Министерство образования и науки ДНР
Донецкий национальный технический университет

Кафедра "Высшая математика им. В.В. Пака"

Сборник научно-методических работ

Выпуск 12

Столетию ДонНТУ посвящается

Донецк - 2021

УДК 51-7, 332.1: 330.4, 372.851, 378.016, 378.016:51, 378.1, 378.016: 378.147.091-027.31, 378.147, 378.4:519.2, 378.14, 517.1, 517.5, 517.6, 517.9. (072), 519.242: 519.25, 531.38, 536.7, 536+539.196.3, 538.4, 621.923

Рекомендовано к печати Учёным советом ГОУВПО “ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ”
Протокол № 6 от 25.06.2021 г.

Сборник научно-методических работ.- Вып. 12.-Донецк: ДонНТУ, 2021.–269 с.

Настоящий сборник посвящен знаменательной дате нашего университета – столетию его образования. В сборнике содержатся работы преподавателей кафедры и сотрудников других вузов, в которых рассматриваются проблемы и аспекты преподавания высшей математики в техническом вузе, а также различные направления использования математических методов при решении инженерных задач, а именно, задач механики твердого тела, прикладных задач физики и экономики.
Научно-методические работы являются обобщением опыта преподавателей кафедры по усовершенствованию математической подготовки специалистов.

Издание рассчитано на широкий круг научных работников, а также аспирантов и студентов старших курсов технических университетов.

Редакционная коллегия: профессор Улитин Г.М. - главный редактор, проф. Сторожев В.И., Лесина М.Е., Евсеева Е.Г., доц. Руссиян С.А., Локтионов И.К.

Адрес редакционной коллегии : ДНР, 83050, г. Донецк, ул. Артема, 96, ДонНТУ, 3-й учебный корпус, кафедра "Высшая математика", тел. (062) 3010901.

© Донецкий Национальный Технический Университет, 2021 г.

С О Д Е Р Ж А Н И Е

К столетию ДонНТУ

ИСТОРИЯ КАФЕДРЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ им. В.В. ПАКА ДонНТУ

Улитин Г. М., Лесина М. Е., Локтионов И.К.
ГОУВПО “Донецкий национальный технический университет”

История кафедры «Высшая математика» неразрывно связана с историей нашего университета, начавшейся в январе 1921 года, когда в Юзовке решением правительства был создан Горный техникум - учебное заведение для подготовки горных инженеров. Работу свою техникум начал в июле 1921 г. с укомплектования рабфака, основным контингентом учащихся которого были рабочие шахт и заводов, а также красноармейцы, вернувшиеся с фронтов гражданской войны. Естественно, никакой подготовки для учебы в вузе они не имели.

Сразу после начала работы Горного техникума в его составе стала функционировать математическая комиссия (прообраз будущей кафедры). Среди первых её членов отметим Г.С. Абрамова, С.С. Герчикова, закончивших Екатеринославский горный институт, и Л.М. Золотарёву, выпускницу Московских высших женских курсов. Именно на плечи работников математической комиссии легла основная трудность работы с набранным контингентом учащихся.

С большой благодарностью отзывались первые выпускники (среди них – ныне покойный проф. В.Г. Гейер) о терпении и изобретательности, внимании и уважении к ним со стороны членов математической комиссии.

В 1922-1924 гг. работой математической комиссии руководил проф. А.С. Вайнфельд, специалист в области геометрии и механики, а в 1924-1927 гг. – Г.С. Абрамов, выпускник Одесского университета и Днепропетровского (в то время Екатеринославского) горного института, будущий доцент, заведующий кафедрой «Высшая математика». К сожалению, имя первого руководителя математической комиссии, работавшего в 1921-1922 гг., нам неизвестно.

В 1926 г. Донецкий горный техникум был преобразован в Донецкий горный институт, а годом позже на базе математической комиссии была создана кафедра высшей математики. Первым ее заведующим стал профессор Михаил Иванович Орленко, получивший хорошую школу в Одесском и Варшавском университетах, а также в Сорбонне (Париж, Франция). В 1912 г. он защитил в Сорбонне диссертацию на тему «Движение изолированных вихрей», получив степень магистра рациональной механики.

С самого начала функционирования кафедры высшей математики ее деятельность далеко не ограничивалась непосредственной работой со студентами. В поле ее зрения всегда находились не менее важные вопросы –

методики преподавания, создания программы курса высшей математики, увязки материала курса со специальными курсами.

Основными работами Д.Н. Зейлигера были исследования в области геометрии, кинематической геометрии, механики и ее истории. Он заложил основы винтового исчисления. В монографии «Комплексная линейчатая геометрия» (опубликована в 1934 г.) изложил результаты своих исследований по линейчатой геометрии с приложениями к кинематике, с использованием методов винтового исчисления.

С приходом Д.Н. Зейлигера активизировалась научная деятельность кафедры, её состав пополнился молодыми преподавателями, среди которых прежде всего следует назвать Марка Григорьевича Крейна (работал в Донецке в 1929-1930 гг.), будущего крупного специалиста в области функционального анализа и его приложений, геометрии выпуклых тел, теории приближения функций, теории топологических групп и ряда других областей, члена-корреспондента АН Украины (1939 г.).

В 1930 г. кафедра высшей математики в полном составе приняла участие в первом Всесоюзном математическом съезде (г. Харьков), где с докладами выступили Д.Н. Зейлигер и М.Г. Крейн и уже этим обратили внимание математической общественности на Донецкий горный институт.

После ухода Д.Н. Зейлигера в 1932 г. исполняющим обязанности заведующего кафедрой был назначен Григорий Самойлович Абрамов, возглавлявший ранее математическую комиссию Донецкого горного техникума.

Следует отметить, что объем курса высшей математики в то время в среднем составлял 240 часов (без модного ныне деления отводимого времени на аудиторные занятия и так называемую самостоятельную работу).

В 1935 г. было принято правительственное решение о создании Донецкого индустриального института (ДИИ) на базе Горного, Металлургического и Углехимического институтов, в связи с чем состав кафедры существенно увеличился. Возглавил ее бывший выпускник Московского университета доцент С.Ф. Лебедев, пришедший в ДИИ из Металлургического института.

В 1939 г. Г.С. Абрамовым была защищена кандидатская диссертация «Определение собственных частот малых колебаний ферм», имевшая, кроме общетеоретического значения, непосредственное приложение к вопросам колебаний шахтных копров. Эта защита была первой ласточкой в научной жизни кафедры.

В 1941 г., в связи с 20-летием, Донецкий индустриальный институт был награжден орденом Трудового Красного Знамени. Большая группа его сотрудников получила правительственные награды. В их числе были и преподаватели кафедры высшей математики – Любовь Максимовна Золотарева и Григорий Самойлович Абрамов, отмеченные Орденом Знак Почета.

С началом Великой Отечественной войны, институт в 1941 г. был эвакуирован в г. Прокопьевск. Однако не все преподаватели сумели уехать, и часть из них погибла во время фашистской оккупации. Так, заведующий кафедрой С.Ф. Лебедев был расстрелян, а преподаватель кафедры К.А. Катько – заживо сожжён фашистами.

Преподаватели Меляховецкий А.С., Скворцов В.С., Оленица А.Г., Рожнов А.М., Ильяшенко, Стифеев Ф.Ф. находились на фронтах Великой Отечественной войны. За ратные подвиги они удостоены многих правительственных наград.

После освобождения Донбасса в 1943 г. Донецкий индустриальный институт вернулся из эвакуации. Сразу же возобновились учебные занятия – пока в подвале третьего учебного корпуса, так как все остальные помещения института были сожжены или взорваны. Конечно, и студенты, и преподаватели не ограничивались занятиями, а принимали самое активное участие в восстановительных работах.

Со времени эвакуации в 1941 г. по 1956 г. кафедру высшей математики возглавлял доц. Г.С. Абрамов. В 1956 г. его сменил на этом посту доцент Абрам Соломонович Меляховецкий – выпускник Одесского университета, участник Великой отечественной войны, воевавший в Заполярье в составе морской пехоты Северного флота, кавалер многих боевых наград, защитивший в 1949 г. кандидатскую диссертацию, высокопрофессиональный математик, специалист в области дифференциальных и интегральных уравнений. За десять лет его заведования кафедра существенно пополнилась и укрепилась. Расширилась и приблизилась к нуждам промышленного региона кафедральная научная тематика.

В 1957 г. в Харькове был издан первый региональный сборник по математике научных статей, пять из которых принадлежали преподавателям кафедры.

В 1966 г. кафедра высшей математики была разделена на две: «Высшая математика», которую возглавил защитивший кандидатскую диссертацию Залмен Ефимович Филер, и «Математическая физика» во главе с А.С. Меляховецким.

Доц. З.Е. Филер, известный специалист в области теории колебаний и методики математики, руководил кафедрой "Высшая математика" 10 лет – с 1966 по 1976 гг., после чего работал на кафедре прикладной математики ДПИ. После защиты докторской диссертации он перешёл на работу в Кировоградский педагогический институт.

С 1976 г. до самой смерти в 2002 г. кафедру «Высшая математика» возглавлял доктор технических наук, крупнейший отечественный ученый в области стационарных горных машин, заслуженный деятель науки и техники Украины, Лауреат Государственной премии СССР профессор Витольд Витольдович Пак. Что касается кафедры «Математическая физика», то после доц. А.С. Меляховецкого ею последовательно руководили доценты В.П. Гатун (1971-1981), А.Д.Петренко (1981-1986) и проф. П.С. Шахтарь (1986-1994), а в 1994 г. она снова влилась в единую кафедру «Высшая математика» под руководством В.В. Пака. Кафедра стала самой большой на Украине как по числу студентов, так и по количеству преподавателей.

Возглавив кафедру «Высшая математика», В.В. Пак с первых дней сумел установить здоровый моральный климат в коллективе, сохранившийся таковым до наших дней. Этому способствовали и многие его личные качества – высочайший научный авторитет, культурный кругозор, прекрасные организаторские способности, доброжелательное отношение ко всем сотрудникам кафедры, умение быть душой любой компании, прекрасный чтец. Он задавал тон во всех вопросах кафедральной жизни, будь это научная или методическая работа, издание учебной литературы, праздничные мероприятия, встречи со студентами, вечера дружбы с иностранными учащимися и т.д. и т.п.

По инициативе Витольда Витольдовича кафедра пополнилась рядом толковых и деятельных кандидатов наук из академических и отраслевых институтов. Одновременно были созданы условия для научного роста уже работавших сотрудников кафедры. Так, Витольд Витольдович стал руководителем кандидатской диссертации А.В. Шевченко, докторской диссертации С.Г. Ехилевского. В результате существенно расширилась тематика кафедральных исследований, охватившая не только сугубо математические проблемы, но и проблемы механики, теоретической физики, технические проблемы Донецкого региона. Результаты исследований ежегодно докладывались на республиканских и международных конференциях и семинарах.

Всего за годы заведования кафедрой В.В. Паком преподавателями кафедры опубликовано свыше 800 работ, получено 120 авторских свидетельств на изобретения, в том числе зарубежных патентов.

С 1976 г. кафедра «Высшая математика» стала опорной для Донецкого вузовского региона, а с 1990 г. – Математическим Центром Министерства образования Украины, разработчиком ряда стандартов образования (1993, 1994, 1999). Один из них (так называемая «Программа – 99») одобрен Европейской ассоциацией инженерного образования и содержит новую концепцию роли математики в воспитании инженерного мышления. Эта концепция была реализована в первом на Украине нормативном учебнике по высшей математике, написанном В.В. Паком в соавторстве с проф. Ю.Л. Носенко. Учебник был в 1996 г. издан на украинском языке, а в 1997 г. – на русском и получил широкое признание и распространение не только в Украине, но и в странах ближнего зарубежья.

В.В. Пак подготовил ряд других научно-методических пособий по математике, в том числе так называемый "сплайн-курс", предназначенный для первых занятий по высшей математике в вузе и умело соединяющий школьный и вузовский курсы.

В.В. Пак постоянно занимался совершенствованием методики преподавания математики, вопросами применения математики в науке и технике, приближения ее преподавания к нуждам будущей практической деятельности студентов. Свою задачу он видел в том, чтобы помочь студенту раскрыть заложенный в нем талант, справедливо считая, что математика дает для этого большие возможности. При этом он никогда не упускал из виду необходимость всемерного развития у студентов важнейшего качества, которое он называл инженерным подходом. Соответствующие идеи были блестяще развиты им в книге «Инженер, математика и другие. Простые методы математического моделирования природных и технологических процессов» (1995).

Витольд Витольдович запомнился многим поколениям студентов и коллег как блестящий лектор с широкой эрудицией, с высоким уровнем научной и теоретической подготовки, изобретательностью, артистизмом, умением прекрасно владеть аудиторией.

Следует отметить, что, владея материалом, Витольд Витольдович тем не менее ни на одну из своих лекций не явился без тщательно разработанного плана-конспекта. Он безошибочно мог рассчитать время, подготовить всё необходимое, о чем он собирался рассказывать студентам, и, конечно, полностью выполнить запланированное.

Необходимо упомянуть еще об одном направлении работы кафедры «Высшая математика». Многие годы ее преподаватели (Косолапов Ю.Ф., Гусар Г.А., Гребенкина А.С., Калашникова О.А., Зиновьева Я.В., Савин А.И.) работали с иностранными студентами из Туниса, Марокко, Иордании, Нигерии, Монголии, Конго, Гвинеи, Турции, Алжира на подготовительном отделении ДонНТУ, готовя их к учебе как в ДонНТУ, так и в других университетах области и республики.

Большое внимание уделяет кафедра «Высшая математика» чтению курса высшей математики на иностранных языках. Долгие годы вела свой курс на французском языке старший преподаватель Сноведская Т.С. Англоязычные курсы читали доц. Кравчук Д.С., проф. Носенко Ю.Л., проф. Тю Н.С., доц. Николайчук Т.И.. Понимая необходимость знания студентами иностранных языков, профессор кафедры Носенко Ю. Л. создал и много лет читал англоязычные курсы «Высшая математика» и «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов специальностей «Международная экономика» и «Внешнеэкономическая деятельность».

Много лет Ю.Л. Носенко работал председателем математической комиссии на вступительных экзаменах в университете. Был автором многократно издававшегося учебного пособия по математике для поступающих, содержащего, кроме обычного материала, большое количество оригинальных задач, созданных как им лично, так и некоторыми ведущими преподавателями кафедры (Г.М. Улитиным, Ю.Н. Паниотовым и др.). Осуществлял методическое руководство подготовительными курсами университета, а также всеми созданными по инициативе университета школами подготовки абитуриентов (в Харцызске, Кировске, Шахтерске, Красном Лимане, Украинске).

Большую работу со студентами проводила и профессор кафедры Е.И.

Казакова. Под её руководством наиболее подготовленные из студентов принимали участие в международных студенческих конференциях в России, Франции, Польше и занимали призовые места. Некоторые из авторов по итогам рассмотрения представленных докладов были отмечены соответствующими грамотами этих конференций.

Ежегодно кафедра «Высшая математика» проводит внутри университетские олимпиады по математике при самом активном участии (как правило, около 100) студентов. Победители вузовских олимпиад принимали участие в республиканских математических олимпиадах и постоянно занимали призовые места.

С 2003 г. по по февраль 2021г. кафедру возглавлял доктор технических наук, профессор Геннадий Михайлович Улитин. За этот период под его руководством была создана в 2008 году на кафедре научно-методическая лаборатория, целью которой является разработка научно-методического обеспечения и внедрение в учебный процесс методов обучения математики с использованием информационных технологий и новых форм организации обучения. Он организовал с 2004 года регулярные международные научно-методические конференции «Обучение математике в техническом университете» и выпуск сборника научно-методических работ кафедры. За этот период было издано 11 выпусков. В 2017 году сборник получил регистрацию в базе РИНЦ и его выпуски, размещённые в российской электронной библиотеке, стали доступными для широкого круга читателей. Много лет он являлся председателем приёмной комиссии по математике, в настоящее время он является членом экспертного и докторского советов по защите диссертаций. Под его руководством защищены одна кандидатская и докторская диссертации.

Г.М. Улитиным совместно с А.Н. Гончаровым издано пособие «Курс лекций по высшей математики», которое пользуется популярностью среди студентов и преподавателей. Кроме многочисленных пособий по высшей математике, преподавателями кафедры Мироненко Л.П. и Локтионовым И.К. подготовлено учебное пособие «Численные методы компьютерного анализа» под грифом МОН, которое подверглось существенной переработке, в результате чего в 2017 году был издан учебник для вузов "Численные методы", содержащий, помимо теоретических основ, варианты заданий для лабораторных работ.. Научная деятельность преподавателей кафедры отражена не только в статьях, опубликованных в специализированных журналах, но и научных монографиях, например, проф. Пака В. В., проф. Евсеевой Е. Г., проф. Лесиной М. Е., которая опубликовала шесть монографий.

Большое внимание преподаватели кафедры уделяют совместной научной работе и со студентами. Исследования осуществляются в основном в следующих направлениях: математика, теоретическая физика, механика и техника с учетом специфики Донецкого региона. Публикуется большое количество научных работ преподавателей в соавторстве со студентами.

Ежегодно кафедрой проводятся студенческие научные конференции по математике, которые последние два года приобрели республиканский статус. В подготовке студентов к таким конференциям принимают участие практически все преподаватели кафедры. Студенты ежегодно участвуют во многих республиканских и международных научных конференциях, занимая на них призовые места.

Кафедра «Высшая математика» всегда славилась своими преподавательскими кадрами. Назовем только несколько имен из многих десятков тех, кто заслуживает благодарного упоминания, – это бывшие преподаватели Л.М. Золотарева, Н.Н. Рождественский, Н.Н. Ганжа, В.Р. Гринько, Н.К. Харченко, М.Г. Гефен, Стифеев Ф.Ф., Катько К.А., Андреенков П.К., Андреенкова В.И., Рожнов А.М., Ковнат Е.М., Герасимчук В.С, Захаров А.Ю., Зубкова Л.М., Оленица А.Г., Откидач В.В., Онопчук Б.Н., Логинова И.П., Шевченко Л.М., Тю Н.С., Петренко А.Д., Иванов Б.П., Ищенко Н.С., Шварц В.Я., Т.С., Зубченко А.К., Фоменко Т.П., Косолапов Ю. Ф., Косилова Е. Ф., Паниотов Ю. Н..

Большое количество прекрасных педагогов, и не обязательно остепененных, работает на кафедре в настоящее время. Многие преподаватели награждены Почетными грамотами МОН Украины и Донецкого облсовета. Проф. Улитин Г.М. , проф. Носенко Ю.Л. и доц. Паниотов Ю.Н. награждены знаком «Отличник высшего образования Украины».

Кафедра «Высшая математика» всегда отличалась высокой методической активностью. Учебные пособия и методические указания для студентов стали выходить в свет буквально с первых дней создания кафедры. Так, например, Г.С. Абрамов подготовил в 1928 г. «Учебник по тригонометрии с задачами из горного дела». Среди преподавателей, работавших на кафедре два последних десятилетия, трудно назвать того, кто не принял бы участие в создании хотя бы одной методической работы. Кроме вышеупомянутых работ и учебников В.В. Пака, Ю.Л. Носенко, Г.М. Улитина и А.Н. Гончарова, отметим еще некоторые. Большой коллектив авторов (Гатун В.П., Дегтярев В.С., Зубченко А.К., Ищенко Н.С., Мироненко Л.П., Абдулин Р.Н., Рубцова О.А., Соловьева З.А. и др.) разработал «Программу, методические указания и задания контрольных работ…» для заочников в трех частях. Доц. Мироненко Л.П. издал (2004 г.) два курса лекций и практических занятий для заочников - по линейной алгебре и аналитической геометрии и по дифференциальному и интегральному исчислениям, которыми активно пользуются также и студенты стационара. Проф. Тю Н.С. подготовил курс линейной алгебры и аналитической геометрии для экономистов, издав его под грифом МОН Украины. Проф. Косолапов Ю.Ф., создав по заданию выпускающей кафедры «Технология машиностроения» новый курс случайных функций. Он же издал (в том числе и в электронном виде) 5 учебных пособий по всему курсу математики для экономистов на английском языке, а также учебное пособие по математике для иностранных граждан, занимающихся на подготовительном отделении ДонНТУ. Г.М. Улитин Г. совместно А.Н. Гончаровым издали «Курс лекций по высшей математике». Кроме того Улитиным Г. М. издано пособие «Краткий курс высшей математике». Практически все преподаватели кафедры принимали и принимают активное участие в написании учебно-методических пособий, в частности, дополнительно можно отметить преподавателей Логинову И.П., Плаксину Н.Г., Носенко Н.П., Мартынову С.Н., Шевченко Л.М., Косилову Е.Ф., Медовникову А.А., Азарову Н.В., Калашникову О.А., Откидача В.В., Паниотова Ю. Н., Евсеева Е.Г., Прокопенко Н. А..

На кафедре «Высшая математика» проводится активная работа над созданием электронных учебных пособий для студентов всех форм обучения. Большое количество электронных пособий подготовлено проф. Улитиным Г.М., проф. Косолаповым Ю.Ф., проф. Евсеевой Е.Г.

Кафедра не могла пройти мимо такого важного направления учебной работы как дистанционное обучение. Преподавателями кафедры уже создано пять дистанционных курсов, которые активно используются в учебном процессе: Математика для экономистов (авторы проф. Евсеева Е.Г., доц. Паниотов Ю.Н., асс. Прокопенко Н.А.), Теория вероятностей и математическая статистика (Евсеева Е.Г., Паниотов Ю.Н.), Высшая математика – 1 семестр (Паниотов Ю.Н.), Дифференциальное исчисление (проф. Косолапов Ю.Ф.), Высшая математика второго семестра (Косолапов Ю.Ф.).

Преподаватели кафедры поддерживают постоянный творческий контакт с выпускающими кафедрами ДонНТУ, создают и читают студентам курсы лекций по темам, имеющим важное значение для будущих специалистов. В качестве примера назовем курсы дифференциальной геометрии, теории функций комплексного переменного, операционного, вариационного и тензорного исчислений, теории случайных функций, некоторые разделы математической статистики и теории корреляции.

Нелишне отметить, что кафедра была своеобразной кузницей кадров для других кафедр и других вузов. Так, один из первых её членов С.С. Герчиков впоследствии стал профессором, основателем кафедры организации производства. Проф. М.И. Орленко и М.Г. Крейн успешно работали в различных вузах Одессы. Ассистент кафедры Е.А. Косачевская защитила кандидатскую и докторскую диссертации, работала профессором, зав. кафедрой ДонГУ, перейдя затем в аппарат Президиума АН УССР. Ассистент Е.И.Харламова, став доктором наук и профессором, возглавила кафедру прикладной математики ДПИ, а затем перешла в ИПММ АН Украины. Выше уже говорилось о З.Е.Филере. Зав. кафедрой «Математическая физика» проф. П.С.Шахтарь возглавил кафедру подъемных машин ДПИ.

Благодаря неустанным усилиям заведующих, кафедра существенно расширила площадь своих помещений.

За последние годы преподавателями кафедры защищено девятнадцать кандидатских и девять докторских диссертаций (А.Ю. Захаров и Д.Я. Карпенко в 1989 г., А.Д. Петренко в 1994 г., М.Е. Лесина в 1996 г., Н.С. Тю в 1997 г., Г.М.Улитин и С.Г. Ехилевский в 2003 г., С.В.Терехов в 2008 г., В.В. Малашенко в 2010 г., Е.Г. Евсеева в 2013 г.).

В настоящее время на кафедре «Высшая математики» работают два доктора наук, профессора, семь доцентов, четыре ассистента, а кафедру возглавляет доцент, канд. физ.-мат. наук Волчкова Наталья Петровна.

ЛУЧШИЕ ГОДЫ МОЕЙ ЖИЗНИ – В ДОНЕЦКОМ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОМ ИНСТИТУТЕ (ДПИ, ДГТУ, ДонНТУ)

А.Ю. Захаров

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого

Anatoly.Zakharov@novsu.ru

После окончания учёбы на физическом факультете Донецкого государственного университета в 1971 году, работы учителем физики в средней школе №2, службы в Советской Армии, учёбы в аспирантуре в Донецком физико-техническом институте АН УССР, защиты кандидатской диссертации и работы ассистентом на кафедре “Математической физики” ДонГУ я узнал о вакансии доцента на кафедре “Математической физики” ДПИ. Я встретился с тогдашним заведующим этой кафедрой к.ф.-м.н., доц. Виктором Петровичем Гатуном. Виктор Петрович ознакомил меня с особенностями работы на этой кафедре, условиями труда и я решился начать работу в ДПИ и считаю, что это решение было одним из важнейших в моей жизни. Вот уже 13 лет прошло со дня смерти В.П., но он жив в моей памяти.

Преподаватели нашей кафедры МФ составляли «полный интернационал», были профессиональные (как иногда говорят – чистые) математики, а также физики и инженеры. Царила атмосфера взаимопонимания, доброго взаимоуважительного отношения друг к другу. Проводились открытые лекции, взаимопосещения занятий были нормой, работали методический и научный семинары.

Следует отметить, что в это время в СССР в разгаре была катастрофическая перестройка («колмогоровская катастройка» или «бурбакизация») математического образования в средней школе. Последствия этой перестройки не могли не отражаться на нашей работе со студентами. Старые учебники по математике, рассчитанные на доперестроечную математическую культуру выпускников средних школ, имели ограниченную применимость, новые учебники не прошли требуемую апробацию – всё это сильно осложняло работу со студентами, но коллектив в целом успешно справлялся с этими проблемами.

Сама по себе учебная работа в вузе немыслима без полноценной научной работы, без которой учебный процесс превращается в начётничество. В этом плане колоссальный вклад в развитие ДПИ был сделан проректором по научной работе Михаилом Павловичем Зборщиком и его заместителем Вячеславом Фуатовичем Губайдулиным. Под их руководством были созданы условия максимального благоприятствования научным исследованиям.

Но “ничто не вечно в нашем лучшем из миров“. В стране назревала горбачёвская “катастройка”, стремление к мифической свободе привело к известным результатам, подтверждающим старые истины: “Лучшее – враг хорошего” и “Разруха начинается в головах”. В 1995 году я вынужден был покинуть Донецк, ставший для меня любимым и бесконечно дорогим городом. В то время экономическая ситуация на Украине была уже очень трудной, но намного лучшей, чем в России. Но из-за расцветшего на Украине национализма, особенно в т.н. культурной элите Украины, было совершенно ясно, что война на Украине неизбежна. Вопрос был лишь в сроках. Как в царской России конца XIX – начала XX века, заметная часть культурной элиты страны, поддерживавшей терроризм, генеральная репетиция революции 1905 года и переворот 1917 года, так и на Украине был генеральный майдан 2004 года и переворот 2014 года. Если исходить из аналогий, то перспективы у Украины таковы же, как и России после Октябрьского переворота: утрата части территорий, гражданская война и террористическое государство с квазифилософией.

Что есть положительного в нынешней ситуации, когда Донбасс выступил за свою свободу? Мне трудно судить о масштабах взаимодействия между Донбассом и Россией. Но у нас есть локальные взаимодействия: между донецкими вузами и академическими институтами с одной стороны и Великим Новгородом, Тверью – с другой. Это прежде всего – совместная научная работа. В этом году мы проводим Одиннадцатую международную конференцию “Химическая термодинамика и кинетика” (организаторы конференций Донецкий национальный технический университет, Донецкий национальный университет, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого и Тверской государственный университет). В сентябре 2020 г. в Великом Новгороде побывала делегация из администрации ДНР. В частности, возле древнего Антониева монастыря (основан в 1117 году) высажено около полусотни знаменитых донецких роз.

Что бы ни было далее, Донбасс и Россия будут всегда вместе.

УДК 621.923

ПАРАМЕТРЫ РАБОЧЕЙ ПОВЕРХНОСТИ АЛМАЗНОГО КРУГА И ИХ ИЗМЕНЕНИЕ В ПРОЦЕССЕ ШЛИФОВАНИЯ

Азарова Н.В.

ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет»

azarova_n_v@list.ru

Определены параметры распределений разновысотности зерен, расстояния между ними и величины выступания зерен из связки на рабочей поверхности алмазного круга 1А1 250×76×15×5 АС6 100/80-4-М2-01 и показан характер их изменения за 30 минут плоского шлифования быстрорежущей стали Р6М5Ф3.

Ключевые слова: *шлифовальный круг, алмазные зерна, связка.*

Введение. Применение алмазных кругов на металлической связке, прочно удерживающей зерна в алмазоносном слое, позволяет повысить производительность и снизить себестоимость обработки за счет изменения глубины резания и подачи, а также снижения удельного расхода алмазов при заданных режимах резания.

При шлифовании в результате взаимодействия алмазных зерен с обрабатываемым материалом происходят изменения параметров рабочей поверхности алмазного круга [1, 2], которые необходимо учитывать при моделировании процесса и прогнозировании выходных технологических показателей шлифования, что является актуальной задачей.

Целью работы является исследование влияния процесса шлифования на изменение разновысотности зерен относительно наиболее выступающего зерна, расстояния между зернами и величины выступания зерен из связки на рабочей поверхности круга (РПК).

Основное содержание и результаты работы. Исследовали распределения разновысотности зерен относительно наиболее выступающего зерна, расстояний между зернами и величины выступания зерен из связки рабочей поверхности круга 1А1 250×76×15×5 АС6 100/80-4-М2-01 после электроэрозионной правки (ЭЭП) и после 30 минут плоского алмазного шлифования (ПАШ) стали Р6М5Ф3 методом профилографирования с последующей записью данных на ПЭВМ по разработанной нами методике [3] на измерительном комплексе, который позволяет регистрировать рельеф зерен и связки с точностью до 0,001 мм.

Правку осуществляли в рабочей зоне бруском длиной 30 мм из меди М1 на рабочей скорости круга, поперечная подача ручная, вертикальная подача 0,002…0,007 мм/ход, средняя сила тока 5…8 А, напряжение холостого хода 50 В. Образцы шлифовали на станке модели 3Д711Ф11, скорость круга 30 м/с, скорость стола 6 м/мин, глубина шлифования 0,015 мм.

Формирование выборок выполняли на ПЭВМ по двум профилограммам рабочей поверхности, записанным в направлении, перпендикулярном оси круга, со смещением трасс профилографирования вдоль его оси. Затем определяли статистические характеристики выборок и подбирали теоретические законы, описывающие распределения исследуемых параметров РПК [3].

Однородность выборок проверяли путем сравнения выборочных средних и дисперсий выборок при заданном уровне значимости α=0,05 [3].

Результаты сравнения выборочных средних и выборочных дисперсий распределений разновысотности зерен относительно наиболее выступающего зерна, расстояния между зернами и величины выступания зерен из связки на рабочей поверхности круга 1А1 250×76×15×5 АС6 100/80-4-М2-01, сформированной в процессе электроэрозионной правки и 30 мин плоского алмазного шлифования стали Р6М5Ф3, сведены в таблицу 1.

Таблица 1. Сравнение параметров рабочей поверхности круга 1А1 250×76×15×5 АС6 100/80-4-М2-01, сформированной различными способами

Параметры РПК	Способ Формирования РПК	Трасса	Объем выборки	Выборочное среднее, мкм	Выборочная дисперсия, мкм^2	Критерий Фишера		Критерий Стьюдента	
						$F_{набл}$	$F_{кр}$	$t_{набл}$	$t_{кр}$
Разновысотность зерен	ЭЭП	1	200	37,62	257,14	1,04	1,64	1,25	1,26
		2	200	39,61	246,41				
	ПАШ	1	200	23,59	176,89	1,06		0,89	
		2	200	22,39	186,64				
Расстояние между зернами	ЭЭП	1	200	53,52	7435,67	1,05	1,64	0,21	1,26
		2	200	51,70	7072,15				
	ПАШ	1	200	194,60	39822,07	1,04		1,24	
		2	200	219,58	41581,39				
Выступание зерен из связки	ЭЭП	1	200	3,57	25,46	1,25	1,64	1,23	1,26
		2	200	2,98	20,44				
	ПАШ	1	200	2,00	10,51	1,03		0,19	
		2	200	2,40	10,86				

Как видно из таблицы 1, статистические характеристики выборок значений исследуемых параметров РПК, найденные для каждого из рассмотренных способов формирования РПК, по двум различным трассам отличаются незначимо. Выборочное среднее и выборочная дисперсия с достаточной полнотой характеризуют всю генеральную совокупность значений каждого из исследуемых параметров РПК.

Статистическая проверка законов распределения (нормального, экспоненциального, гамма-распределения, распределения Вейбулла и др.) по критерию согласия Пирсона [3] показала следующее.

Наиболее подходящим для описания всех возможных случаев закона распределения разновысотности зерен на РПК является распределение Вейбулла [4]. Распределения расстояний между зернами на рабочей поверхности алмазного шлифовального круга, сформированной указанными способами, могут быть описаны экспоненциальным законом [5]. Наиболее подходящим для описания закона распределения величины выступания зерен из связки на РПК является гамма-распределение [6].

Построим графики плотности распределений разновысотности зерен (рис. 1), расстояний между зернами (рис. 2) и величины выступания зерен из связки (рис. 3) с использованием параметров подобранных нами теоретических распределений.

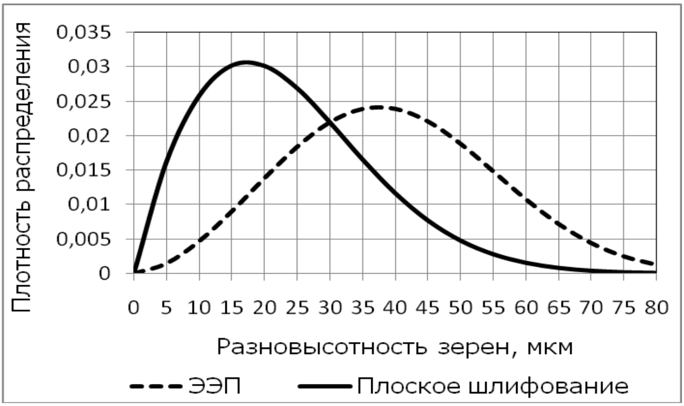


Рисунок 1 – Плотность распределений разновысотности зерен на рабочей поверхности круга

Сравним распределения разновысотности зёрен после электроэрозионной правки и после 30 мин плоского алмазного шлифования. Средняя разновысотность зерен (см. табл. 1) после электроэрозионной правки превышает среднюю разновысотность зерен после 30 мин плоского алмазного шлифования в 1,6 − 2,2 раза. Выборочная дисперсия распределения разновысотности зерен (см. табл. 1) после электроэрозионной правки превышает дисперсию после 30 мин плоского алмазного шлифования в 1,3 − 2,0 раза. График плотности вероятности распределения Вейбулла разновысотности зерен на РПК (см. рис. 1), сформированной электроэрозионной правкой симметричен, а график плотности распределения разновысотности зерен на РПК, сформированной в процессе плоского алмазного шлифования стали Р6М5Ф3 имеет явно выраженную правостороннюю асимметрию. В зоне больших разновысотностей наблюдается резкое уменьшение частостей. Это может быть обусловлено механическим истиранием зерен алмаза в процессе шлифования, выпадением наиболее выступающих зерен, засаливанием субмикрорельефа контактных площадок зерен, а также межзеренного пространства продуктами обработки [1, 7].

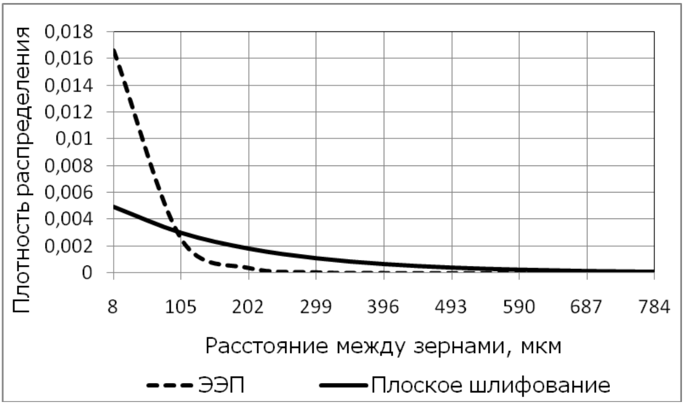


Рисунок 2 – Плотность распределений расстояний между зернами на рабочей поверхности круга

Сравним распределения расстояний между зернами на РПК после электроэрозионной правки и после 30 мин плоского алмазного шлифования. Графики плотности распределений расстояний между зернами (см. рис. 2), построенные с использованием параметров показательного распределения, показывают, что распределения расстояний между зернами на РПК после электроэрозионной правки имеют меньшие математическое ожидание и дисперсию по сравнению с распределениями расстояний между зернами после 30 мин плоского алмазного шлифования. Среднее расстояние между зернами (см. табл. 1) после 30 мин плоского алмазного шлифования превышает среднее расстояние между зернами после электроэрозионной правки в 3,5 − 4,2 раза. Выборочная дисперсия распределения расстояний между зернами (см. табл. 1) после 30 мин плоского алмазного шлифования превышает дисперсию после электроэрозионной правки в 4,2 − 5,9 раза. Это может быть обусловлено уменьшением числа режущих зерен в процессе шлифования [1, 7].

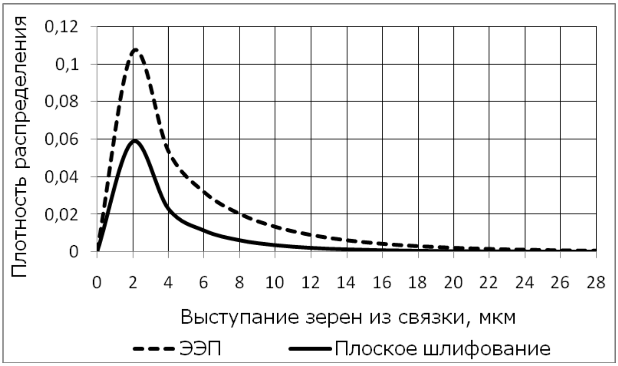


Рисунок 3 – Плотность распределений величины выступания зерен из связки на рабочей поверхности круга

Сравним распределения выступания зерен из связки после электроэрозионной правки и после 30 мин плоского алмазного шлифования. Графики плотности распределений величины выступания зерен из связки (см. рис. 3), построенные с использованием параметров гамма-распределения, показывают, что величина выступания зерен из связки на РПК после ЭЭП правки имеет сходное распределение с величиной выступания зерен из связки после шлифования (графики имеют явно выраженную правостороннюю асимметрию, в зоне больших величин наблюдается резкое уменьшение частостей), однако распределения после ЭЭП правки имеют бóльшие математическое ожидание и дисперсию. Средняя высота выступания зерен из связки после правки электроэрозионным способом превышает аналогичный параметр после шлифования в 1,2 - 1,8 раза, а выборочная дисперсия – в 1,9 - 2,4 раза (см. табл. 1). При этом максимальная высота выступания зерен из связки после электроэрозионной правки превышает аналогичный параметр после 30 мин плоского алмазного шлифования в среднем в 1,6 раза (табл. 2).

Таблица 2. Максимальная высота выступания зерен из связки на рабочей поверхности круга 1А1 250×76×15×5 АС6 100/80-4-М2-01

Способ формирования РПК		Трасса	Объем выборки	Максимальная высота выступания зерен из связки, мкм
ЭЭП	ЭЭП 1	1	200	29,67
		2	200	27,37
	ЭЭП 2	1	200	27,83
		2	200	29,70
ПАШ стали Р6М5Ф3		1	200	16,77
		2	200	18,04

Это может быть связано с образованием на рабочей поверхности круга участков, где зерна не выступают над связкой, что происходит либо вследствие скалывания или вырывания зерен под действием сил резания, либо из-за заполнения шламом межзеренного пространства [1, 7].

После электроэрозионной правки РПК представляет собой поверхность с развитым рельефом, сформированным выступающими из металлической связки алмазными зернами В первые минуты шлифования стали Р6М5Ф3, твердость которой значительно выше твердости материала электрода, начинается интенсивное удаление и скалывание острых вершин наиболее выступающих из связки зерен, в результате чего разновысотность и выступание зерен из связки уменьшаются. Наиболее слабо закрепленные зерна активно удаляются в течение первых 15 мин шлифования. В это же время на вершинах контактирующих зерен начинают образовываться площадки, субмикрорельеф которых заполняет обрабатываемый материал. При дальнейшей обработке контактные площадки увеличиваются в размерах, начинается образование площадок на других зернах, которые вследствие разновысотности вначале участия в обработке не принимали. Кроме того наблюдаться засаливание межзеренного пространства, которое увеличивается с увеличением времени обработки. Все это приводит к увеличению расстояний между контактирующими зернами. В результате происходит снижение работоспособности шлифовального круга, что может привести к снижению качества обработанной поверхности [1].

Выводы. Предложенная нами методика позволяет определить параметры законов распределений разновысотности зерен относительно наиболее выступающего зерна, расстояния между зернами, а также высоты выступания зерен из связки на рабочей поверхности алмазного шлифовального круга. Однако, проведение экспериментальных исследований требует значительных временных затрат. Использование статистического имитационного моделирования позволяет снизить трудоемкость исследований [8], необходимых для прогнозирования параметров шероховатости шлифованной поверхности.

Выполненные исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Разновысотность зерен на рабочей поверхности круга 1А1 250×76×15×5 АС6 100/80-4-М2-01 после электроэрозионной правки и после 30 мин плоского алмазного шлифования стали Р6М5Ф3 описывается распределением Вейбулла; расстояние между зернами – экспоненциальным распределением; величина выступания зерен из связки – гамма-распределением.

2. Числовые характеристики распределений разновысотности зерен, расстояний между зернами и величины выступания зерен из связки на РПК, сформированной электроэрозионной правкой и плоским алмазным шлифованием стали Р6М5Ф3 в течение 30 мин, различны. Так, после 30 мин плоского алмазного шлифования средняя разновысотность зерен уменьшается в 1,9 раза, среднее расстояние между зернами увеличивается в 3,8 раза, а средняя высота выступания зерен из связки уменьшается в 1,5 раза по сравнению с аналогичными параметрами после электроэрозионной правки.

Литература

1. Азарова, Н.В. Изменение параметров рабочей поверхности алмазного круга в процессе шлифования / Н.В. Азарова, В.П. Цокур // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сборник научных трудов. – Донецк: ДонНТУ, 2020. − Вып. 1 (68). – С. 3-10.
2. Гусев, В.В. Оценка параметров рабочей поверхности алмазного шлифовального круга / В.В. Гусев, Д.А. Моисеев // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сборник научных трудов. – Донецк: ДонНТУ, 2017. − Вып. 4 (59) – С. 11-17.
3. Азарова, Н.В. Применение статистических методов к исследованию рабочей поверхности шлифовального круга / Н.В. Азарова, А.Н. Маленко, В.П. Цокур // Сборник научно-методических работ. – Вып. 10. – Донецк: ДонНТУ, 2017. – С. 3-10.
4. Азарова, Н.В. Определение закона и параметров распределения разновысотности алмазных зерен на рабочей поверхности шлифовального круга / Н.В. Азарова // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Машинобудування і машинознавство. − Донецьк: ДонНТУ, 2011. – Випуск 8 (190). – С. 78-87.
5. Азарова, Н.В. Определение закона и параметров распределения расстояний между зернами на рабочей поверхности алмазного шлифовального круга / Н.В. Азарова // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Машинобудування і машинознавство. − Донецьк: ДонНТУ, 2012. – Випуск 9 (205). – С. 82-89.
6. Азарова, Н.В. Определение закона и параметров распределения величины выступания алмазных зерен из связки на рабочей поверхности шлифовального круга / Н.В. Азарова // Прогресивні технології і системи машинобудування: Міжнародний збірник наукових праць. – Донецьк: ДонНТУ, 2011. – Випуск 42.− С. 3-10.
7. Азарова Н.В. Изменение координат рабочей поверхности алмазного круга в процессе шлифования / Н.В. Азарова, В.П. Цокур // Сборник научно-методических работ. – Вып. 11. – Донецк: ДонНТУ, 2019. – С. 3-7.
8. Азарова, Н.В. Имитационное моделирование параметров рабочей поверхности шлифовального круга / Н.В. Азарова, А.Н. Маленко // Сборник научно-методических работ. – Вып. 9. – Донецк: ДонНТУ, 2015. – С. 11-15.

Azarova N.V.

PARAMETERS OF DIAMOND WHEEL WORKING SURFACE AND THEIR CHANGE IN THE GRINDING PROCESS

Abstract. *The parameters of distribution law of the grain height difference, the distances between them and the height of grains above bind on diamond wheel working surface are determined and the character of their change in 30 minutes of flat grinding of high-speed steel is shown.*
Keywords: *grinding wheel, diamond grains, bind.*

УДК 378:37.02

СПЕЦИФИКА ПРЕПОДАВАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «МЕТОДЫ ПРИКЛАДНОЙ СТАТИСТИКИ» ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 2-ГО КУРСА НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ 39.03.01 «СОЦИОЛОГИЯ»

Будыка В.С.

ГОУ ВПО «Донецкая академия управления и государственной службы при Главе Донецкой Народной Республики»

budyka.vik@gmail.com

Проводится обоснование обучения студентов-социологов специальным разделам математической статистики, необходимых для успешного выполнения прикладных задач, связанных с математическими и статистическими методами в социологии.

Ключевые слова*: методы прикладной статистики, проблемы преподавания, методология.*

Зачастую будущие социологи считают, что в их профессиональной деятельности математика не нужна. Одним из основных факторов выбора данной специальности является отсутствие у них хороших математических знаний. Однако это большое заблуждение.

Преподавание математики социологам, в отличие, например, от обучения экономистов, сформировало совершенно новую методическую задачу перед преподавателями-математиками.

Литература [1 –4] посвященная преподаванию математики социологам в основном касается эмоционального отторжение материала обучающимися и низкого среднего уровня их знаний.

Знание математических методов является необходимым при проведении количественного социологического исследования. Работа социологов имеет чрезвычайно большое значение для демократизации общества. Одним из видов такой работы является опрос членов общества с целью получения достоверной независимой информации о тех или иных факторах общественной жизни.

Учебная дисциплина «Методы прикладной статистики для социологов» занимает важное место в подготовке специалистов высшей квалификации - социологов. В данном курсе предлагается освоить основные этапы и методы выборочного исследования при анализе полученной во время выборочного исследования информации.

В результате изучения дисциплины «Методы прикладной статистики для социологов» обучающиеся должны знать:

• основные математические методы статистического анализа, которые чаще всего возникают в социологическом исследовании;

а также уметь:

• находить основные статистические характеристики совокупностей данных;

• формировать короткий и содержательный отчет о статистическом анализе совокупности данных;

• проводить выборочное исследование;

• находить интервальные и точечные оценки генеральных параметров;

• применять ряд статистических критериев для решения задач статистического анализа, которые чаще всего возникают в социологическом исследовании.

Дисциплина «Методы прикладной статистики для социологов» основывается на курсе «Теория вероятностей и математическая статистика».

