчання.

Результати. Багато вчених відзначали естетичну цінність математики як науки. Аристотель вважав, що математика виявляє порядок, симетрію і визначеність, які є найважливішими видами прекрасного. Н. Жуковський писав, що в математиці є своя краса, як у живопису і поезії. Отже, завдання педагогів при викладанні математики – акцентувати увагу студентів на красі і стрункості математичного апарату. В. Пісарева виділяє такі прояви краси у математиці: гармонію чисел, геометричних форм, алгебраїчних структур; геометричну виразність; стрункість математичних формул; можливість рішення математичних задач різними, до того ж, нестандартними, способами; витонченість математичних доказів; багатство математичних застосувань; універсальність математичних методів [3].

Зупинимося на формах організації математичного навчання, значущих для естетичного виховання інженерів. По-перше, це можуть бути цікаві математичні факти (красиві графіки і формули тощо). Наприклад, цікавими для студентів зазвичай є алгебраїчні формули, отримані Рамануджаном [2], або незвичайні графіки функцій у полярній системі координат тощо. Такі та інші математичні факти дозволяють наочно побачити красу математики та формують естетичне відношення до наукових знань.

По-друге, однією з форм організації математичного навчання, значущих для естетичного виховання інженерів, є професійно-орієнтовані задачі. Згідно з О. Бочкарьовою, професійно-орієнтована задача – це модель професійної ситуації, в якій за відомими характеристиками професійного об'єкту чи явища треба знайти інші її характеристики чи властивості [1]. Отже, професійно-орієнтована математична задача – це модель певної ситуації, що виникає у професійній діяльності інженера-будівельника, і вирішення цієї ситуації засобами природничо-наукового навчання. Професійно-орієнтована задача надає змогу не тільки оцінити естетичну складову математичної задачі, але і підсилює у студентів інтерес до спеціальних дисциплін і формує ціннісне відношення до обраної професії.

По-третє, значущою для естетичного виховання інженерів є самостійна робота студентів, спрямована на підготовку рефератів. Це можуть бути реферати естетичної спрямованості, наприклад, за такими темами: «Золотий переріз і числа Фібоначчі», «Світ симетрії» тощо. Вони надають змогу студентам самім знайти цікаві з естетичного погляду факти, виховують навички самостійної роботи, дозволяють поглянути на математику не тільки як на суху науку, але і оцінити її красу.

Четвертою формою організації математичного навчання, значущою для естетичного виховання майбутніх інженерів, є технічне моделювання. Можна надати студентам завдання виготовити моделі правильних багатогранників (з паперу чи картону) чи більш складні моделі. Цей вид роботи студентів, на нашу думку, є важливим, оскільки згідно з проведеним нами опитуванням, більшість студентів зовсім не цікавиться технічною чи декоративно-прикладною творчістю, хоча технічна творчість є невід'ємною складовою майбутньої професійної діяльності інженера. Моделювання підвищує інтерес студентів до прикладної творчості та надає можливостей естетичної оцінки результатів своєї праці та праці інших студентів.

Висновки. Отже, при організації математичного навчання у майбутніх інженерів потрібно робити акцент на красі і стрункості математики як науки, оскільки це впливає на формування особистості майбутнього фахівця, зокрема сприяє здатності майбутнього інженера сприймати прекрасне у подальшій професійній діяльності. Ми підкреслюємо значущість естетичної складової математичного навчання, оскільки сучасний інженер-будівельник – це не тільки фахівець з певною базою спеціальних знань, але і представник творчої інтелігенції, тобто людина з широким світоглядом, здатна сприймати і створювати прекрасне у своїй професійній діяльності.

Література

1. Бочкарева О.В. Прикладные задачи как средство формирования профессионального мышления инженера-строителя. // Вестник молодых ученых: Межвузовский сборник научных трудов. – Пенза: ПГПУ, 2005. – С.115.
2. Левин В. И. Рамануджан – математический гений Индии. — М.: Знание, 1968. – 48 с.
3. Писарева В.С. Красота математики и эстетический потенциал математических задач в школе. Тези доповідей наукової конференції студентів математичного факультету: Зб. наук. та наук.-метод. праць // Донецьк: ДонНУ, 2010. - 107 с.

УДК 378.147

ВИКОРИСТАННЯ ДІЛОВИХ ІГОР ПІД ЧАС ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ ДЛЯ СТУДЕНТІВ ТЕХНІЧНИХ НАПРЯМІВ ПІДГОТОВКИ

О. О. Чумак

Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ, Україна

Анотація. *Пропонується методика застосування ділової гри під час проведення практичних занять з теорії ймовірностей та випадкових процесів для студентів технічних спеціальностей з метою закріплення отриманих знань, умінь і навичок студентів з модуля та підвищення їхньої мотивації до майбутньої професійної діяльності.*

Вступ. Підготовка сучасного кваліфікованого інженера, який здатен орієнтуватись в потоці наукової й технічної інформації та швидко розв'язувати професійні завдання, вимагає підвищення якості його математичної освіти під час навчання у вищому навчальному закладі (ВНЗ). Це зумовлює необхідність створення сприятливих умов для розвитку творчої особистості студента під час його навчання математичним дисциплінам, зокрема теорії ймовірностей та випадкових процесів (ТЙ та ВП). Формування такої особистості можливе шляхом активізації навчального процесу, а саме через залучення активних форм і методів навчання, серед яких особливої уваги заслуговують ділові ігри.

Проблемам застосування активних форм навчання у ВНЗ присвячені роботи таких науковців як, В. А. Петрук [1], І. Ф. Полєщук [2], Л. В. Тополя [3], І. В. Хом'юк [4], П. М. Щербань [5] тощо. В роботах цих вчених висвітлюються переваги доповнення традиційних форм навчання активними, та відзначається їхній позитивний вплив на якість навчання. Проте, в дослідженнях здебільшого увага приділяється навчальним дисциплінам економічного змісту, а методичних розробок щодо застосування ігрових форм навчання математичним дисциплінам студентів технічних спеціальностей існує недостатньо.

Постановка завдання. Тому, метою даної розвідки, є розгляд ділової гри, що може бути запропонована студентам технічних спеціальностей під час навчання ТЙ та ВП.

Результати. На основі проведеного аналізу психолого-педагогічної [1, 2, 3] літератури під *діловою грою в процесі навчання ТЙ та ВП студентів інженерних спеціальностей* ми будемо розуміти імітацію професійної діяльності інженера через створення ситуацій, що вимагають дослідження інженерних процесів під впливом випадкових факторів.

Характеризуючи переваги використання ділових ігор на практичних заняттях з математичних дисциплін, В.А. Петрук [1] відзначає їх доцільність саме під час навчання теорії ймовірностей та математичної статистики. Крім того, І.Ф. Полєщук [2] наголошує, що, порівняно з традиційними методами, разом із підвищенням рівня знань майбутніх спеціалістів методи активного навчання економлять навчальний час.

Наведемо приклад ділової гри, що пропонується нами для узагальнення та систематизації знань і вмінь студентів з модуля «Теорія ймовірностей».

Цілі і завдання ділової гри:

❖ закріплення отриманих знань, умінь і навичок з теорії ймовірностей;

❖ показ зв'язку між теорією ймовірності та спеціальними дисциплінами, формування інтересу до обраної спеціальності;

❖ розвиток вміння керувати і підпорядковуватися, формування відчуття відповідальності перед членами колективу, виховання об'єктивності під час оцінки роботи підлеглих.

Час проведення: 1 пара.

Учасники: викладач та група студентів (15-20 осіб).

Реквізити: картки із професійно орієнтованими завданнями.

Хід гри складається з трьох етапів.

Підготовчий етап: за тиждень до проведення гри студенти розподіляються за ролями: рада експертів (викладач і 2 студенти), начальник відділу (студент), провідні інженери (3 студенти), інженери групи (9-14 студентів). Студенти з ради експертів і студент – начальник відділу отримують завдання для гри та готують до них інформаційну підтримку та евристичні підказки. Схему взаємодії студентів за ролями зображено на рисунку 1.

Основний етап: начальник відділу, отримавши завдання для гри, розподіляє їх між провідними інженерами двох бюро: бюро технічного контролю якості (БТК) і бюро з ремонту обладнання (БРО) та встановлює термін для їх виконання. Інженерам груп відповідних бюро під керівництвом провідного інженера необхідно побудувати ймовірнісно-стохастичні моделі до завдань, після чого ці моделі направляються в бюро інформаційних технологій (БІТ) для обробки за допомогою програмних засобів. Усі отримані результати повертаються до начальника відділу, який аналізує побудовані моделі та їх розв'язання і доповідає перед радою експертів. У ході гри всі інженери мають можливість отримувати консультації у раді експертів та в начальника відділу у вигляді інформаційної підтримки та евристичних підказок.

Заключний етап: рада експертів підводить підсумки, враховуючи встановлений термін та правильність отриманих розв'язків.

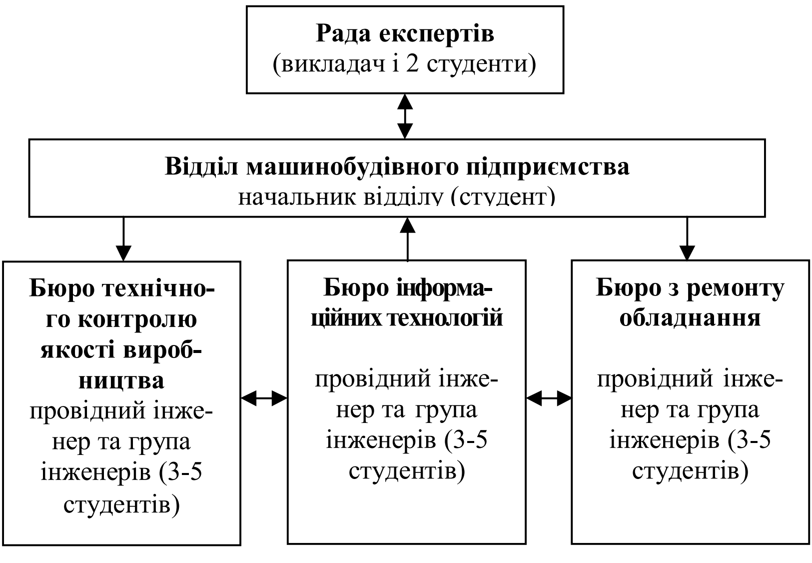


Рис. 1 Схема взаємодії студентів за ролями

Наведемо, приклади професійно орієнтованих завдань, що можуть бути запропоновані відділу під час гри.