Курс «Методы прикладной статистики для социологов» является практически ориентированным. Теоретические знания и практические навыки, приобретенные при изучении дисциплины, пригодятся при проведении реального социологического исследования.

Таблица

Тематический план учебной дисциплины
«Методы прикладной статистики для социологов»

№ п/п	Название раздела и темы
Раздел 1. Построение числовых социальных моделей	
1.	Классификация социальных признаков по уровню измерения
2.	Представление социологических данных
3.	Меры центральной тенденции
Раздел 2. Статистические меры и корреляционная зависимость	
4.	Меры вариации
5.	Корреляционная зависимость
6.	Уравнение регрессии
Раздел 3. Статистические методы, используемые в социологии	
7.	Нелинейная зависимость
8.	Статистическое оценивание числовых характеристик
9.	Различение статистических гипотез

Математические методы являются одним из важнейших элементов современной науки и относятся к уровню так называемого общенаучного знания вместе с логикой, теорией информации, теорией систем, кибернетикой и синергетикой. В настоящее время все больше научных областей активно используют математические методы.

Анализируя методическую систему подготовки социологов, приведем основные пути их совершенствования:

• оценка уровня математической подготовки обучающихся первокурсников с целью применения методов дифференцированного обучения;

• повышение активности и мотивации обучающихся за счет верного сочетания различных форм проведения лекций и практических занятий;

• организация самостоятельной и индивидуальной работы обучающихся на основе системного подхода ее планирования;

• применение в учебном процессе инновационных методов интерактивного и телевизионного обучения с целью активизации познавательной деятельности;

• использования компьютерных и информационных технологий при изучении математических дисциплин, организации контроля знаний, специальных тематических курсах;

• активизация исследовательской работы обучающихся за счет применения в курсовых и дипломных работах математических, статистических и информационных методов.

Итогом изучения дисциплины «Методы прикладной статистики для социологов» является достижение определенного уровня математической подготовки. Математическая подготовка обучающихся-социологов должна предоставить такие знания и умения, которые способствуют формированию научного мировоззрения, воспитанию логического мышления, обеспечивают возможность использования математического аппарата в профессиональной деятельности, позволяют овладеть современными методами исследования социально-политических явлений.

Проведенный анализ математической и статистической составляющих учебного процесса подготовки социологов позволяет сделать вывод, что математические дисциплины являются важным звеном профессионального формирования обучающихся. Подготовку высококвалифицированных социологов, которые имеют высокий математико-статистической подготовки, способны к профессиональному росту и мобильности в сложных современных условиях развития общества, возможно обеспечить основательно и логично построенным циклом базисных математических и статистических дисциплин направления подготовки «Социология».

Литература

1. Калинин Н.С. Как учить социологов математике // Математическое просвещение. – 2020. – Третья серия, вып. 25. – С. 143-154.

2. Масюкова О.Н., Мазепа Е.А., Солодков С.А. Особенности методики преподавания курса. Теория вероятностей и математическая статистика для направления подготовки бакалавриата. Социология // Вестник Волгоградского государственного университета. – 2013. – Сер. 6: Вып. 14. С. 111-116.

3. Толстова Ю.Н. Математические методы-факторы связи естественных и социально-гуманитарных наук (социологии) // Социологические исследования. – 2015. – Вып. 10. С. 12-21.

4. Толстова Ю.Н. Преподавание математики студентам-социологам // Социологические исследования. – 2002. – Вып. 2. С. 111-120.

Budyka V.S.

SPECIFICITY OF TEACHING THE EDUCATIONAL DISCIPLINE "METHODS OF APPLIED STATISTICS" FOR STUDENTS OF THE 2nd COURSE OF TRAINING DIRECTION 39.03.01 "SOCIOLOGY"

Abstract. *Substantiated is the teaching of sociology students to special sections of mathematical statistics, which are necessary for the successful fulfillment of applied problems related to mathematical and statistical methods in sociology.*
Key-words: *methods of applied statistics, teaching problems, methodology.*

УДК 517.5

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ УСЛОВИЕ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТИ ФУНКЦИИ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

Волчкова Н.П.

ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет»

volna936@gmail.com

Рассматривается геометрическая интерпретация дифференцируемости функций двух переменных. Доказано, что наличие у графика непрерывной функции касательной плоскости вида $z = Ax + By + C$ *влечет дифференцируемость функции.*
Ключевые слова*: функция двух переменных, касательная плоскость, дифференцируемость.*

Понятие касательной плоскости играет важную роль в связи с геометрической иллюстрацией дифференцируемости функций нескольких переменных. В учебниках по математическому анализу приняты различные подходы к определению касательной плоскости (см., например, [1]-[4]). Остановимся более подробно на двух из них.

Определение 1 ([1],[2]). *Пусть функция* $u = f(x, y)$ *определена в некоторой окрестности точки* (x_0, y_0). *Плоскость*

$$z = f(x_0, y_0) + A(x - x_0) + B(y - y_0)$$

($A, B -$ *некоторые постоянные*) *называется касательной плоскостью к графику функции* f *в точке* $\left(x_0, y_0, f(x_0, y_0)\right)$, *если*

$$u - z = o\left(\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}\right) \quad \text{при} \quad (x, y) \to (x_0, y_0).$$

Другой подход к определению касательной плоскости можно найти в [3], [4].

Определение 2 ([3],[4]). *Пусть функция* $z = f(x, y)$ *непрерывна в некоторой окрестности точки* (x_0, y_0), $S -$ *график функции* f, $M_0 = \left(x_0, y_0, f(x_0, y_0)\right) \in S$, $M = \left(x, y, f(x, y)\right) \in S$, $\Pi -$ *плоскость, проходящая через точку* M_0, $\vec{n} -$ *нормаль к* Π *в точке* M_0, $\varphi(M) -$ *угол между векторами* $\vec{n}$ *и* $\overrightarrow{M_0 M}$, $(\varphi(M) \in [0, \pi])$. *Плоскость* Π называется касательной плоскостью к S в точке M_0, если

$$\lim_{M \to M_0} \varphi(M) = \frac{\pi}{2}.$$

Отметим, что отображение $(x, y) \to \left(x, y, f(x, y)\right)$ является поверхностью в R^3.

Если использовать это определение, то дифференцируемость влечет наличие касательной плоскости. Точнее, имеет место следующий результат (см. [3],[4]).

Теорема 1. *Пусть функция* $z = f(x, y)$ *непрерывна в некоторой окрестности точки* (x_0, y_0), S - *график функции* f, $M_0 = (x_0, y_0, f(x_0, y_0))$. *Тогда если функция* f *дифференцируема в точке* (x_0, y_0), *то* S *имеет касательную плоскость в мочке* M_0. *Уравнение этой касательной плоскости имеет вид*

$$z = f(x_0, y_0) + \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)(x - x_0) + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)(y - y_0). \tag{1}$$

При этом вектор нормали к касательной плоскости определяется равенством

$$\vec{n} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0), \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0), -1\right). \tag{2}$$

Вместе с тем в указанных учебниках, а также других известных автору источниках, отсутствует доказательство обратного утверждения. В данной работе мы доказываем, что наличие касательной плоскости в смысле определения 2 влечет дифференцируемость непрерывной функции.

Теорема 2. *Пусть функция* $z = f(x, y)$ *непрерывна в некоторой окрестности точки* (x_0, y_0), S - *график функции* f, $M_0 = (x_0, y_0, f(x_0, y_0))$. *Если* S *имеет касательную плоскость в точке* M_0 *вида*

$$z = Ax + By + C, \qquad A, B, C \in \mathbb{R}, \tag{3}$$

то функция f дифференцируема в точке (x_0, y_0).

Доказательство. Вектор $\vec{N} = (A, B, -1)$ является нормальным к плоскости (3). Имеем

$$cos\varphi(M) = \frac{(\vec{N}, \overrightarrow{M_0M})}{|\vec{N}||\overrightarrow{M_0M}|} =$$

$$= \frac{A(x - x_0) + B(y - y_0) - (z - z_0)}{\sqrt{A^2 + B^2 + 1} \cdot \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}}.$$

Тогда в силу условия теоремы

$$\lim_{M \to M_0} \frac{A(x - x_0) + B(y - y_0) - (z - z_0)}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}} = 0.$$

Если $x \to x_0$, $y \to y_0$, то $z \to z_0$ и $M \to M_0$, так как f непрерывна в точке (x_0, y_0). Следовательно,

$$\alpha = \alpha(x, y) \overset{\text{def}}{=} \frac{A(x - x_0) + B(y - y_0) - (z - z_0)}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}} \to 0$$

при $x \to x_0$, $y \to y_0$.

Положим

$$l = l(x, y) \overset{\text{def}}{=} A(x - x_0) + B(y - y_0),$$
$$q = q(x, y) \overset{\text{def}}{=} (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2.$$

Определения α, l и q показывают, что

$$\alpha = \frac{l - (z - z_0)}{\sqrt{q + (z - z_0)^2}}, \quad \alpha^2 = \frac{l^2 - 2l(z - z_0) + (z - z_0)^2}{q + (z - z_0)^2},$$

$$(z - z_0)^2 - \frac{2l(z - z_0)}{1 - \alpha^2} + \frac{l^2 - \alpha^2 q}{1 - \alpha^2} = 0,$$

$$\left(z - z_0 - \frac{l}{1 - \alpha^2}\right)^2 = \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2}\left(q + \frac{l^2}{1 - \alpha^2}\right).$$

Отсюда находим

$$\left|z - z_0 - l - \frac{l\alpha^2}{1 - \alpha^2}\right| = \frac{|\alpha|}{\sqrt{1 - \alpha^2}}\sqrt{q + \frac{l^2}{1 - \alpha^2}},$$

$$z - z_0 - l = \frac{l\alpha^2}{1 - \alpha^2} + r, \tag{4}$$

где

$$|r| = \frac{|\alpha|}{\sqrt{1-\alpha^2}}\sqrt{q + \frac{l^2}{1-\alpha^2}}.$$

Покажем, что

$$\frac{l\alpha^2}{1-\alpha^2} + r = o(\sqrt{q}) \text{ при } x \to x_0, \quad y \to y_0\,. \tag{5}$$

Имеем оценку

$$0 \le \frac{l^2}{q} = \frac{\left(A(x-x_0)+B(y-y_0)\right)^2}{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2} =$$
$$= \frac{A^2(x-x_0)^2}{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2} + \frac{B^2(y-y_0)^2}{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2} +$$
$$+ \frac{2AB\,(x-x_0)(y-y_0)}{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2} \le A^2 + B^2 + |A||B|\,.$$

Поэтому

$$\frac{|l|\alpha^2}{\sqrt{q}(1-\alpha^2)} + \frac{|r|}{\sqrt{q}} =$$
$$= \frac{|l|\alpha^2}{\sqrt{q}(1-\alpha^2)} + \frac{|\alpha|}{\sqrt{1-\alpha^2}}\sqrt{1+\frac{l^2}{q(1-\alpha^2)}} \to 0$$

при $x \to x_0, y \to y_0$, поскольку произведение ограниченной функции на бесконечно малую является бесконечно малой. Итак, соотношение (5) доказано, а из него и (4) следует представление

$$z - z_0 = l + o(\sqrt{q}), \quad x \to x_0, y \to y_0\,,$$

т.е.

$$f(x,y) - f(x_0,y_0) = A(x-x_0) + B(y-y_0) +$$

$$+ o\left(\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}\right), x \to x_0, y \to y_0.$$

Таким образом, функция f дифференцируема в точке (x_0, y_0).

Литература

1. Зорич В. А. Математический анализ / В. А. Зорич. – М.: Наука. – Т.1, 1981. – 544с. Т. 2, 1984. – 640с.

2. Карташев А. П. Математический анализ / А.П. Карташев, Б.Л. Рождественский. – М.: Наука. – 1984. – 448 с.

3. Ильин В. А. Математический анализ / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов. – М.: Изд-во Моск. унив. – Т. 1. – 1985. – 663с.
4. Бутузов В.Ф. Лекции по математическому анализу / В.Ф. Бутузов. – М.: МГУ. – Часть 2, 2014. – 199с.

Volchkova N.P.

GEOMETRIC CONDITION OF DIFFERENTIABILITY OF A FUNCTION OF TWO VARIABLES

Abstract. *A geometric interpretation of the differentiability of functions of two variables is considered. It is proved that if the graph of a continuous function has tangent plane of the form* $z = Ax + By + C$, *then the function is differentiable.*
Key words: *function of two variables, tangent plane, differentiability.*

УДК 378.1

ОСНОВНЫЕ УСЛОВИЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ

Галибина Н.А.
ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»
gn1977@mail.ru

Рассмотрены вопросы, связанные с повышением успеваемости по математике будущих инженеров. Выделены основные направления, влияющие на качество обучения студентов. Предложены основные пути по устранению факторов, негативно сказывающихся на качестве обучения математике в вузе.
Ключевые слова: *обучение математике, студенты технических вузов, повышение успеваемости, будущие инженеры, активные и интерактивные технологии обучения*.

Проблема повышения качества обучения математике как в средних, так и в высших учебных заведениях является на сегодняшний день одной из самых важных, поскольку развитие науки и внедрение новых технологий привело к повышению требований к современным специалистам всех отраслей производства. Этот факт, в свою очередь, требует пересмотра технологий подготовки студентов, в частности, методики обучения математическим дисциплинам.

В этой статье будут выделены основные условия, выполнение которых способствует повышению эффективности обучения математике будущих инженеров.

На данный момент имеется большое количество исследований, касающихся повышения качества обучения математике в школах, в средних и в высших профессиональных заведениях. Многие учёные считают, что одним из основных условий повышения эффективности обучения школьников и студентов является использование активных и интерактивных методов обучения, а также применение информационно-коммуникационных технологий (ИКТ). Более того, требование об обязательном использовании в учебном процессе интерактивных технологий, а также ИКТ прописано и в образовательных документах многих стран.

Кроме названных выше требований целесообразно упомянуть следующие перечисленные ниже факторы, способствующие повышению качества обучения математике будущих инженеров:

- повышение интереса и мотивации студентов к обучению;
- профессиональная направленность и междисциплинарный подхода к обучению;
- формирование и развитие у студентов математической культуры;
- развитие у студентов инженерного мышления [2].

Однако применение в обучении математике активных и интерактивных технологий, ИКТ, в том числе и цифровых технологий, смещение акцента от информирования студентов в тех или иных математических понятиях и методах доказательства теорем к формированию и развитию у будущих инженеров общих и профессиональных компетенций, математической культуры и инженерного мышления является непростой задачей, поскольку далеко не все преподаватели готовы к этому.

Одной из причин нежелания некоторых педагогов применять на своих занятиях активные и интерактивные технологии является привычка использовать лишь объяснительно-иллюстративные и репродуктивные методы обучения.

Другой причиной является индивидуальный стиль преподавания. Когда у педагога преобладает авторитарный характер преподавания, ему очень тяжело налаживать взаимодействие со студентами, подразумевающее отношения на равных, на одном уровне, но чуть впереди. Если педагог привык к доминированию, демонстрации своего превосходства и своей «правоты», то в ситуации взаимодействия с обучающимися на равных он будет чувствовать себя очень дискомфортно.

Третьей причиной приверженности преподавателей к традиционным методам обучения является непонимание педагогами сути тех или иных активных и интерактивных технологий. Для устранения этой причины необходимы лекции для педагогов по современным технологиям обучения, а также наличие в открытом доступе методических разработок с конкретными примерами по каждой дисциплине.

В Донбасской национальной академии строительства и архитектуры автором статьи были прочитаны лекции по интерактивным технологиям обучения на методическом семинаре кафедры высшей математики, а также на курсах повышения квалификации для преподавателей других дисциплин. Кроме того, автором было издано учебно-методическое пособие «Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе» [1] для того, чтобы помочь преподавателям математических дисциплин технических вузов разобраться на конкретных примерах в разнообразии и особенностях основных активных и интерактивных технологиях обучения.

Упомянутое выше учебно-методическое пособие состоит их четырёх глав. Цель первой главы пособия – сформировать у читателя общее представление о тенденциях в педагогике, связанных с активными и интерактивными технологиями обучения. В этой же главе раскрыты основные понятия, касающиеся применения в обучении активных и интерактивных технологий.

В последующих главах детально описаны основные особенности методов, организационных форм и средств активного и интерактивного обучения. При этом теоретический материал проиллюстрирован на конкретных примерах.

Особое внимание в главе 4 пособия уделяется использованию в обучении математике будущих инженеров информационно-коммуникационных технологий (ИКТ). Также в этой главе проанализированы преимущества и недостатки различных программных средств для проведения занятий по математическим дисциплинам в дистанционном формате. Несмотря на то, что в упоминаемом учебно-методическом пособии основное внимание уделяется только тем технологиям, которые, по мнению автора, наиболее приемлемы для организации обучения математическим дисциплинам, оно будет полезным и преподавателям всех дисциплин, а также аспирантам и студентам педагогических специализаций.

Важнейшими условиями для эффективной реализации активных и интерактивных технологий в любом учебном заведении является доброжелательная атмосфера на занятиях. Любые конфликтные ситуации типа «студент-студент», «студент-преподаватель», «преподаватель-преподаватель» и т.п. значительно ухудшают и даже сводят на нет любые усилия педагогов.

Анонимное анкетирование преподавателей и беседы с ними показывают, что больше всего преподавателей волнуют вопросы, касающиеся того, как решать конфликты с так называемыми «неадекватными» студентами. Чаще всего такие вопросы задают преподаватели со стажем более 25 лет. Из этого факта можно сделать два предположения:

- у преподавателей начались конфликты со студентами из-за профессионального выгорания и накопившейся усталости, либо они были свидетелями таких конфликтов;
- преподаватели с меньшим стажем ещё не сталкивались с конфликтами «студент-преподаватель» ни в качестве наблюдателей, ни в качестве участников.

Поскольку лучшим решением конфликта является его предотвращение, автором статьи на курсах повышения квалификации, а также на лекции для кураторов были раскрыты вопросы, связанные с предупреждением конфликтных ситуаций «студент-студент» и «студент-преподаватель» за счёт повышения психолого-педагогической грамотности преподавателей. На лекциях были освещены основные аспекты, касающиеся формирования студенческого коллектива; предоставления помощи студентам, которые не могут адаптироваться к обучению в вузе; учёта индивидуальных личностных особенностей студентов в воспитательной работе куратора, в частности, учёта акцентуации характера и её диагностики; выявления и профилактики профессионального выгорания преподавателей.

Нередко студенческие конфликты начинаются из-за некорректного поведения педагогов. Демонстрация своего превосходства, доминирование, авторитарность, бестактность и пр. могут стать причиной сопротивления студентов и даже проявления их агрессии по отношению к педагогу. Это же поведение может стать причиной агрессивного преследования студента своими сокурсниками. В обоих случаях ни о каком дальнейшем эффективном взаимодействии и сотрудничестве студентов с преподавателями и друг с другом не может быть и речи.

Снижают качество обучения в вузе и конфликты в преподавательской среде, в максимальном своим проявлении называемые «буллинг», «моббинг» или «боссинг» в зависимости от того, кто является инициатором активных агрессивных действий.

Основными причинами таких негативных тенденций на кафедрах является чрезмерно высокий уровень конкуренции, нечёткость правил, которым педагогам нужно следовать, большое количество обязанностей, которые не входят в должностные инструкции и в нагрузку, но выполняются преподавателями и т.п. К буллингу, моббингу и боссингу часто приводит и профессиональная деформация педагогов, которая выражается в стремлении всеми управлять, в том числе и своими коллегами, всех воспитывать и контролировать, навязывать своё «единственно правильное» мнение и т.п. Инаковость коллег по темпераменту и характеру, национальности, материальному благополучию, семейному статусу, внешности, стилю в одежде и т.п. у таких преподавателей вызывает агрессивное поведение. Например, любители застолья и халатного отношения к работе прилагают максимум усилий для того, чтобы объединиться и «перевоспитать» коллегу-выскочку, полностью подчинив его своей воле. Если же им это не удаётся, мелкие колкости и насмешки постепенно начинают перерастать в обесценивание, подрывание авторитета, социальную изоляцию более молодого коллеги, непредоставление ему важной информации по работе, распускание порочащей, зачастую недостоверной или чрезмерно преувеличенной информации, вовлечение в свои интриги преподавателей других кафедр, аспирантов и студентов.

По нашим наблюдениям, чаще всего руководство старается не замечать буллинг, моббинг и боссинг на кафедрах, а в случае боссинга чаще поддерживает начальника, чем жертву. Такое явление называют «виктимблейминг». Реже руководство прилагает все усилия для устранения буллинга, моббинга или боссинга на кафедрах и оздоровления психологического климата в коллективе.

Несмотря на большие трудности, последний вариант наиболее предпочтителен, поскольку, как показывают научные исследования [3], начавшись однажды, буллинг, моббинг или боссинг имеют тенденцию к повторению, постепенному «подгниванию» коллектива и в конечном итоге приводят к уходу самых талантливых и работоспособных преподавателей из вуза, невозможности развития и внедрения каких-либо инноваций в учебно-воспитательный процесс и даже к распаду отдельных кафедр.

Кроме того, вовлечение, к примеру, обучающихся в обсуждение «недостатков» преподавателей, обесценивание и высмеивание педагогов приводит к снижению мотивации студентов к обучению и, как следствие, к снижению общей успеваемости и дисциплины.

Таким образом, ещё одним важнейшим условием повышения качества обучения в техническом вузе является уважительная и доброжелательная атмосфера в педагогическом коллективе в целом и на каждой из кафедр в отдельности.

Итак, для повышения качества обучения математике студентов технических вузов необходимо:

1) в рамках студенческой группы или потока:

- использование преподавателями на занятиях активных и интерактивных технологий обучения, а также ИКТ;
- создание и поддержание доброжелательной и творческой обучающей среды;
- профессиональная направленность обучения математике;
- междисциплинарный подход к обучению математическим дисциплинам;
- ориентация на формирование и развитие у студентов инженерного мышления и математической культуры;

2) в рамках отдельных кафедр и вуза в целом:

- повышение психолого-педагогической грамотности преподавателей за счёт издания учебно-методической литературы, организации тематических лекций и вебинаров;
- создание и поддержание доброжелательной и поддерживающей атмосферы на кафедрах;
- поддержание высокого уровня дисциплины как студентов, так и преподавателей;
- предупреждение профессиональной деформации и профессионального выгорания сотрудников кафедры за счёт разъяснительных бесед и лекций;
- развитие у педагогов терпимости к другому мнению, внешнему виду, выбору жизненной траектории и т.п., например, за счёт организации на кафедрах информативных лекций, дискуссий, бесед, тренингов, встреч с психологами и т.п.

Литература

1. Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учеб.-метод. пособ. / Н. А. Галибина. – Макеевка : ДонНАСА, 2021. – 126 с.
2. Галибина Н. А. К вопросу о повышении качества образования будущих инженеров-строителей. / Н. А. Галибина, И. Н. Ковалёв. // Управление качеством в образовании и промышленности: сборник статей Всероссийской научно-технической конференции. – Севастополь: ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет», 2020. **–** С. 670-674.
3. Дружилов С. А**.** Проблемы моббинга на кафедре в условиях реформирования вуза / С. А. Дружилов. // Высшее образование в России: Научно-педагогич. журн. Минобраз. и науки РФ. – 2011. – № 6. – С. 118-122.

Galibina N. A.

BASIC CONDITIONS FOR ENHANCING THE EFFECTIVENESS OF MATHEMATICS EDUCATION FOR TECHNICAL UNIVERSITY STUDENTS

Abstract. *The questions concerned with improving the mathematics learning outcomes of future engineers are* considered. *The main directions influencing the quality of student learning are highlighted. The main ways to eliminate factors that negatively affect the quality of teaching mathematics at university are proposed.*
Key words: *teaching mathematics, students of technical institutes, improving performance, future engineers, active and interactive learning technologies.*

УДК 378.1

ОБЩИЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ О ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЯХ УПРУГИХ СТРЕЖНЕЙ

Гордеев Г.Г.

ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»

g.g.gordeev@donnasa.ru

В работе предложен общий алгоритм решения широкого класса задач о вынужденных колебаниях упругих стержней, используя общее уравнение динамики. Формулы алгоритма используют нормальные формы свободных колебаний стержней и вид возмущающих функций решаемой конкретной задачи. Алгоритм пригоден как для аналитических исследований, так и численной реализации с помощью средств компьютерной техники.

Ключевые слова: *упругий стержень, вынужденные колебания, общее уравнение динамики, алгоритм.*

Многие технические проблемы динамики машин и сооружений сводятся к рассмотрению задачи о вынужденных колебаниях упругого стержня в плоскости, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных [1,2,3]:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = f(x,t), \tag{1}$$

где

$$a^2 = \frac{EIg}{A\gamma}. \tag{2}$$

В уравнениях $y = y(x,t)$ − перемещение точки оси стержня, x − осевая координата, t − время, E − модуль упругости первого рода (модуль Юнга), A − площадь поперечного сечения стержня, I − момент инерции площади поперечного сечения, γ − вес единичного объёма материала, g − ускорение свободного падения.

Функция $f(x,t)$ учитывает все вынужденные воздействия на весь стержень, его точки и части, в неё входят возмущающие колебания функции $P_1, P_2, \ldots, P_n$.

Если $f(x,t) = 0$, то имеют место свободные колебания упругого стержня [1].

Перемещение любой точки стержня можно получить в виде ряда [1]:

$$y = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x)\varphi_i(t), \tag{3}$$

где $X_i(x)$ – нормальные функции свободных колебаний стержня, $\varphi_i(t)$ – неизвестные функции времени.

В случае свободных колебаний функции $\varphi_i(t)$ $(i = 1,\ 2,\ \ldots)$ имеют вид:

$$\varphi_i = A_i \cos p_i t + B_i \sin p_i t\ , \tag{4}$$

где p_i – частоты свободных колебаний стержня, а A_i, B_i – неизвестные константы, определяемые из начальных условий.

Нормальные функции определяются из обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d^4 X_i}{dx^4} = \frac{p_i^2}{a^2} X_i \tag{5}$$

и имеют вид [1,2]:

$$X_i = C_{1i} \sin k_i x + C_{2i} \cos k_i x + C_{3i} shk_i x + C_{4i} chk_i x, \tag{6}$$

где

$$k_i^2 = \frac{p_i}{a} \tag{7}$$

а C_{1i}, C_{2i}, C_{3i}, C_{4i} – постоянные, которые определяются из условий на концах стержня.

В случае вынужденных колебаний стержня функции $\varphi_i(t)$ находятся с помощью метода, использующего принцип Даламбера и принцип возможных перемещений (принцип Лагранжа), то есть общего уравнения динамики [1]. При этом нормальные функции свободных колебаний X_i: должны быть ортогональными.

Общее уравнение динамики приводит задачу нахождения функции φ_i: к решению системы линейных дифференциальных уравнений второго порядка [1]:

$$\ddot{\varphi}_i + n_i^2 \varphi_i + q_i = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots). \tag{8}$$

Для вычисления коэффициентов уравнения n_i, q_i нет единого для всех конкретных задач алгоритма.

Для каждой конкретной задачи их определяют путем повторения применения принципа Даламбера и принципа возможных перемещений, повторяя каждый раз вывод уравнения (8).

Целью данной работы является получение общего алгоритма получения величин n_i, q_i $(i = 1,\ 2,\ \dots)$ для всех конкретных задач, вытекающих из практики, используя общее уравнение динамики.

Предложенный алгоритм избавляет от необходимости применения общего уравнения динамики в каждой конкретной задаче и повторение получения уравнения (8).

Задача сводится к вычислению величин n_i, q_i $(i = 1,\ 2,\ \dots)$ по формулам алгоритма, достаточно при этом знать нормальные формы свободных колебаний стержня с определенным закреплением его концов, и конкретные возмущающие воздействия.

Алгоритм может быть использован как для аналитических исследований, так и для численных расчетов, так как он может быть запрограммирован и реализовать с помощью компьютерных средств.

Получим алгоритм решения задачи. С целью применения общего уравнения динамики необходимо рассмотреть три вида сил: силы инерции, приложенные к каждому элементу колеблющегося стержня, упругие силы, возникающие при деформации стержня, возмущающие силы.

За виртуальное перемещение можно взять любое поперечное перемещение δy, удовлетворяющее условию непрерывности и условиям концах стержня:

$$\delta y = \sum_{i=1}^{\infty} X_i \delta \varphi_i \ . \tag{9}$$

Вычислим силу инерции элемента стержня и её виртуальную работу. Сила инерции элемента стержня длиной dx равна

$$F^u = -dm\ddot{y} \tag{10}$$

где dm - масса элемента стержня.

Так как

$$dm = \frac{\gamma \mathrm{A}}{g} dx \ , \tag{11}$$

то

$$F^u = -\frac{\gamma A}{g} \ddot{y} dx \, . \tag{12}$$

Вычислим виртуальную работу сил инерции:

$$\delta \mathrm{A}^u = \int_0^{\ell} F^u \delta y \, . \tag{13}$$

Вычислив ускорение точки стержня

$$\ddot{y} = \sum_{j=1}^{\infty} \mathrm{X}_j \ddot{\varphi}_j , \qquad (14)$$

эту работу можно представить в виде :

$$\delta \mathrm{A} = \sum_{i=1}^{\infty} a_i^u \delta \varphi_i , \qquad (15)$$

где

$$a_i^u = -\frac{\gamma \mathrm{A}}{g} \sum_{i=1}^{\infty} x_{ij} \ddot{\varphi}_j , \qquad (16)$$

а

$$x_{ij} = \int_0^{\ell} \mathrm{X}_i \mathrm{X}_j dx . \qquad (17)$$

Заметим, что выражение для возможной работы сил инерции точек стержня получено в общем виде для любой задачи, с любыми случаями опирания концов стержня.

Конкретные задачи отличаются видом собственных функций $\mathrm{X}_i \, (i = 1,2,...)$ и их свойствами.

Для известных практических случаев опирания концов стержня собственные функции обладают свойством ортогональности: $x_{ij} = 0$ при $i \neq j$ [1]. Это упрощает вычисление возможной работы сил инерции точек стержня.

Для вычисления возможностей работы упругих сил необходима энергия деформации стержня [1,3]:

$$V = \frac{\mathrm{EI}}{2} \int_0^{\ell} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 dx . \qquad (18)$$

Подставив y из (3), получим:

$$V = \frac{\mathrm{EI}}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \nu_{ij} \varphi_j \varphi_i , \qquad (19)$$

где

$$\nu_{ij} = \nu_{ji} = \int_0^{\ell} \frac{d^2 \mathrm{X}_j}{dx^2} \frac{d^2 \mathrm{X}_i}{dx^2} dx . \qquad (20)$$

Вычислив интегралы, входящие в последнее выражение, элементы квадратичной формы (19) можно представить в виде:

$$\nu_{ji} = \nu_{ij} = k_j^4 x_{ij} + \left(\frac{d^2 \mathrm{X}_j}{dx^2} \frac{d\mathrm{X}_i}{dx} - \frac{d^3 \mathrm{X}_j}{dx^3} \mathrm{X}_i \right) \Bigg|_0^{\ell} , \tag{21}$$

или $\nu_{ji} = \nu_{ij} = k_j^4 x_{ij} + g_{ij}$,

где постоянные величины g_{ij} имеют вид

$$g_{ij} = \left(\frac{d^2 \mathrm{X}_j}{dx^2} \frac{d\mathrm{X}_i}{dx} - \frac{d^3 \mathrm{X}_i}{dx^2} \mathrm{X}_i \right) \Bigg|_0^{\ell} . \tag{22}$$

Теперь можно вычислить виртуальную работу упругих сил

$$\delta \ \mathrm{A}^{y} = -\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\partial V}{\partial \varphi_i} \delta\varphi_i , \tag{23}$$

где V - энергия деформации стержня.

Вычислив производные

$$\frac{\partial V}{\partial \varphi_i} = \frac{\mathrm{EI}}{2} \left(\nu_{ii} + \sum_{j=1}^{\infty} \nu_{ji} \varphi_j \right), \tag{24}$$

и подставив их в выражение (23), получим формулу для вычисления виртуальной работы упругих сил:

$$\delta \mathrm{A}^{y} = \sum_{i=1}^{\infty} a_i^{y} \delta\varphi_i , \tag{25}$$

где

$$a_i^{y} = -\frac{\mathrm{EI}}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \nu'_{ij} \varphi_j , \tag{26}$$

где $\nu'_{ij} = \left(1 + \delta_{ij}\right)\left(k'_j x_{ij} + g_{ij}\right)$, (27)

а δ_{ij} – символ Кронекера:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, если i = j, \\ 0, если i \neq j. \end{cases} \tag{28}$$

Заметим, что выражение для возможной работы упругих сил получено тоже в общем виде для любого опирания стержня на концах.

Заметим, что для наиболее часто встречающихся условиях опирания стержня на его концах, например, свободном опирании, закрепленном конце и свободном конце величиной $g_{ij} = 0$.

Для конкретной задачи достаточно взять ее собственные функции X_i

(i=1,2,…), вычислить x_{ij} и найти виртуальную работу внутренних сил.

Виртуальная работа внешних сил зависит от их вида и может быть записан в виде:

$$\delta A^e = \sum_{i=1}^{\infty} a_i^e \delta\varphi. \tag{29}$$

Вершины a_i^e вычисляются для каждой отдельной задачи через конкретные возмущающие силы.

Зная виртуальные работы всех видов сил, приложенных к упругому стержню, можно применить общее уравнение динамики:

$$\delta A^u + \delta A^y + \delta A^e = 0 \ . \tag{30}$$

Подставив работы, получим уравнение:

$$\sum_{i=1}^{\infty} (a_i^u + a_i^y + a_i^e)\delta\varphi_i = 0 \ , \tag{31}$$

из которого следует система уравнений:

$$a_i^u + a_i^y + a_i^e = 0 \, . \tag{32}$$

Подставив величины, входящие в это уравнение, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для определения неизвестных функций $\varphi_i \ (i = 1,2,\ldots)$:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left(a_{ij}\ddot{\varphi}_i + b_{ij}\varphi_i + c_{ij} \right) = 0 \, , \tag{33}$$

где $$a_{ij} = \frac{\gamma A}{g} x_{ij} \, , \tag{34}$$

$$b_{ij} = \frac{EI}{2} v'_{ij} \ , \tag{35}$$

$$c_{ij} = -\delta_{ij} a_i^e \ . \tag{36}$$

Заметим, что это система обыкновенных дифференциальных уравнении второго порядка.

При выводе уравнений для вычисления функций $\varphi_i \ (i = 1,2,\ldots)$ не предполагалась ортогональность собственных функций X_i и граничные условия (опирания на концах стержня) считались побочными.

В этом и в универсальности полученных уравнений (33) и состоит обобщение алгоритма решения классической задачи о вынужденных колебаниях упругих стержней.

Решение задачи значительно упрощается в случае свободного (шарнирного) опирания стержня на концах, заделанного конца и свободного конца.

В этом случае $g_{ij}=0$ и собственные функции X_i ортогональны, то есть $x_{ij}=0$ (при $i\neq 0$), и система (33) примет вид:

$$a_{ii}\ddot{\varphi}_i+b_{ii}\varphi_i+c_{ii}=0,\left(i=1,2,\ldots\right), \tag{37}$$

где

$$a_{ii}=\frac{\gamma A}{q}x_{ii},b_{ii}=\frac{EI}{2}\kappa_i^4x_{ii},c_{ii}=a_i^e. \tag{38}$$

Систему (37) можно записать в стандартном виде:

$$\ddot{\varphi}_i+n_i^2\varphi_i+q_i=0, \tag{39}$$

где

$$n_i^2=\frac{EIg\kappa_i^4}{2\gamma A},q_i=\frac{a_i^e g}{\gamma Ax_{ii}}. \tag{40}$$

Так как $a^2=\dfrac{E\Im q}{\gamma A},\kappa_i^2=\dfrac{p_i}{a},$ то

$$n_i^2=\frac{p_i^2}{a},(\mathrm{n}_i=\frac{p_i}{\sqrt{a}}), \tag{41}$$

где p_i - частоты свободных колебаний упругого стержня.

Общее решение этого уравнения (39) имеет вид:

$$\varphi_i(t)=c_{1i}\cos n_it+c_{2i}\sin n_it+$$
$$+\frac{1}{n_i}(\cos n_it\int q_i(t)\sin n_itdt-\sin n_it\int q_i(t)\cos n_itdt)(i=1,2,...), \tag{42}$$

где $c_{1i},c_{2i}(i=1,2,...)$ - константы интегрирования, определяемые из начальных условий задачи

$$\varphi_i(0)=\varphi_{i0},\dot{\varphi}_i(0)=\dot{\varphi}_{i0},(\mathrm{i}=1,2,...). \tag{43}$$

Литература

1.Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. «Наука»,1967.-444с.
2.Светлицкий А.В. Механика гибких стержней и нитей. М.1978.-222с.
3.Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. М. 1980.-408с.

Gordeev G.G.

GENERAL ALGORITHM FOR SOLVING PROBLEMS OF FORCED VIBRATIONS OF ELASTIC RODS

Annotation. *The paper presents a general algorithm for solving a wide class of problems on forced vibrations of elastic rods using the general equation of dynamics. The algorithm formulas use the normal forms of free vibrations of the*

rods in the form of perturbing functions of the specific problem being solved. The algorithm is suitable for both analytical research and numerical implementation using computer technology.
Key words: *elastic rod, forced vibrations, general equation of dynamics, algorithm.*

УДК 378.14

РОЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В СИСТЕМЕ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ ПОЖАРНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Гребенкина А. С.
ГОУ ВПО «Академия гражданской защиты» МЧС ДНР
grebenkina.aleks@yandex.ru

В статье рассмотрена проблема практико-ориентированной математической подготовки студентов пожарно-технических специальностей. Указаны типы моделей, которые целесообразно применять в процессе обучения математике. Предложены уточнения математической модели чрезвычайной ситуации. Приведены примеры каждого типа модели.
Ключевые слова: *высшая математика, практико-ориентированное обучение, математическая модель, типы математических моделей, профессиональные компетенции.*

Введение. В процессе обучения математике будущих специалистов в области техносферной и пожарной безопасности следует развить умения применения математических методов в решении задач экологии, метеорологии, безопасности жизнедеятельности, пожарной безопасности. Важной характеристикой практико-ориентированного обучения является мотивированность учебно-познавательной деятельности, цель которой является формирование у будущих специалистов готовности к профессиональной деятельности на компетентностном уровне. Процесс математической подготовки инженеров пожарно-спасательного профиля ориентирован на формирование профессиональных компетенций, в его основе лежит математическое моделирование.

Вопрос применения математического моделирования как обучающего средства исследовался С. В. Гориновой [1], С. В. Звонаревым, Б. И. Ремшиным, Т. П. Пушкаревой [4], И. М. Яглом и др. Отдельные примеры моделирования в сфере гражданской защиты населения и территорий от ЧС и их последствий приведены в статьях А. Г. Белова, С. А. Гарелиной, Н. В. Каменецкой, А. В. Кочегарова, А. А. Кузьмина, А. О. Лихоманова, Л. В. Медведевой [3], А. В. Рыбакова, Т. А. Селеменовой [5]. Однако, системный анализ влияния метода математического моделирования на качество подготовки будущих специалистов по пожарной и техносферной безопасности выполнен не был.

Постановка задания. Цель данной статье – указать типы математических моделей, способствующих формированию у студентов навыка применения математических умений в решении практических задач инженера пожарной или техносферной безопасности; привести примеры подобных моделей.

Результаты. Сущность практико-ориентированного обучения определяется как целенаправленный процесс формирования и развития знаний и умений прикладного характера, ориентированного на потребности практики. В практической деятельности специалистов техносферной безопасности существенная часть математических моделей связана с чрезвычайными ситуациями (далее – ЧС). Такие модели могут отличаться друг от друга по способу представления объекта исследования. В процессе обучения математическим дисциплинам могут быть использованы следующие типы математических моделей [2].

Концептуальная модель – идеализированная умозрительная схема моделируемой ситуации или процесса, основанная на определенном способе понимания явления. При построении концептуальной модели используют готовые структурные элементы, понятия, приемы, методы, разработанные в фундаментальных науках. Приведем пример такой модели.

Пример 1. *В помещении объемом 200 м^3 содержится 0,15% углекислого газа CO_2. Вентиляция подает 20 м^3 в минуту, содержащего 0,04% CO_2. Определить, через какое время содержание углекислого газа в воздухе помещения уменьшится втрое.*

Ответ: *24 минуты.*

В решении данной модели в качестве концепции был принят закон изменения концентрации вредных газов $dq = (xQ - q)dt$, где $q(t)$ – количество углекислого газа в комнате в момент времени t. Полученное при построении математической модели дифференциальное уравнение решено методом Лагранжа. В процессе моделирования использован такой структурный элемент нормы содержания отравляющих веществ в атмосфере. Указанная последовательность действий способствует развитию умения обоснованного выбора метода и способа решения практических задач средствами математики. В области техносферной безопасности данная и подобная ей модели применяются в практической деятельности Государственной военизированной горноспасательной службы. Например, при расчете времени проветривания забоя, на которое останавливаются все подземные работы.

Структурная модель – представляет моделируемое опасное явление как систему со своей структурой и механизмом функционирования. Примером подобной математической модели может быть модель взрывов устройств в ограниченном пространстве.

Пример 2. *Динамика изменения концентрации вещества при его кратковременном выбросе в виде газа внутри замкнутого помещения, имеющего приточно-вытяжную вентиляцию, описывается уравнением*

$$c(t) = m\left(1 - e^{-ut/V}\right)/\,u\ ,\text{при}\ 0 \le t \le T\ ;$$

$$c(t) = m\left(1 - e^{-u(t-T)/V}\right)/\,u\ ,\ \text{при}\ t > T\ ,$$

где $m = const$ – массовый расход, поступающего в помещение вещества, кг/с; u – расход воздушного потока, подаваемого в помещение, м^3/с; V – объем помещения, м^3; T – время поступления вещества, с.

Определить время достижения критического значения концентрации опасного вещества при его поступлении в помещение. (Размеры помещения, значения величин массового расхода вещества и воздушного потока заданы).

Ответ: *20 минут.*

В практической деятельности инженера техносферной безопасности результаты решения предложенной модели могут быть обоснованием для принятия решений, направленных на минимизацию последствий ЧС в замкнутых помещениях (туннели, метрополитен, производственные ходы).

Функциональная модель – отражает только внешние признаки ЧС и механизма ее развития, изменения ситуации под влиянием внешних факторов. Подобные математические модели описывают воздействия природных стихий, малоизученных опасных явлений.

Пример 3. *По имеющимся данным построить математическую модель, которая позволит выявить возможную обстановку при наводнении, вызванном таянием снега в пойме реки, в населенном пункте, расположенным на обоих берегах реки. (Расчетные данные приводятся).*

Ответ: полученная модель носит стохастический характер.

Данная математическая модель позволяет выполнить оценить обстановки при наводнении. Такая оценка предусматривает решение задач по определению масштабов затопления, количества санитарных потерь, доли и степени поврежденных объектов на затопленных площадях и расчету сил и средств для проведения аварийно-спасательных и аварийно-восстановительных работ в районе затопления. В практической деятельности специалистов в сфере гражданской защиты подобные модели служат основой для обоснования и разработки превентивных мер защиты территорий и населения от ЧС и их последствий.

Параметрическая модель – математическая модель ЧС, в которой коэффициенты являются параметрами, зависящими от времени, пространственных координат, других факторов. Приведем пример параметрической математической модели.

Пример 4. *Определить координату плоскости равных давлений, если в центре помещения с дверным проемом произошел пожар. Температура в наружного воздуха равна 24 °С, температура пожара – 320 °С. Высота помещения равна 3,5 м.*

Ответ: *0,65 м.*

В приведенном примере все коэффициенты модели зависят от времени, свободного объема помещения, среднеобъемного давления газовой среды в помещении, состава газовой среды. Область практического применения данной математической модели в деятельности инженера пожарной безопасности – координация действий пожарных подразделений, разработка планов эвакуации и т.п.

Для перечисленных типов математических моделей В.Г. Шапталой [6, с. 14] предложены структура и схема ее использования для прогнозирования ЧС и их последствий. Мы корректируем предложенную структуру, приводя ее в соответствие целям практико-ориентированного обучения математике, уровню знаний и умений студентов первого и второго курсов обучения. Считаем, что в процессе обучения математике основные усилия должны быть сконцентрированы на развитии математического мышления, навыков выполнения тех практических задач будущей профессиональной деятельности, выполнение которых невозможно без применения именно математических методов и алгоритмов действий. Поэтому, оценку химической, радиационной и медицинской обстановки, а также рассмотрение модели образования завалов следует исключить. По своему содержанию данные задачи являются содержанием учебных дисциплин профессионального цикла подготовки. На первом курсе у студентов еще недостаточно знаний для их решения. На наш взгляд, рассмотрение подобных моделей на занятиях по математике нецелесообразно.

Считаем математическое моделирование эффективным средством формирования профессиональных компетенций специалистов пожарно-технического профиля. В будущей профессиональной деятельности каждого из студентов потребуется умение анализировать сложившиеся обстоятельства, оценивать возможные риски в чрезвычайной ситуации, быстро принимать решения. Распространение математического моделирования в области противопожарной, оперативно-тактической и планирующей деятельности позволяет переводить математические модели из классической символьной формы представления в компьютерную, что создает студенту эффективные средства всестороннего анализа моделей. Подобный анализ важен в практической деятельности инженеров пожарной и техносферной безопасности.

Выводы. Обобщая сказанное, делаем следующие выводы:

– наиболее значимая функция математического моделирования – познавательная, формирующая понимание студентами области применения конкретных математических знаний и умений;

– в процессе обучения будущих специалистов гражданской защиты следует широко применять концептуальные и параметрические математические модели, т. к. в большинстве задач в практической деятельности таких специалистов присутствуют факторы (параметры), зависящие от времени, местоположения, наличия пострадавших и т.п.

– обязательно рассматривать математические модели ЧС; при их построении следует выполнить анализ опыта подобных ЧС, указать сферу служебной деятельности, в которой возникает моделируемая практическая ситуация.

Математическое моделирование является одним из основополагающих элементов практико-ориентированной математической подготовки будущих специалистов техносферной и пожарной безопасности. Именно оно позволяет получить объективную оценку рисков, что служит необходимой предпосылкой принятия обоснованных решений по предупреждению ЧС, смягчению и ликвидации их последствий.

Литература

1. Горинова С. В. Вопросы организации практико-ориентированного образовательного процесса в учебных заведениях МЧС России / С. В.Горинова, А. И. Закинчак // Современные проблемы гражданской защиты. – Иваново, 2020. – № 3 (36). – С. 5-15.
2. Звонарев С. В. Основы математического моделирования: учебное пособие / С. В. Звонарев. – Екатеринбург, 2019. – 116 с.
3. Медведева Л. В. Теоретические и методологические основы профессионально направленного обучения математическим и естественнонаучным дисциплинам в вузах МЧС России / Л. В. Медведева, Е. С. Калинина // Вестник Санкт-Петербургского университета ГПС МЧС России. – 2018. – № 1. – С. 66-71.
4. Пушкарева Т. П. Математическое моделирование как необходимый компонент математической подготовки [Электронный ресурс] / Т. П. Пушкарева // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 5. – Режим доступа: http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=15184 – (дата обращения: 21.04.2021).
5. Селеменова Т. А. Формирование компетенций в процессе обучения математике в вузах МЧС / Т. А. Селеменова // Кант. – 2017. – № 2 (23). – С. 64-67.
6. Шаптала В. Г. Основы моделирования чрезвычайных ситуаций: учебное пособие / В. Г. Шаптала, В. Ю. Радоуцкий, В. В. Шаптала. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2010. – 166 с.