Завдання для бюро технічного контролю якості виробництва

Завдання 1. ВТК проводить контроль виготовлених приладів. Кількість приладів, що мають дефект складає 15%. Під час перевірки наявність дефекту виявляється з ймовірністю 0,9. Крім того, з ймовірністю 0,05 справний прилад може бути помилково признаний дефектним. При виявленні дефекту прилади бракуються. Побудуйте ймовірнісно-стохастичну модель для знаходження ймовірності того, що забракований прилад має дефект.

Завдання 2. У партії з 30 виробів знаходиться 8 нестандартних. Із партії навмання обирають 3 вироби. Побудуйте ймовірнісно-стохастичні моделі: а) для знаходження ряду розподілу ДВВ X – кількості стандартних виробів у відібраних; б) для знаходження її математичного сподівання і середнього квадратичного відхилення; в) для знаходження функції розподілу $F(x)$, та побудови її графіку.

Завдання для бюро з ремонту обладнання

Завдання 3. Ймовірність того, що прилад на протязі гарантійного терміну не буде вимагати ремонту складає: для першого приладу 0,7, для другого – 0,8, для третього – 0,9. Побудуйте ймовірнісно-стохастичну модель для знаходження ймовірності того, що на протязі гарантійного терміну тільки два прилади не будуть вимагати ремонту.

Завдання 4. Три прилади випробовують на надійність. Ймовірність того, що навмання взятий прилад витримає режим випробування, дорівнює 0,9. Побудуйте ймовірнісно-стохастичні моделі для знаходження: а) закону (матриці) розподілу системи $(X;Y)$, якщо X – кількість приладів, що пройшли випробування, Y – кількість приладів, що не пройшли випробування. б) рядів розподілу складових X та Y; в) математичного сподівання та середнього квадратичного відхилення складових X та Y; г) тісноти залежності складових X та Y.

Таким чином, схематично діяльність інженерів бюро зображено на рис. 2.

Таким чином, в процесі ділової гри усі її учасники знаходяться в умовах, відмінних від традиційного навчання. Вони вступають у реальні стосунки з іншими гравцями, демонструють не тільки свої знання і вміння з дисципліни, а й проявляють якості особистості. Як відзначає В.А Петрук [1], такі заняття виступають в даному випадку, як засіб виховання студентів, причому такий, що уможливлює розвиток у кожного учасника професійно важливих якостей.

Начальник відділу

Завдання для БТК або БРО

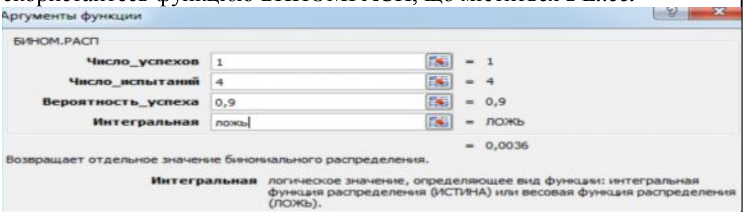
Ймовірність безвідмовної роботи кожного із 4 верстатів протягом деякого терміну дорівнює 0,9. Побудуйте ймовірнісну модель для знаходження ряду розподілу ДВВ – кількості верстатів, що працюватимуть безвідмовно протягом даного терміну

Евристична підказка: переформулюйте умову завдання:
На шляху автомобіля 4 світлофори, кожний з яких із ймовірністю 0,5 дозволяє або забороняє рух. Складіть ряд розподілу кількості світлофорів, що автомобіль промине без зупинки.

Ймовірнісно-стохастична модель: біноміальний ряд розподілу ДВВ X набуває значень від 0 до 4 із ймовірністю, що визначається за формулою Бернуллі $P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$, де $p = 0{,}9$

Завдання для БІТ

Інформаційна підтримка:
скористайтесь функцією БИНОМРАСП, що міститься в *Excel*



Результат: ряд розподілу ДВВ X має вигляд:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	1E-04	0,0036	0,0486	0,2916	0,6561

Аналіз результату начальником відділу:

найімовірнішою є безвідмовна робота усіх 4 верстатів, її ймовірність дорівнює 0,6561

Рис.2 Схема діяльності інженерів за орієнтовним сценарієм гри

Оскільки вони сприяють виникненню таких відносин, що організовують трудове співробітництво, настроюють учасників на спільне розв'язання проблем, що виникають, насичують спілкування морально-психологічним змістом. В процесі цього спілкування формуються такі якості особистості, як свідомість, дисциплінованість, вміння працювати з людьми, самокритичність, самостійність, ініціативність.

Висновки. Отже, доповнення традиційних форм навчання ТЙ та ВП активними, зокрема залучення ділових ігор, уможливлює формування інтелектуальної, морально-естетичної та соціальної сфер особистості майбутнього фахівця, дає змогу досягти високої активності студентів та підвищити рівень їхньої самостійної підготовки. У зв'язку з цим, нами передбачається розробка методичних рекомендацій до проведення серії практичних занять із застосуванням ділової гри.