Grebenkina A. S.

THE ROLE OF MATHEMATICAL MODELING IN THE SYSTEM OF PRACTICAL-ORIENTED LEARNING TO MATHEMATICS OF FUTURE FIRE SAFETY ENGINEERS

Abstract. *The article considers the problem of practical oriented mathematical training of students of fire and technical specialties. Types of models are indicated that it is advisable to apply in the process of learning mathematics. Specifications of the mathematical model of emergency are proposed. Examples of each type of model are given.*
Keywords: *higher mathematics, practical oriented training, mathematical model, types of mathematical models, professional competencies.*

УДК 378.147

ДИДАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ ДИСТАНЦИОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ В ВУЗЕ

Григорьева Т. В., Белобородова Т. Г.
Филиал ФГБОУ ВО Уфимского государственного нефтяного технического университета в г. Стерлитамак, ФГБОУ ВО Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета
bulgach2005@yandex.ru, beltany2008@yandex.ru

В статье рассматриваются пути выбора модели применения дистанционных образовательных технологий (ДОТ) в вузе. Приводятся формы организации самостоятельной работы студентов с использованием дистанционных образовательных технологий, анализируются плюсы и минусы применения ДОТ в Российских вузах, рассматриваются вопросы формирования навыка самообучаемости, развития критического мышления у студентов в процессе преподавания математических и технических дисциплин, а так же использование виртуальных социальных сетей в образовательном процессе.
Ключевые слова: *дистанционные образовательные технологии, информационно-коммуникационные технологии, социальные сети, дистанционное обучение, самостоятельная работа студентов, LMS MOODLE, электронный учебный курс.*

На сегодняшний день необходимым условием успешного развития экономической и социальной сферы общества, построения карьеры каждого отдельного члена общества стала реализация новой образовательной парадигмы – «образование через всю жизнь», на смену старой – «образование на всю жизнь». Глобализация, ускорение научно-технического прогресса, быстрое изменение многих сторон общественной жизни требуют постоянной подготовки, переподготовки или повышения квалификации огромного количества людей. В этой связи традиционные образовательные технологии перестали полностью обеспечивать потребности динамично развивающегося общества. Прошедший 2020 год показал, что информатизация общества позволяет сохранить его функционирование даже в условиях глобальной катастрофы, которой явилась пандемия коронавируса. И экономика, и образование сохранили свои позиции благодаря дистанционным формам работы. Наиболее безболезненно этот период прошли именно те вузы, которые были готовы к подобным требованиям времени, они и ранее использовали дистанционные образовательные технологии в учебном процессе, разработанные преподавателями электронные образовательные ресурсы, программное обеспечение для осуществления удаленного обучения. Непрерывность, мобильность, гибкость и доступность – это ключевые требования к современному образовательному процессу, реализуемые на основе информационно-коммуникационных технологий, которые позволили создать новые модели обучения, повысить качество и доступность предоставляемых образовательных услуг. [4]

Глобальная сеть Интернет открыла новые перспективы образования, при которых обучающемуся обеспечиваются возможности, свойственные очному обучению, а также целый ряд дополнительных, возникших в связи с развитием современных информационных технологий. Среди них: возможность учиться в индивидуальном режиме, независимо от места и времени, получение образования непрерывно и по индивидуальной траектории, учеба в территориально удаленном учебном заведении и многие другие. Эти возможности, реализуемые в дистанционном обучении (ДО), соответствуют принципам открытого образования и реализуют права человека на непрерывное образование и получение информации. [2]

Процесс получения знаний, умений и навыков в системе дистанционного образования получил название дистанционного обучения. Согласно документу «Открытое образование. Термины и определения» дистанционное обучение – это технология обучения на расстоянии, при которой преподаватель и обучаемые физически находятся в различных местах. Применение дистанционного обучения не отменяет традиционные составляющие учебного процесса, обеспечивая дистанционную форму занятий. Высокая доля интерактивности в обучении остается, обучаемый периодически общается со своим тьютором (преподавателем в ДО) посредством электронной почты, форумов, видеоконференций и других сервисов Интернета.

Основными отличиями дистанционного обучения от очной формы обучения являются: обучение по месту жительства или работы, следовательно, распределенный характер образовательного процесса; гибкий график учебного процесса, который может быть либо полностью свободным при открытом образовании, либо быть привязанным к ограниченному количеству контрольных точек (сдаче экзаменов, on-line сеансам с преподавателем), либо к групповым занятиям, а также к выполнению лабораторных работ на оборудовании (возможно, удаленном); контакты с преподавателем (тьютором), в основном, осуществляемые посредством телекоммуникаций.

Традиционно выделяют следующие дистанционные технологии обучения, используемые в вузах: кейсовая технология – обучение с помощью скомплектованных наборов, кейсов, состоящих из текстовых учебно-методических материалов, кассет, дисков и пр. (кейсы рассылаются обучающимся для самостоятельного изучения с консультациями у тьюторов в региональных учебных центрах); интернет-технология – обучение с помощью сети Интернет, посредством которого осуществляется как доступ к учебным и методическим ресурсам, так и взаимодействие преподавателей и обучаемых в рамках учебного процесса; телекоммуникационная технология – представляет собой комбинацию телевизионных трансляций лекций с постепенно развивающейся обратной связью по Интернету (по мере развития интерактивности и интеграции средств телекоммуникаций эта технология стала трудноотличимой от того, что сейчас называется интернет-технология); комбинированная технология, сочетающая черты двух предыдущих.

На практике комбинированная технология чаще всего подразумевает предоставление всего или части учебных материалов, аналогично кейсовой технологии, и использование средств телекоммуникаций для взаимодействия преподавателей и обучаемых. В рамках комбинированной технологии встречаются и другие сочетания, например, наличие личных консультаций с тьюторами и доставка части учебно-методических материалов по сети. [2]

Говоря об использовании ДОТ, нельзя не отметить такое явление, как смешанное обучение (blended-learning), сочетающее черты традиционного и дистанционного обучения. Это подразумевает встраивание элементов ДО в традиционный учебный процесс, либо элементов традиционного обучения в ДО. Технологически смешанное обучение ближе всего к комбинированной технологии ДО. Предоставление студентам учебных материалов на компакт-дисках, в локальной сети и на интернет-сайте учебного заведения, использование лабораторных работ и практикумов, выполняемых с помощью компьютерных эмуляторов, возможность пройти компьютерное тестирование либо задать вопрос преподавателю через интернет-форум, все это является включением ДОТ в традиционный учебный процесс.

При смешенном обучении в учебный план вводятся дидактические сетевые элементы: сетевая симуляция, интегрированная в традиционное занятие; онлайновый модуль, включенный в традиционный курс; онлайновый курс, включающий традиционные элементы занятия; сетевой курс с использованием мультимедийных и традиционных контактных модулей; сетевой курс без традиционных контактных сессий.

Весь спектр образовательных услуг университета при смешенном обучении должен быть представлен на электронных носителях и в Интернет-ресурсах с целью обеспечения информационной и образовательной поддержки.

По мере распространения информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) и современного оборудования претерпевают изменения и самые традиционные формы занятий. Например, при чтении лекций традиционная технология все чаще заменяется или дополняется использованием компьютерных презентаций, анимации и т.д. Эти технологии в сочетании с возможностью для студентов не конспектировать лихорадочно весь материал, а, получив его в электронном или печатном виде, лишь отмечать акценты, расставленные преподавателем, позволяют в несколько раз повысить эффективность занятий, за более короткие сроки освоить больший объем знаний.

Создаваемые университетами учебные серверы – это, в некотором роде, расширение стен самого университета. В его виртуальных аудиториях так же, как и в основных, можно и лекцию послушать, и лабораторную на виртуальном стенде выполнить, и найти средства для проектирования, выполнения расчетов, моделирования спроектированного устройства и т. д. Все вышеперечисленное сегодня реализуется в специализированных виртуальных университетах – электронных открытых университетах без стен, примерами которых являются Coursera, «Открытое образование», MOOC и т.п.

Российские вузы, ставшие на путь освоения ДОТ в первую очередь сталкиваются с проблемой выбора модели ДО, от чего зависит вся дальнейшая стратегия развития вуза в этом направлении. На основании анализа международного и отечественного опыта, исследования тенденций развития ДОТ наиболее перспективными моделями организации и проведения учебного процесса с применением данных технологий признаны сетевая модель и модель смешанного обучения. [2] Сетевая модель ДО потенциально наиболее демократична. По мере расширения доступности сетевых технологий, особенно высокоскоростного Интернета, именно она предоставляет возможность обучаться независимо от места проживания, максимально адаптироваться к потребностям пользователя. Фактором, способным в ряде случаев сделать невозможным или нецелесообразным использование чисто сетевого ДО, может быть необходимость получения практических навыков в работе с реальным оборудованием. [10]

Телекоммуникационное интерактивное преподавание обходится на 20-25% дешевле традиционного. Стоимость сетевого обучения может снизиться как минимум вдвое против традиционного, поскольку преподаватель в состоянии проводить занятие, находясь в любой точке земного шара, да и особого компьютерного оборудования при этом не требуется. Экономия может быть достигнута и за счет других факторов. Взяв на вооружение ДОТ, учебный отдел может быть уверен, что все учащиеся пользуются одними и теми же и, кроме того, самыми свежими учебно-методическими материалами. Ведь обновлять учебные пособия с помощью Internet гораздо легче. [3]

В Российском высшем образовании освоение ДОТ начинается, как правило, с наиболее естественной ниши заочного отделения и в сфере дополнительного образования.

Основными отличиями дистанционного образования от заочной формы обучения являются: постоянный контакт с тьютором, возможность оперативного обсуждения с ним возникающих вопросов, как правило, при помощи средств телекоммуникаций; возможность организации дискуссий, совместной работы над проектами и других видов групповых работ в ходе изучения курса и в любой момент (при этом группа может состоять как из компактно проживающих в одной местности студентов, так и быть распределенной). В этом случае учащиеся также контактируют с преподавателем (тьютором) посредством телекоммуникаций; передача теоретических материалов учащимся в виде печатных или электронных учебных пособий, что позволяет либо полностью отказаться от установочных сессий с приездом в ВУЗ, либо значительно сократить их число и длительность.

Одной из основных сложностей в расширении сферы использования ДОТ является незавершенность нормативной базы. Имеются так же серьезные научные, методологические проблемы в деле внедрения и эффективного использования ДОТ в вузе.

Авторы Н.Ю. Ершова, А.И. Назаров, М.А. Сережина выделяют четыре этапа развития технологий и средств ДОв Российском образовании. [10] Первый этап характеризуется периодическим использованием в учебном процессе компьютерных программ учебного назначения: тренажеров по проверке теоретических знаний; компьютерных лабораторных работ и программ по решению задач; средств проверки и самопроверки знаний.

На втором этапе передовая часть педагогического состава вуза начинает активно применять электронные издания: электронные учебные пособия и учебники; мультимедийные приложения; компьютерные лабораторные комплексы, в том числе на базе виртуальных приборов; тренажеры по решению задач.

Третий этап связан с развитием сетевых и облачных технологий, позволяющих внедрять мультимедийные сетевые образовательные комплексы, включающие видеолекции и консультации, распределенные лабораторные практикумы на базе удаленного доступа к реальному экспериментальному оборудованию, интерактивные сетевые тренажеры по решению задач и on-lineсредства тестирования знаний и умений.

На четвертом этапе речь идет об Smart-обучении. Появляется термин «интеллектуальный образовательный ресурс». Этот этап характеризуется неограниченным доступом к лучшим мировым учебным ресурсам, включая доступ к уникальному оборудованию. Взаимодействие субъектов образовательного процесса происходит на базе инструментов Web2.0 – блогов для обмена мнениями, Wikiдля коллективной работы над проектами, сервисов закладок на важные образовательные ресурсы, RSS-лент с нужными новостями, YouTubeдля просмотра и обсуждения видеолекций, подкастов для прослушивания лекций в аудиоформате, социальных сетей и виртуальных миров. [3]

Изучение электронного образовательного пространства России позволяет сделать вывод о том, что в настоящее время в большинстве вузов реализованы в большей или меньшей степени элементы третьего этапа развития средств ДО. Следовательно, можно говорить о сетевом обучении – комплексной реализации учебного процесса, осуществляемой с использованием сетевых информационных технологий на основе принципов открытого обучения, балльно-рейтингового метода оценки деятельности студентов, технологий и средств оперативного тестирования знаний, технологий реализации удаленного и распределенного экспериментов.

Новые информационные технологии обладают так же огромными возможностями для интенсификации образовательного процесса и внедрения форм и методов обучения ориентированных на развитие личности обучаемого.

По мнению Л.А. Бондарь [6], современный процесс обучения должен направляться, прежде всего, на развитие у студентов способности к многомерному моделированию учебно-познавательной и учебно-исследовательской деятельности, к творческой самореализации и саморазвитию. Этот процесс становится возможным при правильной организации самостоятельной работы студентов на основе использования ИКТ, и в частности информационно-образовательной среды вуза.

Исследователи проблемы организации самостоятельной работы студентов выделяют ряд ключевых возможностей ИКТ в этом направлении [7,8]:

– ИКТ позволяют создать принципиально иную образовательную среду, которая активизирует самостоятельную работу студентов, оптимизируя учебный процесс, сокращая время получения комплекса знаний и умений;

– усвоение студентами учебного материала возможно не только в рамках учебного расписания; учебные материалы доступны в любое удобное для студентов время;

– ИКТ дают возможность значительно сократить количество аудиторных занятий и увеличить число часов, отводимых на самостоятельную учебную деятельность;

– средства организации обучения в условиях самостоятельной работы студентов – это не только традиционная учебная и научная литература на бумажных носителях, но и различные виды электронных образовательных ресурсов;

– актуальной становится самостоятельная работа не только с информационными базами данных и знаний, но и с аудиовизуальной информацией, виртуальными лабораториями, создание имитационных, графических и численных компьютерных моделей, обучающих программ и тестирующих средств;

– самостоятельная работа студентов становится контролируемой со стороны преподавателя посредством электронной почты, веб-сайта, Интернета; становится осуществимой организация обратной связи между студентом и преподавателем;

– целенаправленное применение ИКТ в самостоятельной работе студентов создают условия для установления интерактивного диалога между пользователем и информационной системой, реализуемого посредством мультимедиа.

Следует отметить, что современные образовательные стандарты предусматривают на выполнение самостоятельной работы студентов от 1/3 до 2/3 общего объема учебного времени, отведенного на изучение отдельной учебной дисциплины. [8] В таких условиях, от ее правильной организации зависит качество овладения студентами учебным материалом и приобретение практических умений и навыков, развитие критического мышления, навыков эффективного взаимодействия, проектной деятельности, а в итоге формирование профессионально значимых компетенций. Усиление роли самостоятельной работы студентов означает принципиальный пересмотр методов организации самостоятельной работы, методики формирования задач, технологии их выполнения и контроля с использованием современных информационных технологий.

Автор Е.Г. Глазунова отмечает, что основными факторами, влияющими на эффективность самостоятельной работы студентов являются [8]: организация самостоятельной работы с использованием систем дистанционного обучения; определение оптимального содержания учебного материала для самостоятельной работы; формирование заданий для самостоятельной работы с целью развития высших уровней навыков критического мышления; использование средств ИКТ для выполнения самостоятельной работы; установка четких критериев для оценивания выполнения самостоятельной работы и рефлексии.

Инновационный подход к организации самостоятельной работы студентов предполагает активное использование дистанционных образовательных технологий посредством организации открытой информационно-образовательной среды вуза. Важное место в ней занимают такие компоненты как, система дистанционного обучения (СДО) и электронный учебный курс, размещаемый в ней. Одним из наиболее эффективных способов организации самостоятельной работы студентов является использование электронных учебных курсов на базе платформ дистанционного обучения, например, таких как, LMS MOODLE, ATutor, WebCT, «Прометей», и т. д.

В частности, одна из наиболее распространенных систем дистанционного обучения – платформа LMS MOODLE, дает возможность реализовать различные виды самостоятельной работы, а так же организовывать групповую и индивидуальную работу со студентами. Интерактивный электронный учебный курс в LMS MOODLE – это курс, в котором возможна реализация учебного процесса в дистанционной форме, т.е. полноценно реализованные четыре взаимосвязанных блока: инструктивный, информационный, коммуникационный и контрольный. Публикация учебно-методических материалов в таком курсе осуществляется с использованием элементов курса («лекция», «задания», «тесты», «форум», «чат») и содержит все материалы необходимые студенту для успешного изучения дисциплины.

Инструктивный (организационный) блок включает в себя методические указания (руководство) к изучению дисциплины, методические указания к самостоятельной работе студентов, критерии оценки знаний. В организационном блоке возможна публикация материалов в виде прикрепленных файлов и страниц. Информационный блок включает теоретический материал по всем разделам курса, выносимым на зачет или экзамен (согласно рабочей программы дисциплины). Информационный блок логически структурируется и разбивается на темы. В этом разделе основная часть материала представляется в виде элемента курса «Лекция» и содержит страницы с учебными и контрольными материалами. Информационный блок также может включать список рекомендуемой литературы, дополнительные источники информации (ссылки на внешние источники) и реализуется с помощью ресурсов курса (файлы, страницы, гиперссылки).

Раздел для самостоятельной работы может включать в себя: семинары, лабораторные и практические работы, упражнения (тренинги), расчетно-графические работы, рефераты. Реализация самостоятельно выполненных работ выполняется с помощью элемента курса «Задание». Наиболее распространенным представляется тип «задания» с ответом в виде файла. Файл с выполненной самостоятельно работой направляется преподавателю на проверку через специальное окно «Загрузить файл». Это может быть файл любого формата: графического, текстового, презентации, таблицы и т. д. Студент имеет возможность отправить выполненное задание в электронной форме (файл любого формата) на проверку преподавателю, а также получить оценку и комментарий от преподавателя в электронной форме с использованием электронного учебного курса. В тексте задания могут использовать ссылки на методические рекомендации, видео пособия, полезные ссылки на Интернет-ресурсы, примеры выполнения подобных заданий. Преподаватель имеет возможность открыть список работ студентов, представленный в виде таблицы, оценить работу и написать комментарий.

Коммуникативный (коммуникационный) блок включает использование элементов курса «Форум», «Чат», электронной почты для осуществления взаимодействия между преподавателем и студентом. Контрольный блок включает материалы для контроля результатов теоретического и практического усвоения студентами учебного материала: домашнее задание, контрольная работа, тесты (контроль, самоконтроль), коллоквиум, вопросы к зачету, экзамену.

Исследователями отмечается активизация самостоятельной деятельности студентов благодаря организованной системе представления заданий, консультаций, контроля за выполненными заданиями, реализованной с помощью электронного учебного курса. [7]

В рамках учебной дисциплины для самостоятельной работы студентов можно предлагать [8]: самостоятельное изучение теоретического материала в разных объемах: мелкие порции теоретического учебного материала в каждой теме, отдельные темы или несколько тем, дополнительный учебный материал, который не входит в основной курс; задания на повторение и систематизацию теоретического материала; выполнение практических заданий для закрепления приобретенных знаний и умений: задачи, упражнения, графические работы, расчётные работы, моделирование, проектные работы; выполнение исследовательской работы; самостоятельное изучение материала отдельной учебной темы или модуля в полном объеме, включая теорию и практические задания.

Таким образом, организация самостоятельной работы студентов с использованием информационно-образовательной среды вуза позволит активизировать познавательную деятельность студентов, сформировать устойчивые умения использования компьютерной техники и ИКТ для дальнейшего саморазвития и самообразования.

В современных условиях так же становится актуальным вопрос о применимости социальных сетей как образовательных инструментов. Образование все больше происходит не в аудитории, где профессор читает определенную лекцию, а после аудиторных занятий или даже параллельно. Социальные сети позволяют распространить образовательную среду на повседневную жизнь студентов и школьников, т.е. существенно расширить образовательный процесс в пространстве и во времени.

Электронные учебники и словари, обучающие Интернет-ресурсы, огромное количество справочной и учебной литературы стали привычными элементами образовательного процесса. Вместе с тем, молодежь обладает значительным потенциалом, который используется не в полной мере – мобильностью, инициативностью, восприимчивостью к инновационным изменениям, новым технологиям.

Возможность прикрепления к сообщениям «ВКонтакте» текстовых документов, изображений, видеоматериалов и аудиозаписей становится еще одним важным преимуществом. Использование этого Интернет-ресурса дает преподавателю реальную возможность не только эффективно обмениваться со студентами необходимой информацией, но и оперативно решать текущие вопросы, а студенты начинают активно взаимодействовать между собой. Это объясняется тем, что у данного сайта есть очень удобная и отличающая его от множества других Интернет-ресурсов характеристика: его интерфейс построен таким образом, что позволяет отслеживать присутствие он-лайн нужного вам пользователя. [1]

Таким образом, социальные сети являются одной из нетрадиционных образовательных технологий, которой характерны: активная позиция и высокая степень самостоятельности обучающихся, постоянная внутренняя обратная связь (самоконтроль и самокоррекция), диалогичность, проблемность.

Опыт показывает, что для большинства вчерашних школьников процесс становления их как студентов проходит с большими трудностями. Значительная часть первокурсников выполняет задания не в срок, с большим опозданием, качество работы при этом нередко лишь удовлетворительное.

Математике в вузе обучаются студенты первых двух курсов, т.е. вчерашние школьники. И при существующем низком уровне школьной подготовки и резкой смене приоритетов для молодежи надеяться на сознательность студентов довольно опасно, тем более в отношении математики. На этапе адаптации важнейшей задачей и является воспитание у первокурсников таких качеств, как самостоятельность и ответственность, а для этого необходимо воспитать у студентов навыки, необходимые как для дальнейшего обучения, так и их профессионального роста.

Поэтому в качестве эксперимента одной из групп с потока было предложено дополнительно зарегистрироваться в сообществе «Образовательный портал Математика СФ УГНТУ» в социальной сети «ВКонтакте». [9] В результате реализовывалась система обучения, где должны были оптимально сочетаться очная и элементы дистанционной формы обучения.

Стартовые условия у всех групп были равные. Все необходимое учебно-методическое сопровождение было выдано студентам в первые дни их обучения в электронном виде, конечно, существовала и возможность получения этих же материалов в библиотеке.

В дальнейшем студентам, зарегистрированным на портале, предлагались дополнительный теоретический материал, задания поискового и эвристического характера кейс-задачи, виртуальные лабораторные работы. Для самоконтроля по всем темам студенты могли пройти online-тестирование в системе УГНТУ.

Следует сказать, что студенты действительно создали своё сообщество в «ВКонтакте», где они делились не только информацией учебного характера. Если сравнивать достижения участников «экспериментальной» группы со всеми остальными обучаемыми, то результаты очевидны. В первую очередь это сказалось на успеваемости и балл по всем позициям у данных студентов выше, чем у других.

Интерактивное взаимодействие преподавателя со студентами и между собой может осуществляться по таким направлениям, как:

– выполнение заданий для самостоятельной работы – это, в частности, поиск и обработка информации, подготовка проектных заданий, сообщений, расчетов, обсуждение и корректировка которых осуществляются быстро и оперативно;

– участие в олимпиадах и конкурсах, редактирование подготовленных студентами материалов, обсуждение их в он-лайн режиме, как с преподавателем, так и между собой, что значительно сокращает время подготовки;

– индивидуальные задания для слабоуспевающих студентов с возможностью контроля их выполнения и дополнительного консультирования во внеучебное время, что, соответственно, значительно экономит аудиторное время;

– совместная работа над творческими проектами, кейс-заданиями, с возможностью получения он-лайн консультаций у преподавателя;

– возможность контроля самостоятельной учебной деятельности студентов, которые по болезни или иной причине не посещают учебные занятия. Этот аспект имеет важное значение, так как позволяет не допускать значительного отставания студентов от учебного плана и гибко регулировать ход учебного процесса;

– решение организационных вопросов и т.д. [9]

Во время подготовки конкурсных работ студенты получали консультации преподавателей, общались между собой, следили за событиями конкурса с помощью Образовательного портала. После размещения на сайте презентации конкурсных работ становились доступными для всех пользователей «ВКонтакте» и любой желающий мог ознакомиться с ними, оценить и прокомментировать их на страничке студента, а также проголосовать за понравившиеся работы. Очевидно, что именно интерактивный характер подобных мероприятий вызывает интерес к ним и повышает их популярность среди молодежи. По окончании конкурса компетентное жюри определило победителей, среди которых были и студенты. Благодаря участию в конкурсе студенты информационную, исследовательскую, социальную и творческую компетенции, у них повысилась самооценка, появилась выраженная положительная мотивация и интерес к изучению математики. Кроме того, нельзя не отметить и воспитательный эффект.

Таким образом, студенты убедились, что владение современными информационно-коммуникационными технологиями открывает простор не только для общения и развлечения, но и для обучения и творчества, саморазвития и самореализации. На официальных страницах сообщества размещено большое количество интерактивных материалов (фильмы, аудиозадания и тексты), там можно пройти увлекательные тесты, кейс-задания. Также там можно найти коллекцию лучших учебников по математике, которые помогут в обучении. Постоянно обновляющиеся странички предлагают пользователям удобные схемы и формулы, полезные выражения и много другой полезной информации. Таким образом, этот сетевой ресурс можно рассматривать как своего рода интерактивную образовательную среду, возможностью которой влиять на эффективность учебно-воспитательного процесса при обучении студентов математике.

Конечно, огромное значение имеет оперативная готовность профессорско-преподавательского состава к активному применению информационно-коммуникационных технологий. Сегодня требование времени к педагогу не только компетентность в сфере преподаваемой дисциплины, но и владение современными технологиями. Для студентов он уже не просто преподаватель, а пример высококвалифицированного современного специалиста, способного наладить процесс эффективной коммуникации с ними не только в рамках, но и вне учебного пространства. Активная жизненная позиция преподавателей кафедры, их творческий подход к организации учебно-воспитательного процесса, высокий профессионализм, владение современными информационно-коммуникационными технологиями, инициативность вызывают заслуженное уважение у студентов, в значительной мере влияют на эффективность обучения и способствуют формированию положительного имиджа кафедры.

Использование социальных сетей в учебно-воспитательном процессе способствует обмену информацией, повышает мотивацию обучающихся в учебной деятельности, стимулирует развитие творческих способностей и познавательный интерес. Все эти факторы положительно влияют на формирование знаний и умений.

Анализируя итоги, можно выделить ряд преимуществ использования социальных сетей в учебном процессе. Коммуникативное пространство социальной сети позволяет выстроить неформальное общение между преподавателем и студентами, что позволяет преподавателю лучше узнать обучающегося: его интересы, мировосприятие, а значит, и организовать личностно-ориентированное обучение.

Применение в виртуальных учебных группах технологий форумов и вики позволяет всем участникам самостоятельно или совместно создавать сетевой учебный контент: глоссарии, статьи, обсуждения, мультимедийные библиотеки и др. Это стимулирует самостоятельную познавательную деятельность, сокращает производственный цикл получения конкретного интеллектуального или творческого результата, способствует совершенствованию навыков всесторонней оценки и сопоставления получаемой информации. [5]

Высокий уровень взаимодействия преподавателя и студента обеспечивает непрерывность учебного процесса. Обсуждение теоретических вопросов курса и проектных работ учащихся выходит за рамки аудиторных занятий, что повышает эффективность обучения. Мультимедийность коммуникативного пространства предельно облегчает загрузку и просмотр в виртуальной учебной группе видео- и аудиоматериалов, интерактивных приложений.

Таким образом, возможности интеграции очного и дистанционного обучения весьма перспективны, как показал опыт 2020 года, хотя они и требуют продуманных организационных и административных решений. Будущее, несомненно, именно в этих формах обучения. Доступность учебных материалов в любое время и в любом месте, возможность получения консультации офф- и онлайн, решение совместных учебных задач, промежуточное и итоговое тестирование, формирование информационных компетенций, это лишь немногие возможности, которые предоставляют ДОТ студентам. Не стоит снижать значимость и социальных сетей для использования их в образовательных целях, поскольку это сегодня это именно та среда, в которой современные студенты чувствуют себя наиболее комфортно и активно коммуницируют. Только разумное соотношение всех форм обучения, которые сегодня позволяют реализовывать современные информационно-коммуникационные технологии позволит обеспечить высокий уровень современного образования.

Литература

1. Алмаева В.В. Виртуальные социальные сети как составляющая современного образовательного пространства // Развивающие информационные технологии в образовании: использование учебных материалов нового поколения в образовательном процессе (ИТО-Томск–2010): Сборник матер. всерос. науч.-практ. конф. – Томск, 2010. – С. 271-275.

2. Белобородова Т.Г. Проблема выбора модели реализации дистанционных образовательных технологий в ВУЗе // Новые образовательные технологии в вузе (НОТВ-2013): сб. мат. X меж. науч.-метод. конф. –Екатеринбург: УрФУ, 2013. – С. 96-102.

3. Белобородова Т.Г Организация самостоятельной работы студентов с использованием дистанционных образовательных технологий // Новые образовательные технологии в вузе: сб. мат. XI меж. науч.-метод. конф., Екатеринбург: УрФУ, 2014. – С. 138-147.

4. Григорьева Т.В., Белобородова Т.Г., Муравьева Е.А. Дидактические основы управления учебно-познавательной деятельностью студентов обучающихся по техническим направлениям подготовки бакалавриата: монография. – Уфа: Изд-во «Нефтегазовое дело», 2020. – 116 с.

5. Бондаренко Е. Социальные сети как инструмент развития: виды и возможности. – URL: http://www.trainings.ru/library/articles/?id=10067 (дата обращения: 20.10.2019).

6. Бондарь Л.А. Современные подходы к проектированию модели организации самостоятельной работы студентов-филологов в условиях высшего учебного заведения // Инновации в образовании. – 2013. – №11 – С. 5-14.

7. Гаджиева П.Д., Мусакаева З.З. Возможности информационно-коммуникационных технологий обучения в организации самостоятельной работы студентов. // Дистанционное и виртуальное обучение. – 2013. – №6. – с. 75-81.

8. Глазунова Е.Г. Факторы эффективной организации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений с использованием технологий e-learning// Дистанционное и виртуальное обучение.– 2013. – №11. – С. 36-51.

9. Григорьева Т.В., Белобородова Т.Г. Использование социальных сетей для формирования информационно-образовательной среды вуза // Актуальные проблемы технологического образования: компетентность, мастерство, инновации: материалы IV Международной заочной научно-практической конференции, УО МГПУ им. И.П. Шамякина / отв. ред. В.Н. Навныко. – Мозырь. – 2015. – 253 с.
10. Ершова Н.Ю., Назаров А.И., Сережина М.А. Реализация основных принципов организации учебной деятельности в системе сетевого обучения // Дистанционное и виртуальное обучение. – 2013. – № 10 – С. 104-110.

Grigorieva T. V., Beloborodova T. G.

DIDACTIC ASPECTS OF THE USE OF DISTANCE LEARNING TECHNOLOGIES AND E-LEARNING AT THE UNIVERSITY

Abstract: *the article discusses the ways to choose a model for the use of distance learning technologies (DOT) in a technical university. The forms of organizing independent work of students using distance learning technologies are presented, the pros and cons of using DOT in Russian universities are analyzed, the issues of forming self-learning skills, developing critical thinking in students in the process of teaching mathematical and technical disciplines, as well as the use of virtual social networks in the educational process are considered.*
Keywords: *distance learning technologies, information and communication technologies, social networks, distance learning, independent work of students, LMS MOODLE, e-learning course.*

УДК 538.4

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА БЕГУЩЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ДВУХСЛОЙНОЙ И ТРЕХСЛОЙНОЙ ИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

В.С. Дегтярев

ГОУВПО “Донецкий национальный технический университет”

degtyariov_vs@mail.ru

Исследовано распределение бегущего магнитного поля в двухслойной и трехслойной изотропной средах Полученные зависимости напряженности магнитного поля, создаваемого трехфазным линейным индуктором, могут быть использованы в задачах электродинамики сыпучих ферромагнитных материалов.

Ключевые слова*: магнитное поле, напряженность, линейный индуктор, ферромагнитизм.*

Системы с бегущим магнитным полем находят широкое применение в промышленности. Например, в металлургии целесообразность их использования видна на примерах решения проблем разливки и транспортировки жидкого металла, транспортировки и обогащения сыпучих технологических материалов (железная руда, агломерат, колошниковая пыль и пр.) Это объясняется тем, что применение многофазных систем с бегущим магнитным полем позволяет существенно упростить кинематическую схему, облегчить механизмы, создать безредукторный привод и увеличить надежность работы многих технологических агрегатов и машин. Особенно перспективно оказалось применение такого рода полей при обогащении железных руд и производстве железных порошков. В известной работе финского ученого Э Лауриллы [1] разработана оригинальная конструкция, в которой магнитное поле создается постоянными магнитами с чередующейся полярностью. Однако достоинства использования магнитного способа разделения материала в ней проявились не в полной мере из-за наличия в конструкции громоздких деталей, испытующих большие динамические нагрузки. Кроме того, получение высокого качества на этих сепараторах затруднительно из-за того, что движение магнитных и немагнитных фракций происходит по одной поверхности. Эти недостатки практически устраняются при применении линейных индукторов, которые не имеют никаких подвижных деталей, но создают бегущее магнитное поле. Рассмотрим физическую основу процесса выделения ферро магнитных материалов из смеси при верхнем расположении индуктора. В момент включения установки имеется три среды: воздушная I (между индуктором и материалом), ферро магнитная II (создается обрабатываемым материалом) и опять воздушная III (среда ниже поверхности транспортирования (например, ниже ленты траспортера) (рис 1). При установившемся процессе ферро магнитный материал заполняет все пространство между индуктором и плоскостью, т.е. образуются две среды: ферро магнитная и воздушная. Для определения магнитного поля линейный трехфазный индуктор представим в виде неограниченной плоскости, параллельной плоскости XOY, по которой протекает поверхностный ток $A = A_m e^{i(\omega t - \alpha x)}$, имеющий составляющую только по оси OY (рис.1). Бегущее магнитное поле $\overline{H}\{H_x, 0, H_z\}$, $\overline{E}\{0, E, 0\}$ определим в трехслойной среде, состоящей из линейных воздушных $(0 \le z \le \delta))$ и $(b \le z \le \infty)$ и нелинейной $(\delta \le z \le b)$ ферро-магнитной изотропной сред. При этом на поверхностях имеем

$$z = 0 \qquad H_x(x, 0, t) = A_m e^{i(\varpi t - \alpha x)}$$

$$z = \delta \qquad H_x(x, \delta, t) = a_m e^{i(\varpi t - \alpha x)}$$

$$z = b \qquad H_x(x, b, t) = b_m e^{i(\omega t - \alpha x)}$$

$$z = \infty \qquad H_x = H_z = 0$$

где a_m, b_m - неизвестные величины, определяемые из условия непрерывности тангенциальных составляющих электрического поля и нормальных составляющих магнитного поля

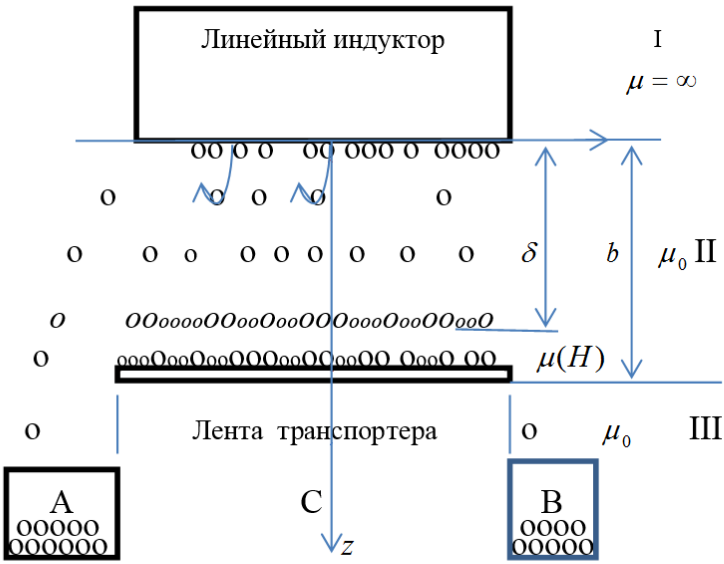


Рис.1 Схема механизма разделения материала на сильномагнитные (OOO…), слабомагнитные (OOO…) и немагнитные(ooo…) фракции . А - контейнер для извлеченных сильномагнитных фракций, В - контейнер для слабомагнитных фракций, С - движущаяся лента для удаления немагнитных фракций.

Физическая основа рассматриваемых устройств разделения сыпучих материалов бегущим магнитным полем состоит в том, что ферромагнитная частица в таком поле вращается. Вращающий момент создается ввиду гистерезиса при ее перемагничивании.

Рассматриваемая задача приводится к решению системы линейных уравнений Максвелла в средах I и III и нелинейной системы для среды II

$$\begin{cases} rot\overline{E}^{\,\mathrm{I,III}} = -i\omega\mu_0 \overline{H}^{\,\mathrm{I,III}} \\ rot\overline{H}^{\,\mathrm{I,III}} = \varepsilon^{\mathrm{I,III}} \dfrac{\partial \overline{\mathrm{E}}^{\,\mathrm{I,III}}}{\partial t} \end{cases} \qquad \begin{cases} rot\overline{H}^{\,\mathrm{II}} = \varepsilon^{\mathrm{II}} \dfrac{\partial \overline{E}^{\,\mathrm{II}}}{\partial t} \\ rot\overline{E}^{\,\mathrm{II}} = -i\varpi\mu(H)\overline{H}^{\,\mathrm{II}} \end{cases} \tag{1}$$

при краевых условиях

$$\begin{matrix} H_x^{\mathrm{I}}(\delta) = a_m & H_x^{\mathrm{I}}(0) = A_m \\ H_x^{\mathrm{III}}(b) = b_m & H_x^{\mathrm{III}}(\infty) = 0 \end{matrix} \tag{2}$$

Решение задачи для воздушной среды $I\ (0 \le z \le b)$ эквивалентно решению линейной системы

$$\begin{cases} i\alpha H_z^{\mathrm{I}} + \dfrac{dH_z}{dz} = i\varepsilon^I \varpi E_y^{\mathrm{I}} \\ \dfrac{dE_y^{\mathrm{I}}}{dz} = i\omega\mu_0 H_x^{\mathrm{I}} \\ \alpha E_y^{\mathrm{I}} = \omega\mu_0 H_z^{\mathrm{I}} \end{cases} \tag{3}$$

Это решение имеет вид

$$H_x^I(x,z,t) = \frac{1}{sh\beta_0\delta}[A_m sh\beta_0(\delta - z) + a_m sh\beta_0 z]e^{i(\omega t - \alpha x)}$$

$$H_z^I(x,z,t) = i\frac{\alpha}{\beta_0 sh\beta\delta}[a_m ch\beta_0 z - A_m ch\beta_0(\delta - z)]e^{i(\omega t - \alpha x)}$$

$$\beta_0 = \sqrt{\alpha^2 - \varepsilon\omega^2\mu_0}$$

Для воздушной среды $Ш\ (b \le z < \infty)$ уравнения Максвелла имеют тот же вид, что и для среды I. С учетом граничных условий, имеем

$$H_X^{III}(x,z,t) = b_m e^{\beta_0(b-z)} e^{i(\omega t - \alpha x)},$$

$$H_Z^{III}(x,z,t) = -i\frac{\alpha}{\beta_0} b_m e^{\beta_0(b-z)} e^{i(\omega t - \alpha x)}.$$

Решение задачи для ферромагнитной среды $II\ ((\delta \le z \le b)$ эквивалентно решению нелинейной системы

$$
\begin{cases}
i\alpha H_z^{\mathrm{II}} + \dfrac{dH_x^{II}}{dz} = i\omega\varepsilon^{\mathrm{II}}\varpi E_y^{\mathrm{II}}, \\
\dfrac{dE_y^{\mathrm{II}}}{dz} = i\omega\mu(H)H_x^{\mathrm{I}}, \\
\alpha E_y^{\mathrm{II}} = \omega\mu(H)H_z^{\mathrm{II}}
\end{cases}
\tag{4}
$$

Зависимость магнитной проницаемости μ от напряженности магнитного поля H представим в виде $\mu = k_1 - k_2[H_X\overline{H}_X + H_Z\overline{H}_Z]^{\frac{1}{2}}$, где $H_X, \overline{H}_X$ и $H_Z, \overline{H}_z$ - комплексные и им сопряженные компоненты напряженности магнитного поля в ферро магнитной среде, k_1 и k_2 - постоянные коэффициенты, определяемые экспериментально. Система (4) приводится к нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка

$$
\begin{gathered}
\frac{d^2H_x^{II}}{dz^2} - \beta_1^2 H_x^{II} = -\lambda\beta_1^2\sqrt{(H_x^{II})^2 + H_z^{II}\overline{H}_z} \cdot H_x^{II} + \\
+\frac{\alpha}{i}\lambda\frac{d}{dz}\left\{\sqrt{H_x^{II}\overline{H}_x^{II} + H_z^{II}\overline{H}_z^{II}} \cdot H_z^{II}\right\}
\end{gathered}
\tag{5}
$$

где составляющая H_z^{II} определяется из уравнения

$$
H_z^{II} = \frac{i\alpha}{\beta_1^2}\frac{dH_z^{II}}{dz} + \left(1 - \frac{\alpha^2}{\beta_1^2}\right)\lambda[H_x^{II}\overline{H}_x^{II} + H_z^{II}\overline{H}_z^{II}]^{\frac{1}{2}} H_z^{II}, \tag{6}
$$

$$
\lambda = \frac{k_2}{k_1}, \quad \beta_1 = \sqrt{\alpha^2 - \omega^2\varepsilon^2 k_1}.
$$

Уравнение (5) решим с помощью функции Грина, определяемой формулой

$$
G(z,\xi) = \begin{cases}
\dfrac{sh\beta_1(\xi - b)sh(z-b)}{\beta_1 sh\beta_1(b-\delta)} & \delta \le \mathrm{z} < \xi \\
\dfrac{sh\beta_1(z-b)sh\beta_1(\xi-\delta)}{\beta_1 sh\beta_1(b-\delta)} & \xi < \mathrm{z} \le b
\end{cases}
$$

Тогда решение уравнения (5) находится как решение интегрального уравнения

$$H_x^{II} = \lambda \int_{\delta}^{b} G(z,\xi)\left\{-\beta_1^2 (H_x^{II}\overline{H}_x^{II} + H_z^{II}\overline{H}_z^{II})^{\frac{1}{2}} H_x^{II} + \frac{\alpha}{i}\frac{d}{dz}(H_x^{II}\overline{H}_x^{II} + H_z^{II}\overline{H}_z^{II})^{\frac{1}{2}}\right\} -$$

$$-a_m \frac{dG}{d\xi}\Big|_{\xi=\delta} + b_m \frac{dG}{d\xi}\Big|_{\xi=b} \qquad (7)$$

Уравнение (7) решали методом последовательных приближений с учетом того, что величина $\dfrac{\alpha}{\beta_1} \approx \lambda$, а членами порядка λ^2 можно пренебречь. В первом приближении решение имеет вид

$$H_x^{II} = \frac{\lambda}{sh^3\beta_1(b-\delta)}\{\frac{1}{3}A(c^2+1) + B[c\cdot ch\beta_1(z-b)[1-\frac{1}{3}ch^2\beta_1(z-b)] -$$

$$-\frac{1}{3}a\cdot sh^3\beta_1(z-b)] + C\{c\cdot ch\beta_1(z-\delta)\cdot[\frac{1}{3}ch^2\beta_1(z-\delta)-1] - \frac{1}{3}a\cdot sh^3\beta_1(z-\delta)\} +$$

$$+\frac{4}{3}a_m b_m c[sh\beta_1(z-b) - sh\beta_1(z-\delta)] + \frac{2}{3}[-b_m^2 sh\beta_1(z-b) + a_m^2 sh\beta_1(z-\delta)] +$$

$$+b_m^2 sh\beta_1(z-b)ch\beta_1(z-\delta)[-\frac{1}{3}ch^2\beta_1(z-\delta)+1] + a_m^2 sh\beta_1(z-\delta)\times$$

$$\times[\frac{1}{3}ch^2\beta_1(z-b)-1]\} + b_m\frac{sh\beta_1(z-\delta)}{a} - a_m\frac{sh\beta_1(z-b)}{a}$$

$$H_z^{II} = \frac{i\alpha}{\beta_1}\frac{1}{sh\beta_1(b-\delta)}[b_m ch\beta_1(z-\delta) - a_m ch\beta_1(z-b)],$$

где

$$A = -a_m^2 sh\beta_1(z-b) + b_m^2 sh\beta_1(z-\delta), \quad B = a_m^2 sh\beta_1(z-b) + 2a_m b_m sh\beta_1(z-\delta)$$

$$C = 2a_m b_m sh\beta_1(z-b) + b_m^2 sh\beta_1(z-\delta).$$

В этих формулах для некоторого упрощения приняты обозначения следующих постоянных $a = sh\beta_1(b-\delta)$ и $c = ch\beta_1(b-\delta)$.

Постоянные a_m и b_m определяются из условия непрерывности нормальных составляющих магнитного поля

$$B_n^I = B_n^{II} \qquad B_n^{III} = B_n^{II}.$$

Полученные зависимости напряженности магнитного поля, создаваемого трехфазным линейным индуктором, могут быть использованы в задачах ферро-гидро-динамики в электродинамике сыпучих ферромагнитных материалов.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М. Гостехиздат,1970
2. Янтовский Е.И., Толмач И.М. Магнитогидродинамические генераторы. М. «Наука»,1972.
3. Березовский А.А. Кравченко А.Н. «О нелинейных краевых задачах электромагнитного поля», Киев, Изд-во АН УССР, 1963.

Degtyariov V.S.

APPROXIMATE METHOD FOR CALCULATING THE TRAVELING MAGNETIC FIELD IN TWO-LAYER AND THREE-LAYER ISOTROPIC MEDIA

Absract. *The dependences of the magnetic field strength generated by a three-phase linear inductor in a three-layer isotropic medium are obtained/*

Keywords: *traveling magnetic field, linear inductor, Maxwell's equations, magnetic field strength.*

УДК 372.851

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ В ИЗУЧЕНИИ ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО СРЕДНЕГО И ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Должикова А.В.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»

dolzhikova23@mail.ru

В статье рассмотрена преемственность обучения математике в системе общего среднего и высшего профессионального образования. На примере интегрального исчисления проведен анализ понятийного аппарата в учебнике средней школы и в лекциях по высшей математике. Выявлен ряд отличий в формулировках и введении понятий, что в свою очередь, способствует появлению разрыва между подготовкой будущих абитуриентов и требованиями высших учебных заведений.