Література

1. Петрук В.А. Вища математика з прикладними задачами для ігрових занять. Навчальний посібник / В.А. Петрук. – Вінниця : УНІВЕРСУМ - Вінниця, 2006. – 131 с.
2. Полєщук І.Ф. Ігрові заняття як засіб формування професійної спрямованості студентів при вивченні економічного аналізу / І.Ф. Полєщук // Наукові записки Вінницького держ. пед. ун-ту ім. М. Коцюбинського. – Вінниця, 2003. - Вип. 8. – С. 116 - 121.
3. Тополя Л.В. Активні форми навчання у вищій школі / Л. В. Тополя // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наукових робіт. – Донецьк , 2006. – Вип. 26. – С. 65 – 69.
4. Хом'юк І.В. Про формування професійної спрямованості студентів технічних ВНЗ у процесі вивчення теорії ймовірностей / І.В. Хом'юк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – Вінниця, 2004. – № 3. – С.85 – 89.
5. Щербань П.М. Навчально-педагогічні ігри у вищих навчальних закладах: Навч. посібник / П.М. Щербань. – К.: Вища шк.

ULTRAFAST ALL-OPTICAL MAGNETIZATION REVERSAL IN GDFECO FILMS AROUND PLASMONIC NANOSTRUCTURES

Kochergin, S. Cherepov, R. Schwartz, L. Neely, K. Flanagan, I.N. Krivorotov, E.V. Kochergin, K.L. Wang

MicroXact Inc. Blacburg, USA

We report theoretical and experimental investigation of the ultrafast all-optical magnetization reversal in plasmonic nanostructures. It is theoretically shown that plasmonic nanostructures provide not only the magnetization reversal at significantly reduced fluencies due to local electromagnetic field enhancement, but also alters temporal dynamics of the process and may alter significantly the magnetization end state. Model predictions are verified by experimental demonstration of ultrafast all-optical magnetization reversal in GdFeCo alloy around plasmonic nanostructures.

It has recently been experimentally demonstrated that reproducible and controllable all-optical magnetization reversal in GdFeCo films can be achieved with a single ultrafast (from 40fs to 3ps) femtosecond laser pulse. While the microscopic origin of the effect is still unclear, the effect is believed to be caused by a combination of light-induced quasi-static magnetic field, with dynamic thermal effects due to laser heating. This finding reveals great potential for ultrafast data storage through magnetic switching without the aid of an external magnetic field. It was further recently predicted that utilization of plasmonic nanostructures may provide the way to achieve fast all-optical magnetization switching with smaller/cheaper laser sources with longer pulse durations. We will present the simulations of temporal dynamics of magnetization reversal around plasmonic nanostructures with the combination of Landau Lifshitz Bloch and finite element modeling. Our modeling results predict that plasmonic nanostructures can significantly alter all-optical magnetization switching process and may help achieve a number of technologically important effects that cannot be achieved otherwise. Results of experimental studies of optical magnetization reversal in GdFeCo films around plasmonic nanostructures are also provided, verifying theoretical predictions.

УДК 536.423

PREDICTION OF THERMOPHYSICAL PROPERTIES OF SYSTEMS WITH FOUR-PARAMETER OSCILLATING INTERACTION POTENTIAL

I.K. Loktionov, K.I. Loktionov
Donetsk National Technical University,
Donetsk, Ukraine

Анотація. *У рамках методу Гіббса виконано дослідження рівноважних термодинамічних властивостей простої рідині з чотирьохпараметричним осцилюючим потенціалом взаємодії часток. Обчислення параметрів потенціалу зведене до однопараметричного завдання. Потенціал взаємодії часток і характеристики речовини представлені у вигляді асимптотично точних функцій від одного варійованого параметра. Оптимальне значення цього параметра знайдене з урахуванням узгодження результатів теоретичних розрахунків з окремими експериментальними даними і використане для демонстрації прогностичних можливостей моделі на лінії насичення і в надкритичній області.*

1. Introduction

This work offers consistent description scheme of thermophysical properties of system N of identical particles with the mass m_0 contained in the volume V at the temperature T and interacting via of four-parameter pair oscillating interatomic potential (4-OSC potential)

$$v(r)=\frac{1}{4\pi r}\left(\frac{A}{a^2}\exp\left(-\frac{ar}{\sqrt{2}}\right)\sin\left(\frac{ar}{\sqrt{2}}\right)+\frac{B}{b^2}\exp\left(-\frac{br}{\sqrt{2}}\right)\sin\left(\frac{br}{\sqrt{2}}\right)\right) \quad (1)$$

with Fourier transform

$$\tilde{v}(k)=A/\left(k^4+a^4\right)+B/\left(k^4+b^4\right), \quad (2)$$

where a, A, b, B are positive parameters. The condition $\tilde{v}(k)>0$ provides thermodynamical stability of the system and existence of the thermodynamic limit. Under certain conditions with respect to parameters a, A, b, B the potential (1) has the basic features of the "real" interatomic potentials.

The starting point of this study is the expression for the Helmholtz free energy [1]

$$F = -\frac{1}{\beta}\ln Z = F_{\text{id}} - \frac{N}{2}\left(v_0 - n\tilde{v}_0\right) + \frac{V}{2\beta} I(n,\beta), \tag{3}$$

where $\beta = 1/k_B T$, k_B is Boltzmann constant, $n = N/V$, $v_0 = v(0)$, $\tilde{v}_0 = \tilde{v}(0)$ are for the potential (1) the finite values, $F_{id} = Nk_B T \ln\left(n \cdot \lambda^3\right)$, $\lambda = h/\sqrt{2\pi m_0 k_B T}$ is the thermal wavelength of de Broglie, h is Plank constant, $I(n,\beta) = \int_\Omega d^3k(2\pi)^{-3}\ln\left(1 + n\beta\tilde{v}(k)\right)$ is the integral, determining all the thermodynamic functions, Ω is the domain of definition of function $\tilde{v}(k)$. Formula (3) was for the first time derived in paper [2].

Exact expression for integral $I(n,\beta)$ has the following form

$$I(n,\beta) = a^3\left[p^3(x) + g^3(x) - \left(1 + \delta^3\right)\right]/3\pi\sqrt{2}, \tag{4}$$

where $x = n\beta w$, $w = A/a^4$, $p(x) = \left(\left(K_1(x) + Q(x)\right)/2\right)^{1/4}$, $g(x) = \left(\left(K_1(x) - Q(x)\right)/2\right)^{1/4}$, $K_1(x) = 1 + \delta^4 + xd$, $K_2(x) = \delta^4\left(1 + xD\right)$, $Q(x) = \sqrt{K_1^2(x) - 4K_2(x)}$, $d = 1 + \varepsilon$, $\varepsilon = B/A$, $D = 1 + \varepsilon/\delta^4$, $\delta = b/a$.

Using the standard calculation technique, from free energy (3) with reference for (4), it is not difficult to find all the thermodynamical functions, being the subject of interest. The equations of state (EOS) of the model system has the following form

$$P = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = \frac{n}{\beta} + \frac{n^2\tilde{v}_0}{2} - \frac{a^3}{6\pi\sqrt{2}\beta}J(x), \tag{5}$$

where

$$J(x) = -\left(1+\delta^3\right) + p^3(x) + g^3(x) - 3x\left(p^2(x)p_1(x) + g^2(x)g_1(x)\right),$$
$$p_1(x) = \left(d + Q_1(x)\right)/8p^3(x), \quad g_1(x) = \left(d - Q_1(x)\right)/8g^3(x),$$
$$Q_1(x) = \left(K_1(x)d - 2\delta^4 D\right)/Q(x).$$

At the matching of the calculations results and experimental data there is a question on an establishment of values of parameters of the potential providing the adequate description теплофизических of properties.

When agreeing the calculation results with the measurement data it raises the question of value determination of potential parameters providing adequate description of thermophysical properties. It is known, that the answer to this question may be obtained either by using the method of the smallest squares that cause extremely awkward calculations or by solving the system nonlinear equations relating experimental results with parameters a, A, b, B; some information about initial approximation being required to realize some numerical methods.

However, isolation intervals of unknown quantities cannot be indicated in general case. Therefore, some techniques allowing to avoid above listed difficulty are of interest.

2. The main idea of the problem solving

The system of equations determining the critical point (CP) is the basis of problem solution to calculate the best values for a, A, b, B

$$\begin{cases} \left(\partial P/\partial n\right)_c = 0, \\ \left(\partial^2 P/\partial n^2\right)_c = 0, \end{cases} \tag{6}$$

It is reduced to the nonlinear equation

$$J_1(x_c) + x_c q_c^2 J_2(x_c) = 0 \tag{7}$$

(the values $J_1(x_c)$, $J_2(x_c)$ appear as the result of differentiation $J(x)$ in density n and are obtained in CP) with reference to dimensionless value $x_c = n_c \beta_c w$, depending on ε and δ. One can use numerically obtained solutions of the equation (7) for further construction of the surface critical compressibility

$$Z_c = P_c\beta_c/n_c = Z_c(\delta,\varepsilon) = 1 + x_c D/2 + q_c^2 J(x_c)/x_c^2 J_1(x_c), \quad (8)$$

its fragment is shown in figure 1.

The analysis of calculation results shows that the parabolas to the fourth power specified by the equation $\varepsilon = (D-1)\delta^4$ are asymptotes of the left branches of the surface level $Z_c = Z_c(\delta,\varepsilon)$ obtained for $Z_c > 0{,}274$. The value $Z_c = 0{,}274$ is in argument with the asymptotical surface. Figure 2. shows the level lines and their corresponding power asymptotes. This geometrical fact implies some important consequences to study thermophysical properties of model systems, i.e. the equation solution (7), the from of potential curve (1), all the thermophysical properties reveal asymptotical stability under coordinated tendency ε and δ to the infinity, i.e. when the parameter $D = const$. The right branches of the level lines of the surface (8) do not have such properties.