Ключевые слова: *преемственность обучения, интегральное исчисление, обучение математике.*

Постановка проблемы. В современном мире одним из основных противоречий в образовании является противоречие между социальным заказом общества на подготовку квалифицированных специалистов с высоким уровнем профессиональной компетентности и неготовностью системы среднего общего образования к пропедевтике такой подготовки. Наиболее важной задачей среднего общего образования является подготовка учащихся к осознанному выбору профессионального и жизненного пути. Именно школа помогает учащимся делать первые шаги в своей будущей профессиональной деятельности, формирует фундамент профессиональной направленности личности. Под которой мы понимаем формирование профессиональной мотивации, осознанных ценностных ориентаций личности, направленных понимания сущности и социальной значимости, устойчивого интереса к своей будущей профессии, посредством освоения обучающимися способов действий по математическому моделированию, а также усвоения ими математических знаний, необходимых в профессиональной деятельности [4].

Среди дисциплин, обучение которым продолжается в высших учебных заведениях наиболее распространенной является математика. В связи с этим важным является внедрение пропедевтики профессиональной направленности обучения именно в обучение этому предмету.

Одним из способов уменьшения разрыва между подготовкой учащихся средней школы к обучению по той или иной специальности в высшем учебном заведении и требованиям к абитуриентам является обеспечение преемственности обучения математике в системе среднего общего и высшего профессионального образования. Достижения преемственности обучения на высоком уровне можно достичь различными путями. Одним из таких путей является соблюдение преемственности в содержании учебного материала. На сегодняшний день мы сталкиваемся с тем, что не осуществляется единство содержания по той или иной теме в средней школе и высших учебных заведениях. Подача материала в высшей школе имеет колоссальный разрыв относительно обучения той же теме только в средней школе. В связи с этим появляется необходимость в пересмотре материала школьного курса математики и достижения единства между программами средней школы и высших учебных заведений.

Анализ актуальных исследований. В системе «средняя школа – высшее учебное заведение» исследованием проблемы преемственности обучения занимаются Л.М. Анциферова, И.А. Борисенко, Н.Н. Дербеденева, Е.А. Добрина, Ю.С. Дутикова, Р.М. Зайниев, М.М. Мавлюшов, Е.Н. Овчаренко, Т.А. Паршуткина, А.А. Попов, С.П. Рягин, Е.В. Тимофеева.

Из перечисленных исследователей, лишь малая часть посвятила свои работы преемственности учебного материала по математике в системе «средняя школа – высшее учебное учреждение.

Отметим работу Н.Н. Дербеденевой, в которой разработана теория и методика обучения геометрии студентов первого курса педагогического вуза в условиях преемственности между средней и высшей школой. Основными положениями разработанной методики являются: актуализация и систематическое использование при изучении нового материала геометрических знаний, полученных студентами в школе; систематичность, последовательность и целостность содержания; обеспечение гласности и взаимопонимания между преподавателем и студентами, которое достигается через открытость содержания обучения и требований к знаниям и умениям студентов, систематический характер контроля за усвоением учебного материала, открытость его форм, методов и средств; технологичность организации процесса обучения, способствующая адаптации студентов к вузовскому обучению; дифференцированный подход к обучению [2].

Большое практическое значение имеет работа Е.А. Добриной [3]. В рамках исследования рассмотрены возможности реализации принципа преемственности в школе и вузе, разработан и внедрен в образовательный процесс учебно-методический комплекс, включающий элективный курс «Замечательные кривые», лабораторный практикум для старшеклассников и курс по выбору «Кривые на плоскости и поверхности в пространстве: вычисление длин, площадей и объемов» для студентов [3].

Встречаются также работы, посвященные преемственности дисциплины «Алгебра и начала математического анализа» таких исследователей, как: Н.А. Мамаева, Д.М. Нурбаева, Е.А. Тагаева, и др.

Но несмотря на то, что вопрос преемственности содержания дисциплины «математика» в средней школе и высшем учебном заведении активно исследуется в мире, в Донецкой Народной Республики на сегодняшний день происходит колоссальный разрыв между школой и университетами в рамках содержания учебного материала по тем или иным темам.

В связи с этим важным является проведение анализа различий в содержании тем дисциплины «математика» в школе и университетах, а также поиск и реализация путей достижения преемственность содержания учебного материала по этим темам.

Целью статьи *является анализ содержания учебного материала предмета «Алгебра и начала математического анализа» в средней школе, сравнение понятийного аппарата интегрального исчисления в средней школе и высших учебных заведениях.*

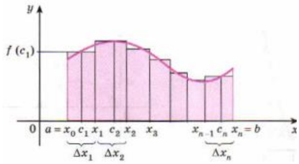
Изложение основного материала. Согласно примерной программе по учебному предмету «Алгебра и начала математического анализа 10 – 11 классы», как на базовом, так и на углубленном уровне в 11 классе на изучение выносят 5 тем: «Тригонометрические функции», «Производная и ее геометрический смысл», «Применение производной функции», «Интеграл», «Комбинаторика. Элементы теории вероятностей. Статистика» [5]. Проводя параллель с темами, изучаемыми в высших учебных заведениях, отметим то, что на многих специальностях дисциплина «Высшая математика» включает в себя те же темы, которые подлежать изучению обучающимися в 11 класс и перечислены ранее. В связи с этим для достижения высокого уровня преемственности важным является соблюдение в единстве изложения материала по этим темам, наличие схожего понятийного аппарата.

На примере интегрального исчисления, проанализируем содержание материала как в средней школе, так и в высших учебных заведениях. В средней школе на тему «Интеграл» отводится 8 часов на базовом уровне изучения предмета и 16 часов на углубленном уровне. Обучение предмету «Алгебра и начала математического анализа осуществляется по учебнику Ш.А. Алимова, М.В. Колягина, М.В. Ткачевой и др. «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы» [1]. Учебник рассчитан как на базовый уровень обучения, так и на углубленный.

Для сравнения понятийного аппарата интегрального исчисления в школе и высшем учебном заведении из пособий для высшей школы возьмем курс лекций по высшей математике Г.М. Улитина и А.Н. Гончарова [6]. Приведем формулировки основных понятий темы из учебника Ш.А. Алимова и из курса лекций Г.М. Улитина и А.Н. Гончаровой. Представим эти данные в виде таблицы 1.

Таблица 1 – Сравнение понятийного аппарата интегрального исчисления.

№	Понятие	Школьный учебник [1]	Курс лекций высшей математики [6]
1.	Первообразная для функции f(x)	Функция F(x) называется первообразной функции f(x) на некотором промежутке, если для всех x из этого промежутка F\`(x)=f(x)	Функция F(x) называется первообразной на некотором промежутке [a, b] для функции f(x), если F\`(x)=f(x) для всех x из этого промежутка.
2.	Интеграл	Разность $F(b)-F(a)$ называют интегралом от функции f(x) на отрезке $[a;b]$ и обозначают так: $\int_a^b f(x)dx$, т.е. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.	————
3.	Неопределенный интеграл	————	Множество всех первообразных на некотором промежутке называется неопределённым интегралом от функции f(x) и обозначается $\int f(x)dx = F(x) + C$
4.	Интегральная сумма	Рассмотрим криволинейную трапецию, изображенную на рисунке.	Пусть на $[a;\ b]$ задана функция $f(x)$. Разделим $[a;b]$ на части произвольным образом точками $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b$.

		 На этом рисунке основание трапеции – отрезок [a, b] – разбит на *n* отрезков (необязательно равных) точками $x_1, x_2, ..., x_{n-1}$. Через эти точки проведены вертикальные прямые. На каждом отрезке $[x_{к-1}, x_к]$, *k*=1, 2,…*n* выбираем точку $c_к$ и обозначим $\Delta x_к = x_к - x_{к-1}$. Тогда *f(* $c_к$ *)* $\Delta x_к$ площадь прямоугольника с основанием $\Delta x_к$ и высотой *f(* $c_к$), а площадь криволинейной трапеции приближенно равна сумме площадей построенных прямоугольников: $S_n = f(c_1)\Delta x_1 + f(c_2)\Delta x_2 + ...$ $+ f(c_n)\Delta x_n$ Сумму S_n называют интегральной суммой функции f(x) на отрезке [*a*,*b*].	На каждом из полученных отрезков разбиения $[x_{i-1}, x_i]$. (i = 1, …, n) произвольно выберем точку $x_i \in [x_{i-1}, x_i]$ и составим сумму: $I_n = \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x_i$ (1) где $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$, называемую интегральной суммой функции *f(x)* на отрезке [*a; b*].
5.	Определенный интеграл	Будем увеличивать число точек разбиения отрезка [*a, b*] так, чтобы наибольшая из длин отрезков $[x_{к-1}, x_к]$ стремилась к нулю. В курсе высшей математики доказывается, что для любой непрерывной на отрезку [*a, b*] функции f(x) (не обязательно неотрицательной) интегральные суммы	Если предел интегральной суммы (1) не зависит от способа разбиения отрезка [*a, b*] и выбора точек x_i, то он называется определённым интегралом от функции f(x) на отрезке [*a, b*] и обозначается $\lim\limits_{\Delta x_i \to 0} I_n =$

		стремятся к некоторому числу, т.е. имеют предел, не зависящий от выбора точек $c_к$. Этот предел называют интегралом (определенным интегралом) от функции $f(x)$ на отрезке [a, b] и обозначается $\int_a^b f(x)dx$.	$\lim_{\Delta x_i \to 0} \sum_{i=0}^{n} f(x_i)\Delta x_i = \int_a^b f(x)dx$ где a – нижний, b – верхний пределы интегрирования.

Проанализируем данные, приведенные в таблице. Понятие первообразной функции на отрезке, как в средней школе так в высшей вводится одинаково. Отметим то, что в школьном учебнике Ш.А. Алимова и др. не вводится понятие «неопределенный интеграл». Впервые с понятием «интеграл» мы сталкиваемся при изучении площади криволинейной трапеции, где он представлен, как разность первообразных $F(b)-F(a)$ на отрезке $[a, b]$ и обозначающийся $\int_a^b f(x)dx$. О том, что это определенный интеграл речи не идет. И лишь в конце параграфа после приведенных задач на нахождение площади криволинейной трапеции в тексте мы находим два важнейших понятия интегрального исчисления. Это понятие интегральных сумм и определенного интеграла. Понятия не выделены, как правила для запоминания и теряются из вида обучающихся.

Кроме того, поскольку понятие неопределенного интеграла не вводится, то и все формулы таблицы интегралов также в школьном курсе отсутствует. Например, формула интеграла от степенной функции $\int x^k dx = \dfrac{x^{k+1}}{k+1} + C, (k \neq -1)$ вводится в школьном курсе как первообразная для функции $f(x) = x^p$ равная $F(x) = x^{p+1}/(p+1)$.

Также вводятся и свойства неопределенного интеграла как свойства первообразной. Например, свойство линейности неопределенного интеграла

$$\int (Af(x) + Bg(x))dx = A\int f(x)dx + B\int g(x)dx \quad A,\ B - const$$

вводится в школьном курсе двумя свойствами первообразной:

1. Пусть $F(x)$ и $G(x)$ – первообразные соответственно функций $f(x)$ и $g(x)$ некотором промежутке, тогда функция $F(x) \pm G(x)$ является первообразной функции $f(x) \pm g(x)$.
2. Пусть $F(x)$ – первообразная функции $f(x)$ на некотором промежутке, $a \in R$, тогда функция a $F(x)$ является первообразной функции a $f(x)$.

Кроме того, в школьном курсе не вводится метод замены переменной при вычислении неопределенного интеграла, а вместо этого вводятся свойства первообразной, например, «Первообразная функции $f(x) = \sin(kx + b), k \neq 0$, k, b=const равна $F(x) = -\frac{1}{k}\cos(kx+b)$, $C = \text{const}$.

Следует также отметить, что введение понятий интегрального исчисление на базовом уровне изучения предмета «Алгебра и начала математического анализа» затрудняет то, что введение понятий «предел функции в точке», «предел функции на бесконечности» не предусмотрено программой. Не оперируя этими понятиями обучающиеся, не смогут в полной мере разобраться с определенным интегралом.

Как же в таком случае следует проектировать обучение преподавателю университета? Получается, что те понятия, которые были сформированы в школе преподаватель университета должен полностью игнорировать, поскольку они практически не согласуются с понятиями классического курса математического анализа, читаемого в системе высшего профессионального образования. Обеспечение преемственности практически невозможно при таком изложении темы «Интеграл» в школе. Это значит, что практически весь курс высшей математики читается в университете практически «с нуля», что значительно усложняет задачу обучения.

Вывод. Сравнительный анализ понятийного аппарата интегрального исчисления в средней и высшей школе продемонстрировал ряд отличий в последовательности и логике введения понятий. Не все понятия присутствуют в школьной программе. В связи с этим у студентов первокурсников, столкнувшихся с рядом несоответствий школьной программы и программы в высшей школе, появляются трудности в освоении материала, а также дезадаптация.

В связи с этим для достижения высокого уровня преемственности обучения математике в системе общего среднего и высшего профессионального образования, необходима разработка дополнительных методических средств, являющихся дополнением к школьному учебнику, а также внедрение факультативов, которые бы позволили достичь более глубокого понимания тех, или иных тем, начиная со школьной скамьи. Кроме того, с целью согласования содержания математических дисциплин на различных уровнях образования при изучении каждого раздела курса высшей математики, необходимо проводить входной контроль, чтобы понимать, какие понятия и на каком уровне уже сформированы у обучаемых.

Литература

1. Алимов Ш.А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учеб. для общеобразовательных организаций: базовый и углубленный уровень / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин и др. – М.: Просвещение, 2016.

2. Дербеденева Н.Н. Обучение геометрии студентов первого курса педагогического вуза в условиях преемственности между средней и высшей школой : автореф. дис. канд. пед. наук : 13.00.02 / Н.Н. Дербеденева ; [Место защиты: Мордовский гос. пед. ун-т им. М.Е. Евсевьева]. – Саранск, 2007. – 18 с.

3. Добрина Е.А. Преемственность в обучении аналитической геометрии между школой и вузом : автореф. дис. канд. пед. наук : 13.00.02 / Е.А. Добрина; [Место защиты: Елецкий гос. ун-т им. Е.И. Бунина]. – Елец, 2007. – 25 с.

4. Евсеева Е.Г. Профессиональная направленность личности как психолого-педагогический феномен и возможности её формирования в обучении математике / Е.Г. Евсеева, А. В. Должикова // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе : материалы VII Междунар.научной интернет-конф. (Москва, МПГУ, 19-25 апреля 2021 г.). – Москва : МПГУ, 2021.

5. Примерная программа по учебному предмету «Алгебра и начала математического анализа».10-11 классы (базовый, углубленный уровни) / сост. Скафа Е.И., Федченко Л.Я., Полищук И.В. – 5-е изд. перераб., дополн. – ГОУ ДПО «ДонРИДПО». –Донецк: Истоки, 2020. – 52 с.

6. Улитин Г.М., Гончаров А.Н. Курс лекций по высшей математике. – Учебное пособие (для студентов всех специальностей). − Донецк, ДонНТУ, 2011. – 351 с.

Dolzhikova A.V.

ENSURING CONTINUITY IN THE STUDY OF INTEGRAL CALCULATION IN THE SYSTEM OF GENERAL SECONDARY AND HIGHER PROFESSIONAL EDUCATION

Abstract. *The article examines the continuity of teaching mathematics in the system of general secondary and higher professional education. On the example of integral calculus, the analysis of the conceptual apparatus in a secondary school textbook and in lectures on higher mathematics is carried out. A number of differences in the formulation and introduction of concepts have been identified, which in turn contributes to the emergence of a gap between the preparation of future applicants and the requirements of higher educational institutions.*

Key words: *continuity of teaching, integral calculus, teaching mathematics.*

УДК 372.851

ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ STEM-ОБРАЗОВАНИЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Дюбо Е.Н.

ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный педагогический университет»

dyubo_elena@mail.ru

В статье рассматриваются особенности реализации новой инновационной системы STEM-образования в рамках единой системы обучения. Отмечены преимущества и недостатки внедрения STEM-технологий в обучении школьников, а также особенности их применения на уроках математики.

Ключевые слова: *STEM-образование, компетентностный подход, экономическая грамотность, интегрированный урок.*

Современным направлением инновационного развития естественно-математического образования является система обучения STEM (Science - наука, Technology - технология, Engineering - инженерия, Mathematics - математика), направленная на развитие логического мышления и техническую грамотность, формирование компетентности исследователя и содействие лучшей социализации личности.

Наиболее интенсивно указанная система развивается в США, странах ЕС и Украине, где в средней школе вводятся междисциплинарные программы обучения, осуществляется информатизация учащихся о STEM-предметах и профессиях, а также академических требованиях в STEM-областях.

Основная цель STEM-образования – объединение научных знаний и практических приемов их реализации через организацию научно-исследовательской деятельности учащихся, направленное на создание устойчивых связей между школой, обществом, работой и целым миром.

Система STEM-образования основана на идее обучения учащихся с применением междисциплинарного и прикладного подхода в рамках единой системы обучения. Это позволяет, с одной стороны, уменьшить объемы фактических знаний по предмету, а с другой, раскрыть в большей степени возможности применения существующих знаний и сформировать умения самостоятельного поиска информации.

Часто STEM-образование называют «обучение наоборот», поскольку вначале идет практика, а потом уже в процессе практики учащиеся осваивают необходимые им теоретические знания. При этом основой будет выступать интегрированное обучение по темам, а не по предметам, с раскрытием практических связей, а также использование научно-технических знаний в реальной жизни. Указанный подход позволяет объединить школьные и внешкольные возможности и формы обучения, развивая способности учащихся к исследовательской и аналитической работе, эксперименту и критическому мышлению.

Внедрение в учебно-воспитательный процесс методических решений STEM-образования направлено на формирование ряда самых важных компетенций будущих специалистов в STEM-областях: математической грамотности, компетентности в естественных науках и технологиях, информационно-цифровой грамотности, умения обучаться, социальной и гражданской позиции и т.д.

Можно выделить следующие преимущества STEM-образования:

- усиление финансирования системы образования со стороны коммерческих и некоммерческих организаций через систему грантов для реализации технологически-ориентированных проектов;
- расширение для учащихся возможностей профессионального развития, учитывая усиленную не только теоретическую, но и практическую подготовку;
- внедрение системы технологий в образовательный процесс уже на уровне школы, что позволит повысить уровень технологической грамотности населения в будущем;
- обеспечение перехода от пассивного изучения материала к активному;
- формирование навыков самостоятельной и коллективной работы.

Несмотря на явные преимущества, STEM-образование несет в себе и недостатки, которые могут быть минимизированы при эффективной реализации соответствующих технологий:

- формирование слабой системы коммуникативных навыков, поскольку большинство технологических задач носят сугубо расчетный характер;
- узкая специализация учителей, реализующих указанный подход, не позволяет в полной мере сформировать знания в единой системе естественнонаучных учебных дисциплин и технологий [1].

Именно последний факт на сегодня и не позволяет в полной мере реализовать STEM-образование в полной мере, поскольку интегрированное изложение различных предметов будет требовать и одновременного сохранения уникальных характеристик каждой STEM-дисциплины.

Центральное место в данной системе обучения отводится учителю, который должен обладать достаточно сильными навыками к взаимодействию с другими учителями-предметниками, знаниями из основной предметной области и рабочими знаниями в другой. Кроме того, учитель должен осуществлять управление интегрированной творческой деятельностью учащихся: побуждать к исследованию, помогать в определении целей и задач учебного проекта, ориентировать в методах и приемах поиска решений, источниках информации для отдельных учебно-познавательных задач.

Эффективность внедрения STEM-технологий будет определяться построением четкой системы поиска, поддержки и сопровождения талантливых детей за счет возможностей обучения в заочных, очно-заочных и дистанционных школах, реализующих программы общей и профильной подготовки. Кроме того, система должна быть и экономически целесообразной: учитель, работающий с учащимися, достигшими высоких результатов, должен получать стимулирующие выплаты, а сам учащийся видеть персональную перспективу реализации полученных знаний. Все это требует значительных подготовительных действий со стороны государства и общества по принятию данного подхода.

На сегодня наибольший процент несоответствия выбранного учащимися направления обучения с рекомендованным приходится на экономическое направление, поскольку значительно вырос рейтинг профессий, связанных с экономикой и предпринимательством. Одним из путей решения проблемы формирования экономической грамотности учащихся будет интеграция экономики с обязательными дисциплинами, в том числе и с математикой. Так, украинскими учебными программами по математике предусматривается существование сквозной линии «Предпринимательство и финансовая грамотность», в РФ только предполагается выделение блока «Основы финансовой грамотности», направленного на развитие лидерских инициатив, способностей успешно действовать в технологически быстроменяющейся среде, обеспечение лучшего понимания практических аспектов финансовых вопросов. Таким образом, можно говорить о необходимости интеграции элементов экономики в школьный курс математики, для чего следует связать содержание двух предметов, найти общие средства деятельности в обоих предметах и учесть единство терминологии при изложении материала.

Базовой формой реализации STEM-обучения на уроках математики будут выступать интегрированные уроки. Экономической составляющей школьного курса математики при этом будет выступать совокупность базовых экономических понятий и специального набора проблемно-исследовательских прикладных задач, позволяющих сформировать у учащихся систему знаний об окружающем мире, умений и навыков применять полученные теоретические знания для анализа и решения конкретных практических задач, возникающих в окружающей действительности.

Включение экономических знаний в задачи, решаемые математическими методами, позволит, с одной стороны, раскрыть связь математики с окружающим миром, реальное приложение абстрактных конструкций на практике, а, с другой, – развить экономический образ мышления через формирование умений применять аппарат математики и экономики для анализа конкретных экономических явлений и процессов. Это, в свою очередь, требует замены части устаревших или неинтересных задач на новые, не изменяющие сам математический аппарат (меняется только объект исследования), но имеющие более выраженное экономическое содержание.

Пример. На семейном совете папа попросил дочь Алену помочь решить важную проблему: семьей запланировано в течение не более 3 лет купить недорогую машину, однако имеющейся суммы 300000 рублей не хватает для покупки выбранной модели, поскольку требуется еще 55000 рублей. Для накопления необходимой суммы папа предложил положить все деньги (300000 рублей) в банк под проценты, но мама выступила с другим предложением: купить акции хорошо зарекомендовавшего себя предприятия и получать дивиденды.

Родители имеют следующую информацию о предприятии.

- затраты на производство x тысяч единиц продукции в год можно представить зависимостью $y = 0{,}05x^2 + x + 1$ *(млн. руб.);*

- цена реализации единицы продукции - 3 тыс. руб.;

- мощности предприятия позволяют выпускать не более 20100 единиц продукции в год; план выпуска продукции составлен на ближайшие 3 года;

- ближайшие 3 года предполагается не менять основные параметры производства, схему вычисления доходов и выплат по акциям. Так, при покупке акций на сумму от 200 тыс. до 300 тыс. рублей держателям акций предполагается ежегодно выплачивать до 0,1% прибыли предприятия.

Необходимо определить стратегию удачного вложения денег, чтобы в течение трех лет семье удалось накопить требуемую сумму.

Следует отметить особенности представленного задания. Во-первых, постановка самой задачи не содержит всех данных для ее решения; требуется справочный материал о ставках по вкладам физических лиц, который учащиеся будут подбирать самостоятельно, оперируя к разным источникам информации (рейтинги банков по вкладам на соответствующий год, рекламные проспекты и т.д.). Выбор разных источников и, как результат, различия в выборе банка, вклада, условий получения процентов и прочее, повлечет различия в ответах учащихся, поскольку будут различаться результаты решений на каждом этапе. Во-вторых, условие задачи не связано с одной, отдельной темой изучаемого курса математики, поэтому учащиеся не ориентированы на реализацию определенных действий (решить уравнение, выполнить преобразование, исследовать график функции и т.д.), они сами разрабатывают способ решения и реализуют его. Кроме того, по ходу решения возникает необходимость и в дополнительном изучении теоретического материала по экономике, в частности по вопросам оценки вкладов и дивидендов, а это приводит к непосредственному раскрытию межпредметных связей экономики и математики. В-третьих, указанное задание позволит не только закрепить изученный материал (исследование квадратичной функции, вычисление простых и сложных процентов), выполняя дидактические предметные функции, но и обеспечит возможность учащимся разработать самостоятельно нестандартные подходы к решению, развивая, таким образом, креативность и гибкость мышления.

Следует отметить, что несмотря на наличие в учебниках по математике большого количества прикладных задач, в том числе экономического характера, не все они носят исследовательский характер. Можно выделить ряд требований к заданиям, реализуемых в рамках STEM-обучения на уроках математики:

- условие задачи должно содержать долю неопределенности, неясности относительно способов ее разрешения (т.е. носит ли она характер чисто математической задачи, какой раздел математики следует задействовать, какой способ исследования и пр.) с целью использования не готового, а разработки учащимися собственного, самостоятельного алгоритма решения;
- поставленная проблема должна предполагать применение знаний из разных разделов математики и связанных областей знаний;
- реализация задачи должна быть направлена на формирование компетенций, соответствующих требованиям образовательных стандартов;
- условие задачи должно содержать недостаточно или избыточно много данных для решения проблемы, поскольку это позволит развить критическое мышление уже на этапе анализа исходных данных с последующим критическим отбором информации и анализом результатов на соответствие поставленной задаче;
- постановка задания должна предполагать различные варианты ее решения в отличие от единственности решения типовых задач, что позволит сформировать навыки и умения аргументации решений с применением разных форм представления информации;
- изучение элементов экономики должно происходить в рамках стандартной программы по математике и не требовать привлечения нового математического материала.

Кроме разработки самих заданий, задача учителя состоит и в организации деятельности учащихся при их выполнении, которая чаще всего носит групповой характер. Обычно групповая работа организуется на уроке при закреплении учебного материала и формировании предметных умений, но STEM-образование предполагает и внеурочную деятельность учащихся, когда реализация задания происходит не под руководством учителя, а в рамках свободного общения друг с другом. Участники группы обмениваются мнениями по общей проблеме, вырабатывают стратегию ее решения и план действий, распределяют обязанности между собой. Именно в ходе такой деятельности учащиеся активно обмениваются информацией, оспаривая и доказывая идеи, обучаясь совместной деятельности для достижения общих целей.

Таким образом, внедрение элементов STEM-образования на уроках математики будет способствовать повышению мотивации и развитию познавательных навыков учащихся, формированию умений самостоятельно ориентироваться в информационном пространстве, высказывать собственные суждения, выявлять компетентность в выбранной сфере деятельности.

Литература

1. Байкатова К. И. STEM-образование в современной школе : необходимость и преимущества [Электронный ресурс]. – Режим доступа : https://zkoipk.kz/ru/nconf2018/3-section/4064-stem-.html.
2. Конюшенко С. М. STEM-подход в образовании: российские и зарубежные образовательные практики / С. М. Конюшенко, А. В. Петрущенков, М. С. Жукова // Известия Балтийской государственной академии рыбопромыслового флота. – № 42, 2017. – С. 96-101.

Dyubo E.N.

FEATURES OF IMPLEMENTATION OF STEM-EDUCATION' ELEMENTS AT THE LESSONS OF MATHEMATICS

Abstract. *The article is devoted to the features of the implementation of a new innovative STEM-education system within the framework of a unified training system. The advantages and disadvantages of the implementation of STEM-technologies in teaching schoolchildren, the peculiarities of its application at the lessons of mathematics are noted.*

Keywords: *STEM-education, competence-based approach, economic literacy, integrated lesson.*

УДК 378.14:[51:004]

ТЕНДЕНЦИИ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ И ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКЕ

Евсеева Е.Г.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»

e.evseeva@donnu.ru

Статья посвящена проблеме подготовки будущих учителей и преподавателей математики. Рассматриваются основные направления профессиональной подготовки такие как проектирование учебной деятельности. Приводятся примеры заданий, направленных на проектирование обучения: разработка учебных задач, проектирование систем понятий.

Ключевые слова: *методическая компетентность преподавателя математики, проектирование обучения, учебная задача, система математических понятий.*

Постановка проблемы. Одной из важнейших задач современной системы образования является подготовка учителей и преподавателей математики. В 2016 году в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» открылись новые направления подготовки: Педагогическое образование (Профиль: математическое образование) в магистратуре, и три направления педагогического образования с двумя профилями (физика и информатика, математика и информатика, география и экономика) для обучения по образовательным программам бакалавриата, где будущие педагоги получают уникальную возможность пройти подготовку по двум предметам. Следует отметить, что в Российской Федерации подготовка студентов по направлению педагогическое образование с двумя профилями в настоящее время активно развивается, а в Украине, например, такой возможности нет.

Подготовка учителей математики для системы основного общего образования в ведется только в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование» по двум профилям: математика и информатика, а для систем среднего и профессионального образования магистратуры по направлению подготовки 44.04.01 «Педагогическое образование», магистерской программы – «Математическое образование».

Одной из проблем профессиональной подготовки будущих учителей и преподавателей математики является проблема формирования их методической компетентности, которая должна решаться в период обучения их в магистатуре.

Анализ актуальных исследований. Проблема формирования профессиональной компетентности преподавателя рассматривается достаточно широко. В исследованиях выявлены: теоретические основы формирования профессиональной компетентности преподавателя (В. А. Адольф, В. А. Демин, Н. Л. Стефанова, С. У. Шишов и др.); средства формирования методической компетентности преподавателя математики (Н. В. Грызлова, О. Б. Епишева, Р. А. Майер и др.); особенности проектирования стандартов нового поколения в терминах компетенций (Н. И. Кузнецова, А. В. Хуторской и др.); концепции формирования различных видов профессиональных компетенций преподавателя (В. А. Далингер, М. П. Лапчик, К. М. Левитан, М. В. Рыжаков, Т. Г. Чешуина и др.). В то же время вопросы разработки специальных видов учебной деятельности, направленных на формирование методической компетентности будущего преподавателя математики в системе профессионального образования изучена мало. В связи с этим возникает необходимость поиска научных подходов, которые способствуют формированию профессиональной компетентности преподавателя математики при изучении различных дисциплин в системе высшего педагогического математического образования[1, 3].

Целью статьи является описание методический приёмов формирования методической компетентности будущего преподавателя математики по направлению подготовки 44.04.01 «Педагогическое образование», магистерской программы – «Математическое образование».

Изложение основного материала. В программу подготовки входят дисциплины математической, методической и психолого-педагогической направленности.

К математическим относится дисциплина «Избранные разделы математики: алгебра и геометрия; математическая статистика; уравнения математической физики», читаемую на протяжении всего срока обучения в магистратуре. Необходимый фундаментальный базис закладывается еще в бакалавриате при изучении таких дисциплин как математический анализ, Комплексный анализ, Функциональный анализ, Дифференциальные уравнения, Аналитическая геометрия, Дифференциальная геометрия и топология, Основания геометрии, Алгебра, Теория чисел, Дискретная математика, Математическая логика, Теория вероятностей и математическая статистика.

К методическим дисциплинам относятся такие дисциплины учебного плана: Методика обучения математике в профильной и профессиональной школе; История и методология математики; Методология и методы научных исследований; Научный семинар; Информационные технологии в профессиональной деятельности.

Психолого-педагогические дисциплины учебного плана это: Психолого-педагогические теории учебной деятельности; Педагогика высшей школы; Инновационные технологии учебно-воспитательного процесса в высшей школе; Педагогические измерения.

Рассмотрим некоторые виды профессиональной деятельности преподавателя, которые осваивают студенты магистратуры в процессе обучения. Одним из заданий, которое выполняется студентами при изучении дисциплины «Психолого-педагогические теории учебной деятельности» [4], является самостоятельная работа по проектированию учебной деятельности, а именно разработка учебной задачи по одной из тем курса высшей математики, а также составление опорного конспекта по материалу, необходимому для решения учебной задачи.

Под учебной задачей здесь понимается система заданий направленная на формирование обобщенного способа действий. Под обобщенным способом действий понимаются общие способы решения задач определенного типа.

Рассмотрим, например, обобщенный способ действий «Находить произведения векторов». Формирование этого способа действий подразумевает формирование умений решать задач, в которых требуется найти скалярное, векторное или смешанное произведение векторов по различным начальным данным, либо с использованием свойств этих произведений. Способами действий называют способы решения конкретных задач. В данном примере, это способы вычисления различных произведений векторов.

Как правило, в учебную задачу включают тестовые задания различных типов, оперирующие с объектами, заданными различным способом. Рассмотрим типы заданий, входящие в состав учебной задачи, направленной на формирование обобщенного способа действий «Находить произведения векторов».

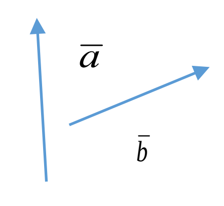
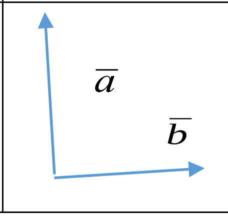
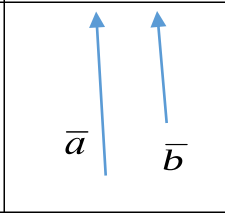
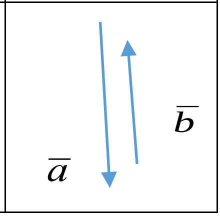
Во-первых, это тестовые задания закрытого типа для освоения действий с математическим объектами заданными в символьном виде. Например:

Задание 1. Укажите, чему равен модуль векторного произведения векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если угол между этими векторами равен φ.

А	Б	В	Г
$\lvert\overline{a}\rvert\cdot\lvert\overline{b}\rvert\cdot ctg\varphi$	$\lvert\overline{a}\rvert\cdot\lvert\overline{b}\rvert cos\varphi$	$\lvert\overline{a}\rvert\cdot\lvert\overline{b}\rvert\cdot tg\varphi$	$\lvert\overline{a}\rvert\cdot\lvert\overline{b}\rvert sin\varphi$

Во-вторых, это тестовые задания закрытого типа для освоения действий с математическим объектами заданными в графическом виде. Например:

Задание 3. Укажите, для каких из векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$, приведенных на рисунках А-Г, скалярное произведение равно нулю.

А	Б	В	Г
			

В-третьих, это тестовые задания закрытого типа для освоения действий с математическим объектами заданными в числовом виде. Например:

Задание 2. Определите, чему равно векторное произведение векторов $\overline{a}$ =(1; 1;2) и $\overline{b}$ =(3; 0; 3).

А	Б	В	Г
$3\sqrt{3}$	(3; –3; 3)	(3; –3; –3)	(3; 3; –3)

В-четвертых, в учебную задачу входят тестовые задания на соответствие, направленные на формирование понятий. Например,

Задание 4. Установите соответствие между понятиями (1-4) и значениями (А-Д):

1.	Скалярное произведение перпендикулярных векторов	**А:**	Точка
2.	Скалярное произведение не перпендикулярных векторов	**Б:**	Число ноль
3.	Векторное произведение не коллинеарных векторов	**В:**	Ненулевой вектор
4.	Векторное произведение коллинеарных векторов	**Г:**	Число отличное от нуля
		Д:	Нулевой вектор

Пятый тип заданий – это задания на формирование способа действий.

Задание 5. Найдите координаты вектора $\overline{X} = (x,\ y\ z)$, если $\overline{X} \cdot \overline{a} = 4$, $\overline{X} \cdot \overline{b} = -2$, $\overline{X} \cdot \overline{c} = 4$, где $\overline{a} = (1; -1; 2)$, $\overline{b}$ = (2; –3; –1), $\overline{c}$ = (4; –2; 2).

Особую сложность для студентов составляет определение обобщенного способа действий, способа действий и действий, входящих в их состав. Кроме того, каждый способ действий реализуется с помощью определенных действий, которые также должны быть описаны при проектировании учебной задачи.

Для конкретизации этих действий студентами составляется технологическая карта учебной задачи, которая включает перечень действий, необходимых для их выполнения знаний и номеров заданий, в которых эти действия осваиваются. Для рассматриваемой учебной задачи, содержащей 30 заданий, технологическая карта приведена в таблице 1.

Таблица 1 - Технологическая карта учебной

№	Действие	Знания	Задание
1.	Вычислять скалярное произведение двух векторов, заданных модулями и углом между ними	Формула для вычисления скалярного произведения двух векторов, заданных модулями и углом между ними	№1, №11, №13, №14, №17, №28.
2.	Вычислять скалярное произведение двух векторов, заданных координатами	Формула для вычисления скалярного произведения двух векторов, заданных координатами	№4, №7, №13, №16, №24, №26, №27.
3.	Находить скалярный квадрат вектора	Формула для вычисления скалярного квадрата вектора	№10, №18
4.	Вычислять двойное скалярное произведение трех векторов	Формула для вычисления двойного скалярного произведения трех векторов	№11, №22
5.	Вычислять векторное произведение двух векторов, заданных координатами	Формула для вычисления векторного произведения двух векторов, заданных координатами	№3, №5, №19, №29
6.	Вычислять модуль векторного произведения двух векторов, заданных модулями и углом между ними	Формула для вычисления модуля векторного произведения двух векторов	№2, №11, №14, №20, №28
7.	Вычислять смешанное произведение трех векторов, заданных координатами	Формула для вычисления смешанного произведения трех векторов, заданных координатами	№8, №9, №11,№21, №25, №30
8.	Записывать в символьном виде скалярное произведение двух векторов	Определение векторного произведения двух векторов	№12, №15, №26, №27, №28.
9.	Записывать в символьном виде векторное произведение двух векторов	Определение векторного произведения двух векторов	№6, №12 №15

Еще одним видом деятельности преподавателя математике по проектированию обучения, выполняемым студентами при изучении дисциплины «Методика обучения математике в профильной и профессиональной школе» является проектирование системы понятий [2]. Так, студентам дается задание:

Задание 9. *Составьте систему понятий по одной из тем курса высшей математики, изучаемого в системе высшего профессионального образования, включающую такие элементы:*

а) название понятия;

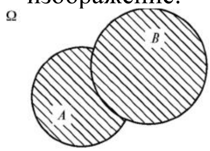
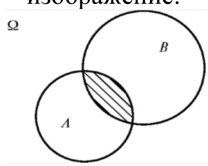
б) определение понятия;

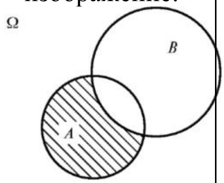
в) обозначение понятия, его геометрическую интерпретацию;

г) примеры математических объектов, входящих в объем понятия, применения понятия.

Пример выполнения этого задания по теме «Теория вероятностей», входящей в курсы математики для многих направлений подготовки в системах среднего и высшего профессионального образования, приведен в таблице 2.

Таблица 2 – Фрагмент системы понятий по теории вероятностей

Название	**Определение**	**Обозначение**	**Пример**
Сумма событий A и B	Событие, состоящее в том, что наступит либо A, либо B, либо A и B одновременно	$A \cup B$, $A + B$ Графическое изображение: 	Опыт: бросание игральной кости. Событие A = {1, 3, 5} = {выпало нечетное число очков}, а событие B = {3, 6} = {выпало число очков, кратное трем}. Тогда A + B = {выпало одно очко, или три, или пять, или шесть очков} = {1, 3, 5, 6}
Произведение событий A и B	Событие, состоящее том, что A и B наступят одновременно	$A \cap B$, $A \cdot B$ Графическое изображение: 	Опыт: бросание игральной кости. Событие A = {1, 3, 5} = {выпало нечетное число очков}, а событие B = {3, 6} = {выпало число очков, кратное трем}. Тогда AB = {выпало три очка} = {3}

Разность двух событий А и В	Событие, состоящее в том, что происходит событие А, и не происходит событие В.	А\В, А-В Графическое изображение: 	Опыт: бросание игральной кости. Событие А = {выпало нечетное число очков} = {1, 3, 5}, а событие В = {выпало число очков, кратное трем} = {3, 6}. Тогда В - А = {выпало шесть очков} = {6}

При составлении такой системы студент соотносит вербальную, символьную, графическую форму задания математических понятий с практическим использованием этого понятия.

Проблемы, возникающие у студентов при составлении такой системы понятий очень часто связаны с тем, что они путают определение и свойства понятия. Например, при введении понятия «несовместные события» студентом было дано определение этого понятия как «события, произведение которых является невозможным событием». Однако, несовместные события могут рассматриваться и в тех случаях, когда алгебра событий еще не введена, а равенство произведения событий невозможному событию, является свойством несовместных событий.

Введение видов событий через род и видовое отличие приведено в таблице 3, там же приведены с свойства, которые выполняются для этих событий.

Таблица 3 – Родо-видовые определения понятий

Понятие	Родовое понятие	Видовое отличие	Свойство
Несовместные события А и В	Случайные события	Появление одного из событий исключает появление другого	$A \cdot B = \varnothing$
Совместные событие А и В	Случайные события	Появление одного из событий не исключает появление другого	$A \cdot B \neq \varnothing$
Противоположные события А и В	Несовместные события	Непоявление одного из событий влечет за собой появление другого	$A \cdot B = \varnothing$; $A + B = \Omega$

Благоприятствующие события (А благоприятствует В)	Совместные события	Появление события *A* влечет за собой появление события *B*	$A \cdot B \neq \varnothing$

Как можно видеть, свойство равенства нулю произведения событий выполняется для двух событий, приведенных в таблице 3, однако, не является характеристическим. Это делает невозможным использование этого свойства для определения понятий.

Выводы. Таким образом, методическая подготовка является важнейшей составляющей профессиональной компетентности учителя и преподавателя математики. Анализ научно-педагогических аспектов проблемы обеспечения качества методической подготовки будущих учителей и преподавателей математики дал основания заключить, что в настоящее время актуализированы такие пути её решения как формирование компетенций учителя в области проектирования обучения.

Формирование методической компетентности будущих преподавателей математики в рамках магистерской программы «Математическое образование» должно осуществляться по таким направлениям: формирование предметных математических компетенций, математической культуры и речи; формирование математического и профессионально-педагогического мышления; формирование у обучаемых компетенций в области проектировочной деятельности; обеспечение преемственности в обучении математики между различными уровнями образования; профессиональная направленность обучения.

Дальнейшего научного исследования требуют вопросы, связанные с разработкой методики подготовки преподавателей математики с ориентацией на обучение студентов университетов на основе интегративного подхода, а также адаптация разработанной методики к обучению математическим дисциплинам в классическом университете.

Литература

1. Евсеева Е.Г. Деятельностный подход как методологическая основа формирования методической компетентности будущего учителя математики / Е.Г. Евсеева // Дидактика математики : проблемы и исследования: международный сборник научных работ / редкол. : Е. И. Скафа (наук. ред.) и др. ; Донецкий нац. ун-т. – Донецк, 2020. – С. 34-42.
2. Евсеева Е. Г. Методика обучения математике в высшей профессиональной школе : учебное пособие для студентов направления подготовки 44.04.01 Педагогическое образования (профиль: математическое образование) / Е. Г. Евсеева. – Донецк : ДонНУ, 2017. – 243 с.
3. Евсеева Е.Г. Профессиональная компетентность преподавателя математики в высшей профессиональной школе / Е.Г. Евсеева, Г.М. Улитин //

Дидактика математики: проблемы и исследования : междунар. сб. наук. работ / редкол. : Е. И. Скафа (наук. ред.) и др. ; Донецкий нац. ун-т. – Донецк, 2016. – Вип. 44. – С. 31-35.

4. Евсеева Е. Г. Психолого-педагогические теории учебной деятельности:учебное пособие для студентов направления подготовки 44.04.01 Педагогическое образования (профиль: математическое образование) / Е. Г. Евсеева. – Донецк : ДонНУ, 2017. – 293 с.

Yevsyeyeva E.G.

TRENDS IN THE TRAINING OF TEACHERS AND TEACHERS OF MATHEMATICS IN THE DONETSK PEOPLE'S REPUBLIC

Abstract. *The article is devoted to the problem of training future teachers and teachers of mathematics. The main directions of professional training are considered, such as the design of educational activities. Examples of tasks aimed at designing training are given: the development of educational tasks, the design of systems of concepts.*

Keywords*: methodological competence of a mathematics teacher, teaching design, educational task, system of mathematical concepts.*

УДК 372.851

ОБУЧЕНИЕ ТЕМЕ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ» БУДУЩИХ ЭКОНОМИСТОВ СРЕДСТВАМИ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Евсеева Е.Г., Варавина В.С.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»

e.evseeva@donu.ru

Статья посвящена проблеме подготовки будущих экономистов. Рассматриваются методические приёмы обучения дифференциальным уравнениям с применением метода математического моделирования. Приводятся примеры профессионально-ориентированных задач экономического содержания, направленных формирование умений решать дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными и линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Ключевые слова: *профессиональная подготовка будущих экономистов, дифференциальные уравнения, экономико-математическое моделирование.*

Постановка проблемы. С давних пор человек пробует описать многие процессы или явления окружающего мира с помощью математической символики, создавая тем самым математическую модель соответствующего процесса или явления. И одним из мощнейших инструментов математического моделирования являются дифференциальные уравнения. Многие студенты экономических направлений подготовки изучают тему «Дифференциальные уравнения» в рамках курса высшей математики. Но в вопросах практического применения этого инструмента при решении экономических задач они испытывают значительные затруднения.

По мнению Ж.С. Сулейменова, «прикладная направленность дифференциальных уравнений отводит задачам ключевое место. Любой теоретический материал можно предварять задачами прикладного характера, приводящими к тем дифференциальным уравнениям, которые предстоит изучить в данном разделе, то есть обосновать мотивацию изучения этого раздела. Поэтому задачный материал используется не только как цель реализации теории на практике, но и как средство обучения» [5, с. 61].

Студенты экономических направлений подготовки, изучая различные аспекты экономических систем и отношений, приходят к необходимости построения математических моделей, основным инструментом решения которых являются дифференциальные уравнения. Поэтому студентам на занятиях по математике нужно показать важность изучения раздела «Дифференциальные уравнения» для развития умения анализировать экономические процессы, которые описываются дифференциальными уравнениями. Этого можно добиться с помощью решения математических задач с экономическим содержанием.

Анализ актуальных исследований. Тема использования метода математического моделирования в обучении математике рассматривалась в работах Н.А. Бурмистровой, О.О. Замкова и др. Ими рассматривались приемы обучения моделированию путем решения профессионально-ориентированных задач. Однако на сегодняшний день надо учитывать следующие аспекты: разноуровневость подготовки абитуриентов по математике, слабая школьная подготовка по элементарной математике; недостаточная сформированность навыков самостоятельной работы. Методические особенности обучения математике в высшей школе с использованием метода математического моделирования описаны нами в работе [1].

Цель статьи – рассмотреть примеры математических моделей экономических процессов, которые описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями, а также примеры задач, которые можно использовать при обучении дифференциальным уравнениям будущих экономистов.