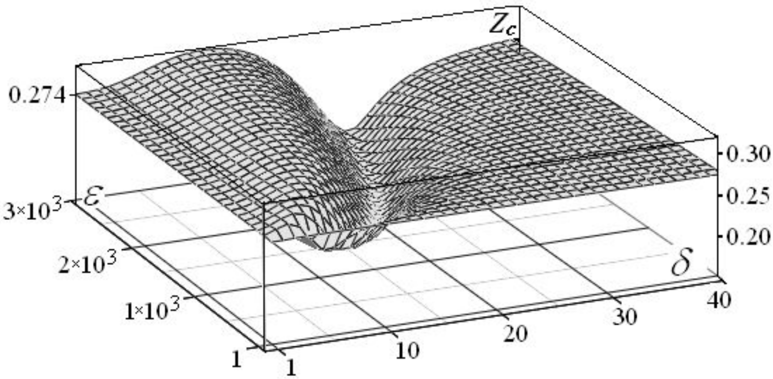


Fig. 1. The fragment of surface $Z_c = Z_c(\delta,\varepsilon)$.

These conditions allow to obtain and practice compact and convenient equations for properties which depend only on one parameter $D = 1 + \varepsilon/\delta^4$ but not on four ones. As a matter of fact, when retaining the main members at $\varepsilon >> 1$ $(\delta >> 1)$ and $D = const$ $J(x_c), J_1(x_c), J_2(x_c)$ and the others in all auxiliary functions defined after formulas (5) and (7) one obtains

$$J(x_c)=\left[\frac{4+x_c(D-1)}{4\left(q_c^2-x_c\right)^{1/4}}-1\right]\delta^3,\ J_1(x_c)=-\frac{3}{16}\frac{(D-1)^2}{\left(q_c^2-x_c\right)^{5/4}}\delta^3. \quad (9)$$

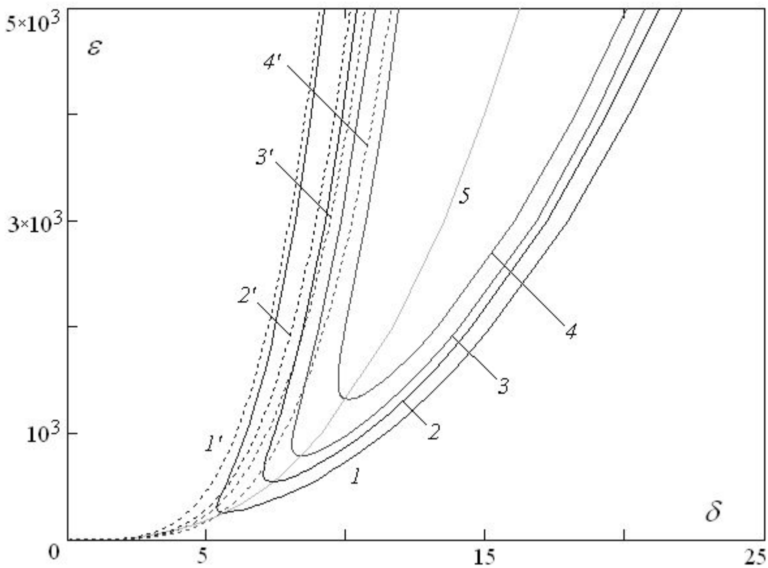


Fig.2. The lines of surface level and asymptotes of left branches of level lines. 1,2,3,4 are for $Z_c = 0.290$; $Z_c = 0.295$; $Z_c = 0.297$; $Z_c = 0.300$ respectively, 5 is the line of peaks of surface level lines; $1', 2', 3', 4'$ asymptotes of lines 1, 2, 3, 4.

One sees, that integrals $J(x_c)$, $J_1(x_c)$, $J_2(x_c)$ separate at $\varepsilon(\delta)\to\infty$. However, thermodynamic functions are determined by the ratio of a pair of these integrals, therefore the separations are compensated (multipliers δ^3 are reduced). Relationship (9) is not only performed in the critical point. Within the limit $\varepsilon(\delta)\to\infty$ the equation (7) is reduced to the quadratic

$$5D(D-1)x_c^2+(D-1)x_c-4=0 \quad (10)$$

with one positive root corresponding to the left branch of the level line with the asymptote $\varepsilon=(D-1)\delta^4$

$$x_c = x_c(D) = \frac{1}{10D}\left[\sqrt{1+\frac{80D}{D-1}} - 1\right].$$

Using the equality (9) let us write the state equation (5) in the reduced coordinates $\tau = T/T_c$, $\omega = n/n_c$

$$\Pi = \frac{P}{P_c} = \frac{1}{Z_c}\left(\tau\omega + \frac{x_c D\omega^2}{2} + \frac{q_c^2 \cdot \tau}{x_c^2 J_1(x_c)} J(\omega,\tau)\right), \qquad (11)$$

where $J(\omega,\tau)$ is the function obtained from $J(x)$ by substituting $x = x_c\omega/\tau$.

The isotherms constructed by the EOS (11) with $\tau < 1$ demonstrate typical S-form indicating phase transitions (PT) of the first-order. The stable equation is as one-parameter as its corresponding equation on P, V, T coordinates (EOS Van der Waals, Dieterici, Berthelot, Redlich-Kwong are two-parameter ones). Under coordinated increase ε and δ ($D = const$) the potential curve (1) with considerable oscillation at little ε and δ gradually varies converting into the form with basic features of "real" potentials. Note that the second addend in the expression (1) dominates in the indicated limit and the addend becomes zero and the potential (1) acquires the following form:

$$v_B(r) = \frac{1}{4\pi r}\frac{B(D)}{b^2(D)}\exp\left(-\frac{b(D)r}{\sqrt{2}}\right)\sin\left(\frac{b(D)r}{\sqrt{2}}\right), \qquad (12)$$

where $B(D) = \frac{x_c(D-1)}{n_c\beta_c} b^4(D)$, $b(D) = 4\left(\frac{\pi q_c^2 n_c}{\sqrt{2}x_c^2(D-1)^2}\left(q_c^2 - x_c\right)^{5/4}\right)^{1/3}$.

Unlike analogical in structure 2-OSC potential considered in [3] with constant parameters, 4-OSC potential essentially becomes one-parameter and proves to be more flexible in describing properties because $b(D)$ and $B(D)$ are the functions of the same D. 4-OSC potential within the limit $\varepsilon(\delta) \to \infty$ assumes the possibility to construct relationship connecting its geometrical features (the depth of its potential well, the first zero of potential) with T_c and n_c.

To define optimal value of the controlling parameter $D \in [1;+\infty)$ it is necessary to use a criterion allowing to minimize deviations of theoretical values of the properties from experimental results. The condition of "functional" minimum can be chosen, for instance, as the criterionЖ

$$\Phi(D) = \sum_i \left(\left(X_i^{\exp} - X_i^{theor}(D)\right) / X_i^{\exp}\right)^2 , \tag{13}$$

where X_i is the value of i – experimental or calculated property of the system. The existence of competitive values in the right part of the formula (13) gives minimum $\Phi(D)$. It the sum (13) has components is argument with Z_c, Boyle temperature T_B, the sound velocity u_c, entropy S_c and derivate $(\partial\Pi/\partial\tau)_c$, then the "functional" has the minimum at $D \approx 1.555$.

To illustrate predictive possibilities of the offered calculation scheme quantitative calculations of thermophysical properties of the model system are performed in the critical point and supercritical area $T > T_c$, which are compared with the experimental data from [4,5] for argon and calculation results of the model with 2-OCS potential [3]. The following table shows the relative errors of some values in CP and T_B found for a model with 4-OSC potential (12) at $D \approx 1.555$ and for the model with 2-OSC potential [3].

The table of relative errors of thermophysical properties

	Z_c	T_B	$(\partial\Pi/\partial\tau)_c$	u_c	S_c
2-OSC potential	7.8	72	1.9	11.1	39.1
4-OSC potential	1.4	4.3	13.3	2.6	4.4

The error evaluation $(\partial\Pi/\partial\tau)_c$ is not quite reliable because according to different authors the value $(\partial\Pi/\partial\tau)_c$ for argon changes in the interval of 6.0–7.0 [6,7]. Value 6.0 is used in the calculations.

Calculation accuracy for a chosen value in the model 4-OSC potential can be increased by choosing D (it is impossible in the model 2-OSC potential), however, errors increase for all the other properties.

3. Thermophysical properties in the supercritical state

Sequential calculation of thermophysical properties of the model system can be made on the basis of numerical solution of EOS (11) with respect to density ω with given τ and pressure Π.

Calculations of properties in the supercritical area ($\Pi > 1$, $\tau > 1$) were carried out at $P = 10MPa$. The use of familiar thermodynamical relationship to expression (3) for free energy with reference to (9) results into the following formulas used to calculate isobar thermal heat capacity

$$C_P(T) = C_V(T) - T\frac{(\partial P/\partial T)_V^2}{(\partial P/\partial V)_T}, \tag{14}$$

where $C_V(T) = -T\left(\dfrac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_V = R\left[\dfrac{3}{2} + \dfrac{q_c^2 \cdot \omega}{\tau^2 \cdot J_1(x_c)} J_1(\omega,\tau)\right]$

is molar isochoric thermal heat capacity,

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\tau\omega^2 \frac{n_c^2}{\beta_c N_A}\left(1 + \frac{x_c\omega}{\tau}D + \frac{q_c^2\omega}{\tau^2 J_1(x_c)} J_1(\omega,\tau)\right),$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = n_c k_B \omega\left(1 + \frac{q_c^2}{\omega x_c^2 J_1(x_c)}\left[J(\omega,\tau) + \left(\frac{x_c\omega}{\tau}\right)^2 J_1(\omega,\tau)\right]\right),$$

and sound velocity

$$u = v\left(\frac{T_c\tau \cdot M}{C_V(T)}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V^2 - M\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T\right)^{1/2}, \tag{15}$$

where M is the molar mass, N_A is Avogadro constant, $v = 1/\rho$ specific volume, ρ is density, and $J_1(\omega,\tau)$ corresponds to $J_1(x)$, being in reduced variables.

Figure 3 presents the results of measurement [4] and calculations of temperature dependence of the specific isobar thermal heat capacity for 2-OSC potential [3] and potential (12) at $D \approx 1.555$.