Изложение основного материала.Экономические закономерности, как правило, представляют собой сложные нелинейные соотношения между экономическими величинами, явный вид которых непосредственно установить затруднительно. При наличии устойчивой закономерности малые изменения величин можно приближенно заменить дифференциалами. Тогда нелинейные соотношения между величинами, соответственно, заменяются более простыми линейными соотношениями между величинами и их производными. Эти соотношения представляют собой дифференциальные уравнения, с помощью которых строится математическая модель экономической системы или процесса. В виде дифференциальных уравнений записываются соотношения между экономическими переменными, такими как цены, заработная плата, капитал, процентная ставка и др.

При рассмотрении темы «Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка», которая включает в себя уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения в качестве усиления профессиональной направленности студентам экономических направлений подготовки можно предложить задачи на экономическую модель естественного роста выпуска товара[3].

Будем полагать, что некоторая продукция продается по фиксированной цене P. Обозначим через Q(t) количество продукции, реализованной на момент времени t; тогда на этот момент времени получен доход, равный PQ(t). Пусть часть указанного дохода расходуется на инвестиции в производство реализуемой продукции, т.е.

$$I(t) = mPQ(t), \tag{2.1}$$

где m − норма инвестиции − постоянное число, причем $0 < m < 1$. Если исходить из предположения о ненасыщаемости рынка (или о полной реализации производимой продукции), то в результате расширения производства будет получен прирост дохода, часть которого опять будет использована для расширения выпуска продукции. Это приведет к росту скорости выпуска (акселерации), причем скорость выпуска пропорциональна увеличению инвестиций, т.е.

$$Q' = lI, \tag{2.2}$$

где $\frac{1}{l}$ – норма − норма акселерации. Подставив в (2.2) формулу (2.1), получим

$$Q' = kQ, \text{ где } k = lmP. \tag{2.3}$$

Дифференциальное уравнение (2.3) представляет собой уравнение первого порядка с разделяющимися переменными. Общее решение этого уравнения имеет вид

$$Q_{o.o.} = Ce^{kt}, \tag{2.4}$$

где C − произвольная постоянная. Пусть в начальный момент времени $t = t_0$ зафиксирован объем выпуска продукции Q_0. Тогда из этого условия можно выразить постоянную $C: Q_0 = Ce^{kt_0}$, откуда $C = Q_0e^{-kt_0}$. Отсюда получаем частное решение уравнения (2.4) − решение задачи Коши для этого уравнения:

$$Q = Q_0e^{-kt_0}. \tag{2.5}$$

Заметим, что математические модели обладают свойством общности. Так, из результатов биологических опытов следует, что процесс размножения бактерий также описывается уравнением (2.4). Процесс радиоактивного распада подчиняется закономерности (2.5) [3].

Задача №2.1[2]. Рассмотрим задачу, волнующую многих людей в 21 веке, а именно: истощение ресурсов производства продуктов. Запас ресурсов ограничен, часть этих ресурсов невосполнима. Например, часть пахотных земель ежегодно выходит из обращения как за счет естественных причин (эрозия почв, их засоление, заболачивание и т.п.), так и за счет варварского хозяйствования человека и техногенных катастроф. Таким образом, человеку необходимо знать, как долго Земля еще сможет прокормить все увеличивающееся население планеты. Определим, в каком году будет достигнут предел, после которого планета не сможет производить необходимое для поддержания всех людей сытыми количество пищи. Примем в качестве условий следующие данные: на одного человека нужно выделить 0,1 гектар земли, пригодной для возделывания; имеется всего 4 тысяча млн. гектар такой земли. Значит, в норме население земли в расчете на указанные данные должно быть не больше сорока миллиардов человек. Есть предположение, что население растет непрерывно со скоростью 1,8 процентов в год. Рассчитаем, когда население достигнет предела насыщения. Используем для решения задачи дифференциальное уравнение естественного роста.

Решение. Уравнение естественного роста:

$$y' = ky(t). \tag{2.6}$$

Решая уравнение (2.6), находим его интеграл:

$$\ln|y| = kt + \ln|C|. \tag{2.7}$$

Откуда общим решением является показательная функция:

$$y(t) = Ce^{kt}, \tag{2.8}$$

гдеk– коэффициент линейного роста.

Т.к. ежегодный прирост величины $y(t)$ составляет p% − то скорость изменения величины составит $\frac{p}{100}y(t)$, следовательно, коэффициент $k = \frac{p}{100}$. Подставляем параметры и выводим формулу для нахождения решения нашей задачи.

$$y(t) = y_0 e^{\frac{p}{100}t}. \tag{2.9}$$

За t_0 возьмём 1999 год, когда население земли составляло $y_0 = 6 \cdot 10^9$(чел.). Тогда подставив значения, имеем:

$$y(t) = 6 \cdot 10^9 \cdot e^{0,018t}. \tag{2.10}$$

Найдём такое t, при котором население Земли достигнет критического уровня

$$y(t) = 40 \cdot 10^9 = 6 \cdot 10^9 \cdot e^{0,018t}. \tag{2.11}$$

Получаем уравнение $e^{0,018t} \approx 6,667$, решив которое имеем $t = 105$ лет.

Ответ: примерно в 2104 году мир достигнет насыщения.

При рассмотрении темы линейные неоднородные дифференциальные уравнения (1-2 порядков), в качестве прикладной экономической задачи, можно использовать модель Эванса[4].

В модели Эванса рассматривается рынок одного товара, время считается непрерывным. Пусть D(t), S(t), p(t) − соответственно спрос, предложение и цена товара к моменту времени t. Спрос и предложение будем считать линейными функциями цены, т.е. $D(p) = a - bp$, где $a, b > 0$ – спрос с ростом цены падает, а $S(p) = \alpha + \beta p$, где $\alpha, \beta > 0$ – предложение с ростом цены растет. Естественно считать, что $a > \alpha$, т.е. при нулевой цене спрос превышает предложение (по-другому говоря, товар желателен).

Основное предположение модели состоит в том, что цена изменяется зависимости от соотношений между спросом и предложением. Увеличение цены прямо пропорционально превышению спроса над предложением и длительности этого превышения:

$$\Delta p = \lambda(D - S)\Delta t, \text{ где } \lambda > 0. \qquad (2.12)$$

Согласно этому предположению взаимодействие потребителей и производителей происходит таким образом, что отражающая это взаимодействие цена непрерывно приспосабливается к ситуации на рынке: в случае превышения спроса над предложением – возрастает, в противоположном случае – убывает. Таким образом, увеличение цены прямо пропорционально превышению спроса над предложением и длительности этого превышения. Итак, получаем дифференциальное уравнение:

$$\frac{dp}{dt} = \lambda(D - S). \qquad (2.13)$$

Подставим в это дифференциальное уравнение линейные зависимости спроса и предложения от цены, получим линейное неоднородное дифференциальное уравнение с начальным условием:

$$\frac{dp}{dt} = -\lambda\big((b + \beta) \cdot p - (a - \alpha)\big), \ p(0) = p_0. \qquad (2.14)$$

Это уравнение имеет стационарное решение при

$$\frac{dp}{dt} = 0, \text{ которое имеет вид } p^* = \frac{a-\alpha}{b+\beta} > 0. \qquad (2.15)$$

Получаем, что равновесная цена – абсцисса точки пересечения прямых спроса и предложения, т.е. при такой цене спрос равен предложению $D(p) = S(p)$, или $a - bp = \alpha + \beta p$, отсюда $p^* = \frac{a-\alpha}{b+\beta}$.

Уравнение (2.14), является линейным дифференциальным неоднородным уравнением. Решение находим стандартно методом вариации произвольной постоянной.

$$p(t) = p_0 e^{-\lambda(b-\beta)t} + \frac{a-\alpha}{b+\beta} \cdot \left(1 - e^{-\lambda(b-\beta)t}\right), \qquad (2.16)$$

или

$$p(t) = p_0 e^{-\lambda(b-\beta)t} + p^* \cdot (1 - e^{-\lambda(b-\beta)t}), \qquad (2.17)$$

причём $\lim_{t\to\infty} p(t) = p$, так как

$$\lim_{t\to\infty} p(t) = \lim_{t\to\infty}\left(p_0 e^{-\lambda(b-\beta)t} + \frac{a-\alpha}{b+\beta}\cdot(1 - e^{-\lambda(b-\beta)t})\right) = \lim_{t\to\infty}(p_0 e^{-\lambda(b-\beta)t}) +$$
$$+ \frac{a-\alpha}{b+\beta}\lim_{t\to\infty}(1 - e^{-\lambda(b-\beta)t}) = \frac{a-\alpha}{b+\beta} = p^*.$$

В дискретной модели Эванса рынок функционирует следующим образом: утром на рынке обнаруживаются некоторое предложение S и спрос D. В зависимости от их значений цена начинает равномерно расти (если утром спрос был больше предложения) или убывать (если предложение было больше спроса). Предположим, что начальная цена p_0, при этом S(p_0) < D(p_0). За день она возрастает до некоторого значения p_x. На следующее утро предложение и спрос будут соответствовать этой цене p_x, при этом опять будет S(p_x) < D (p_x), а цена будет возрастать и т.д. (рис.2.1).

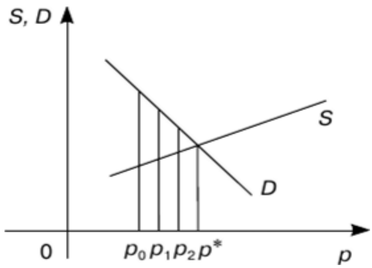


Рисунок 2.1 − Равновесное решение в дискретной модели Эванса

Задача № 2.2. Функции спроса и предложения на некоторый товар имеют соответственно вид $y = 50 - 2p - 4\frac{dp}{dt}$; $x = 70 + 2p - 5\frac{dp}{dt}$. Необходимо найти зависимость равновесной цены от времени, если $p(0) = 10$, и определить, является ли равновесная цена устойчивой [2].

Решение. Из условия равенства спроса и предложения имеем

$$50 - 2p - 4\frac{dp}{dt} = 70 + 2p - 5\frac{dp}{dt}, \qquad (2.18)$$

откуда $\frac{dp}{dt} = 20 + 4p$, (2.19)

т.е. получаем уравнение с разделяющимися переменными. Решая это уравнение, приходим

$$\int \frac{dp}{(20+4p)} = \int dt; \qquad (2.20)$$

$$\frac{1}{4}\ln|20 + 4p| = t + C_1; \qquad (2.21)$$

$$(20 + 4p)^{\frac{1}{4}} = C_2e^t, \text{ где } C_2 = e^{C_1}; \qquad (2.22)$$

$20 + 4p = C_3e^{4t}$, где $C_3 = C_2^{4}$; (2.23)

$p = C_4e^{4t} - 5$, где $C_4 =$ где $\frac{C_3}{4}$. (2.24)

Из условия $p(0) = 10$ следует, что $10 = C_4 - 5 \Rightarrow C_4 = 15$, поэтому $p = 15e^{4t} - 5$.

Отметим, что поскольку $\lim_{t\to\infty} p = \lim_{t\to\infty}(15e^{4t} - 5) \to \infty$, цена не обладает устойчивостью. ***Ответ :*** $p = C_4e^{4t} - 5$; не является.

Задача №2.3[3]. Пусть функции спроса $D(t)$ и предложения $S(t)$ имеют следующие зависимости от цены $P(t)$ в момент времени t и её производных:

$$D(t) = 3P'' - 2P' - 2P + 18 \quad (2.25)$$

$$S(t) = 4P'' + P' + 3P + 3.$$

Установим зависимость цены от времени. Поскольку равновесное состояние рынка характеризуется равенством $D(t) = S(t)$, то приравняв правые части уравнений (2.25), мы получим ДУ

$$4P'' + P' + 3P + 3 = 3P'' - P' - 2P + 18, \quad (2.26)$$

или

$$P'' + 2P' + 5P = 15. \quad (2.27)$$

Соотношение (2.27) является неоднородным линейное дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами относительно функции $P(t)$. Решение будем искать в виде суммы какого-либо его частного решения и общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения. Однородное уравнение имеет вид

$$P'' + 2P' + 5P = 0. \quad (2.28)$$

Для нахождения его решения составим характеристическое уравнение

$$k^2 + 2k + 5 = 0, \quad (2.29)$$

корнями которого являются комплексно-сопряженные числа $k_{1,2} = -1 \pm 2i$.

Тогда общее решение линейного дифференциального уравнения (2.28) будет иметь вид:

$$P_{o.o}(t) = e^{-t}(C_1\cos 2t + C_2\sin 2t), \quad (2.30)$$

где C_1 и C_2 – произвольные постоянные. В качестве частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения (2.27) возьмём решение $P = P_{st}$ – постоянную величину как фиксированную цену. Подстановка в уравнение (2.27) даёт значение $P_{st} = 3$. Таким образом, общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения (2.27) имеет вид:

$$P_{o.н.}(t) = 3 + e^{-t}(C_1\cos 2t + C_2\sin 2t). \quad (2.31)$$

Заметим, что $\lim_{t\to\infty} P(t) = \lim_{t\to\infty}(3 + e^{-t}(C_1\cos 2t + C_2\sin 2t)) = 3$, т.е. все интегральные кривые имеют горизонтальную асимптоту $P = 3$ и колеблются около неё. Это означает, что все цены стремятся к установившейся цене P_{st} с колебаниями около неё, причем амплитуда этих колебаний затухает со временем.

Рассмотрим частные решения этой задачи в двух видах: задача Коши и смешанная задача.

Задача Коши. Пусть в начальный момент времени известна цена, а также тенденция её изменения:

$$t = 0, P = 4, P' = 1. \qquad (2.32)$$

Подставляя первое условие в (2.31), получаем $P(0) = C_1 + 3 = 4$, откуда $C_1 = 1$.

Дифференцируя решение (2.31), получим:

$$P'(t) = e^{-t}[2(C_2 - 1)\cos 2t - (C_2 + 2)\sin 2t]. \qquad (2.33)$$

Теперь подставим второе условие задачи Коши в (2.33):

$P'(0) = 2C_2 - 1 = 1$, откуда $C_2 = 1$. (2.34)

Окончательно получаем, что решение задачи Коши имеет вид

$$P_{о.н.}(t) = 3 + e^{-t}(C_1\cos 2t + C_2\sin 2t),$$

или в более удобной форме:

$$P(t) = 3 + \sqrt{2}e^{-t}\cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right). \qquad (2.35)$$

Итак, решение данной задачи имеет вид (2.35), и изображено на рисунке 2.2.

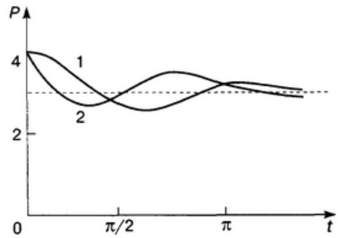


Рисунок 2.2. – Интегральные кривые к задаче 2.2

Ответ: $P(t) = 3 + \sqrt{2}e^{-t}\cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)$.

Выводы. Таким образом, с помощью приведенных моделей продемонстрировано описание некоторых социально-экономических процессов с помощью аппарата дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения применяются для нахождения объема производства, равновесной цены, функции спроса и предложения и многого другого.

Для повышения эффективности обучения математике студентов экономических направлений подготовки наряду с традиционными методами обучения целесообразно использовать метод математического моделирования. Благодаря использованию метода математического моделирования при обучении теме «Дифференциальные уравнения» будущие экономисты осваивают не только математические действия, но и действия по математическому моделированию, а также такие элементы творческой деятельности, как самостоятельный перенос знаний и умений в новую ситуацию, выявление новой функции и структуры изучаемого объекта, необходимые студентам для будущей профессиональной деятельности.

Литература

1. Евсеева Е. Г. Методика обучения математике в высшей профессиональной школе : учебное пособие для студентов направления подготовки 44.04.01 Педагогическое образования (профиль: математическое образование) / Е. Г. Евсеева. – Донецк :ДонНУ, 2017. – 243 с.
2. Красс М.С. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: учеб. пособие / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. –Москва: Дело, 2001.− 688 с.
3. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман. – 3-е изд. – Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 479 с.
4. Монако Т.П. Задачи экономического содержания и дифференциальные уравнения / Т.П. Монако. –Ульяновск: Зебра, 2016. – 46 с.
5. Сулейменов Ж.С. Методическая система обучения дифференциальным уравнениям студентов физико-математических факультетов университета / Ж.С. Сулейманов. – Алматы: 2003. – 257 с.

EvseevaE.G., Varavina V.S.

TRAINING ON THE TOPIC «DIFFERENTIAL EQUATIONS» FUTURE ECONOMISTS BY FUNDSECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELING

Annotation. *The article is devoted to the problem of training future economists. The methodological techniques of teaching differential equations using the method of mathematical modeling are considered. Examples of professionally oriented problems of economic content, aimed at the formation of skills to solve first-order differential equations with separable variables and linear non-uniform second-order differential equations with constant coefficients, are given.*

Key words: *professional training of future economists, differential equations, economic and mathematical modeling.*

УДК 372.851

ФОРМИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ПОНЯТИЙ ПО ТЕМЕ «ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ» В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ БУДУЩИХ ЭКОНОМИСТОВ

Евсеева Е.Г., Омельченко Д.С.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»

e.evseeva@donu.ru

Статья посвящена проблеме подготовки будущих экономистов. Рассматриваются методические приёмы формирования понятий темы «Функции нескольких переменных». Приводятся примеры профессионально-ориентированной задачи экономического содержания, направленной формирование умений понятия «Условный экстремум функции нескольких переменных.

Ключевые слова: *профессиональная подготовка будущих экономистов, функции нескольких переменных, формирование математических понятий.*

Постановка проблемы. Действующий в настоящее время Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования ДНР (2015) определяет требования к содержанию и уровню профессионального образования экономиста. В нем подчеркивается, что дипломированный специалист должен иметь системное представление о структурах и тенденциях развития мировой экономики; понимать многообразие экономических процессов в современном мире, их связь с другими процессами, происходящими в обществе; уметь использовать знания в своей практической деятельности; решать нестандартные задачи, прогнозировать экономические процессы и другие [2].

Для будущих экономистов и менеджеров, использование функций нескольких переменных – широко применяемый математический метод. В экономике очень часто требуется найти оптимальное значение того или иного показателя: наивысшую производительность труда, максимальную прибыль, максимальный выпуск, минимальные издержки и т.д. Каждый показатель представляет собой функцию одного или нескольких аргументов. Поскольку экономические показатели обычно зависят от многих факторов, нахождение оптимального значения показателя сводится к нахождению экстремума (максимума или минимума) функции одной или нескольких переменных. В современном мире широко применяют информационные технологии, которые необходимо внедрять в математическое образование, для более точных исследований.

Формирование научных понятий по теме «Функции нескольких переменных», системы этих понятий у студентов экономического факультета, является одной из основных задач их обучения. Анализ практики показывает, что у студентов при обучении математике часто возникают некоторые трудности. Студенты плохо различают признаки понятий, с трудом соотносят их. Они не могут самостоятельно сделать выводы. Формирование научных понятий по теме «Функции нескольких переменных», системы этих понятий у студентов экономического факультета, является одной из основных задач их обучения.

Анализ актуальных исследований. Методикой обучения математике в системе высшего экономического образования посвящены исследования А.Г. Грязновой, О.В. Голосова, К.Г. Кязимова, Ю.Ю. Миролюбова, Ю.К. Перского, Е.А. Рогозинской и многих других. Ученые сходятся во мнении, что владение методами математического моделирования, исследования, компетентность в применении математических методов в решении профессиональных задач – показатель высокого потенциала будущих экономистов, так как математическая подготовка является одной из ключевых составляющих их профессиональной подготовки. Для повышения эффективности математической подготовки будущих экономистов необходимо пересмотреть ее содержание, методы, формы и средства. Методика обучения математике в системе высшего профессионального образования рассмотрена нами в работе [3], особое внимание уделяется в ней формированию системы научных экономико-математических понятий в процессе обучения.

Целью статьи является описание методических особенностей формирования системы математических понятий у будущих экономистов и менеджеров по теме «Функции нескольких переменных».

Изложение основного материала. Под процессом формирования понятия будем подразумевать деятельность студентов, сосредоточенную на изучение и применение понятия, осуществляемую под руководством преподавателя. Понятие может быть полностью усвоено тогда, когда оно применяется на собственном опыте. В процессе формирования математических понятий М.М. Молонова выделяет следующие этапы:

а) мотивация введения понятия;

б) создание проблемной ситуации (выявление, анализ и сравнение общих и существенных признаков объектов);

в) усвоение логической структуры определения;

г) применение понятия;

д) установление связей данного понятия с другими понятиями;

е) применение понятия в решении творческих задач [5].

О.А. Василенко рассматривает формирование межпредметных понятий при обучении математике в высшей профессиональной школе. Математические понятия, которые сводятся к межпредметным понятиям, вызывают большие трудности при усвоении студентами [1]. Знания, умения и навыки, полученные студентами в результате изучения темы «Функции нескольких переменных» позволят применять их для выражения качественных и количественных соотношений между экономическими объектами, построения математических моделей экономических задач, решения этих задач, анализа их решения и формулировки практических рекомендаций для повышения эффективности экономических систем. Материал курса также необходим для освоения теоретического и практического материала других математических и экономических дисциплин.

На рисунке 1 изображен фрагмент системы понятий по теме «Функций нескольких переменных» курса высшей математики, для студентов экономических образований подготовки.

Рисунок 1– Схема системы понятий по теме «Функции нескольких переменных»

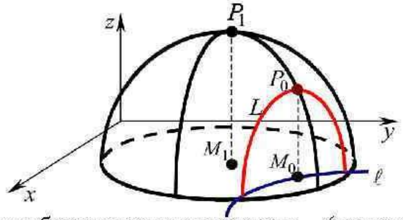
Каждый из выделенных блоков порождает свою совокупность понятий, которые должны быть сформированы для усвоения порождающего их понятия. Например, одним из самых сложных для понимания студентов межпредметных понятий в теме «Функции нескольких переменных» является понятие условного экстремума. Это понятие применяется во многих экономических приложениях, в частности в нелинейном программировании [6].

Для того, чтобы студент усвоил понятие «Условный экстремум ФНП» необходимо, чтобы у него уже были сформированы понятия: локальный экстремум функции одной и нескольких переменных, частные производные ФНП первого и второго порядков, градиент ФНП, необходимые и достаточные условия экстремума ФНП и др. Кроме того, само понятие условного экстремума ФНП порождает целую систему понятий: метод множителей Лагранжа, множитель Лагранжа, уравнение связи, необходимые и достаточные условия условного экстремума, точка условного экстремума, точка условного минимума, точка условного максимума, матрица Гессе, Гессиан и др. [4].

Для каждого из этих понятий должно быть приведены следующие характеристики: определение, символьное обозначение, пример объектов, входящих в объем понятия, пример его применения. Кроме того, студентам должна быть предложена система заданий, направленных на формирование понятия. Пример такого задания понятия «Точка условного максимума (минимума)» приведен в таблице 1.

Таблица 1– Характеристики понятия «Условный экстремум ФНП»

Термин, обозначающий понятие	Точка условного максимума (минимума) функции двух переменных $z=f(x, y)$.
Определение	Точка (x_0, y_0) называется точкой условного максимума (минимума), если существует такая окрестность этой точки, что для всех точек (x, y) из этой окрестности, удовлетворяющих условию $g(x, y) = C$, выполняется неравенство $f(x_0, y_0) \geq f(x, y) \ \ (f(x_0, y_0) \leq f(x, y))$

Геометрическая интерпретация понятия	Пусть поверхность S – график функции $z = f(x,y)$;  M_1 – точка безусловного экстремума (сравниваем P_1 и точки ее полной окрестности). Пусть $\ell \subset xOy$ – кривая уравнения связи $\varphi(x,y) = 0$, L – образ ℓ на поверхности S. M_0 – точка условного экстремума (сравниваем положение P_0 и точек кривой L) .
Пример объектов, входящих в объем понятия	Найти точки экстремума функции $z = x^2 + 2y^2$ при условии $3x + 2y = 11$, используя метод множителей Лагранжа. Решение. Составляем функцию Лагранжа $L = x^2 + 2y^2 + \lambda(3x + 2y - 11)$. Приравнивая к нулю ее частные производные, получим систему уравнений $\begin{cases} 2x + 3\lambda = 0, \\ 4y + 2\lambda = 0, \\ 3x + 2y - 11 = 0. \end{cases}$ Ее единственное решение $(x = 3, y = 1, \lambda = -2)$. Таким образом, точкой условного экстремума может быть только точка (3; 1). Нетрудно убедиться в том, что в этой точке функция $z = f(x, y)$ имеет условный минимум.

Рассмотрим задачу, решение которой найдем методом множителей Лагранжа [4, 6].

Пример 1. Акционерное общество с ограниченной ответственностью выделило 1200 га пашни под основные сельскохозяйственные культуры — озимую пшеницу и сахарную свеклу. В таблице2 даны технико-экономические показатели выращивания этих культур.

Таблица 2 – Технико-экономические показатели выращивания культур

Показатель	Озимая пшеница x_1, сотни га	Сахарная свекла x_2, сотни га
Урожайность, т/га	4	35
Цена, руб/т	800	300
Себестоимость, руб/т	$y_1 = 12{,}5x_1^2 - 200x_1 + 1200$	$y_2 = 12{,}5x_2^2 - 150x_2 + 650$

Необходимо найти оптимальные площади посева озимой пшеницы и сахарной свеклы [6].

Решение. Пусть: x_1 — площадь пашни под озимой пшеницей, сотни га;

x_2 — площадь пашни под сахарной свеклой, сотни га.

Обратим внимание на то, что себестоимость тонны пшеницы и сахарной свеклы зависит от соответствующей площади посева.

Запишем экономико-математическую модель этой задачи. Критерием оптимальности выберем максимизацию чистого дохода:

$$\max f = 4(800 - 12{,}5x_1^2 + 200\,x_1 - 1200\,)x_1 100 +$$

$$+ 35(300 - 12{,}5x_2^2 + 150\,x_2 - 650\,)x_2 100 =$$

$$= 400\,(-12{,}5x_1^3 + 200\,x_1^2 - 400\,x_1) + 3500\,(-12{,}5x_2^3 + 150\,x_2^2 - 350\,x_2)$$

в условиях: $x_1 + x_2 = 12.$

Запишем функцию Лагранжа:

$$L(x_1, x_2, \lambda_1) =$$

$$= 400(-12{,}5x_1^3 + 200x_1^2 - 400x_1) + 3500(-12{,}5x_2^3 + 150x_2^2 - 350x_2) +$$

$$+ \lambda_1(12 - x_1 - x_2).$$

Вычислим частные производные и приравняем их к нулю:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x_1} = 400\left(-37{,}5x_1^2 + 400x_1 - 400\right) - \lambda_1 = 0; \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_2} = 3500\left(-37{,}5x_2^2 + 300x_1 - 350\right) - \lambda_1 = 0; \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda_1} = 12 - x_1 - x_2 = 0. \end{cases}$$

Из этой системы уравнений определяем координаты седловых точек. Из первого и второго уравнения находим λ_1 и приравнивая выражения, имеем:

$$400(-37{,}5x_1^2 + 400x_1 - 400) = 3500(-37{,}5x_2^2 + 300x_2 - 350)$$

или, сократив на 100 обе части и раскрыв скобки, получим:

$$150x_1^2 + 1600x_1 - 1600 = 1312{,}5x_2^2 + 10\,500x_2 - 12\,250\,. \qquad (1)$$

Из последнего уравнения системы имеем $x_1 = 12 - x_2$ (2)

Подставим выражение (2) в равенство (1).

Получим:

$$-150\left(12 - x_2\right)^2 + 1600\left(12 - x_2\right) - 1600 = -1312{,}5x_2^2 + 10\,500\,x_2 - 12\,250$$

или

$$-150\left(144 - 24x_2 + x_2^2\right) + 19\,200 - 1600\,x_2 - 1600 =$$

$$= -1312{,}5x_2^2 + 10\,500\,x_2 - 12\,250\ ;$$

$$21\,600+3600\,x_2-150\,x_2^2+19\,200-1600\,x_2-1600+$$
$$+1312{,}5x_2^2-10\,500\,x_2+12\,250=0.$$

Итак, $1162x_2^2-8500x_2+11\,450=0$;

$D=72\,250\,000-53\,219\,600=19\,030\,400$, $\sqrt{D}\approx 4362$.

$x_2^{(1)}=\dfrac{8500+4362}{2324}\approx 5{,}53$ (553 га);

$x_2^{(2)}=\dfrac{8500-4362}{2324}\approx 1{,}78$ (178 га).

Соответственно получаем:

$x_1^{(1)}\approx 6{,}47$(647 га);

$x_1^{(2)}\approx 10{,}22$(1022 га).

То есть получили две критические точки:

$$\begin{cases}x_1^{(1)}=6{,}47;\\ x_2^{(1)}=5{,}53.\end{cases}\quad \begin{cases}x_1^{(2)}=10{,}22;\\ x_2^{(2)}=1{,}78.\end{cases}$$

Проверим с помощью достаточного условия существования экстремума сначала критическую точку $X_1^*(x_1^{(1)};x_2^{(1)})$.

Матрица Гессе выглядит следующим образом:

$$H=\left(\begin{array}{c:cc}0 & 1 & 1\\ \hdashline 1 & -34100 & 0\\ 1 & 0 & -401625\end{array}\right).$$

По вышеупомянутому правилу определяем главные миноры, начиная со 2-го порядка ($m+1=1+1=2$):

$$\Delta_2=\begin{vmatrix}0 & 1\\ 1 & -34100\end{vmatrix}=-1,$$

$$\Delta_3=\begin{vmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & -34100 & 0\\ 1 & 0 & -401625\end{vmatrix}=435725.$$

Итак, главные миноры образуют знакопеременный ряд и, начиная с главного минора 2-го порядка, следующий минор определяется знаком $(-1)^{m+1}=(-1)^2$, то есть $X_1^*(x_1^{(1)};x_2^{(1)})$ является точкой максимума.

Вычислим значение целевой функции в этой точке:

$$f(x_1=6{,}47;\ x_2=5{,}53)=4(800-532{,}26+1294-1200)647+$$
$$+35(300-382{,}26+829{,}5-650)553=4625863.$$

Аналогичные вычисления для точки $X_1^*(x_1^{(2)}=10{,}22;\ x_2^{(2)}=1{,}78)$ показывают, что она не является экстремальной.

Следовательно, целевая функция приобретет максимальное значение, если озимая пшеница будет выращиваться на площади 647 га, а сахарная свекла — на площади 553 га.

Выводы. Таким образом, в системе экономического образования понятийный аппарат темы «Функции нескольких переменных» играет ключевую роль при решении нелинейных оптимизационных задач, в математической модели которых необходимо учитывать условия неопределенности и риск. Как показатель риска часто используют дисперсию, поэтому для учета ограниченности риска нужно вводить нелинейную функцию и в систему ограничений, а минимизация риска определенного процесса достигается исследованием математической модели с нелинейной целевой функцией.

Методическими особенности определения математических понятий и их усвоения состоят в том, чтобы сосредоточить деятельность студентов на изучении и применении понятия, осуществляемую под руководством преподавателя, который в свою очередь определяет понятие как форму мышления. Структурирование математических предметных знаний на уровне понятий позволяет установить свойства предметных знаний с точки зрения знаний вообще; глубже понять структуру предметных знаний; установить святи между понятиями и категориями предмета; использовать новые виды учебной деятельности.

Литература

1. Василенко О.А. Формирование межпредметных понятий при обучении математике: дисс. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Ольга Алексеевна Василенко. – Санкт-Петербург, 2007. – 134 с.

2. Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования. Направление подготовки 38.03.01 Экономика (квалификация "академический бакалавр", "прикладной бакалавр") [Электронный ресурс] : приказ Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики № 1560 от 12.09.2016 г.– Режим доступа: https://gisnpa-dnr.ru/npa/0018-860-2016-08-24/, свободный. – Загл. с экрана. – Дата обращения 09.03.2019.

3. Евсеева Е. Г. Методика обучения математике в высшей профессиональной школе : учебное пособие для студентов направления подготовки 44.04.01 Педагогическое образования (профиль: математическое образование) / Е. Г. Евсеева. – Донецк : ДонНУ, 2017. – 243 с.

4. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман. – 3-е изд. – Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 479 с.

5. Молонова М.М. Самостоятельная работа по формированию математических понятий в условиях уровневой дифференциации: автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / Марина Максимовна Молонова. – Москва, 2005. –29 с.

6. Наконечный С.И. Математическое программирование. Учебное пособие / С.И.Наконечный, С.С. Савина. – Киев : КНЕУ, 2003. – 142 с.

EvseevaE.G., OmelchenkoD.S.

FORMATION OF A SYSTEM OF CONCEPTS ON THE TOPIC"FUNCTIONS OF SEVERAL VARIABLES" IN LEARNING MATHEMATICS OF FUTURE ECONOMISTS

Abstract. *The article is devoted to the problem of training future economists. The methodological techniques of forming the concepts of the topic "Functions of several variables" are considered. The examples of a professionally-oriented problem of economic content, aimed at the formation of skills of the concept "Conditional extremum of a function of several variables.*

Key words: *professional training of future economists, functions of several variables, the formation of mathematical concepts.*

УДК 378.14:[51:004]

ПРИЁМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ЗНАЧИМЫХ КАЧЕСТВ ЛИЧНОСТИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ И ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Евсеева Е.Г., Тышлек К.А.
ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»
e.evseeva@donnu.ru

Статья посвящена проблеме Проблема профессиональной компетентности как профессионально значимой характеристики личности преподавателя математики при изучении курса «Математический анализ». Приведём фрагмент разработанного нами практического занятия в курсе математического анализа по теме «Интегрирование некоторых иррациональностей», в котором показано, с помощью каких приёмов можно сформировать профессиональные качества будущих преподавателей математики.

Ключевые слова: *профессиональная компетентность учителя математики, методические приёмы, профессиональные качества учителя математики.*

Постановка проблемы. В настоящее время проблема формирования профессиональной готовности преподавателя к работе в сфере педагогики является актуальной. В основном это связано с переменами, которые произошли в последнее время в образовательной системе Донецкой Народной Республики. Принятие Закона об образовании, создание новых государственных образовательных стандартов в системе среднего общего, среднего профессионального и высшего профессионального образования, изменение базовых учебных планов, ориентированных на образовательное пространство Российской Федерации, а потом ориентация на ФГОС ВО 3++ нацеливает на поиски новых педагогических условий и инновационных технологий, которые смогут лечь в основу формирования специалиста новой. Перед государственными образовательными учреждениями высшего профессионального образования стоит задача подготовки молодого специалиста не просто со сформированными фундаментальными знаниями основ научных дисциплин и учебными умениями, а готового работать в профильной и профессиональной школе в новых условиях, а значит и компетентного в своей профессиональной среде.

Анализ актуальных исследований. Различные аспекты особенностей структуры профессиональной компетентности рассмотрены в исследованиях таких авторов, как Н. Н. Двуличанская, Э. Ф. Зеер, И. А. Зимняя, М. Д. Ильязова, Е. А. Кагакина, М. В. Крупина, О. Е. Курлыгина, А. К. Маркова, Ю. Г. Татур, Ю. В. Фролов, А. В. Хуторской, Т. А. Чекалина, В. Д. Шадрикова и др. Вопросы формирования профессиональной компетентности преподавателя затрагиваются в трудах В. А. Адольфа, И. В. Кузнецовой, Н. В. Кузьмина, Л. М. Митиной, А. В. Мудрика, В. А. Сластенина, А. И. Тряпицыной, А. И. Щербакова, С. Д. Якушевой и др. Одни авторы отдают предпочтение комплексу общих и специальных знаний, профессиональных умений, другие – значимости личностных качеств педагогов, в том числе и психологических.

Е.Г. Евсеевой исследовался вопрос формирования методической компетентности преподавателя математики на основе деятельностного подхода, позволяющего учитывать индивидуальные особенности студентов [2]. В то же время, проблема профессиональной компетентности как профессионально значимой характеристики личности преподавателя математики при изучении курса «Математический анализ» изучена мало, что свидетельствует об актуальности темы нашего исследования, специальные научные исследования по этой проблеме тоже не проводились. В связи с этим возникает необходимость поиска научных подходов, педагогических условий и методик, методических систем, которые способствуют формированию профессиональной компетентности преподавателя математики при изучении курса «Математический анализ».

Целью статьи является описание методических приемов формирования профессионально-значимых качеств личности учителя математики при изучении дисциплины «Математический анализ» в магистратуре по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование».

Изложение основного материала. Существует достаточно обширный перечень тех личностных качеств, которыми, по мнению разных исследователей, должен обладать учитель. Личностные и профессиональные качества: гражданственность и патриотизм, социальная активность, гуманистическая направленность, человеколюбие, любовь к детям, подлинная интеллигентность, высокий интеллектуальный уровень, эрудиция, духовность и нравственная зрелость, ценностные ориентации, общая культура, конкурентоспособность, трудолюбие и работоспособность, эмоционально – волевые качества, педагогическая направленность, развитое педагогическое мышление, профессиональный долг, педагогический такт, педагогическая культура, потребность в самосовершенствовании [4].

Например, из программы по математическому анализу [1], мы выделили основные, на наш взгляд, профессиональные качества преподавателя математики:

- владение основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики;
- поддержание мотивации к овладению будущей профессией;
- владение математической речью, записью и чтением математических предложений;
- осознание универсального характера законов логики математических рассуждений;
- развитие эстетических качеств;
- способность организовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать их активность;
- владение современными компьютерными технологиями;
- готовность к постоянному саморазвитию.

Целостность личности предполагает ее структурное единство, наличие тех системных свойств, которые объединяют все другие и являются основанием ее целостности. В структуре личности преподавателя такая роль принадлежит профессионально – педагогической направленности, которая, по мнению В. А. Сластенина, образует каркас, скрепляющий и объединяющий все основные профессионально значимые свойства личности педагога. Педагогическая направленность рассматривается обычно как система доминирующих мотивов, интересов, потребностей, склонностей, побуждающих к профессиональной деятельности[5]. Отмечая ведущую роль педагогической направленности в становлении педагога и осуществлении профессиональной деятельности, А.К. Маркова справедливо утверждает, что она «определяет систему базовых отношений человека к миру и самому себе, смысловое единство его поведения и деятельности, создает устойчивость личности, позволяя противостоять нежелательным воздействиям извне или изнутри, является основой саморазвития и профессионализма, точкой отсчета для нравственной оценки целей и средств поведения» [3, с.68-69].

Под приемом мыслительной деятельности мы будем понимать совокупность мыслительных и практических действий, направленных на достижение поставленной цели. В. Я. Кикотя, А. М. Столяренко приводят следующее определение: методические приемы – это психологически правомерные и педагогически ориентированные способы кратковременных действий преподавателя и адекватные им действия обучающихся, обеспечивающие достижение целей занятия. При этом они говорят, что совокупность методических приемов «рождает» метод, а комплексное использование методов «придает жизнь» организационным формам [6].

Его структурными элементами обычно выделяются предмет, цель и операционный состав, которые каким-либо образом представлены в содержании приема. *Предмет приема* – это совокупность тех объектов, к которым можно применить данный прием. Чаще всего предмет приема представляет собой задачную ситуацию или некоторую ее часть. *Цельприема* – это тот результат, на достижение которого направлен прием. Однако в нем цели не всегда указываются явно. В этих случаях считают, что цель приема состоит в отыскании плана, идеи решения некоторой задачи. *Операционный составприема* – это совокупность операций, предназначенных для достижения цели приема и, входящих в его содержание.

Приведём фрагмент разработанного нами практического занятия в курсе математического анализа по теме «*Интегрирование некоторых иррациональностей*», в котором показано, с помощью каких приёмов можно сформировать профессиональные качества будущих преподавателей математики. При этом были использованы материалы учебно-методического пособия «Неопределенный интеграл» (Дзундза А. И.) [1].

Приведём пример беседы поиска метода вычисления неопределенного интеграла: $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$.

Покажем диалог, который можно организовать для управления поиска метода решения этой задачи.

Преподаватель: Рассмотрим интеграл: $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$.

Преподаватель: К каким типам неопределенных интегралов относится данный интеграл?

Студент: К интегралам от иррациональных функций.

Преподаватель: Какие существуют методы решения интегралов от иррациональных функций?

Студент: С помощью стандартной замены, подстановок Чебышева подстановок Эйлера.

Преподаватель: Какой метод нам подходит?

Студент: Подстановки Эйлера.

Преподаватель: Какой подстановкой Эйлера мы воспользуемся?

1) Если $a>0$*, делается замена* $\sqrt{ax^2+bx+c}=t\pm x\sqrt{a}$ *;*

2) Если $c>0$*, делается замена* $\sqrt{ax^2+bx+c}=tx\pm\sqrt{c}$ *;*

3) Если существуют x_1 *и* x_2 *– действительные корни подкоренного выражения, делается замена* $\sqrt{a(x-x_1)(x-x_2)}=t(x-x_i),\quad i=\overline{1,2}$.

Студент: 2-ой или3-ей подстановкой Эйлера.

Преподаватель: Почему?

Студент: Имеем квадратный трехчлен $\sqrt{a^2-x^2}$, при этом *a* – отрицательный, с – положительный и еще есть корни, которые разбиваются на $(a-x)(a+x)$. Значит, используем 3-ю подстановку Эйлера.

Преподаватель: Произведём замену.

Студент: Если мы вводим новую переменную *t*, то как всё будет выглядеть через *t*?

Преподаватель: Нужно произвести преобразование замены с нахождением *x* и *dx*, чтобы сделать полную замену. Лучше всю замену оформить, посчитать отдельно и только потом вернуться к вычислению интеграла.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \begin{pmatrix} \text{замена} \\ \sqrt{a^2-x^2} = t(a-x), x = a\dfrac{t^2-1}{t^2+1} \\ \sqrt{a^2-x^2} = \dfrac{2at}{t^2+1}, dx = \dfrac{4atdt}{(t^2+1)^2} \end{pmatrix}$$

Преподаватель: Интеграл получается табличный, вычисляется быстро: делаем обратную замену и записываем ответ.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \begin{pmatrix} \text{замена} \\ \sqrt{a^2-x^2} = t(a-x), x = a\frac{t^2-1}{t^2+1} \\ \sqrt{a^2-x^2} = \frac{2at}{t^2+1}, dx = \frac{4atdt}{(t^2+1)^2} \end{pmatrix} = 2\int \frac{dt}{t^2+1} =$$

$$= 2arctgt + C = 2arctg\sqrt{\frac{a+x}{a-x}} + C.$$

Преподаватель: Каковы недостатки этого метода?

Студент: Очень долго производится замена с многочисленными вычислениями.

Преподаватель: Обратите внимание на подкоренное выражение. Это выражение содержит в себе элементы тригонометрической формулы. Давайте попробуем воспользоваться тригонометрической заменой. Какой именно заменой?

Студент: Или *синус* или косинус нового аргумента.

Преподаватель: Не принципиально. Но так как стоит слагаемое a^2, нужно сделать либо *a*sin*t* либо *a*cos*t*. Дальше делается замена. Получается интеграл от *cos*^{2}*t*

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \begin{pmatrix} \text{замена} \\ x = a\sin t, \\ dx = a\cos t dt \end{pmatrix} = \int a^2\cos^2 t dt = \frac{a^2}{2}\int (1+\cos 2t)\,dt$$

Преподаватель: Как вычисляется интеграл от *sin* или *cos* в четной степени?

Студент: Понижением степени через косинус двойного угла.
Преподаватель: Решаем, получаем ответ.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \begin{pmatrix} \text{замена} \\ x = a\sin t, \\ dx = a\cos t dt \end{pmatrix} = \int a^2\cos^2 t dt = \frac{a^2}{2}\int\left(1+\cos 2t\right)dt =$$

$$= \frac{a^2}{2}\int\left(1+\cos 2t\right)dt = \frac{a^2}{2}t + \frac{a^2}{4}\sin 2t + C = \frac{a^2}{2}\left(\arcsin\frac{x}{a} + \frac{x}{a}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}\right) + C =$$

$$= \frac{a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a} + \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + C$$

Интеграл $I_2 = \int R(u, \sqrt{k^2+u^2})du,$ подстановкой $u = k\operatorname{ctg} t u = k\operatorname{ctg} t$ (или $u = k\operatorname{sh} t$)*сводится к интегралу от рациональной функции относительно* $\sin t$ *и* $\cos t$ *(или* $\operatorname{sh} t$ *и* $\operatorname{ch} t$*).*

Преподаватель: В чем преимущество этого метода?

Студент: Очень быстро делается замена.

Преподаватель: Недостатки?

Студент: Вычисление интеграла происходит объемнее.

Преподаватель: Какой из методов для вас предпочтительней?

Студент: Тригонометрическая замена.

Преподаватель: Давайте сравним ответы. Они совпадают?

Ответ (подстановки Эйлера): $2arctg\sqrt{\frac{a+x}{a-x}} + C.$

Ответ (тригонометрическая замена): $\frac{a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a} + \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + C$

Студент: Нет, не совпадают.

Преподаватель: Следовательно, мы допустили ошибку?

Студент: Да.

Преподаватель: А можно ли сравнивать арктангенси арксинус угла? Вполне возможно, что это одно и тоже выражение.

Преподаватель: Следовательно, нам нужно сказать, что эти выражения (если мы правильно выполнили действия) совпадают с точностью до константы.

Студент: Полностью ли они совпадают?

Преподаватель: Нет. Они могут совпадать с точностью до константы, но не всегда. Потому что в каждом из ответов константы могут быть разными.

В процессе решения этой задачи у студентов вполне возможно сформировать такие *профессиональные качества*:

– *поддержание мотивации к овладению будущей профессией:* изучение интегралов представляет интерес для студентов, потому что решение может производиться с помощью нескольких методов. Необходимо выбрать наиболее удачный метод, чтобы решение было получено как можно быстрее и менее объёмно, а это также повышает интерес и мотивацию к овладению будущей профессией, показывает разные стороны математической науки;

– *владение математической речью, записью и чтением математических предложений:* данное качество формируется очень часто на протяжении всего обучения математике. В данном примере нужно учиться оформлять замену очень аккуратно, четко и отдельно, что позволяет быстро сориентироваться при записи дальнейшего решения и нахождения обратной замены. Употребление слов замена, подстановка, какие преобразования нужно сделать, какие элементы подынтегрального выражения необходимо найти и т.д. способствуют развитию математической речи;

– *осознание универсального характера законов логики математических рассуждений:* во время обсуждения совпадения и несовпадения ответов, законы логики нас привели в первом случае к одному ответу, а во втором – к другому. Но так как вычисления были логически безупречны, то, следовательно, ответы должны быть одинаковыми;

– *развитие эстетических качеств:* в процессе обсуждения происходило оценивание методов: какой удобнее, практичнее, небольшой по объёму, приятнее для использования и т.д. Это и есть эстетическое восприятие разных методов. Мы осознанно смотрим, с точки зрения эстетики, на оба метода и выбираем наиболее для нас подходящий метод;

– *способность организовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать их активность:* общение и выработка общего совместного решения – есть пример сотрудничества и совместной работы студентов;

– *владение современными компьютерными технологиями:* по возможности можно дать студентам задание найти онлайн-калькулятор (обучающий) и попытаться данный интеграл вычислить с его помощью. Посмотреть, каким из методов пользовались разработчики.

– *готовность к постоянному саморазвитию:* процесс обсуждения о том, какие из методов наиболее оптимальные развивает студентов. А так как студенты активно участвуют в обсуждении, то происходит саморазвитие.

Описанные выше профессиональные качества могут быть сформированы с помощью следующих *методических приёмов*.

1. *Приемы устного изложения теоретического материала таких, как объяснение, рассуждение.* В меньшей степени используется *объяснение*, в большей – *рассуждение*. И это логично, так как на данном занятии отрабатываются умения интегрировать. Мы рассуждаем, с помощью каких методов вычисляются интегралы от иррациональных функций, какой метод выбрать и почему. Например, мы выбрали сначала метод Эйлера, потому что под корнем квадратный трехчлен, затем – метод тригонометрической замены, потому что при помощи преподавателя студенты замечают, что подкоренное выражения – это формула $a^2 - x^2 = (a - x)(a + x)$, которая подразумевает использование основного тригонометрического тождества.

2. *Приемы формирования учебных умений.* Использовались все три группы приёмов: *организаторские* (наблюдалось планирование дальнейших действий, организация работы – например, оформление замены, а также самоанализ деятельности – при сравнении ответов, которые были получены разными методами), *информационные* (во время вычисления интеграла студентам необходимо было найти или вспомнить информацию о том, какими методами вычисляются интегралы от иррациональных функций, а также предыдущие лекции) и *мыслительные*, которые всегда присутствуют.

3. *Приемы словесной коммуникации. Разъяснение* со стороны преподавателя немного раскрывает вопрос квадратного трехчлена. *Детализация* происходит постоянно: мы определялись, каким методом вычислять интеграл (с помощью стандартной замены, подстановок Чебышева или подстановок Эйлера), далее (выбрав подстановку Эйлера) – какой именно подстановкой Эйлера решать (1, 2 или 3?); при решении тригонометрической заменой тоже уточняли, какую конкретно замену – $\sin t$ или $\cos t$?

4. *Приём разносторонней оценки* использовался, когда мы выясняли количество методов вычисления данного интеграла, оценивали варианты ответов. *Обнаружение тенденции* происходит в тех случаях, когда мы выясняем, какие методы можно применить и почему при вычислении того или иного интеграла.

5. *Приемы словесно-понятийного мышления. Анализ, синтез, сравнение, обобщение, доказательство, выявление существенного, формулирование выводов* – это очень важные приёмы, без которых не проходит не одно занятие по математике. Все эти этапы были пройдены при вычислении данного интеграла.

Выводы. Таким образом, существуют различные методические приемы, которые преподаватель использует во время обучения. Очень редко преподаватель использует только один прием, обычно он сочетает различные методические приемы обучения (причем для эффективного использования приемов необходимо их применять в совокупности с педагогическими средствами).

Литература

1. Дзундза А. И. Неопределенный интеграл: учеб.-метод. пособие для студентов по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Профиль: Математика и информатика / А. И. Дзундза, В. А. Цапов. – Донецк, ДонНУ, 2016. – 54 с.

2. Евсеева Е.Г. Деятельностный подход как методологическаяоснова формирования методической компетентности будущего учителя математики / Е.Г. Евсеева // Дидактика математики : проблемы и исследования: международный сборник научных работ / редкол. : Е. И. Скафа (наук. ред.) и др. ; Донецкий нац. ун-т.– Донецк, 2020. – С. 34-42.

3. Маркова А.К. Формирование мотивации учения: книга для учителя/ А.К. Маркова, Т.А. Матис, А.Б. Орлов. – Москва : Просвещение, 1990. – 192 с.
4. Митина Л. М. Психология труда и профессионального развития учителя / Л.М. Митина. – Москва : Academia, 2014. – 320 с.
5. Сластенин В. А. Педагогическое образование: вызовы XXI века / В. А. Сластенин // Международная научно-практическая конференция «Педагогическое образование : вызовы XXI века» (16 –17 сентября 2010 г.).– Москва, 2010. – С. 62-70.
6. Столяренко А.М. Юридическая педагогика: учебник для ВУЗов / под ред. В.Я. Кикотя. – Москва: Юнити, 2004. – 273 с.

Yevsyeyeva E.G., Tyshlek K.A.

METHODS FOR FORMING PROFESSIONALLY SIGNIFICANT QUALITIES OF THE PERSONALITY OF FUTURE TEACHERS AND TEACHERS OF MATHEMATICS

Abstract. *The article is devoted to the problem of the problem of professional competence as a professionally significant characteristic of the personality of a mathematics teacher when studying the course "Mathematical Analysis". Here is a fragment of a practical lesson developed by us in the course of mathematical analysis on the topic "Integration of some irrationalities", which shows what techniques can be used to form the professional qualities of future teachers of mathematics.*
Keywords: *professional competence of a mathematics teacher, methodological techniques, professional qualities of a mathematics teacher.*

УДК 378.016

О ВАЖНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Игнатова Е.А.

ГО ВПО «Донецкий национальный университет экономики и торговли имени Михаила Туган-Барановского»

katerina-ignat@yandex.ru

Важность формирования межпредметных связей обусловлена современным уровнем развития науки, на котором ярко выражена интеграция общественных, естественнонаучных, экономических и технических знаний, а также поддержанием интереса у обучающихся к учебному материалу, стимулированию их к овладению знаниями,

Ключевые слова: *межпредметные связи, структура учебных дисциплин, компетентность.*

С каждым годом роль дисциплин математического цикла для обучающихся по экономическим направлениям подготовки растет. Это связано с социально-экономическими изменениями как в Республике, так и в мире, в целом. В результате, как следствие, возникает потребность решения серьезных экономических проблем. В свою очередь, моделирование и прогнозирование экономических показателей невозможно без математического инструментария.

Кроме того, актуальность межпредметных связей различных учебных дисциплин обусловлена современным уровнем развития науки, на котором ярко выражена интеграция общественных, естественнонаучных и технических знаний. Современные исследования широко используют математические методы в самых разнообразных областях наук. Таким образом, процесс математизации наук отражает современную интеграцию научного знания.

В педагогической литературе имеется много определений категории «межпредметные связи», а также существуют различные подходы к их педагогической оценке и различные классификации.

Согласно мнению К.Д. Ушинского [2], межпредметные связи являются процессом, помогающим связать старый материал с новым и облегчающий ход обучения. Все дисциплины не отдельные предметы, а логично связанная система. Их связывают общие понятия, методики, знания. Межпредметные связи – это связи между учебными предметами, которые устанавливает учитель или ученик в процессе познавательной деятельности с целью наиболее глубокого осознания той или иной проблемы, а так же с целью наиболее эффективного применения знаний на практике. Следовательно, существует проблема целостного формирования системных взглядов.

Одним из наиболее полных определений, является следующее: межпредметные связи есть педагогическая категория для обозначения синтезирующих, интеграционных отношений между объектами, явлениями и процессами реальной действительности, которые отражены в содержании, формах и методах учебно-воспитательного процесса и выполняют образовательную, развивающую и воспитательную функции.

Для поддержания интереса у обучающихся к изучаемому материалу, их активности на занятиях постоянно ведутся поиски новых эффективных методов обучения и таких методических приемов, которые могли бы активизировать мысли обучающихся, стимулировать их к овладению знаниями. Важная роль здесь отведена межпредметным связям, они выполняют сразу несколько функций: обучают, развивают и воспитывают одновременно.

При использовании межпредметных связей в учебном процессе проявляется единство общих и конкретных целей обучения, у обучающихся проявляется интерес к изучаемым предметам и активизируются процессы познания.

Если говорить о взаимосвязи дисциплин экономического содержания с дисциплинами математического цикла, то большинство важнейших понятий в экономике являются примерами понятий математического анализа. К примеру, спрос и предложение, цена равновесия, эластичность, предельная полезность связаны с такими понятиями, как производная, функция, логарифмическая производная и т.д. Понятие функции играет важную роль не только в математическом анализе, но и в экономике: многочисленные величины, характеризующие экономические процессы, тесно связаны между собой (цена товара и спрос на него, прибыль фирмы и объем производства, затраты ресурсов и объем выпуска продукции, размер кредита и плата за его использование).

Решение математических задач с экономическим содержанием вовлекает студентов в исследовательскую деятельность на стыке наук, повышает научный уровень этой деятельности, способствует улучшению качества выпускных работ, повышает степень компетентности выпускных работ.

Межпредметные связи – это основа совершенствования предметной системы обучения, они способствуют развитию системного мышления, которое является характерным для современного научного познания. С одной стороны, основным источником межпредметных связей есть структура учебной дисциплины, а, с другой, именно межпредметные связи должны влиять на формирование структуры учебных дисциплин.

Говоря о эффективных приемах осуществления межпредметных связей, следует отметить согласованность программ различных учебных дисциплин, изучаемых обучающимися, межпредметные методические разработки, комплексные междисциплинарные проекты могли бы стать.

Таким образом, междисциплинарные связи формируют профессиональные компетентности у обучающихся, формируют целостное представление о будущей профессиональной деятельности, формируют системное мировоззрение. способствуют лучшему формированию отдельных понятий внутри отдельных предметов, групп и систем, так называемых межпредметных понятий, то есть таких, полное представление о которых невозможно дать студентам на занятиях какой-либо одной дисциплины.

Литература

1. Селиванова Л.Ф. Роль межпредметных связей при обучении математике студентов экономического профиля /Л.Ф. Селиванова // Вестник Казахстанско-Американского Свободного Университета. Научный журнал. – Вып. 1: педагогика и образовательные технологии. – Усть-Каменогорск, 2013. – С.104-109.

2. Ушинский, К.Д. Педагогические сочинения [Текст]: в 6 т. / К. Д. Ушинский; [вступ. ст., сост. и примеч. С. Ф. Егорова] ; Акад. пед. наук СССР. - Москва : Педагогика, 1988-1990. - 21 см.

Ignatova E.A.

ON THE IMPORTANCE OF FORMING INTERDISCIPLINARY CONNECTIONS IN TEACHING MATHEMATICS

Abstract. *The importance of the formation of interdisciplinary connections is due to the current level of development of science, where the integration of social, natural science, economic and technical knowledge is clearly expressed, as well as the maintenance of students ' interest in educational material, stimulating them to master knowledge.*

Keywords: *Keywords: interdisciplinary connections, structure of academic disciplines, competence.*

УДК 378.016:51

ПРИМЕНЕНИЕ АППАРАТА КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ В ПРИКЛАДНЫХ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧАХ

Калайдо Ю.Н.

ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный педагогический университет»

kalaydo28@yandex.ua

В данной статье рассматривается роль прикладной направленности математического образования в подготовке будущих инженеров. Особое внимание уделяется изучению темы «Основы теории функции комплексного переменного», геометрической интерпретации поля комплексных чисел, их применению к решению практико-ориентированных задач. Приведены примеры решения некоторых прикладных инженерных задач с использованием комплексного исчисления.

Ключевые слова: *прикладная направленность, комплексные числа, кинематический анализ, электротехника, символьный метод.*

Подготовка будущих специалистов инженерной направленности должна основательной и фундаментальной, а также неразрывно связанной с реальными процессами производства. Математические знания являются научной базой инженерных знаний и умений успешного и квалифицированного специалиста на рынке труда. Но в настоящее время можно констатировать снижение мотивации у студентов как при получении математических знаний и умений, так и профессиональных. Это обусловлено рядом причин: разрывом между слабой математической подготовкой абитуриентов и достаточно высоким уровнем требований по математике в университете для студентов технических направлений подготовки; трудностями в освоении студентами специальных дисциплин, обусловленными несвоевременными знакомством с математическим аппаратом; неумением студентов работать с учебной и справочной литературой; сокращением количества аудиторных часов, отводимых на изучение основных разделов математики; отсутствием практико-ориентированных задач при фундаментальном изложении материала [1].

Использование задач с прикладной направленностью при изучении основных разделов математики способствует повышению мотивации и развитию мышления студентов, побуждает к самостоятельному переосмыслению и усвоению новых теоретических знаний. При изложении основного материала необходимо рассматривать вопросы применения тех или иных фундаментальных разделов математики в инженерных исследованиях. Преподаватель математики должен ориентироваться в содержании специальных дисциплин, чтобы понимать на какие разделы математического аппарата основываются данные дисциплины, и без каких математических знаний и умений будущие специалисты данной отрасли высшего технического образования не смогут обойтись. Это будет способствовать повышению уровня как математического, так и профессионального образования у будущих инженеров. Установление межпредметных связей математики с общепрофессиональными и специальными дисциплинами является в настоящее время актуальным и позволяет оптимально сочетать фундаментальное и профессиональное образование.

При изучении темы: «Основы теории функции комплексного переменного» необходимо обратить внимание студентов, что аппарат комплексных чисел имеет широкое применение в различных областях естествознания. При исследовании широкого круга процессов, имеющих периодический характер, применение комплексных чисел в значительной мере упрощает технику решения уравнений, описывающих эти явления, а также анализ полученных результатов. Это обусловлено геометрической интерпретацией комплексных чисел, возможностью их представления как векторов на комплексной плоскости, а также наличием простой связи между экспоненциальной и тригонометрической формами, что в некоторых случаях способствует более компактному решению поставленных задач.

Замена двух действительнозначных функций одной комплекснозначной функцией действительного переменного также приводит к упрощению математических выкладок. Пусть даны две действительнозначных функции: $u = f_1(\mathrm{t})$ и $v = f_2(\mathrm{t})$. Тогда можно построить комплекснозначную функцию $w = u + iv = f_1(\mathrm{t}) + if_2(\mathrm{t})$, область определения которой будет совпадать.

На практических и лекционных занятиях по математике можно продемонстрировать эффективность метода представления величин в комплексной форме, обращаясь, например, к задачам из курсов «Теория машин и механизмов» и «Электротехника и основы электроники».

При изучении механизмов основной областью применения аппарата комплексных чисел является кинематика. Кинематический анализ механизмов включает вопросы изучения звеньев с геометрической точки зрения, то есть без учета действующих сил. Для этого используются графические, аналитические и экспериментальные методы исследования [2]. Аналитический метод решения позволяет проводить анализ с заданной степенью точности. Используя показательную форму комплексных чисел, можно записать следующее уравнение замкнутости для плоского шарнирного четырехзвенника (рис.1):

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{l}_0 + \vec{l}_3$$

$$l_1 e^{i\varphi_1} + l_2 e^{i\varphi_2} = l_0 + l_3 e^{i\varphi_3} . \qquad (1)$$

Векторы заменяются комплексными числами. Аналоги скоростей и ускорений можно получить, продифференцировав по обобщенной координате уравнения геометрических связей механизма.

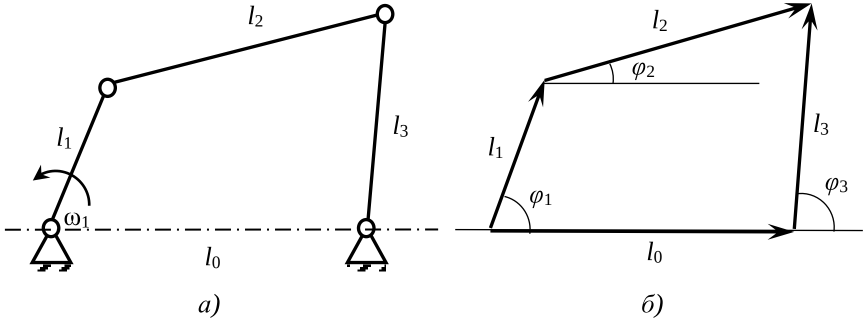


Рисунок 1 – Схема (*а*) и векторная интерпретация (*б*) шарнирного четырехзвенника

Применив формулу Эйлера к (1), можно перейти к уравнению следующего вида [3]:

$$l_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1) + l_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2) = l_0 + l_3(\cos\varphi_3 + i\sin\varphi_3) \qquad (2)$$

Выделив действительные и мнимые части в правой и левой части равенства (2), получим:

$$l_1\cos\varphi_1 + l_2\cos\varphi_2 + i(l_1\sin\varphi_1 + l_2\sin\varphi_2) = l_0 + l_3\cos\varphi_3 + il_3\sin\varphi_3 .$$

Два комплексных числа равны, если равны соответственно их действительные и мнимые их части:

$$\begin{cases} l_1\cos\varphi_1 + l_2\cos\varphi_2 = l_0 + l_3\cos\varphi_3 \\ l_1\sin\varphi_1 + l_2\sin\varphi_2 = l_3\sin\varphi_3 \end{cases} . \qquad (3)$$

Линейные размеры звеньев (l_0, l_1, l_2, l_3) и значение угла φ_1 заданы. Из полученной системы уравнений можно определить углы φ_2 и φ_3:

$$\begin{cases} l_3\cos\varphi_3 - l_2\cos\varphi_2 = l_1\cos\varphi_1 - l_0 \\ l_3\sin\varphi_3 - l_2\sin\varphi_2 = l_1\sin\varphi_1 \end{cases} .$$

Для определения угловой скорости и углового ускорения дифференцируем (1) по обобщенной координате φ_1:

$$l_1 ie^{i\varphi_1} + l_2 i\varphi_2' e^{i\varphi_2} = l_3 i\varphi_3' e^{i\varphi_3} .$$

После преобразований получаем:

$$l_1 e^{i\varphi_{12}} + l_2\varphi_2' = l_3\varphi_3' e^{i\varphi_{32}} .$$

$$l_1(\cos\varphi_{12} + i\sin\varphi_{12}) + l_2\varphi_2' = l_3\varphi_3'(\cos\varphi_{32} + i\sin\varphi_{32}) .$$

Приравниваем действительные и мнимые части комплексных чисел:

$$\begin{cases} l_1\cos\varphi_{12} + l_2\varphi_2' = l_3\varphi_3'\cos\varphi_{32} \\ l_1\sin\varphi_{12} = l_3\varphi_3'\sin\varphi_{32} \end{cases} \qquad (4)$$

Выражения (4) и (5) совпадают с формулами, которые могут быть получены с помощью метода замкнутых векторных контуров. Данные системы могут быть достаточно просто решены с помощью любого математического пакета.

В электротехнике для расчета цепей переменного тока также используется аппарат комплексных чисел. При анализе цепей переменного тока электрические величины представляются в форме синусоидальных функций, что приводит к усложнению математических расчетов. Чтобы упростить вычисления, синусоидально изменяющиеся токи, напряжения, э.д.с. представляют векторами или комплексными числами. Этот метод получил название символического, поскольку в нем оригиналы (синусоидальные функции) заменяются своими символами (комплексными числами или векторами). Символические изображения, развитые сначала в теории колебаний, были применены к теории переменных токов.

С помощью комплексных чисел в электротехнике в теории электрических цепей могут быть представлены как величины (напряжения, токи, сопротивления), так и зависимости между этими величинами (законы Ома и Кирхгофа). Применение комплексных чисел дает возможность унифицировать расчеты цепей постоянного и переменного тока, то есть использовать все законы, формулы, методы расчетов, применяющиеся в цепях постоянного тока, для расчета цепей переменного тока [4]. Также существенным преимуществом символического метода является простота расчета при помощи математических пакетов.

При разборе практико-ориентированных задач по расчету цепи переменного тока необходимо обращать внимание студентов на то, что электротехнике, в отличие от математики, мнимую единицу обозначают не *i*, а *j*, чтобы не путать с обозначением тока.

Мгновенное значение силы тока задается синусоидальной функцией:

$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i),$$

где I_m – амплитудное значение, ω – угловая частота, ψ_i – начальная фаза.

Данную функцию можно представить как мнимую часть комплекснозначной функции:

$$i(t) = \mathrm{Im}(I_m \cdot \cos(\omega t + \psi_i) + \mathrm{j} \cdot I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i)) = \mathrm{Im}(I_m \cdot e^{j(\omega t + \psi_i)}) =$$

$$= \mathrm{Im}(I_m \cdot e^{j\psi_i} \cdot e^{j\omega t}) = \mathrm{Im}(\dot{I}_m \cdot e^{j\omega t}),$$

где $\dot{I}_m$ – комплексная амплитуда.

Поэтому синусоидальный ток представляют в виде проекции вращающего вектора $I_m \cdot e^{j(\omega t + \psi_i)}$ на мнимую ось в начальный момент времени. Именно таким способом и получают векторную диаграмму синусоидальных изменяющихся во времени величин. Между мгновенным значением и векторным представлением синусоидальной величины существует взаимно однозначное соответствие – вектор несет информацию о действующем значении величины (длина вектора) и начальной фазе (угол поворота вектора относительного положительного направления горизонтальной оси) [5].

Рассмотрим пример расчета однофазной цепи переменного тока. Необходимо найти эквивалентное сопротивление и ток в общей части цепи и во всех ветвях, если цепь (рис. 2) находится под напряжением $e(t) = 220 \cdot \sin(\omega t)$ В, а частота тока f = 50 Гц. Активные сопротивления цепи R_1 = 91 Ом, R_3 = 510 Ом и R_4 = 820 Ом; индуктивность катушки L_1 = 0,76 Гн; емкости конденсаторов C_2 = 21,2 мкФ и C_3 = 16,8 мкФ.

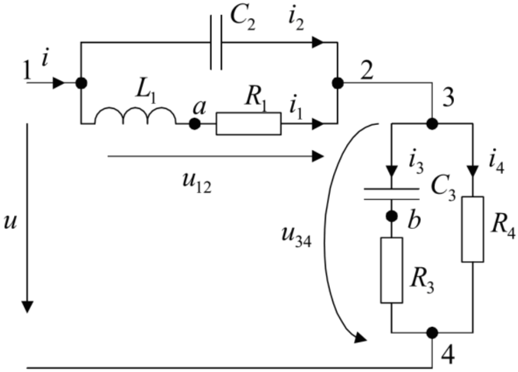


Рисунок 2 – Однофазная цепь переменного тока

Расчет цепи производится символическим методом с использованием комплексных амплитуд токов и напряжений, а также комплексных сопротивлений.

Круговую частоту электрического тока находим по формуле:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 = 314 \text{ рад/с}.$$

Сопротивление каждой ветвей цепи характеризуют комплексным сопротивлением:

$$Z = R + jX = R + j(\omega \mathrm{L} - \frac{1}{\omega C}) = |Z| \cdot e^{j\varphi}.$$

Определяем комплексные сопротивления для каждой из ветвей:

$$Z_1 = R_1 + j\omega \mathrm{L}_1 = 91 + j239 \text{ Ом}$$

$$Z_2 = -j\frac{1}{\omega C} = -j150 \text{ Ом}$$

$$Z_3 = R_3 - j\frac{1}{\omega C_3} = 510 - j189 \text{ Ом}$$

$$Z_4 = R_4 = 820 \text{ Ом}$$

Эквивалентное сопротивление рассчитывается сверткой цепи. Ветви Z_1 и Z_2 соединены параллельно, поэтому их эквивалентное комплексное сопротивление равно:

$$Z_{12} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(91 + j239)\cdot(-j150)}{91 + j239 - j150} = 127 \ - j274 \text{ Ом.}$$

Ветви Z_3 и Z_4 также соединены параллельно:

$$Z_{34} = \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4} = \frac{(510 - j189)\cdot 820}{510 - j189 + 820} = \ 324{,}5 \ - j70{,}6 \text{ Ом.}$$

Находим общее сопротивление цепи:

$$Z_{\text{общ}} = Z_{12} + Z_{34} = 127 - j274 + 324{,}5 - j70{,}6 =$$
$$= 451{,}5 - j344{,}6 \text{ Ом.}$$

Определяем комплексную амплитуду тока в общей цепи:

$$I = \frac{E_m}{Z} = \frac{220}{451{,}5 - j344{,}6} = 0{,}31 + j0{,}24 \ \text{ А.}$$

Определяем комплексные амплитуды тока на участках цепи:

$$I_1 = \frac{I \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(0{,}31 + j0{,}24)(-j150)}{(91 + j239)(-j150)} = -0{,}06 - j0{,}45 \ \text{ А.}$$

$$I_2 = \frac{I \cdot Z_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{(0{,}31 + j0{,}24)(91 + j239)}{(91 + j239)(-j150)} = 0{,}36 + j0{,}69 \ \text{ А.}$$

$$I_3 = \frac{I \cdot Z_4}{Z_3 + Z_4} = \frac{(0{,}31 + j0{,}24)\cdot 820}{(510 - j190)\cdot 820} = 0{,}17 + j0{,}17 \ \text{ А.}$$

$$I_4 = \frac{I \cdot Z_3}{Z_3 + Z_4} = \frac{(0{,}31 + j0{,}24)\cdot(510 - j190)}{(510 - j190)\cdot 820} = 0{,}14 + j0{,}07 \ \text{ А.}$$

Откладывая значения действительных и мнимых частей токов на комплексной плоскости, строим векторы токов, то есть получаем векторную диаграмму. В пакете Mathcad формируем двумерные векторы с нулевым первым элементом. Вторые элементы в этих векторах будут иметь значения комплексных амплитуд токов (рис.3).

Аналогично можно произвести расчет и для комплексных амплитуд напряжений. Для расчета комплексных амплитуд токов в символической схеме замещения цепи в данном примере применялись методы расчета линейных цепей постоянного тока.

От комплексных амплитуд довольно просто перейти к функциям времени для мгновенным значений. Чтобы построить графики токов и э.д.с. необходимо задать шаг и временной интервал.

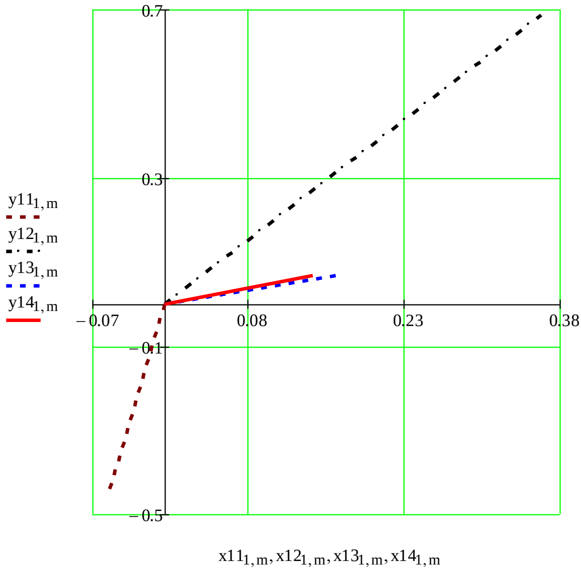


Рисунок 3 – Векторная диаграмма токов

Реализация профессиональной направленности изучения темы «Основы теории функции комплексного переменного» для будущих инженеров нацелена на усиление мотивации студентов, ведущей к осознанном усвоению математических знаний и их использованию в ходе изучения общетехнических и специальных дисциплин. Из рассмотренных выше примеров следует, что комплексные числа являются универсальным и удобным математическим средством решения прикладных инженерных задач. Многие задачи значительно упрощаются после их перевода в комплексную плоскость.

Литература

1. Далингер В.А. Практико-ориентированное обучение будущих инженеров математике // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 3-1. – С. 111-114.

2. Мацюк И.Н., Третьяков В.М., Шляхов Э.М. Аналитическая кинематика плоских рычажных механизмов высоких классов с помощью программы Mathcad. Теория механизмов и машин. – Санкт-Петербург. – 2012. – № 1. Том 10. – С. 65-70.

3. Морозова В.Д. Теория функции комплексного переменного: Учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – 3-е изд., исправл. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. – 520с.

4. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи: учеб. пособ. – 7-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2009. – 592 с.: ил.

5. Андреева И.М. Комплексные числа и их применение в электротехнике / И.М. Андреева, Н.Д. Василевич, Л.А. Хвощинская. – Мн.: БГАТУ, 2002. – 30 с.

Kalaydo Yu. N.

APPLICATION OF THE COMPLEX NUMBER IN APPLIED ENGINEERING PROBLEMS

Abstract. *This article examines the role of the applied orientation of mathematics education in the training of future engineers. Particular attention is paid to the study of the topic "Fundamentals of the theory of functions of a complex variable", the geometric interpretation of the field of complex numbers, their application to solving practice-oriented problems. Examples of solving some applied engineering problems using complex calculus are given.*

Keywords: *applied orientation, complex numbers, kinematic analysis, electrical engineering, symbolic method.*

УДК 539.19

МЕТОД ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ О ДВИЖЕНИИ ФРОНТА ЗАТВЕРДЕВАНИЯ В ИЗЛОЖНИЦАХ С РАЗЛИЧНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬЮ СТЕНОК

Калашникова О. А.[1], Дремов В. В.[2]

[1]ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет»

[2]ГОУ ВПО «Донбасская Национальная Академия Строительства и Архитектуры»

Аналитически решена нестационарная задача затвердевания металла в изложницах с различной теплопроводностью стенок с использованием вариационного исчисления и понятия локального потенциала. Выполнены численные расчеты движения фронта затвердевания в плоских клинообразных изложницах на любой момент времени.

***Ключевые слова**: изложница, теплопроводность стенок, жидкая фаза, тепловое сопротивление, фронт затвердевания, коэффициент теплопередачи.*

Введение. Тепловые процессы, происходящие в затвердевающем слитке, существенным образом влияют на скорость затвердевания, на формирование структуры и на качество изделий, полученных из этого слитка. Многообразие факторов, влияющих на процесс затвердевания, приводит к необходимости решать сложные задачи тепломассопереноса, описывающие процесс затвердевания.

Влияние теплопроводности стенок изложницы на процесс затвердевания изучалось как теоретически [1, 2], так и экспериментально [3]. В [4] аналитически решена задача затвердевания в чугунной и песчаной изложницах, когда стенки изложницы предварительно прогреты. В предлагаемой работе определяется аналитическое решение для температуры в жидкой и твердой фазах, а в условие на движущемся фронте вводится тепловое сопротивление стенок изложницы, затвердевшей корки и теплоотдачи в окружающую среду. Это позволяет учесть все основные факторы, влияющие на затвердевание слитка.

Постановка задачи. Затвердевание металла происходит в клинообразной изложнице, представляющей собой в поперечном сечении вертикально вытянутую трапецию с малыми углами конусности α. Средняя линия такой трапеции много меньше ее высоты и длины. Заполнение изложницы металлом происходит быстро и, так как металл перед заполнением перегревается, то до тех пор, пока на границе соприкосновения металла с изложницей температура не опустится до температуры кристаллизации, затвердевание металла у стенок и дна будет незначительным и им можно пренебречь. Металл предполагается однородным по составу поэтому затвердевание происходит при одной и той же температуре кристаллизации. Так как после заполнения изложницы металлом сверху насыпают утепляющие смеси, а дно изложницы находится на песчаной подушке, то не учитываются потоки тепла через дно и верх изложницы. То есть предполагается, что все тепло отводится через боковые стенки, площадь которых намного больше площади дна и верха. Кроме того, ввиду больших размеров изложницы по длине для отливки плоских слитков, площадь торцевых поверхностей будет много меньше площади боковых поверхностей, поэтому не учитываются потоки тепла через торцевые поверхности изложницы. Так как рассматривается движение фронта затвердевания, который, в основном, параллелен боковой стенке, то в погранслое, прилегающем к фронту затвердевания, можно пренебречь поперечной составляющей скорости V_φ по сравнению с продольной составляющей V_r.

Предполагается, что тепловые константы, характеризующие жидкую и твердую фазу металла, не зависят от температуры. Вследствие того, что свободных поверхностей металла нет, не учитывается потеря тепла через излучение. Во время кристаллизации металла соприкосновение жидкой фазы с фронтом кристаллизации считается плотным без газообразных пузырей и других посторонних включений.

При решении данной задачи последовательная кристаллизация происходит в клинообразной изложнице с боковыми поверхностями, расположенными под малым углом 2α. Сверху и снизу данная область ограничена цилиндрическими поверхностями радиусами R_1 и R_2. В решении задачи используется цилиндрическая система координат (r, φ, z). На поверхности $r = R_2$ полагаем $T_п = const$. При $t > 0$ начинается процесс кристаллизации и на фронте кристаллизации $T = T_к$.

Задача считается бесконечной по z, поэтому температура и скорость не зависят от z.Уравнение теплопереноса в области жидкого металла запишется в следующем виде [5]:

$$\rho_1 C_{V1}\left(\frac{\partial T_1}{\partial t} + V_r\frac{\partial T_1}{\partial r}\right) = \lambda_1\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_1}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T_1}{\partial \varphi^2}\right) \qquad (1)$$

при $0 < \varphi < \varphi_ф$, $R_1 < r < r_ф$. Фронт кристаллизации движется от боковой поверхности изложницы к центру и для малых углов конусности толщину затвердевшей корки можно найти по формуле

$$\varepsilon(r_ф, \varphi_ф, t_ф) = r_ф(t_ф)(\alpha - \varphi_ф(t_ф)). \qquad (2)$$

Считаем, что хорда совпадает с дугой при малых длинах дуги, что соответствует малому углу α. В момент $t = 0$ твердая фаза отсутствует, а $T_1(r, \varphi, 0) = Тн$ при $R_1 < r < R_2$ и $0 < \varphi < \alpha$. На фронте кристаллизации

$$T_1(r_ф, \varphi_ф, t_ф) = Тк. \tag{3}$$

Во время кристаллизации металла соприкосновение жидкой фазы с фронтом кристаллизации считается плотным, без газообразных пузырей и других посторонних включений, поэтому на фронте кристаллизации тепловой контакт предполагается идеальным: при $r = r_ф(t)$, $\varphi = \varphi_ф(t)$ имеем

$$T_1(r_ф, \varphi_ф, t_ф) = T_2(r_ф, \varphi_ф, t_ф) = Тк. \tag{4}$$

На движущемся фронте фазового перехода выделяется скрытая теплота кристаллизации L_1, которая вместе с теплом перегрева отводится через твердую фазу, изложницу и выделяется в окружающую среду. Поэтому

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{r\partial\varphi} + L_1\rho\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} = K_{T1}(T_K - T_{CP}), \tag{5}$$

где K_{T1} - коэффициент теплопередачи, учитывающий тепловое сопротивление стенки изложницы, затвердевшую корку и теплоотдачу в окружающую среду:

$$K_{T1} = \left(\frac{1}{\alpha_0} + \frac{r_\Phi(\alpha_2 - \alpha_1)}{\lambda_3} + \frac{r_\Phi(\alpha_1 - \varphi_\Phi)}{\lambda_2}\right)^{-1} \tag{6}$$

Уравнение (5) теплового баланса на фронте кристаллизации используется для определения ε (t). Из уравнений (1) - (2) и граничных условий (3) - (6) найдем функции $T_1(r, \varphi, t)$ и ε (t).Уравнение (1) перепишем в следующем виде

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} + V_r\frac{\partial T_1}{\partial r} = a_1\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_1}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T_1}{\partial\varphi^2}\right), \tag{7}$$

где

$$a_1 = \frac{\lambda_1}{\rho_1 C_{V1}} \tag{8}$$

Найдем точное решение по r, полагая $\frac{\partial T_1}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial^2 T_1}{\partial\varphi^2} = 0$, $V_r = 0$.

Учитывая введенные упрощения, получим

$$\frac{1}{r}\frac{\partial T_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} = 0. \tag{9}$$

Решением является функция: $T_1 = C_1 \ln r + C_2$

Используя граничные условия: $T_1 = T_H$ при $r = R_2$ и (3), найдем константы C_1 и C_2:

$$C_1 = \frac{T_H - T_K}{\ln \frac{R_2}{r_\phi}}, \qquad C_2 = \frac{T_K \ln R_2 - T_H \ln r_\phi}{\ln \frac{R_2}{r_\phi}}.$$

Таким образом, точное решение по r уравнения (9) имеет вид:

$$T_1(r) = \frac{(T_H - T_K)\ln r + T_K \ln R_2 - T_H \ln r_\phi}{\ln \frac{R_2}{r_\phi}}. \tag{10}$$

Далее приближенное решение по φ уравнения (7) ищем вариационным методом, постепенно усложняя задачу. Вначале найдем зависимость по φ для стационарного случая $\frac{\partial T_1}{\partial t} = 0$. Получим

$$V_r \frac{\partial T_1}{\partial r} = a_1 \left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_1}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T_1}{\partial \varphi^2}\right). \tag{11}$$

Введем обозначения производных $\frac{\partial T_1}{\partial r} = T_r$, $\frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} = T_{rr}$, $\frac{\partial^2 T_1}{\partial \varphi^2} = T_{\varphi\varphi}$,

тогда уравнение (11) примет вид

$$\frac{V_r}{a_1} rT_r - T_r - rT_{rr} - \frac{1}{r}T_{\varphi\varphi} = 0. \tag{12}$$

Чтобы найти решение (12) поставленной математической задачи воспользуемся вариационным принципом локального потенциала. Он позволяет представить дифференциальное уравнение в виде интеграла, представляющего собой какой-то локальный физический потенциал, вариация от которого по неизвестным функциям дает исходное дифференциальное уравнение. Пределы интегрирования определяются границами рассматриваемой области, а также начальными и конечными условиями для нестационарных процессов. Поиск сложной функции, зависящей от нескольких переменных, осуществляется методом частичного интегрирования по одной переменной с нахождением неизвестной зависимости по другой переменной.

Запишем функционал, соответствующий уравнению (12) в виде:

$$\mathrm{L} = \int_{r_\phi}^{R_2} \int_0^{\varphi_\phi} \left[2\frac{V_r}{a_1} rT_r{}^0 T + rT_r{}^2 + \frac{1}{r}T_\varphi{}^2 \right] dr d\varphi, \tag{13}$$

где $T_r^{\,0}=\dfrac{\partial T^0}{\partial r}$, а индекс ноль в T_r обозначает неварьируемую производную от температуры. Проверим, что вариация от L по T функционала (13) дает уравнение (12). Для этого запишем уравнение Эйлера

$$\frac{\partial L}{\partial T}-\frac{\partial}{\partial r}\frac{\partial L}{\partial T_r}-\frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial L}{\partial T_\varphi}=0. \tag{14}$$

Вычислим производные: $\dfrac{\partial L}{\partial T}$, $\dfrac{\partial L}{\partial T_r}$, $\dfrac{\partial L}{\partial T_\varphi}$, $\dfrac{\partial}{\partial r}\dfrac{\partial L}{\partial T_r}$, $\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\dfrac{\partial L}{\partial T_\varphi}$ и подставим их в (14). Сокращая на 2, получим: $\dfrac{V_r}{a_1}rT_r^{\,0}-T_r-rT_{rr}-\dfrac{1}{r}T_{\varphi\varphi}=0$.

Опуская нулевой индекс при T_r, получим (12). Значит функционал (13) соответствует уравнению (12) и функция, минимизирующая его, будет наилучшим приближением решения уравнения (12). Функцию, минимизирующую функционал (13), ищем в виде

$$T=T(r)\,f(\varphi)=\frac{(T_H-T_K)\ln r+T_K\ln R_2-T_H\ln r_\Phi}{\ln\dfrac{R_2}{r_\Phi}}\,f(\varphi) \tag{15}$$

Найдем производные T_r, $T_r^{\,0}$, T_φ. Подставив производные в (11) и проинтегрировав по r, получим

$$L=\int_0^{\varphi_\Phi}\Big[A_1 f^0(\varphi)f(\varphi)+B_1 f^2(\varphi)+C_1(f'(\varphi))^2\Big]d\varphi\,, \tag{16}$$

где A_1, B_1, C_1 - константы интегрирования.

Функцию $f(\varphi)$ выбираем так, чтобы интеграл (16) был минимальным, что соответствует выполнению уравнения Эйлера

$$\frac{\partial L}{\partial f(\varphi)}-\frac{\partial}{\partial\varphi}\frac{\partial L}{\partial f'(\varphi)}=0\ . \tag{17}$$

Возьмем производные от (16) и подставим в уравнение (17). В результате получим

$$f''(\varphi)-K_1 f(\varphi)=0\,, \tag{18}$$

где $K_1=\dfrac{A_1+2B_1}{2C_1}$. Решением (18) будет

$$f(\varphi)=C_1 ch(K_1\varphi)+C_2 sh(K_1\varphi)\,. \tag{19}$$

Найдем константы $C_1,\ C_2$, используя граничные условия: $T = T_K, \varphi = \varphi_\Phi$ при $r = r_\Phi$ и $\dfrac{\partial T}{\partial \varphi} = 0$ при $\varphi = 0$: $C_1 = \dfrac{1}{ch(K_1 \varphi_\Phi)}$, $C_2 = 0$.

Тогда из уравнения (19) имеем:

$$f(\varphi) = \frac{ch(K_1\varphi)}{ch(K_1\varphi_\Phi)}. \tag{20}$$

Итак, решением уравнения (12) по r и по φ является функция

$$T_1(r,\varphi) = \frac{(T_H - T_K)\ln r + T_K \ln R_2 - T_H \ln r_\Phi}{\ln \dfrac{R_2}{r_\Phi}} \frac{ch(K_1\varphi)}{ch(K_1\varphi_\Phi)} \tag{21}$$

Поиск полного нестационарного решения уравнения теплопроводности в жидкой фазе осуществляется аналогично нахождению зависимости по φ. Функционал, соответствующий уравнению (8), имеет вид:

$$L = \int_0^{t_\Phi} \int_0^{\varphi_\Phi} \int_{r_\Phi}^{R_2} \left(\frac{2V_r}{a_1} r T_r{}^0 T + \frac{2r}{a_1} T_t{}^0 T + r T_r{}^2 + \frac{1}{r} T_\varphi{}^2 \right) dr d\varphi dt. \tag{22}$$

Решение уравнения (7) ищем в виде

$$T_1 = \frac{(T_H - T_K)\ln r + T_K \ln R_2 - T_H \ln r_\Phi}{\ln \dfrac{R_2}{r_\Phi}} \frac{ch(K_1\varphi)}{ch(K_1\varphi_\Phi)} f(t). \tag{23}$$

Вычислим производные $T_r, T_\varphi, T_t, T_r{}^0, T_t{}^0$ и подставим их в уравнение (22). Проинтегрировав по r и по φ, получим

$$L = \int_0^{t_\Phi} \left(N_1 f^0(t) f(t) + M_1 f(t)(f'(t))^0 + P_1 f^2(t) + Q_1 f^2(t) \right) dt, \tag{24}$$

где N_1, M_1, P_1, Q_1 - константы интегрирования по r и по φ. Варьируя (24) по $f(t)$, получим

$$f'(t) + f(t)\frac{G_1}{M_1} = 0, \tag{25}$$

где $G_1 = N_1 + 2P_1 + 2Q_1$.

Решением уравнения (25) будет функция

$$f(t) = Ce^{-\frac{G_1}{M_1}t}. \tag{26}$$

Найдем константу С, используя граничные условия $T = T_K$ при $r = r_Ф$, $t = t_Ф$ и $\varphi = \varphi_Ф$. Получим

$$f(t) = e^{-\frac{G_1}{M_1}(t - t_Ф)}. \tag{27}$$

Итак, решением уравнения (1) будет функция

$$T_1(r,\varphi,t) = \frac{(T_H - T_K)\ln r + T_K \ln R_2 - T_H \ln r_Ф}{\ln \dfrac{R_2}{r_Ф}} \frac{ch(K_1\varphi)}{ch(K_1\varphi_Ф)} e^{-\frac{G_1}{M_1}(t - t_Ф)}$$

(28)

Используя уравнение (5) и соотношение (2) ищем зависимость толщины затвердевшей корки от времени. Условие на движущемся фронте с учетом (6) принимает следующий вид

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{r_Ф \partial\varphi} + L_1\rho(\alpha_1 - \varphi_Ф)\frac{\partial r_Ф}{\partial t} = \frac{T_K - T_{CP}}{\dfrac{1}{\alpha_0} + \dfrac{r_Ф(\alpha_2 - \alpha_1)}{\lambda_3} + \dfrac{r_Ф(\alpha_1 - \varphi_Ф)}{\lambda_2}} \tag{29}$$

Производная на фронте кристаллизации $\dfrac{\partial T_1}{\partial\varphi} = T_K K_1 th(K_1\varphi)$. Тогда

$$L_1\rho(\alpha_1 - \varphi_Ф)\frac{r_Ф \partial r_Ф}{\partial t} =$$

$$= \frac{T_K - T_{CP}}{\dfrac{2}{\alpha_0(R_1 + R_2)} + \dfrac{\alpha_2 - \alpha_1}{\lambda_3} + \dfrac{\alpha_1 - \varphi_Ф}{\lambda_2}} - \lambda_1 T_K K_1 th(K_1\varphi), \tag{30}$$

где в знаменателе в выражение для теплового потока через твердую корку вводим среднее значение $r_ф = \dfrac{R_1 + R_2}{2}$. В результате имеем

$$r_Ф \frac{\partial r_Ф}{\partial t} = \frac{T_K - T_{CP}}{\left(\dfrac{2}{\alpha_0(R_1 + R_2)} + \dfrac{\alpha_2 - \alpha_1}{\lambda_3} + \dfrac{\alpha_1 - \varphi_Ф}{\lambda_2}\right) L_1\rho(\alpha_1 - \varphi_Ф)} - \tag{31}$$

$$- \frac{\lambda_1 T_K K_1 th(K_1\varphi)}{L_1\rho(\alpha_1 - \varphi_Ф)}$$

Интегрируя (31), найдем

$$r_{\phi} = \sqrt{C^* t + R_1^{\,2}}\,, \qquad (32)$$

где $$C^* = \frac{2}{L_1 \rho(\alpha_1 - \varphi_{\Phi})} W,$$

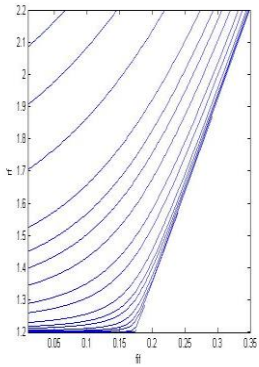
$$W = \frac{T_K - T_{CP}}{\dfrac{2}{\alpha_0 (R_1 + R_2)} + \dfrac{\alpha_2 - \alpha_1}{\lambda_3} + \dfrac{\alpha_1 - \varphi_{\Phi}}{\lambda_2}} - \lambda_1 T_K K_1 th(K_1 \varphi_{\Phi}).$$

По полученной формуле (32) выполнены численные расчеты для следующих параметров металла, изложницы и окружающей среды: R_1=1,2 м, R_2=2,2 м, α_1=10°, α_2=12°, $T_н$=1833 K, $T_к$=1733 K, $T_{ср}$=300 K, $\rho=7{,}31\cdot10^3$ кг/м^3, λ_1=26,5 Вт/м·К, λ_2=30,3 Вт/м·К, $a_1=4{,}5\cdot10^{-6}$ м^2/с, $V_r=0{,}3\cdot10^{-5}$ м/с, $L_1=2{,}72\cdot10^5$ Дж/кг. Для первой изложницы: α=8 Вт/м^2·К, λ_3=1 Вт/м·К. Для второй изложницы: α=30 Вт/м^2·К, λ_3=25 Вт/м·К.