The calculation results of sound velocity are shown in figure 4. The minimum on the experimental curve 1 is equal to 257 m/s and is reached at $T = 182\ K$ on theoretical curves 2 and 3 under temperatures 167 K and 166 K, minimum ones are 210 and 193 m/s.

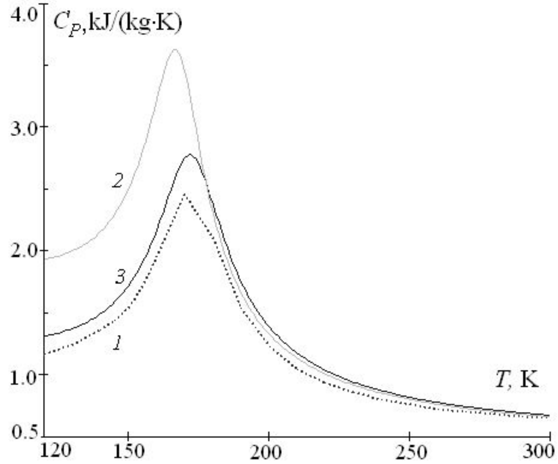


Fig.3. The Temperature dependence of specific isobar thermal heat capacity of argon vapour: 1 is experiment [4]; 2,3 are calculations for 2-OSC and 4-OSC potentials respectively.

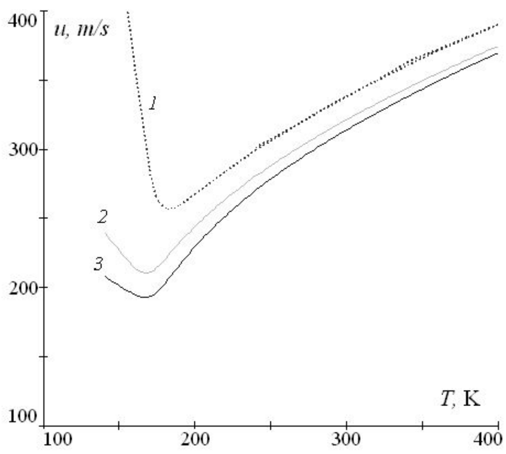


Fig.4. Dependence of sound velocity on the temperature for argon at $P = 10 MPa$. Curve 1 is the experiment [4,5]; 2,3 are the calculations for 4-OSC and 2-OSC potentials respectively.

4. Conclusions

The calculations made show that some difficulty connected with quite high errors of T_B, P_c, which are insuperable within the scope of the model 2-OSC potentials, is successfully eliminated in the model with potential (1).

However, there is a problem left to describe the temperature dependence of the second virial coefficient with $T > T_B$, and new ones with agreement declining $C_P(T)$ of experimentally observed values in the vicinity of maximum point in the supercritical area arising.

The considered approach to solve the description problem of equilibrium properties of simple liquids is genetically connected with inverse limit $\varepsilon \to 0$ $(\delta \to 0)$ and $D = const$. We believe there is no need in detailed discussion of this case as it leads to quantitative evidence coinciding with the resuts previously obtained on the basis of simpler relationship. Note that the leading role in the inverse limit in potential (1) belongs to the first addend whereas the second addend tends to zero. This conclusion is not a surprise because the summands forming the potential (1) are equivalent.

In conclusion we should underline that quadratic (Gaussian) approximation (3) for free energy F used in study of equilibrium thermodynamical properties of model systems turns out to be quite an effective method, which opportunities have not been fully revealed yet.

Acknowledgements. The author would like to thank A.Yu. Zakharov for the fruitful discussion of the results and useful advice while preparing the article.

References

1. Zakharov, A. Yu. and Loktionov, I. K., Theor. Mat. Fiz., 1999, vol. 119, no 1, p. 167.
2. Zubarev, D.N.,Dokl.Akad.Nauk SSSR,1954,vol.95, no.4, p.757.
3. Loktionov, I.K., High Temp., 2012, vol. 50, no.6, p.708.
4. Vargaftik, N.B., Spravochnik po teplofizicheskim svoistvam gazov i zhidkostei (A Handbook of Thermal Physical Properties of Liquids and Gases), Moscow: Fizmatgiz, 1972, p.720.
5. Younglove B.A. Thermophysical Properties of Fluids. 1. Argon, Ethylene, Parahydrogen, Nitrogen Trifluoride, and Oxygen // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1982. V. 11. Suppl. 1. P. 353.
6. Kaganer, M.G., Russ. J. Phys. Chem., 1958, vol. XXX11, no. 2, p.332.
7. Novikov, I.I. The theory of Van der Waals and the critical phenomena, in *Equations of state of gases and liquids,* Moscow: Nauka, 1975, p. 264.

СОДЕРЖАНИЕ

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

Збірник науково-методичних робіт

Видавництво «Ноулідж» (донецьке відділення),

83112, Україна, м.Донецьк, вул.Челюскінців, 291а

Підписано до друку 25.03.2012 р. Формат 60х84/16. Папір типографський.

Друк Офсетний. Умовн. друк. арк.   . Тираж 100 прим.

Надруковано в типографії ООО "Цифрова типографія" на цифрових

лазерних видавничих комплексах Rank Xerox DocuTech 135 і DocuColor 2060.

Адреса: Донецьк, вул. Челюскінців, 291а. Тел. (062) 388 07 31