На рис.1 показано положение фронта затвердевания металла на определенные моменты времени в изложнице с коэффициентом теплопроводности стенок λ_3=1Вт/м·К и коэффициентом теплоотдачи α=8 Вт/м^2·К. Видно, что наиболее быстро металл затвердевает в области, прилегающей к углу изложницы. На рис. 2 показано положение фронта затвердевания в изложнице с α=30 Вт/м^2·К, λ_3=25 Вт/м·К. Из сравнения видно, что затвердевание в первой изложнице с плохо проводящими тепло стенками примерно в 3,5 раза происходит медленнее, чем в второй изложнице с хорошо проводящими тепло стенками. Это связано с малой теплопроводностью стенок первой изложницы.

В предлагаемой работе основное внимание уделено теоретической задаче нестационарной теплопроводности. Важную роль в изучении этого процесса играют точность и методы вычисления текущих параметров в слитке или изложнице и даются рекомендации на производство. Так, например, знание толщины затвердевшей корки определяет время извлечения слитка из изложницы. В результате повышается количество изготавливаемых изделий, снижается себестоимость полученной продукции.

Обозначения: ε - толщина затвердевшей корки, λ_1 - коэффициент теплопроводности жидкого металла, λ_2 - коэффициент теплопроводности в твердой фазе, λ_3 - коэффициент теплопроводности материала изложницы, ρ - плотность, L_1 - скрытая теплота кристаллизации на единицу массы, α_0 - коэффициент теплоотдачи, V_r - скорость конвекции, a_1 - температуропроводность жидкого металла, K_{T1} - коэффициент теплопередачи, T_K - температура кристаллизации, T_H - начальная температура, T_{CP} - температура окружающей среды.



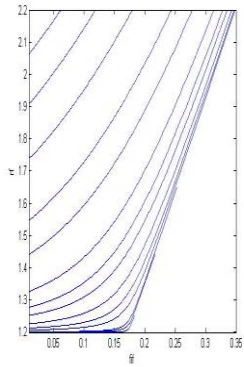


Рис. 1. Рис. 2.

Положения фронта затвердевания в клинообразных изложницах. Показана правая половина вертикального сечения. В случае первой изложницы для моментов времени: 1 – 1с, 2 –10с, 3 – 50с, 4 –100с, 5 – 200с, 6 – 400с, 7 – 600с, 8 – 1000с, 9 – 2000с, 10 – 3000с, 11 – 5000с, 12 – 7000с, 13 – 9000с, 14 – 12000с, 15 – 20000с, 16 – 30000с, 17 – 40000с. В случае второй изложницы для моментов времени: 1 – 1с, 2 – 5с, 3 – 10с, 4 – 50с, 5 – 100с, 6 – 200с, 7 – 400с, 8 – 600с, 9 – 1000с, 10 – 2000с, 11 – 3000с, 12 – 5000с, 13 – 7000с, 14 – 9000с, 15 – 12000с. Отсчет кривых идет снизу.

Литература

1.Вейник А.И. Теплообмен между слитком и изложницей. - М.- Металлургиздат. –1959. –С.265.

2.Самойлович Ю.А. Стальной слиток / Ю.А. Самойлович, В.И. Тимошпольский, И.А. Трусова, В.В. Филиппов. Т.2. Затвердевание и охлаждение. – Минск. Белорусская наука, 2000. -С.640.

3.Раддл Р.У. Затвердевание отливок. –Москва. –Машгиз. –1960. – С.391.

4.Дремов В.В. Влияние теплопроводности стенок изложницы на движение фронта затвердевания плоского слитка./ В.В. Дремов, Ф.В. Недопекин, О.А. Минакова // Металлургическая теплотехника. – Сборник научных трудов. Национальная металлургическая академия Украины. – Днепропетровск. “Пороги”. –2009. -С.67-72.

5.Александров В.Д., Голоденко Н.Н., Дремов В.В., Недопекин Ф.В. Математическое моделирование затвердевания металла в песчаной и чугунной изложницах./ Математическое моделирование. – Днепродзержинск. Гос. Унив. –2010. –1(22). – С.24 – 31.

O.A. Kalashnikova, V.V. Dremov

VARIATION CALCULATION METHOD IN THE SOLUTION OF THE PROBLEM OF THE FRONT MOVEMENT HARDENING IN FORMATS WITH DIFFERENT WALL THERMAL CONDUCTIVITY

Abstract. *The non-stationary problem of metal solidification in molds with different thermal conductivity of the walls is solved analytically using the calculus of variations and the concept of local potential. Numerical calculations of the motion of the solidification front in flat wedge-shaped molds at any moment of time have been carried out.*

Keywords: *mold, thermal conductivity of walls, liquid phase, thermal resistance, solidification front, heat transfer coefficient.*

УДК 517.2

ИЗУЧЕНИЕ КУРСА «СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ» В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Ковалев И. Н.

ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»

i.n.kovalyov@donnasa.ru

Программа подготовки инженеров-исследователей нуждается в постоянном совершенствовании. С этой целью в программу обучения студентов введен курс «Системный анализ», который является одним из основных компонентов системных исследований.

Ключевые слова: *анализ, система, проблема, моделирование, синтез, декомпозиция, оптимизация.*

Курс «Системный анализ» введен с целью улучшения профессиональной подготовки студентов направления «Техносферная безопасность». В процессе обучения студенты изучают различные курсы естественных наук и порой не знают, как объединить в единое целое при решении реальных проблем. Системный анализ является меж- и над дисциплинарным курсом, обобщающим методологические исследования сложных технических систем, природных и социальных явлений.

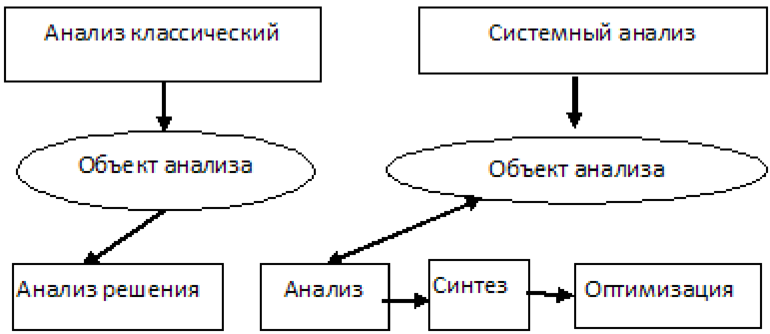
Системный анализ является одним из компонентов системных исследований. Объектом системного анализа являются системы, их статика и динамика.

Предметом системного анализа являются общесистемные характеристики систем, возникающих в них явлений и процессов, закономерности функционирования и развития систем, причинно-следственные связи взаимодействия их с окружением.

Существует множество определений термина «системный анализ», но все они могут быть сведены к двум:

1. Системный анализ – это научное направление, в рамках которого осуществляется развитие теории систем и методологии системного подхода в целях постановки и решения слабоструктурированных проблем экономического, экологического и технического характера.
2. Системный анализ – это анализ в классическом смысле этого метода, т.е. анализ систем, в этом случае системный анализ носит характер прикладного метода. Именно это определение более для понимания и осмысления студентами.

В то же время очень важно продемонстрировать студентам отличие системного анализа от классического анализа.



В качестве примера классического анализа в курсе высшей математики есть текстовые задачи на наибольшее и наименьшее значения.

В системном анализе рассматривается развитие направления исследования систем, включающие следующее:

1) способы описания и упрощения систем;
2) синтез и декомпозиция систем;
3) принципы и технологию интегрирования различных методов;
4) проблемы сложности, неопределенности и методы их решения;
5) проблемы компьютерной реализации моделей и принятия решений.

Одной из составных частей системного анализа является математическое моделирование. Моделирование стало наиболее часто применяемо технологией научных исследований познания природных и общественных явлений. Любая модель лишь приближенно отражает свойства моделируемой натуры, такова общефилософская концепция, подтверждаемая многовековой практикой человечества.

Укажем наиболее универсальные требования к математической модели. Она должна быть: а) адекватной; б) достаточно простой, достаточно полной; в)работоспособной; г) корректной (по Адамару); д) открытой, то есть допускающей дальнейшую модификацию.

На аудиторных занятиях рассматривают различные системы: эколого-экономические, социальные. Сравнительно недавно математическая экология и математическая экономика развивались независимо друг от друга. Увеличение нагрузки на природу, развитие промышленности, увеличение народонаселения. Всё это привело к созданию единой эколого-экономической системы. С этим связано и возникновение эколого-экономических систем, а значит и создание математических моделей этих систем.

Модель эколого-экономической системы должна содержать математическое описание взаимосвязанных разделов:

1) природная подсистема;
2) антропогенное воздействие на природную среду;
3) влияние природных факторов на жизнедеятельность общества и здоровье человека;
4) социально-экономическая подсистема.

В качестве примера рассмотрим модель эколого-экономического взаимодействия «предприятие-ресурс».

Пусть V – мощность деревообрабатывающего предприятия, R – запас леса на определенной территории.

Определенную долю своих доходов предприятие тратит на рост производственной мощности; в свою очередь темпы роста уменьшаются с уменьшением запасов леса по закону:

$$a - g/R$$

где: a – идеальный темп роста производственной мощности при неограниченном запасе леса $(R \to \infty)$;

g – некоторая константа в зависимости от ресурса.

Эта формула описывает условие того, что по мере уменьшения запаса леса производство переходит от лучших сортов леса к оставшимся худшим сортам, вследствие чего увеличиваются производственные затраты.

Использование леса происходит с интенсивностью V, которая значительно превосходит естественную скорость восстановления леса, поэтому ею можно пренебречь.

Динамика совокупной системы «предприятие-ресурс» описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dV}{dt} = (a - g/R)V', \\ \dfrac{dR}{dt} = -cV, \end{cases} \tag{1}$$

С начальными условиями: $V(0) = V_0$, $R(0) = R_0$.

Предполагается, что запас леса R достаточно большой, т.е. $(g/R = 0)$.

Качественная динамика описываемой системы иллюстрируется графиком:

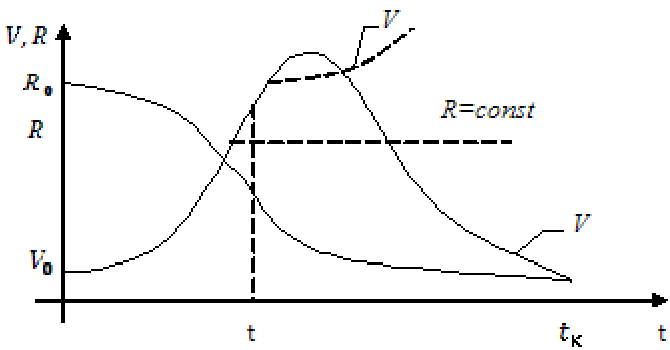


Рис.1. Динамика системы «предприятие – ресурс».

Анализируя рисунок, делаем вывод, что на некотором этапе запас леса R практически не меняется, мощность увеличивается почти экспоненциально и может быть подсчитана без учета ресурсного управления. По мере истощения ресурса его составляющая будет все больше влиять на поведение системы, которое приобретает кризисный характер: мощность проходит через максимум и резко падает, причем это сохраняется при любом значении констант.

Для избегания кризиса до какого-то t_K есть два пути:

1. Если уменьшить идеальный темп роста, то кризис можно оттянуть.
2. Затрачивать определенную долю средств на восстановление леса, это приведет к снижению скорости роста мощности предприятия на величину U:

$$\frac{dV}{dt} = \left(a - \frac{g}{R}\right)V - U. \tag{2}$$

Скорость восстановления будем считать пропорциональной U с коэффициентом эффективности затрат α.

Предположим, что U задано так, что запас леса стабилизируется:

$$dR/dt = 0. \tag{3}$$

Тогда $U = (C/\alpha)V$ и равенство (2) примет вид:

$$\frac{dV}{dt} = \left(\left(a - \frac{g}{R} \right) - \frac{C}{\alpha} \right) V \,. \qquad (4)$$

В результате интегрирования получим:

$$V = V_0 \exp\left(\left(a - \frac{g}{R} \right) - \frac{C}{\alpha} \right) t$$

Причем V будет тем больше, чем выше идеальный темп роста a, стабилизированный запас леса R и коэффициент восстановления α. На рисунке это кривая 2.

Интерпретация результатов: активное управление ресурсной составляющей системы приводит к гораздо лучшему поведению экономической составляющей.

Выводы: 1) у студентов возникают значительные трудности при математическом моделировании природных и экономических систем, которые обусловлены необходимостью одновременного рассмотрения физических, химических, биологических и социально-экономических процессов;

2) данный курс полезно читать не только студентам технических специальностей, но и гуманитарных, рассматривая с ними социотехнические системы. При этом моделировать системы можно вербальными моделями, которые представляют собой научный текст, сопровождаемый блок-схемой системы, графики, таблицы.

Литература

1. Акимова Т.А., Хаскин В.В. «Экология». М.: Юнити, 1998. – 465с.
2. Глухих И.Н. Теория систем и системный анализ. Изд-во Урал, гос. эк. ун-та, 2013.-130с.
3. Горстко А.Б., Угольницкий Г.А. Введение в моделирование эколого-экономических систем. Ростов н/Д: Изд-во Рост. ун-та, 2010.- 112с.
4. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Основы системного анализа. Томск: Изд-во НТЛ, 2011.-396с.

Kovalev I.N.

STUDYING THE COURSE "SYSTEM ANALYSIS" AT A TECHNICAL UNIVERSITY

Abstract. *The training programme for research engineers requires a constant improvement. Thus, the «System analysis» training course was implied into the training programme. This course is one of the basic systematic research components.*

Keywords: *analysis, system, problem, modeling, synthesis, decomposition, optimization.*

УДК 517.9. (072)

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В КУРСЕ «МАТЕМАТИКА» ДЛЯ СТУДЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Кононыхин Г.А.

ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»

g.a.kononykhin@donnasa.ru

В представленном докладе предлагаются для обсуждения некоторые критерии, которые должны быть положены, по мнению автора, при подготовке современной методической литературы.

Ключевые слова: *дифференциальное уравнение, математическое моделирование, алгоритм решения.*

В представленном докладе на примере учебного пособия [1] предлагаются для обсуждения некоторые критерии, которые должны быть положены в подготовку современной методической литературы.

Уровень и качество математической подготовки студентов строительных специальностей в современном обществе, которое быстро развивается, требуют постоянного усовершенствования и обновления. Среди большого количества проблем этого процесса, остановимся более подробно на одной из наиболее актуальных – профессионально–прикладной направленности математического образования инженера.

Традиционные методы обучения в высшей школе характеризуются иногда недостаточной ориентированностью на формирования у студентов навыков формулировать и решать прикладные задачи. Как правило, изучение математики, независимо от профиля института, направлено на преподавание «чистой» математики при недостаточном внимании к ее применению, что вызывает у студентов иллюзию оторванности математических дисциплин от их будущей специальности, а потому воспринимается ими как что-то ненужное и необязательное. Проблема усиливается тем, что выпускающие кафедры очень часто игнорируют требования преемственности преподавания. В своих лекционных курсах, курсовых работах и дипломных проектах абсолютно недостаточно используются математические методы, не ставят перед студентами вопросов математического моделирования и решения профессиональных задач.

В пособии сделана попытка смягчить остроту этой проблемы, большей мерой приблизить учебную литературу к тематике специальных дисциплин и помочь студентам использовать изученные математические методы и модели для самостоятельного решения инженерных задач. Удачным примером такого подхода можно считать учебное пособие [2].

Наряду с таким подходом к изложению материала широко используются также и другие традиционные наглядные образы, интуиция и непосредственное использование математики. При этом характер изложения остается одновременно и логически согласованным, и в целом доступным, что отвечает наиболее требовательным нормам.

Учебное пособие подготовлено автором на основании его опыта преподавания на кафедре высшей математики Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. Оно охватывает раздел «Обыкновенные дифференциальные уравнения, их применение при решении задач сопротивления материалов, строительной механики и расчетах конструкций на статические и динамические нагрузки» из общего курса «Математика» для студентов строительных специальностей.

Такая тематика учебного пособия выбрана не случайно. С одной стороны, на изучение данного раздела в общем курсе выделено достаточно большое количество учебного времени (67 часов из 396 часов предусмотренных на весь курс). С другой стороны, полученные студентами знания по этому разделу, находят существенное использование при изучении в дальнейшем основных строительных дисциплин: прикладная механика (раздел динамика), сопротивление материалов и строительная механика (при расчетах на статические и динамические нагрузки), а также при современных методах численного моделирования пространственных конструкций (при их расчетах) и т.д.

Учебное пособие состоит их трех частей: дифференциальные уравнения первого порядка (пять разделов), дифференциальные уравнения высших порядков (семь разделов) и системы обыкновенных дифференциальных уравнений (один раздел).

В первой части рассматриваются уравнения с разделенными и разделяющимися переменными, однородные и линейные уравнения первого порядка, а также уравнения в полных дифференциалах.

Во второй части рассматриваются уравнения, которые допускают понижение порядка, общая теория линейных уравнений n-го порядка, поведение решения линейного уравнения второго порядка, линейные однородные и неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами второго и n-го порядка, а также краевые задачи и задача Коши.

Третья часть посвящена системам линейных однородных и неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами.

Кроме этого приведена литература, а также каждый раздел заканчивается контрольными вопросами и задачами для самостоятельной проверки качества усвоения теоретического и практического материала.

Основные критерии, которые были использованы автором при изложение этого учебного материала:

- достаточно подробное и одновременно компактное изложение основных теоретических положений, в основу которых положен принцип «разумной строгости»;
- четкое и детальное рассмотрение стандартных методов и приемов решения задач и примеров с иллюстрацией каждого теоретического положения, чтобы у читателя не возникло чувство неполноты или недосказанности;
- грамотное расположение примеров в порядке их сложности;
- доступность изложения студентам заочной и дистанционной форм обучения, а также тем, кто занимается самообразованием;
- наличие большого количества типовых примеров, чтобы преподаватель, который работает с пособием, имел достаточную свободу выбора учебного материала в зависимости от конкретной аудитории;
- обязательное наличие контрольных тестовых вопросов для самопроверки, чтобы обеспечить у читателя закрепления основных теоретических положений и приобретенных практических навыков;
- подбор большого количества задач и примеров разного уровня сложности для самостоятельного решения, чтобы удовлетворить как успешного студента, так и не очень, все примеры сопровождаются ответами;
- наличие широкой подборки «тестовых» прикладных задач, которые иллюстрируют не только возможности математического аппарата, который изучается, но и демонстрируют его безусловную необходимость для решения реальных инженерных проблем.

Основное отличие предлагаемого учебного пособия от опубликованных ранее состоит в наличии структурно-логических схем и их описания (алгоритмов) основных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Литература

1. Кононыхин Г.А. Схемы и алгоритмы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем/ Г.А. Кононыхин. – Макеевка: ДонНАСА. – 2020. – 204 с.

2. Гутер Р.С., Ямпольский А.Р. Дифференциальные уравнения/ Р.С. Гутер, Р. Ямпольский. – М.: Высшая школа. – 1976. – 304 с.

Kononykhin G.A.

THE ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS IN THE COURSE «MATHEMATICS» FOR THE STUDENTS OF CONSTRUCTION-RELATED DISCIPLINES

Abstract. *In the report submitted certain criteria are proposed to be discussed in the preparation of modern methodological literature.*

Keywords: *differential equation, mathematical modeling, solution algorithm.*

УДК 378.14:[51:004]

КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ УНИВЕРСАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТОВ ФИЗИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ

Коняева Ю. Ю.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»

konyaeva.y@inbox.ru

Рассматриваются вопросы обучения студентов физических направлений подготовки с точки зрения формирования у них универсальных компетенций. Приведены примеры компетентностно-ориентированных задач для будущих физиков на примере дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика».

Ключевые слова: *универсальные компетенции, теория вероятностей, компетентностно-ориентированные задачи, вероятностные методы, физические направления подготовки.*

Постановка проблемы. В образовательном пространстве продолжается поиск путей повышения качества подготовки выпускников. Это означает, что главной целью высшего профессионального образования становится подготовка компетентного специалиста, инициативного, активного, готового к самостоятельному решению компетентностно-ориентированных задач в любых условиях. На смену формированию знаний, умений и навыков приходит понятие компетентности. Как уже было отмечено К.Г. Митрофановым, О.В. Соколовым, И.Д. Фруминым образовательная компетенция предполагает не столько усвоение студентами отдельных знаний и формирование у них необходимых умений, сколько овладение ими комплексным содержанием образования, в котором для каждого выделенного направления определена соответствующая совокупность образовательных компонентов. Компетентный специалист характеризуется сформированностью универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций в соответствии с федеральные государственными образовательными стандартами высшего образования по различным направлениям подготовки – ФГОС ВО 3(++).

В формировании универсальных компетенций студентов физических направлений подготовки важную роль играет овладение ими вероятностно-статистическими методами, основы которых закладываются при решении компетентностно-ориентированных задач (КОЗ), в частности, при изучении курса «Теория вероятностей и математическая статистика» (ТВиМС).

Проблема организации учебной деятельности студентов физических направлений подготовки по теории вероятностей в позиций компетентностного подхода является актуальной и требует более детальной разработки и исследования.

Анализ актуальных исследований. Принято считать, что понятие «компетентность» впервые стало употребляться в США в 60-е годы XX века в контексте деятельностного образования, целью которого было подготовить специалистов, способных успешно конкурировать на рынке труда. Одной из первых публикаций на эту тему была статья Д. Мак-Клелланда (D. McClelland) «Тестировать компетентность, а не интеллект».

Внедрение в современную систему образования компетентностного подхода обусловлено требованиями поиска эффективных методов использования человеческого интеллектуального потенциала для решения научно-производственных задач. Под понятием «компетентностный подход» имеют ввиду направленность процесса обучения на формирование и развитие ключевых (базовых) и предметных компетенций личности. Результатом этого процесса будет формирование общей компетентности человека, что является совокупностью ключевых компетенций, интегрированной характеристикой личности. Компетентностный подход в образовании связан с личностно-ориентированным и действующим подходами к образованию, поскольку касается личности студента и может быть реализованным и проверенным только в процессе выполнения конкретным студентом определенного комплекса действий.

Особый интерес представляют ключевые, т.е. надпредметные (метапредметные) компетенции, которые определяются как способность человека выполнять сложные многофункциональные виды деятельности, эффективно решая проблемы. А.В. Хуторской определяет понятие компетенции как «...совокупность взаимосвязанных качеств личности, задаваемых по отношению к определенному кругу предметов и процессов и необходимых, чтобы качественно продуктивно действовать по отношению к ним»[5]. Ученый отмечает, что введение понятия «компетенции» в практику обучения позволит решить типичную для образования проблему, когда студенты, овладев набором теоретических знаний, испытывают значительные трудности в их реализации при решении конкретных задач или проблемных ситуаций.

Формирование метапредметных компетенций в обучении математике будущих инженеров рассмотрено в работе [4]. Авторами предложена методика обучения на основе интегративного подхода, позволяющая формировать у студентов метапредметные математические понятия и формировать универсальные учебные действия, составляющие основу метапредметных компетенуций.

Важное значение в рамках поставленной проблемы имеют труды ученых, рассматривающих вопросы реализации компетентностного подхода И.А. Зимней, С.Е, Шишова, методические разработки для высшей школы

Е.А. Гнатышиной [3], посвящённые формированию универсальных компетенций с помощью компетентностно-ориентированных задач. Обзор российских диссертаций, посвященных формированию ключевых компетенций в высших учебных заведениях, показывает, что работы Е.А. Кириченко, М.Р. Табатамаи, разносторонне освещают подходы к решению данной проблемы. Так, например, Д.Д. Бычкова [2] рассматривает формирование предметных компетенций в области стохастики на междисциплинарной основе в вузе. В то же время, научных исследований, посвященных формированию ключевых компетенций студентов-физиков с помощью компетентностно-ориентированных задач по теории вероятности, практически нет.

Целью статьи является описание методический приёмов формирования универсальных компетенций студентов физических направлений подготовки с помощью компетентностно-ориентированных задач по теории вероятностей.

Изложение основного материала. На сегодняшний день разработаны и утверждены новые федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования по различным направлениям подготовки – ФГОС ВО 3(++) которые ориентированы на профессиональные стандарты. По сути, это стандарты прикладного бакалавриата, который существенно сужает области и задачи как профессиональной, так и образовательной деятельности студентов. В стандартах появляются новые наименования компетенций – универсальные компетенции (УК), которые являются расширением и несколько другой формулировкой общекультурных компетенций ФГОС ВО 3, общепрофессиональные (ОПК), профессиональные (ПК) – не указывается количество, так как устанавливаются программой на основе конкретизируемых профессиональных стандартов. Универсальные компетенции, их количество и формулировки, одинаковы для всех направлений подготовки бакалавриата и имеют широкий спектр использования, обладающего разной степенью универсальности. При этом следует подчеркнуть, что в новом стандарте дополнительно введены категории (группы) универсальных компетенций:

1. Системное и критическое мышление.
2. Разработка и реализация проектов.
3. Командная работа и лидерство.
4. Коммуникация.
5. Межкультурное взаимодействие.
6. Самоорганизация и саморазвитие (в том числе здоровьесбережение).
7. Безопасность жизнедеятельности.
8. Инклюзивная компетентность.
9. Экономическая культура, в том числе финансовая грамотность.
10. Гражданская позиция.

Формирование и оценивание универсальных компетенций наиболее целесообразно осуществлять через выполнение студентами компетентностно-ориентированных заданий (КОЗ).Такие задания изменяют организацию традиционного занятия. Они базируются на знаниях и умениях, и требуют умения применять накопленные знания в практической деятельности. Под компетентностно-ориентированным заданием понимают задание, в ходе выполнения, которого студент не только овладевает новыми умениями и навыками по предмету, но и приобретает универсальные компетенции, необходимые в дальнейшей профессиональной деятельности [1]. КОЗы позволяют:

– моделировать образовательные ситуации для освоения и применения, изученного материала;

– изучать новый программный материал, без предварительного объяснения педагога;

– дополнять информацию, полученную из учебника или представленную преподавателем, информацией, самостоятельно полученной из других источников.

Характеристики компетентностно-ориентированной задачи (рис.1) удовлетворяют определенным требованиям, обусловленным тем, что с помощью компетентностно-ориентированной задачи можно организовать деятельность студента, а не воспроизведение им информации или отдельных действий.

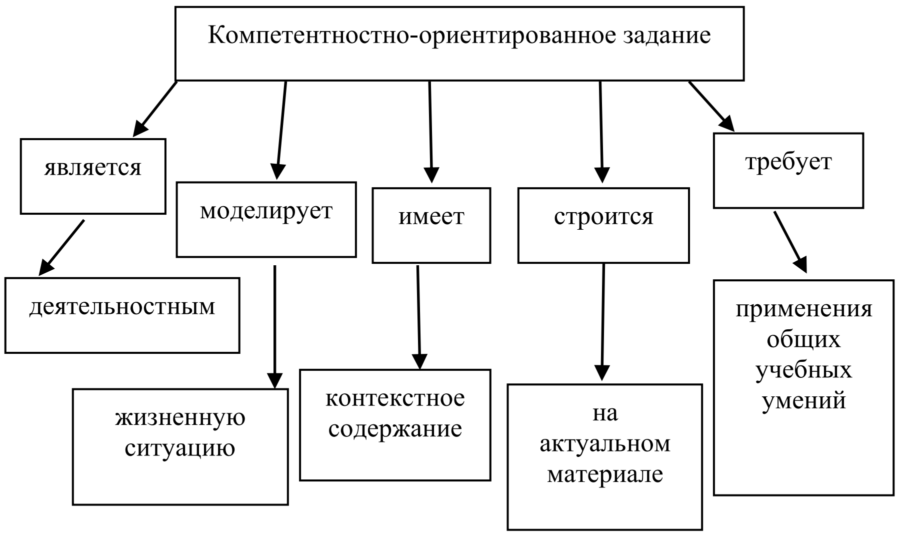


Рис.1 –Характеристики компетентностно-ориентированного задания

Павлова Л.В. и Харитонова О.В. выделяют следующие виды компетентностных задач: предметные, межпредметные и практические. Выделяют компетентностно-ориентированные задачи трёх уровней, которым присвоены названия:

– уровень воспроизведения;

– уровень установления связей;

– уровень рассуждения.

Выделение уровней рассмотрим на примере подготовки студентов физических направлений по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика».

Первый уровень включает воспроизведение вероятностно-статистических законов, формул и выполнение вычислений. Студенты могут решать одношаговые текстовые задачи, понимать простые вероятностные зависимости, стандартную систему обозначений, могут читать и интерпретировать данные, представленные в таблицах, на графиках, различных шкалах.

Задача 1. Из таблицы случайных чисел взято одно число. Событие А – выбранное число делится на 2, событие В – выбранное число делится на 4. Что означают события: $A \cup B$, $A \cap B$?

Второй уровень включает установление связей и интеграцию материала из разных тем теории вероятности, необходимых для решения поставленной задачи. Студенты могут упорядочивать, соотносить и производить вычисления, решать многошаговые текстовые задачи.

Задача 2. Каждая из M различных частиц бросается наудачу в одну из N ячеек. Найти вероятности событий:

А – все частицы попали во вторую ячейку;

В – все частицы попали в одну ячейку;

С – каждая ячейка содержит не более одной частицы $(M \leq N)$;

D – все ячейки заняты и $M = N + 1$;

Е – вторая ячейка содержит ровно k частиц.

Третий уровень – размышления, требующие обобщения и интуиции. В заданиях третьего уровня, прежде всего, необходимо самостоятельно выделить в ситуации проблему, которая решается средствами теории вероятности, и разработать соответствующую ей вероятностную модель.

Задача 3. Значение скорости влетающей в вещество элементарной частицы равновозможно в интервале $[v, V]$, а время ее полета в веществе до поглощения равновозможно в промежутке $[0, T]$. Какова вероятность, что частица проникнет в вещество на глубину, большую чем S?

Задача 4. Три грани правильного тетраэдра окрашены соответственно в красный, синий и зеленый цвет, начетвертую грань нанесены все три эти краски. Какова вероятность, что при бросании тетраэдра на плоскость он упадет на грань, на которую нанесена красная (синяя, зеленая) краска? Зависимы ли эти события между собой?

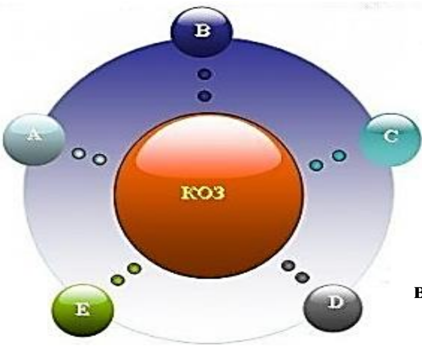
Применение КОЗ позволяет включить студентов в самостоятельную мыслительную работу, связанную с анализом, синтезом, оценкой, учит создавать устные и письменные высказывания, приводит к формированию новых межпредметных связей, что в конечном итоге способствует формированию и развитию универсальных учебных компетенций.

Методические требования к разработке и использованию в обучении компетентностно-ориентированных заданий представлены на рисунке 2. Здесь предусмотрены требования к таким элементов КОЗ, как задачная формулировка, стимул, присутсвующий в условии задачи, источник информации, бланк для выполнения задания, инструмент оценивания.

Выполняются КОЗы на как на аудиторных занятиях различных типов: лекциях, практических занятиях, так и во внеаудиторной самостоятельной работе студентов. Использование компетентностно-ориентированных заданий при обучении теории вероятностей способствует осознанию студентами роли этой дисциплины в их профессиональной деятельности, оцениванию нового опыта, контролю эффективности собственных действий.

Задачная формулировка должна указывать на деятельность студента, необходимую для выполнения

Стимул должен погружать в контекст задания и мотивировать на его выполнение



Источник информации долженсодержать необходимый материал для успешного выполнения задания

Бланк для выполнения задания нужен только в том случае, если задание предусматривает структурированный ответ

Инструмент оценивания должен представлять собой шкалу критериев и показателей, бланка

Рисунок 2 – Методические требования к компетентностно-ориентированным заданиям

Приведем пример компетентностно-ориентированной задачи в процессе изучения теории вероятностей на формирование универсальных компетенций студентов направления подготовки 03.03.03 Радиофизика [6].

Задача 4. В наблюдениях Резерфорда и Гейгера радиоактивное вещество за промежуток времени 10*сек* испускало в среднем 5,02 α-частицы. Найти вероятность того, что за 1 сек это вещество испустит хотя бы одну α-частицу.

Решение. Распределение Пуассона моделирует случайную величину, представляющую собой число событий, произошедших за фиксированное время, при условии, что данные события происходят с некоторой фиксированной средней интенсивностью и независимо друг от друга.

Для описания процесса радиоактивного распада вещества применяется пуассоновский закон распределения:

$$P(X=m)=\frac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda},\qquad m=0,1,2,\dots,$$

где X – количество испущенных в единицу времени 1 *сек* α-частиц, $MX=a$– среднее значение X. По условию задачи $a=\frac{5{,}02}{10}=0{,}502$. Тогда вероятность того, что за 1 *сек* это вещество испустит хотя бы одну α-частицу

$$P(X\geq 1)=1-P(X=0)=1-e^{-0.502}\approx 0.395.$$

Ответ: $P(X\geq 1)\approx 0.395$.

В ходе решения необходимо, чтобы студенты могли проанализировать информацию, заложенную в задаче и поставить ее под сомнение, сформулировать обоснованные выводы, а также принимать решения в условиях неопределенности. Компетентностно-ориентированная задача позволяет развивать критическое мышление у студентов и формирует одну из универсальных компетенций УК-1: «Способность к осуществлению поиска, критического анализа и синтеза информации, применение системного подхода для решения поставленных задач». Используя оптимальные способы решения физической задачи на основе вероятностных моделей может быть сформирована еще одна универсальная компетенция УК-2 «Способность определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений».

Предлагая студентам компетентностно-ориентированную задачу, преподаватель может существенно изменить организацию учебного занятия через создание организованной деятельности учащихся в условиях и среде для самореализации и раскрытия творческих способностей.

Выводы. Организация учебной деятельности студентов физических направлений подготовки с помощью компетентностно-ориентированных заданий по теории вероятностей позволяет:

– сформировать у студентов универсальные компетенции, предусмотренные государственными образовательными стандартами;

–осознать студентам значение применения вероятностных методов для решения задач в их будущей профессиональной деятельности;

– повысить мотивацию студентов к изучению теории вероятностей.

В работе предложены примеры компетентностно-ориентированных задач для будущих физиков по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика». Таким образом, компетентностно-ориентированные задачи являются важнейшей и неотъемлемой частью формирования универсальных компетенций студентов физических направлений подготовки.

Дальнейщего исследования требуют вопросы разработки методики обучения студентов физических направлений подготовки в условиях электронного обучения с использованием системы компетентносто-ориентированных задач.

Литература

1. Болотов В.А., Сериков В.В. Компетентностная модель: от идеи к образовательной программе // Педагогика. – 2003. – № 10. – С. 8–14
2. Бычкова Д. Д. Формирование предметных компетенций в области стохастики на междисциплинарной основе в вузе : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.08 / Бычкова Дарья Дмитриевна ; [Место защиты : Московский государственный областной университет]. – Москва, 2011. – 26 с.
3. Гнатышина, Е.А. Уровневая модель информационных и коммуникационных компетенций выпускников учреждений профессионально-педагогического образования / Е.А. Гнатышина, С.А. Богатенков // Педагогическое образование и наука. –2012. – № 12. – С. 77–80.
4. Евсеева Е.Г. Обучение математике будущих инженеров на основе интегративного подхода / Е.Г. Евсеева, Н.А. Прокопенко. – Донецк : ДонНУ, 2020. -308 с.
5. Хуторской А.В. Образовательные компетенции и методология дидактики // Методология педагогики в контексте современного научного знания / Сб. науч. тр. Межд. науч.-теорет. конф., посвящённой 90-летию со дня рождения В.В. Краевского / Ред.-сост. А.А.Мамченко. – М.: ФГБНУ «Институт стратегии развития образования РАО», 2016. С. 70-79.
6. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 03.03.03 Радиофизика [Электронный ресурс] : утвержден приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 912 от 07.08.2020. – Режим доступа : http://fgosvo.ru/uploadfiles/FGOS%20VO%203++/Bak/030303_B_3_31082020.pdf – Заглавие с экрана.

KoniaievaY.Y.

COMPETENCE-ORIENTED TASKS AS A MEANS OF FORMING UNIVERSAL COMPETENCIES OF STUDENTS IN PHYSICAL TRAINING AREAS

Abstract. *The issues of teaching students of physical directions of training from the point of view of the formation of their universal competencies are considered. Examples of competence-oriented problems for future physicists are given on the example of the discipline "Probability theory and mathematical statistics".*

Keywords: *universal competences, probability theory, competence-oriented tasks, probabilistic methods, physical areas of training.*

УДК 378.14:[51:004]

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ И ПУТИ ИХ ДОСТИЖЕНИЯ

Лактионова Д.А.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»

darsanna97@mail.ru

Рассмотрены различные определения понятия метапредметный подход и метапредметные результаты обучения. Предложены пути достижения метапредметных результатов обучения высшей математики, а также формирования метаумений по разработке авторских электронных средств учебного назначения.

Ключевые слова: *метапредметные компетенции, метапредметный подход, информационнаякомпетентность, информационные технологии, электронные средства учебного назначения, электронное учебное пособие.*

На данном этапе развития общества актуальной проблемой является проблема повышения профессиональной подготовки будущих специалистов. В связи с развитием информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) большинство процессов стали автоматизированными. Чтобы будущий инженер был профессиональным, конкурентноспособным и гибким,необходимо формировать у них метакомпетенции. Согласно Л.М. Ордобоевой, метакомпетенции представляют собой способность к быстрой адаптации, приспособления к новым условиям, готовность к непрерывному обучению/образованию, готовность к переносу имеющихся знаний, умений, способностей на новые объекты деятельности [11]. Для их формирования целесообразно применять метапредметный подход к обучению. Т.Ю. Винтиш считает, что современная тенденция внедрения метапредметного подхода в образование связана с тем, что традиционные средства и способы педагогической работы не дают возможность своевременно следить за уровнем развития современной науки и техники [2].

Приведем примеры определения понятия «метапредметный поход»к обучению. А.В. Хуторской понимает под ним универсальный подход, обеспечивающий переход от разделения знаний по предметным областям к целостному образному восприятию мира, к метадеятельности [16]. Ю.В. Громыко под этим подходом понимает междисциплинарное взаимодействие, которое позволяет сохранять и отстаивать в обществе культуру мышления и формирования целостного мировоззрения» [4]. Основные понятия такого подхода к обучению определены в работах А.В. Хуторского [16], М.Д. Даммера [6], В. И. Павловца [6] и других.

Под метапредметными результатами А.Г. Асмолов понимает освоенные обучающимися универсальные учебные действия (УУД), которые обеспечивают «овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу умения учиться» [1]. А.А. Кузнецов под такими результатами понимает способы деятельности, применяемые в обучении и в решении жизненных проблем, которые были освоены обучающимися при изучении разных учебных предметов [8].
Применение метапредметного подхода в обучении предполагает: 1) овладение учащимися знаниями и УУД; 2) ориентацию на метапредметные результаты обучения (способы деятельности, которые будут применяться как в обучении, так и в повседневной жизни); 3) возможность изменения структуры и содержанияучебного материала [3].
Метапредметный подход должен помочь будущим специалистам как в процессе обучения и будущей профессиональной деятельности, так и в решении проблемных ситуаций, возникающих в повседневной жизни. Поэтому данный подход предполагает не просто набор информации для запоминания, а ее осмысленное и целесообразное использование. Компетентностная основа профессиональной подготовки в высшей школе, по мнению И.Н. Гуло, предполагает формирование не только профессиональных компетенций и метакомпетенций, но и «мягких навыков» или softskills [5]. Эти навыки помогают выпускникам применять полученные знания на практике и обретать новые в своей профессиональной деятельности, и в том числе развивать мышление.
Метапредметный подход к обучению становится важным в подготовке высококвалифицированных специалистов разных направлений подготовки. Это связано с изменениями, методов и форм преподавания в школьном образовании, а также современным развитием и требованиями общества.
В настоящее время метапредметность прослеживается начиная со школьного образования. Например, в программе по учебному предмету «Алгебра и начала математического анализа» выделяют такие метапредметные результаты обучения, как: 1) умение самостоятельно определять цели своей деятельности, ставить и формулировать для себя новые задачи в обучении; 2) формирование понятийного аппарата, умения создавать обобщения, классифицировать, по выбранным самостоятельно основаниям и критериям; 3) умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах и жизни; 4) формирование компетентности в области использования ИКТ и другие [14].

В Федеральном государственном образовательном стандарте (ФГОС) нового поколения выделяют ряд компетенций, которыми должны овладеть будущие учителя [10]. Во всех компетенциях подчеркивается важность метапредметного характера информационной компетенции. В Концепции развития российского математического образования отмечается, что применение ИКТ – важный элемент для реформирования математического образования. Предполагается, что это приведет к увеличению математических рассуждений в курсе и внимания к связям математических моделей с реальностью, к росту самостоятельности и мотивированности обучающихся, а также существенному росту области математических задач и задач моделирования, которые смогут решить обучающиеся, в том числе применяя электронные средства учебного назначения [7].

Все вышеперечисленное находит отражение в обучении студентов технических направлений подготовки при изучении курса высшей математики. Для обеспечения формирования метапредметных результатов обучения мы предлагаем использовать метапредметную интеграцию. Одним из средств, обеспечивающих эту интеграцию между математикой и физикой, химией и другими дисциплинами, может быть разработанное нами (рис. 1) электронное учебное пособие (ЭУП) «Математика в профессиональной деятельности инженера» [9]. Применение его в обучении будущих инженеров способствует мотивации к изучению тем курса «Высшая математика», так как обучающиеся видят в каких прикладных задачах применяются определенные математические модели. Мы также предлагаем студентам осуществлятьнаучно-исследовательскую учебную деятельность, путем выполненияинтегративных учебных проектов, по аналогии с теми, которые представлены в ЭУП. При их написании студенты овладевают такими универсальными учебными действиями поиск информации, планирование собственной деятельности, постановка целей и выбор методов решения, а также анализ полученных результатов.

Рисунок 1 – Стартовая страница ЭУП
«Математика в профессиональной деятельности инженера»

Например, одним из видов метапредметной компетенции будущих учителей математики мы выделяем умения по разработке и использованию в обучении электронных средств учебного назначения (ЭСУН) по математике. В связи с активным развитием ИКТ это является важным, поскольку в профессиональной деятельности учителей математики возникает необходимость не только использовать уже существующие педагогические программные средства, но и разрабатывать свои авторские.

При подготовке будущих учителей математики, которые будут преподавать в том числе и у будущих инженеров, необходимо создать все условия для овладения ими метапредметной деятельностью и способности к дальнейшему обучению такой деятельностью своих учеников. Мы считаем, что это удобнее и эффективнее проводить на спецкурсах, которые будут посвящены использованию и разработке ЭСУН по математике.

Так, в Самарском филиале Московского городского педагогического университета есть специальный курс «Электронные средства обучения математике в школе», где студенты изучают ЭСУН, которые можно применять в будущей профессиональной деятельности [17]. Однако их не учат разрабатывать свои собственные средства, что развивало бы их информационную компетентность, и тем самым способствовало формированию метапредметных результатов обучения.

В.А. Тестов предлагает постепенно формировать у учащихся логические схемы мышления, начиная с начального образования. Таким образом учащиеся достигают такие метапредметные результаты как: овладение математическими схемами мышления, включающие в себя логические, алгоритмические, образно-геометрические и др., которые обеспечивают формирование УУД[15]. Мы считаем, что данные схемы, также помогут и при разработке собственных ЭСУН, для корректной и логически правильной навигации по ним, а также для создания четкой и понятной структуры.

Мы согласны с мнением О.П. Панкратовой, что в большинстве исследований, которые посвящены применению ИКТ в обучении, отмечается, что особое внимание нужно уделять созданию качественных электронных ресурсов [13]. Однако возникают сложности как с наличием должного программного обеспечения, так и со знаниями, которые необходимы для создания качественных ЭСУН, в связи с чем, на их разработку затрачивается большое количество времени. Однако к разработке ЭСУН можно привлекать и будущих инженеров, которые изучают информационные технологии и различные языки программирования. В совместном сотрудничестве преподавателей и программистов откроется возможность создавать более совершенные программные средства, которые будут применятся при обучении как школьников, так и студентов.

Изучение технологии разработки и использования в обучении ЭУП «Математика в профессиональной деятельности инженера» [9] может быть для будущих учителей математики примером развития метаумений. Необходимо учить разрабатывать такие средства для всех уровней образования и направлений подготовки, учитывая при этом их специфику, а также возрастные и психолого-педагогические особенности обучающихся, для которых они создаются.

Вывод. Таким образом, в связи с изменениями в государственных стандартах необходимо углублять навыки использования ИКТ для развития информационной компетентности будущих учителей математики, которая является метакомпетенцией. Формирование метакомпетентности по использованию и разработке ЭСУН по математике в настоящее время является актуальной задачей, однако нет методики разработки таких средств. Для достижения метапредметных результатов обучения высшей математике необходимо преподавателям использовать в обучении не только уже разработанные ЭСУН, но и разрабатывать авторские. Однако, для разработки таких средств можно привлекать и будущих инженеров, формируя у них метакомпетенции, которые буду использованы в профессиональной и повседневной деятельности.

Литература

1. Асмолов А.Г. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе: от действия к мысли: пособие для учителя / А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская и др.; под ред. А.Г. Асмолова. – М.: Просвещение, 2008. – 151 с.

2. Винтиш Т.Ю. Проблема метапредметности в преподавании математики / Т.Ю. Винтиш, Е.В. Мартынова, А.Ф. Кастель // Инновационные технологии в подготовке современных профессиональных кадров: опыт, проблемы: Сборник научных трудов Девятой Международной научно-практической конференции, Челябинск, 30 января 2018 г. – Челябинск: Челябинский филиал ФГБОУ ВО РАНХиГС, 2018. – С. 33-37.

3. Галян С.В. Метапредметный подход в обучении школьников: методические рекомендации для педагогов общеобразовательных школ. – Сургут: РИО СурГПУ, 2014. – 64 с.

4. Громыко Н.В. Метапредмет «Знание»: учеб. пособие. – М. : Пушкинский институт, 2001. – 34 с.

5. Гуло И.Н. Методологические подходы к организации подготовки будущих педагогов математического образования к формированию у обучающихся метапредметных компетенций в образовательном процессе // Математическое образование: современное состояние и перспективы (к 100-летию со дня рождения д. пед. наук, проф., заслуженного работника высшей школы БССР А.А. Столяра) : Матер.Междун. науч. конф., Могилев, 20-21 февраля 2019 г. – Могилев: Могилевский гос. ун-т им. А.А. Кулешова, 2019. – С. 86-89.

6. Даммер М.Д. Метапредметное содержание учебного предмета [Электронный ресурс]. – URL: http://vestnik.susu.ru/ped/article/view/484 – Дата обращения 04.05. 2021.

7. Концепция развития российского математического образования (версия 13 февраля 2013). – 2013. – 51 с.

8. Кузнецов А.А. О школьных стандартах второго поколения // Муниципальное образование: инновации и эксперимент. – 2008. – № 2. – С. 36.

9. Математика в профессиональной деятельности инженера [Электронный ресурс]: электронное учебное пособие. – Режим доступа :https://e-lt-math-engineer.000webhostapp.com. –Дата обращения 10.05.2020.

10. Об утверждении ФГОС ВО (3++) по направлению подготовки 44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям) [Электронный ресурс] : приказ Минобрнауки РФ от 22.02.2018 № 124. – Режим доступа: http://fgosvo.ru/uploadfiles/FGOS%20VO%203++/Bak/440304_B_3_20032018.pdf – Дата обращения 28.04.2021.

11. Ордобоева Л.М. Метакомпетенция как компонент содержания профессиональной иноязычной подготовки студентов в языковом вузе // Вестник Московского государственного лингвистического университета. – 2014. – № 14(700). – С. 144–153.

12. Павловец В.И. Внедрение прогрессивных технологий обучения как важный фактор повышения качества высшего образования // Альманах современной науки и образования. – Тамбов: Грамота, 2014. – № 12 (90). – С. 78-80.

13. Панкратова О.П. Разработка электронного сопровождения для дисциплины «Информационные технологи в профессиональной деятельности» / О.П. Панкратова, Д.С. Вартапетьянц // Информационные технологии в социально-экономическом развитии Ставропольского края: матер. 57-й науч.-метод. конф. преподавателей и студентов «Университетская наука – региону». – Ставрополь: Изд-во СГУ, 2012. – С. 28-30.

14. Примерная программа по учебному предмету «Алгебра и начала математического анализа». 10-11 классы (базовый, углубленный уровни) / сост. Скафа Е.И., Федченко Л.Я., Полищук И.В. – 5-е изд. перераб., дополн. – ГОУ ДПО «ДонРИДПО». – Донецк: Истоки, 2020. – 52 с.

15. Тестов В.А. О некоторых видах метапредметных результатов обучения математике // Образование и наука. – № 1 (130). – 2016. – С. 4-20.

16. Хуторской А.В. Метапредметное содержание и результаты образования: как реализовать ФГОС [Электронный ресурс]. – Эйдос: интернет-журнал. 2012. – № 1. – URL: http://www.eidos.ru/journal/2012/0229-10.htm – Дата обращения 01.05.2021.

17. Шатрова Ю.С. Некоторые приемы организации изучения курса «Электронные средства обучения математике в школе» // Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной

школе: материалы конференции / под ред. Л.Л. Босовой, Д.И. Павлова. – М.: МПГУ, 2019. – С. 444-449.

LaktionovaD.A.

METASUBJECT RESULTS OF TEACHING HIGHER MATH AND WAYS TO ACHIEVE THEM

Abstract. *Various definitions of the concept of metasubject approach and metasubject learning outcomes are considered. The formation of meta-subject competencies is traced from school education to higher professional education. The ways of achieving metasubject results of teaching higher mathematics, as well as the formation of meta-skills for the development of author's electronic tools for educational purposes are proposed.*

Keywords: *metasubject competencies, metasubject approach, information competence, information technologies, electronic means of educational purpose, electronic textbook, e-learning tool.*

УДК 531.38

ЧАСТНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ДВИЖЕНИИ ПО ИНЕРЦИИ СИСТЕМЫ ДВУХ ГИРОСКОПОВ ЛАГРАНЖА

Лесина М.Е.

ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет»

Для задачи о движении по инерции системы двух гироскопов Лагранжа, сочленённых идеальным сферическим шарниром, в монографии [1] приведены шесть форм уравнений движений. В работе [2] приведена ещё одна форма уравнений. Для каждой из форм были найдены частные решения в работах [1], [2-4].

Ключевые слова: *система гироскопов Лагранжа, точное решение, сферический шарнир.*

Постановка задачи. Динамически симметричные тела S и S^0 соединены в точке O пересечения их осей идеальным сферическим шарниром. Центры масс C и C^0 тел S и S^0 принадлежат их осям симметрии, направление которых указывают векторы $\boldsymbol{e}_3$ и $\boldsymbol{e}_3^0$, так что $\boldsymbol{OC} = l\,\boldsymbol{e}_3$, $\boldsymbol{OC}^0 = l^0\,\boldsymbol{e}_3^0$ ($l \ge 0$, $l^0 \ge 0$). Зафиксируем одно из направлений, ортогональных плоскости, которая содержит оси симметрии тел. Его указывает вектор $\boldsymbol{e}_1$. Введём вектор $\boldsymbol{e}_2 = \boldsymbol{e}_3 \times \boldsymbol{e}_1$, получим приложенный в точке O базис $\boldsymbol{e}_1\boldsymbol{e}_2\boldsymbol{e}_3$. Вектор $\boldsymbol{\omega}$ - его угловая скорость

$$\boldsymbol{\omega} = \omega_1 \boldsymbol{e}_1 + \omega_2 \boldsymbol{e}_2 + \omega_3 \boldsymbol{e}_3 .$$

Составленный из векторов $\boldsymbol{e}_3^0$, $\boldsymbol{e}_1^0 = \boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2^0 = \boldsymbol{e}_3^0 \times \boldsymbol{e}_1^0$ базис $\boldsymbol{e}_1^0 \boldsymbol{e}_2^0 \boldsymbol{e}_3^0$ имеет угловую скорость

$$\boldsymbol{\Omega} = \Omega_1 \boldsymbol{e}_1 + \Omega_2 \boldsymbol{e}_2^0 + \Omega_3 \boldsymbol{e}_3^0 .$$

При этом $\boldsymbol{e}_2^0 = \boldsymbol{e}_2 \cos\theta + \boldsymbol{e}_3 \sin\theta$, $\boldsymbol{e}_3^0 = -\boldsymbol{e}_2 \sin\theta + \boldsymbol{e}_3 \cos\theta$.

Основные переменные задачи – это компоненты ω_1, ω_2, ω_3 угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ полуподвижного базиса $O\ \boldsymbol{e}_1 \boldsymbol{e}_2 \boldsymbol{e}_3$ и компоненты Ω_1, Ω_2, Ω_3 угловой скорости $\boldsymbol{\Omega}$ полуподвижного базиса $O\ \boldsymbol{e}_1 \boldsymbol{e}_2^0 \boldsymbol{e}_3^0$. Отметим, что векторы $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{\Omega}$ связаны соотношением

$$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\omega} + \dot{\theta} \boldsymbol{e}_1 .$$

Тогда

$$\dot{\theta} = \Omega_1 - \omega_1, \tag{1}$$

$$\Omega_2 = \omega_2 \cos\theta + \omega_3 \sin\theta ,\ \Omega_3 = -\omega_2 \sin\theta + \omega_3 \cos\theta . \tag{2}$$

Угловые скорости тел S и S^0 таковы

$$\boldsymbol{\omega}_* = \boldsymbol{\omega} + \dot{\varphi}\, \boldsymbol{e}_3 = \omega_1 \boldsymbol{e}_1 + \omega_2 \boldsymbol{e}_2 + (\omega_3 + \dot{\varphi}) \boldsymbol{e}_3 ,$$

$$\Omega_* = \Omega + \dot{\Phi} \boldsymbol{e}_3^0 = \Omega_1 \boldsymbol{e}_1 + \Omega_2 \boldsymbol{e}_2^0 + (\Omega_3 + \dot{\Phi}) \boldsymbol{e}_3^0 ,$$

где φ - угол собственного вращения S, Φ - угол собственного вращения тела S^0. Имеют место циклические интегралы

$$I(\omega_3 + \dot{\varphi}) = n ,\ I_0(\Omega_3 + \dot{\Phi}) = n_0, \tag{3}$$

где I и I_0 - осевые моменты инерции тел S и S^0.

Векторы $\boldsymbol{\omega}_*$ и $\boldsymbol{\Omega}_*$ в неизменно связанных с телами базисах $\boldsymbol{e}_1^* \boldsymbol{e}_2^* \boldsymbol{e}_3$ и $\boldsymbol{e}_1^{0*} \boldsymbol{e}_2^{0*} \boldsymbol{e}_3^0$ имеют вид

$$\boldsymbol{\omega}_* = \omega_1^* \boldsymbol{e}_1^* + \omega_2^* \boldsymbol{e}_2 + (\omega_3 + \dot{\varphi}) \boldsymbol{e}_3 ,$$

$$\Omega_* = \Omega_1^* \boldsymbol{e}_1^{0*} + \Omega_2^* \boldsymbol{e}_2^{0*} + (\Omega_3 + \dot{\Phi}) \boldsymbol{e}_3^0 .$$

Приведём формулы перехода от одного базиса к другому

$$\boldsymbol{e}_1^* = \boldsymbol{e}_1 \cos\varphi + \boldsymbol{e}_2 \sin\varphi ,\ \boldsymbol{e}_2^* = -\boldsymbol{e}_1 \sin\varphi + \boldsymbol{e}_2 \cos\varphi ,$$

$$\boldsymbol{e}_1^{0*} = \boldsymbol{e}_1 \cos\Phi + \boldsymbol{e}_2^0 \sin\Phi ,\ \boldsymbol{e}_2^{0*} = -\boldsymbol{e}_1 \sin\Phi + \boldsymbol{e}_2^0 \cos\Phi ,$$

$$\omega_1^* = \omega_1 \cos\varphi + \omega_2 \sin\varphi ,\ \omega_2^* = -\omega_1 \sin\varphi + \omega_2 \cos\varphi , \tag{4}$$

$$\Omega_1^* = \Omega_1 \cos\Phi + \Omega_2 \sin\Phi ,\ \Omega_2^* = -\Omega_1 \sin\Phi + \Omega_2 \cos\Phi . \tag{5}$$

Шарнир принят идеальным. Момент упругих сил, характеризующих взаимодействие тел, направлен вдоль вектора $\boldsymbol{e}_1$; считаем, что он зависит лишь от угла θ, поэтому определена потенциальная энергия $\Pi(\theta)$.

Система консервативна:

$$A(\omega_1^2 + \omega_2^2) + A_0(\Omega_1^2 + \Omega_2^2) - 2N(\Omega_1 \omega_1 \cos\theta + \Omega_2 \omega_2) + 2\Pi(\theta) = 2h . \tag{6}$$

Имеем также интеграл

$$G_1^2 + G_2^2 + G_3^2 = g^2\,, \tag{7}$$

который выражает постоянство модуля момента количества движения системы

$$G_1\,\boldsymbol{e}_1 + G_2\,\boldsymbol{e}_2 + G_3\,\boldsymbol{e}_3 = \boldsymbol{g}\,,$$

где

$$G_1 = (A - N\cos\theta)\omega_1 + (A_0 - N\cos\theta)\Omega_1\,,$$
$$G_2 = (A - N\cos\theta)\omega_2 + (A_0\cos\theta - N)\Omega_2 - n_0\sin\theta\,, \tag{8}$$
$$G_3 = (A_0\Omega_2 - N\omega_2)\sin\theta + n + n_0\cos\theta\,;$$

$$A = B + \frac{mm_0}{m+m_0}l^2\,,\ A_0 = B_0 + \frac{mm_0}{m+m_0}l_0^2\,,\ N = \frac{mm_0}{m+m_0}l\,l_0\,;$$

B, B_0 - экваториальные моменты инерции тел, m, m_0 - их массы.

Приведём здесь два (из четырёх) уравнений движения системы тел

$$\begin{aligned} H\dot{\omega}_2 &= Nn_0\Omega_1 + (A_0 n - H\omega_3)\omega_1, \\ H\dot{\Omega}_2 &= Nn\omega_1 + (An_0 - H\Omega_3)\Omega_1. \end{aligned} \tag{9}$$

Отметим, что $H = AA_0 - N^2 > 0$.

Заменой переменных

$$\omega_1 = (\xi+1)\kappa\,,\ \Omega_1 = (\xi-1)\kappa\,, \tag{10}$$

$$\tau = \theta/2\,, \tag{11}$$

$$\omega_2 = (\lambda\sin\tau - \mu\cos\tau)/\sin2\tau\,,\ \ \Omega_2 = (\lambda\sin\tau + \mu\cos\tau)/\sin2\tau \tag{12}$$

уравнения движения (9) приведены к виду

$$\lambda'' + [2(\mathrm{tg}\tau + \mathrm{ctg}\tau) - \xi'/\xi]\lambda' + \xi^2\lambda = f(\tau,\xi,\xi')\,, \tag{13}$$

$$\mu\xi\, ctg^2\tau = \lambda' - \Lambda(\xi,\tau)\,, \tag{14}$$

где

$$f(\tau,\xi,\xi') = M(\xi,\tau)\xi ctg^2\tau + \Lambda(\xi,\tau)[2(tg\tau + ctg\tau) - \xi'/\xi] + \Lambda'(\xi,\tau)\,,$$

$$\Lambda(\xi,\tau) = \left\{(A+N)n_0 - (A_0+N)n - \xi[(A+N)n_0 + (A_0+N)n]\right\}\frac{\cos\tau}{H}\,,$$

$$M(\xi,\tau) = \left\{(A-N)n_0 + (A_0-N)n - \xi[(A-N)n_0 - (A_0-N)n]\right\}\frac{\sin\tau}{H}\,.$$

Построение решения. Соответствующее (13) однородное уравнение имеет вид

$$\lambda'' + [2(\mathrm{tg}\tau + \mathrm{ctg}\tau) - \xi'/\xi]\lambda' + \xi^2\lambda = 0\,. \tag{15}$$

При выборе ξ в виде

$$\xi = \frac{\mathrm{tg}\tau(1+\mathrm{tg}^2\tau)(1-\sqrt{1+\mathrm{tg}^4\tau})}{1+\mathrm{tg}^4\tau} \tag{16}$$

уравнение (15) имеет частное решение

$$\lambda_1 = c(1+\mathrm{tg}^4\tau)^{-1/4}\,. \tag{17}$$

Второе линейно независимое решение найдём по формуле Лиувилля

$$\lambda_2 = \lambda_1 \int \lambda_1^{-2} e^{\int [\xi'/\xi - 2(\mathrm{tg}\tau + \mathrm{ctg}\tau)]d\tau} d\tau\,,$$

при подстановке в которую соотношений (16), (17) определяем

$$\lambda_2 = -\frac{\ln\left(1+\sqrt{1+\mathrm{tg}^4\tau}\right)}{2\sqrt[4]{1+\mathrm{tg}^4\tau}}\,.$$

Общее решение однородного уравнения (13) таково

$$\lambda(\tau) = \left(1+\mathrm{tg}^4\tau\right)^{-1/4}\left[c + c_2\ln\left(1+\sqrt{1+\mathrm{tg}^4\tau}\right)\right].$$

В дальнейшем полагаем $c_2 = 0$.

Ограничимся изучением случая нулевых циклических постоянных

$$n = n_0 = 0\,, \tag{18}$$

тогда

$$\Lambda(\xi,\tau) = M(\xi,\tau) = f(\tau,\xi,\xi') = 0\,.$$

При этих ограничениях и соотношениях (16), (17) из (14) находим

$$\mu(\tau) = \frac{c}{\sqrt[4]{1+\mathrm{tg}^4\tau}}\left(1+\sqrt{1+\mathrm{tg}^4\tau}\right). \tag{19}$$

Подставив (17), (19) в (12), находим

$$\begin{aligned}\omega_2(\tau) &= \frac{c}{\sqrt[4]{1+\mathrm{tg}^4\tau}}\left[\sin\tau - \left(1+\sqrt{1+\mathrm{tg}^4\tau}\right)\cos\tau\right]\Big/\sin 2\tau\,,\\ \Omega_2(\tau) &= \frac{c}{\sqrt[4]{1+\mathrm{tg}^4\tau}}\left[\sin\tau + \left(1+\sqrt{1+\mathrm{tg}^4\tau}\right)\cos\tau\right]\Big/\sin 2\tau\,.\end{aligned} \tag{20}$$

.

Чтобы определить переменную κ, воспользуемся интегралом (7). Для этого в компоненты (8) внесём (10), (11), (18).

$$G_1 = \left[\left(A + A_0 - 2N\cos 2\tau\right)\xi - (A_0 - A)\right]\eta\,, \tag{21}$$

$$G_2 = (A - N\cos 2\tau)\omega_2 + (A_0\cos 2\tau - N)\Omega_2\,,$$

$$G_3 = (A_0\Omega_2 - N\omega_2)\sin 2\tau\,. \tag{22}$$

В эти компоненты подставим (16), (20) и из (7) находим

$$\left[\left(K + K_0 z^2\right)\frac{\xi}{1+z^2} - \left(A_0 - A\right)\right]^2 \cdot \kappa^2 =$$

$$= g^2 - \frac{c^2}{4z^2\sqrt{1+z^4}}\left\{\left[Kz + (A_0 - A)\left(1+\sqrt{1+z^4}\right)\right]^2 + \right. \tag{23}$$

$$\left. + z^2\left[(A_0 - A)z + K_0\left(1+\sqrt{1+z^4}\right)\right]^2\right\},$$

здесь введены новые параметры

$$K = A + A_0 - 2N\ ,\ K_0 = A + A_0 + 2N$$

и переменная

$$z = tg\tau\ . \tag{24}$$

Теперь переменная (16) имеет вид

$$\xi(z) = \frac{z(1+z^2)\left(1-\sqrt{1+z^4}\right)}{1+z^4} \tag{25}$$

и для определения κ^2 получили

$$\left[\left(K + K_0 z^2\right)z\left(1-\sqrt{1+z^4}\right) - (A_0 - A)\left(1+z^4\right)\right]^2 \kappa^2 = \left(1+z^4\right)^2 R^2(z)\ ,$$

где

$$R^2(z) = g^2 - \frac{c^2}{4z^2\sqrt{1+z^4}}\left\{\left[Kz + (A_0 - A)\left(1+\sqrt{1+z^4}\right)\right]^2 + \right.$$

$$\left. + z^2\left[(A_0 - A)z + K_0\left(1+\sqrt{1+z^4}\right)\right]^2\right\}. \tag{26}$$

Из (1), (10), (11) следует

$$\dot{\tau} = -\kappa\ .$$

Перейдём к переменной (24), получим

$$t - t_0 = -\int_{z_0}^{z} \frac{dz}{(1+z^2)\kappa(z)}\ .$$

Здесь

$$\kappa(z) = \frac{(1+z^4)R(z)}{\left(K + K_0 z^2\right)z\left(1-\sqrt{1+z^4}\right) - (A_0 - A)(1+z^4)}\ . \tag{27}$$

Потенциальную энергию упругого элемента определим из интеграла энергии (6), подставив в него (10), (11), (20).

$$2h - 2\Pi(\tau) = \frac{1}{A + A_0 - 2N\cos 2\tau}\left\{g^2 - 2(AA_0 - N^2)c^2\mathrm{ctg}^2\tau\left(1+\sqrt{1+\mathrm{tg}^4\tau}\right) + \right.$$

$$\left. + 4(AA_0 - N^2\cos^2\tau)\kappa^2(\tau)\right\}. \tag{28}$$

Для определения компонент (4), (5) угловых скоростей тел в неизменно связанных с ними базисах необходимо вычислить углы собственных вращений из циклических интегралов (3), которые при ограничении (18) таковы

$$\dot{\varphi} = -\omega_3\ ,\ \dot{\Phi} = -\Omega_3\ . \tag{29}$$

Из конечных соотношений (2) с учётом (20) находим

$$\omega_3(z) = \frac{c\sqrt{1+z^2}}{2z^2\sqrt[4]{1+z^4}}\left(z^3 + 1 + \sqrt{1+z^4}\right),$$

$$\Omega_3(z) = \frac{c\sqrt{1+z^2}}{2z^2\sqrt[4]{1+z^4}}\left(-z^3 + 1 + \sqrt{1+z^4}\right).$$

Теперь из (29) определим

$$\begin{aligned} \varphi-\varphi_0 &= \frac{c}{2}\int\limits_{z_0}^{z}\frac{1+z^3+\sqrt{1+z^4}}{z^2\sqrt{1+z^2}\,\sqrt[4]{1+z^4}\;\kappa(z)}dz, \\ \Phi-\Phi_0 &= \frac{c}{2}\int\limits_{z_0}^{z}\frac{1-z^3+\sqrt{1+z^4}}{z^2\sqrt{1+z^2}\,\sqrt[4]{1+z^4}\;\kappa(z)}dz. \end{aligned} \tag{30}$$

Таким образом построено новое точное решение, определяемое соотношениями (4), (5), (10), (25), (27), (20), (30) и (28).

Литература

1. Лесина М.Е. Точные решения двух новых задач аналитической динамики системы сочленённых тел / М.Е. Лесина. – Донецк. – ДонГТУ. – 1996. – 238с.
2. Харламов М.П. О движении по инерции системы двух тел, сочленённых сферическим шарниром / М.П. Харламов, Г.А. Кононыхин // Механика твёрдого тела. – 1980. – Вып.12. – С.52-63.
3. Лесина М.Е. Частное решение шестой формы уравнений движения по инерции двух гироскопов Лагранжа / М.Е. Лесина, Я.В. Зиновьева // Сборник научно- методических работ. – Вып.11. – Донецк: ДонНТУ, 2019. – С. 78-82.
4. Лесина М.Е., Зиновьева Я.В. Нормальная форма уравнения движения двух гироскопов Лагранжа для одного случая движения системы / М.Е. Лесина, Я.В. Зиновьева // Сборник научно- методических работ. – Вып.11. – Донецк: ДонНТУ, 2019. – С. 83-85.

Lesina M.E.

PARTIAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF INERTIAL MOTION OF A SYSTEM OF TWO LAGRANGE GYROSCOPES

Abstract. *For the problem of inertial motion of a system of two Lagrange gyroscopes connected by a perfect spherical hinge, in the monograph [1] six forms of equations of motion are given. Another form of the equations is given in [2]. For each of the forms, particular solutions were found in [1], [2-4].*
Keywords: *system of Lagrange gyroscopes, exact solution, spherical hinge.*

УДК 531.38

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ДВИЖЕНИЙ СИСТЕМЫ ДВУХ ГИРОСКОПОВ ЛАГРАНЖА

Лесина М.Е., Савин А.И.

ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет»

savin.donntu@mail.ru

Постановка задачи, уравнения движения и интегралы этих уравнений задачи о движении по инерции системы двух гироскопов Лагранжа, сочленённых идеальным сферическим шарниром, приведены в работе [1]. При ссылке на формулы этой работы будем отмечать их звездочкой.

Ключевые слова: *инвариантное соотношение, гироскопы Лагранжа, идеальный сферический шарнир.*

Приведём здесь уравнения движения системы тел $(9)_*$

$$\begin{aligned} H\dot{\omega}_2 &= Nn_0\Omega_1 + (A_0 n - H\omega_3)\omega_1, \\ H\dot{\Omega}_2 &= Nn\omega_1 + (An_0 - H\Omega_3)\Omega_1, \end{aligned} \tag{1}$$

замену переменных $(10)_*$, $(11)_*$

$$\omega_1 = (\xi + 1)\kappa\,,\ \Omega_1 = (\xi - 1)\kappa\,, \tag{2}$$

$$\theta = 2\tau\,, \tag{3}$$

$$\dot{\tau} = -\kappa\,. \tag{4}$$

Перейдём в (1) от дифференцирования по t к дифференцированию по τ, в новых переменных получим

$$H\omega_2' = H(\xi + 1)\omega_3 - A_0 n(\xi + 1) - Nn_0(\xi - 1)\,, \tag{5}$$

$$H\Omega_2' = H(\xi - 1)\Omega_3 - Nn(\xi + 1) - An_0(\xi - 1)\,. \tag{6}$$

Из $(2)_*$ следуют соотношения

$$\begin{aligned} \omega_3 &= (\Omega_2 - \omega_2\cos 2\tau)/\sin 2\tau\,, \\ \Omega_3 &= (\Omega_2\cos 2\tau - \omega_2)/\sin 2\tau\,. \end{aligned} \tag{7}$$

Зададим инвариантное соотношение

$$\Omega_2 = \omega_2\,, \tag{8}$$

Тогда соотношения (7) принимают вид

$$\omega_3 = \omega_2 \operatorname{tg}\tau\,,\ \Omega_3 = -\omega_2 \operatorname{tg}\tau\,, \tag{9}$$

то есть

$$\Omega_3 = -\omega_3\,. \tag{10}$$

При вычислении производной (8) в силу уравнений (5), (6) учтём (10)

$$-2H\omega_3\xi + [(A_0 - N)n - (A - N)n_0]\xi + (A_0 - N)n + (A - N)n_0 = 0\,. \tag{11}$$

Введём ограничения на параметры A, A_0, N, n, n_0

$$(A_0 - N)n + (A - N)n_0 = 0, \tag{12}$$

тогда уравнение (11) упростится

$$2H\omega_3 = (A_0 - N)n - (A - N)n_0 . \tag{13}$$

Вместо A, A_0, N введём новые параметры K, n_x так

$$\begin{gathered} A_0 - N = n_0 / K , \\ A - N = -n / K , \\ N = n_* / K , \end{gathered} \tag{14}$$

уравнения (13), (9) запишем в виде

$$\omega_3 = \frac{n\, n_0}{HK} = \sigma , \tag{15}$$

$$\omega_2 = \sigma \operatorname{ctg}\tau . \tag{16}$$

Теперь подставим (15), (16), (14) в уравнение (5) и получим соотношение

$$nn_0 = (n_0 + n)n_* \xi \sin^2 \tau - (n_0 - n)n_* \sin^2 \tau ,$$

из которого определим

$$\xi = \frac{nn_0 + (n_0 - n)n_* z}{(n_0 + n)n_* z} , \tag{17}$$

здесь

$$z = \sin^2 \tau . \tag{18}$$

Для определения κ воспользуемся интегралом $(7)_*$, компонентами $(8)_*$

$$G_1^2 + G_2^2 + G_3^2 = g^2 , \tag{19}$$

$$G_1 = (A - N\cos\theta)\omega_1 + (A_0 - N\cos\theta)\Omega_1 , \tag{20}$$

$$\begin{gathered} G_2 = (A - N\cos\theta)\omega_2 + (A_0\cos\theta - N)\Omega_2 - n_0 \sin\theta, \\ G_3 = (A_0\Omega_2 - N\omega_2)\sin\theta + n_0\cos\theta + n, \end{gathered} \tag{21}$$

внесём в них сначала (2), (3), (8)

$$G_1 = \left[(A + A_0 - 2N\cos 2\tau)\xi + A - A_0\right]\kappa , \tag{22}$$

$$\begin{gathered} G_2 = \left[(A - N) + (A_0 - N)\cos 2\tau\right]\omega_2 - n_0 \sin 2\tau, \\ G_3 = (A_0 - N)\omega_2 \sin 2\psi + n + n_0 \cos 2\tau, \end{gathered} \tag{23}$$

а затем подставим сюда (14), (16), (17) и получим

$$G_1 = \frac{(n_0 - n)(4n_*^2 z^2 + n_0 n)}{(n_0 + n)n_*} \frac{\kappa}{K} .$$

Теперь из интеграла (19) получаем

$$\kappa^2(z) = \sigma^2 \frac{z(4cz^2 + bz - k_*^2)}{(4cz^2 + k_*^2)^2} , \tag{24}$$

здесь обозначено

$$c = \frac{n_0 n}{(n_0 + n)^2} , \; b = g^2 \frac{K^2 k_*^2}{\sigma^2 (n_0 - n)^2} - 1 + 2c\frac{n_0 - n}{n_*} , \; k_* = \frac{n_0 n}{n_*(n_0 + n)} .$$

Зависимость времени t от z определим из уравнения (4)

$$\sigma(t-t_0) = -\frac{1}{2}\int_{z_0}^{z} \frac{(4cz^2 + k_*^2)dz}{z\sqrt{(1-z)(4cz^2 + bz - k_*^2)}} . \qquad (25)$$

Обозначим $P_2(z) = 4cz^2 + bz - k_*^2$. Отметим, что $P_2(0) = -k_*^2 < 0$, $P_2(1) = 4c + b - k_*^2 = \frac{K^2}{\sigma^2}k_*^2\left[\frac{g^2}{(n_0 - n)^2} - 1\right]$. При условии $g^2 > (n_0 - n)^2$ существует интервал $z \in (z_*, 1)$, в котором $P_2(z) > 0$.

В интеграл $(6)_*$

$$A(\omega_1^2 + \omega_2^2) + A_0(\Omega_1^2 + \Omega_2^2) - 2N(\Omega_1\omega_1\cos\theta + \Omega_2\omega_2) + 2\Pi(\theta) = 2h \qquad (26)$$

подставим сначала (3), (2), (8)

$$\left[(A + A_0 - 2N\cos 2\tau)\xi^2 + 2(A - A_0)\xi + (A + A_0 + 2N\cos 2\tau)\right]\kappa^2 +$$
$$+ 2(A + A_0 - 2N)\omega_2^2 + 2\Pi = 2h,$$

затем внесём сюда (16)-(18), (14) и получим

$$2h_* - 2\Pi(z) = \frac{\sigma^2}{K}\frac{(M_1 z + m_0)(4cz^2 + k_*^2) - (8cz + b)n_0 n / n_*}{(4cz^2 + k_*^2)^2}, \qquad (27)$$

где

$$M_0 = 8c^2(n_0 - n) + 4(1-b)cn_*,$$
$$M_1 = bc(n_0 - n) + bn_* + 8ck_* n_*.$$

В циклические интегралы $(3)_*$

$$I(\omega_3 + \dot{\varphi}) = n, \quad I_0(\Omega_3 + \dot{\Phi}) = n_0$$

внесем (10), (15)

$$\dot{\varphi} = \frac{n}{I} - \sigma, \quad \dot{\Phi} = \frac{n_0}{I_0} + \sigma$$

и определим углы собственных вращений тел

$$\varphi - \varphi_0 = \left(\frac{n}{I} - \sigma\right)(t - t_0),$$
$$\Phi - \Phi_0 = \left(\frac{n_0}{I_0} + \sigma\right)(t - t_0) \qquad (28)$$

(здесь I, I_0 - осевые моменты инерции тел).

Из конечных соотношений $(4)_*$, $(5)_*$

$$\omega_1^* = \omega_1\cos\varphi + \omega_2\sin\varphi, \quad \omega_2^* = -\omega_1\sin\varphi + \omega_2\cos\varphi,$$
$$\Omega_1^* = \Omega_1\cos\Phi + \Omega_2\sin\Phi, \quad \Omega_2^* = -\Omega_1\sin\Phi + \Omega_2\cos\Phi \qquad (29)$$

можно определить компоненты (ω_1^*, ω_2^*) и (Ω_1^*, Ω_2^*) угловых скоростей $\boldsymbol{\omega}_*$, $\boldsymbol{\Omega}_*$ тел в неизменно связанных с ними базисах.

Таким образом соотношениями (2), (17), (24), (16), (29), (28), (25) и (27) определены компоненты угловых скоростей тел в неизменно связанных с ними базисах и потенциальная энергия упругого элемента $\Pi(z)$.

Литература

1. Лесина М.Е. Частное решение задачи о движении по инерции системы двух гироскопов Лагранжа / М.Е. Лесина. – [Настоящий сборник]

Lesina M.E., Savin A.I.

ABOUT ONE CLASS OF MOTIONS OF A SYSTEM OF TWO LAGRANGE GYROSCOPES

Abstract. *The statement of the problem, the equations of motion and the integrals of these equations of the problem of inertial motion of a system of two Lagrange gyroscopes articulated by a perfect spherical hinge are given in [1]. When referring to the formulas of this work, we will mark them with an asterisk.*

Keywords: *invariant relation, Lagrange gyroscopes, perfect spherical hinge.*

УДК 378.016:51 – 044.325

ПРОБЛЕМЫ КАЧЕСТВА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ-ЗАОЧНИКОВ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Литовка В.В.

ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный педагогический университет»

tory.lit@gmail.com

В статье рассмотрены основные проблемы, влияющие на качество обучения математике при подготовке студентов-заочников физико-математических специальностей в ВУЗе. Предложены возможные пути решения данных проблем (внедрение пропедевтического адаптационного курса математики, применение новых форм и методов обучения математике), что будет способствовать повышению уровня математической подготовки студентов-заочников физико-математических специальностей.

Ключевые слова: *качество обучения математике, пропедевтический адаптационный курс математики, повышение качества подготовки студентов-заочников.*

Одной из актуальных проблем, стоящих сегодня перед высшей школой, является повышение качества подготовки выпускников. Процессы, происходящие в современном образовании (стандартизация, изменение требований рынка труда и др.), отражают потребность общества в высококвалифицированном специалисте, а также влияют на изменения, происходящие в системе его подготовки.

Одним из важнейших факторов, влияющих на качество высшего образования в целом, и заочного в том числе, является качество обучения, которое, в свою очередь, определяет и качество подготовки студентов.

Цель статьи – выявление основных проблем, влияющих на качество обучения математике студентов-заочников физико-математических специальностей в ВУЗе, и возможных путей их решения.

В современном обществе все больше наблюдается неудовлетворенность качеством математического образования на всех его уровнях как среди родителей выпускников и самих выпускников, так и среди учителей школ, преподавателей ВУЗов. Математическая подготовка будущих абитуриентов и студентов с каждым годом снижается. Об этом свидетельствуют международные исследования TIMSS и PISA, результаты ЕГЭ по математике, вступительных экзаменов ([3], [1]).

Как показывает практика, в ВУЗы все чаще стали поступать студенты с недостаточной математической подготовкой, с низким уровнем познавательной мотивации и отсутствием желания самостоятельно работать, что в дальнейшем оказывает влияние на их успеваемость.

Мы считаем, что на успеваемость студентов-заочников физико-математических специальностей первого курса обучения в сложившихся условиях серьезно влияют:

1) наличие пробелов в знаниях, навыках (студенты-заочники в большинстве своём школу закончили относительно давно, основные положения школьной программы уже забыты);

2) отличие школьных программ в различных школах (поступают выпускники из разных школ и различных профильных классов с индивидуальными учебными планами и количеством часов);

3) отсутствие у большинства студентов элементарных навыков логического мышления;

4) отсутствие навыков самостоятельной работы (неспособность самостоятельно решить поставленную задачу);

5) индивидуальные особенности личности обучающихся (например, медлительность, неуверенность, неспособность к длительной концентрации внимания, сосредоточенности, плохая память);

6) неправильно сформированная система оценивания знаний (важен результат, а не процесс обучения);

7) неодинаковые условия поступления (целевой прием,

льготники (сироты, люди с ограниченными возможностями)), снижающие требования к абитуриенту.

Таким образом, основой для повышения качества обучения должно стать создание благоприятной среды для личностного роста студентов-заочников на основе мотивирования и стимулирования образовательной деятельности с учетом их способностей и уровня подготовки.

Несомненно, как отмечают исследователи, успеваемость студентов (которая во многом определяет качество подготовки будущего специалиста), в первую очередь, зависит от личностных факторов. Так, качественная подготовка студентов, в том числе и заочников, напрямую зависит от внутренней мотивации личности. Поэтому необходимо при обучении студентов математике уделять больше внимания практической направленности данной дисциплины, объяснять, для чего необходимо изучение математики в жизнедеятельности человека.

Однако на качество обучения математике студентов-заочников существенно влияет и сокращение аудиторных часов, выделяемых на лекционные и практические занятия (при увеличении часов на самостоятельное изучение). Ведь заочное обучение объединяет в себе самообучение и очную форму обучения, требует от студентов навыков самостоятельной работы, которые зачастую оказываются недостаточно сформированными. Так как именно отсутствие мотивации у студентов учиться самостоятельно, недостаточная их самоорганизованность, недостаток аудиторных часов, отведенных на лекционный, практический курс, отсутствие непосредственного контакта преподавателя и студента в семестре, недостаточное число адаптированных учебных пособий для студентов-заочников и оказывают негативное влияние на качество обучения математике.
Не менее важной проблемой в рамках обеспечения качества обучения студентов-заочников является несогласованность организации процесса преподавания курса математики студентам физико-математического направления. Особенно это актуально для математиков и физиков. Высокий теоретический уровень развития современной физики приводит к тому, что без знания соответствующего раздела математики разобраться в содержании физической теории иногда невозможно. Однако считается, что студенты, только что поступившие в ВУЗ, уже усвоили, например, понятия производной и интеграла в старших классах средней школы, но на практике это не соответствует действительности.

В итоге преподаватели физики на своих занятиях вынуждены тратить значительное время на изложение краткой информации о дифференциальных уравнениях первого и второго порядка, в том числе в частных производных.

Следующей проблемой выступает несогласованность курсов математики и физики в отношении преподавания отдельных дисциплин, например, « Теории вероятностей и математической статистики» у студентов-физиков. Дело в том, что без знания элементов теории вероятностей студентам будет невозможно понять такие темы в разделе «Молекулярная физика», как «Распределения Максвелла и Больцмана», «Второе начало термодинамики. Энтропия». При этом данные темы физики изучаются студентами-заочниками раньше, чем « Теория вероятностей и математическая статистика».

В дополнение к сказанному следует отметить тот факт, что без элементов математической статистики очень трудно объяснить теорию погрешностей, с которой студенты-заочники сталкиваются уже на первом курсе при выполнении первых лабораторных работ. Поэтому преподаватель физики вынужден тратить значительный объем времени на объяснение понятия частной производной, поскольку без него невозможно вычислить ни одну погрешность косвенных измерений при выполнении лабораторных.

Ситуация еще больше осложняется, когда студенты начинают изучение третьего раздела курса общей физики — «Электромагнетизм». Здесь преподавателю физики необходимо использовать фактически все элементы высшей математики, встречающиеся в курсе физики. Речь идет о дифференциальных операторах (дивергенция, ротор, градиент, оператор Лапласа); интегралах по объему и поверхности; линейном интеграле и пр. Перечисленные ж е темы излагаются в курсе математики гораздо позже.

Обучение математике и физике усугубляется принципиальным отличием в языке этих дисциплин, выражающимся в различных принципах их построения и системе используемых обозначений, понятий и определений [2]. В итоге студенты, обладающие неплохими знаниями в области математики, зачастую с большим трудом способны применить их на занятиях по физике. Так, например, функция одной переменной, которая в курсе математики обозначается как $y = f(x)$, оказывается «непонятной» студентам в записи вида $S = f(t)$.

Отдельной проблемой является чтение и понимание графиков студентами. Очень часто преподавателям физики приходится объяснять основы: названия осей, выбор масштаба, давать понятие линейной и квадратичной функции, их графики. Студенты не могут объяснить, о чем говорят получившиеся зависимости, не могут сделать вывод о характере происходящего процесса. Эта проблема всплывает сразу же при разборе графиков равномерного и равнопеременного движения, а также на первых лабораторных работах. Не меньше трудностей возникает у обучающихся при построении графиков каких-либо физических закономерностей.

Также следует отметить то, что некоторые разделы математики студенты изучали еще в средней школе, будучи в пятом, шестом классе. Решение практически любой физической задачи требует умения грамотно провести математические преобразования с дробями. По этой причине студенты в большинстве случаев при решении задач не могут довести ее до конца, т.е. студенты не знают дроби.

Все это говорит о достаточно низкой базовой школьной подготовке нынешних абитуриентов.

В связи с этим преподавателям при создании учебно-методических пособий для студентов-физиков отдельным блоком в приложения приходится давать всю необходимую справочную литературу по математике. Но это не решает данные проблемы, особенно, если студент имеет значительные пробелы в определенных областях математики.

В связи с этим одним из путей повышения качества обучения математике студентов-заочников физико-математических специальностей нам видится введение пропедевтического адаптационного курса математики под названием «Краткий математический инструментарий для начинающего физика».

Данный курс необходимо включить в учебные планы для студентов всех направлений подготовки по физике. Занятия по данной дисциплине должны проводиться в первом семестре. Форма проведения этих занятий – практическая; форма проведения промежуточной аттестации – зачет. Данный курс должен включать в себя «стыковые» разделы математики, чтобы сгладить «разрыв» между преподаванием математики и физики, описанный выше.

Следует отметить, что важной особенностью преподавания пропедевтического адаптационного курса математики для физиков является то, что он должен проходить параллельно основным математическим дисциплинам, а не предшествуя им. Это позволит обобщить и систематизировать уже имеющиеся умения и навыки и параллельно углублять (расширять) их при изучении основных дисциплин.

Обязательным условием начала изучения данного курса должно являться входное тестирование. Результаты тестирования дадут возможность преподавателю иметь четкое и независимое представление об уровне и структуре математической подготовки первокурсников.

Основные цели адаптационного курса математики:

– повышение уровня школьных математических знаний, умений и навыков первокурсников до уровня, требуемого для качественного овладения базовыми математическими дисциплинами;

– развитие логического и алгоритмического мышления студентов.

Следующим путем решения выше перечисленных проблем мы считаем разработку и применение новых форм и методов обучения математике.

Традиционные способы обучения математике – лекции, на которых студенты пишут конспекты, а также практические занятия, где на доске вручную решаются задачи. Однако практическое освоение материала студентами-заочниками за отводимое на их долю время при существующем уровне подготовки абитуриентов не может быть реализовано. Поэтому мы считаем, что курсы лекций, имея четкую логическую последовательность, должны носить ярко выраженную прикладную направленность, учитывающую специфику будущей специальности студентов. При этом на самих лекциях должны разбираться ключевые понятия и важнейшие результаты, а все остальные детали студенты-заочники должны изучать самостоятельно; преподаватель же будет выступать в роли координатора данного процесса.

Традиционный способ ведения практических занятий необходимо заменить на использование в процессе обучения таких математические пакетов, как MathCad, MahLab, Maple, GeoGebra и др. Наилучшим разрешением данной проблемы можно считать то, что половину практических занятий необходимо посвящать решению несложных типовых задач вручную (на доске), а другую половину времени отводить на решение сложных задач с помощью математических пакетов.

Для обеспечения самостоятельной работы студентов-заочников можно внедрить учебно-методические комплексы по математике, содержащие тексты лекций и практические занятия, в рамках которых предлагается большое количество задач для самостоятельного решения и разнообразные материалы для самообразования и самоконтроля, творческие задания. В эти учебные комплексы могут войти специальные электронные рабочие тетради для самостоятельного обучения в виде файлов. Более того, можно привлечь самих студентов к разработке таких пособий. Благодаря таким методическим комплексам лекция может превратиться в активный диалог преподавателя со студентами, позволит направлять самостоятельную работу в нужное русло.

Выводы

Образование определяет не только интеллектуальные и профессиональные возможности человека, образование участвует в формировании личности и, в определенном смысле, влияет на судьбу человека. Именно поэтому любые изменения в сфере образования должны быть тщательно продуманными и взвешенными.

Сейчас, в рамках повышения качества образования выпускников ВУЗов, при переходе на новые образовательные стандарты необходимо руководствоваться многолетним опытом и традициями физико-математического образования, ответственно, а не формально отнестись к работе по составлению новых учебных планов, новых рабочих программ, очень бережно отнестись к формированию содержания дисциплин.

Анализ литературы показал, что на современном этапе возможность повышения качества подготовки выпускников ВУЗов зависит от нескольких факторов. Одним из важнейших является оптимизация учебного процесса, пересмотр учебных планов и программ с целью привести их к соответствию между квалификацией выпускника и изучаемыми им предметами. Также важную роль играет поиск новых форм и методов преподавания.

Предложенные пути совершенствования процесса обучения математике позволят повысить качество подготовки студентов-заочников физико-математических специальностей.

Литература

1. Бодряков В. Ю. Проблемы качества математического образования в педагогическом вузе и пути их решения / Бодряков Владимир Юрьевич, Воронина Людмила Валентиновна // Педагогическое образование в России. — 2018. — № 2. — С. 15-27.
2. Прошкин С. С. Некоторые проблемы, возникающие в процессе преподавания математики студентам естественнонаучных специальностей / Известия РГПУ им. А.И. Герцена. – 2013. – № 154. –С 164 – 169.
3. Токтарова В.И., Федорова С.Н. Математическая подготовка студентов: причины негативных тенденций // Высшее образование в России. –2017. –№ 208 (1).–С. 85–92.

Litovka V.V.

PROBLEMS OF THE QUALITY OF MATHEMATICS LEARNING TO CORRESPONDENCE STUDENTS OF PHYSICS AND MATHEMATICS SPECIALTIES

Annotation. *The article deals with the main problems that affect the quality of learning mathematics in the preparation to correspondence students of physics and mathematics specialties at the university. Possible ways of solving these problems are proposed (introduction of a propaedeutic adaptation course in mathematics, application of new forms and methods of teaching mathematics), which will contribute to improving the level of mathematical training of correspondence students of physics and mathematics specialties.*

Keywords: *quality of learning mathematics, propaedeutic adaptation course of mathematics, improving the quality of training of correspondence students.*

УДК 517.1, 372.851

ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ПРИЗНАК СХОДИМОСТИ ДЛЯ РЯДОВ ПРОИЗВОЛЬНОГО ВИДА

[1,2]Логачёв А.В., [1]Логачёва О.М.

[1]Сибирский государственный университет геосистем и технологий;
[2]Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН.
omboldovskaya@mail.ru

В работе предложен новый интегральный признак сходимости рядов. В отличие от хорошо известного интегрального признака Коши-Маклорена, он позволяет исследовать на условную сходимость знакопеременные ряды.

Ключевые слова: *числовые ряды, условная сходимость, признаки сходимости рядов.*

В курсе высшей математики для инженеров изучается теория рядов. Основной задачей этого раздела является исследование рядов на сходимость. Если есть основание полагать, что общий член числового ряда с положительными членами асимптотически ведет себя как геометрическая прогрессия, то применяют признак Даламбера или радикальный признак Коши. Если же общий член стремится к нулю с меньшей скоростью, то применяют признаки сравнения или интегральный признак Коши-Маклорена (приведем его ниже).

Теорема 1 [1]. *Пусть функция* $f(x)$ *удовлетворяет условиям:*

1) $f(x) \ge 0$, *при* $x \in [1, \infty)$ *;*

2) $f(x)$ *монотонно не возрастает при* $x \in [1, \infty)$ *;*

3) для всех $n \in \mathrm{N}$ *справедливо равенство* $a_n = f(n)$.

Тогда ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *и несобственный интеграл* $\int_1^{\infty} f(x)dx$ *сходятся или расходятся одновременно.*

Еще раз подчеркнем, что эта теорема применяется при исследовании на сходимость знакопостоянных рядов. В случае рядов со знакопеременными членами, эту теорему применить нельзя, так как условие 2) никогда не будет иметь место. Ряды со знакопеременными членами могут встретится в различных прикладных задачах, например, связанных с приближенными вычислениями. Основной результат настоящей работы – теорема, которая распространяет интегральный признак на случай рядов общего вида. При наличии времени мы рассматриваем при изложении курса высшей математики следующий результат:

Теорема 2. *Пусть функция* $f(x)$ *удовлетворяет условиям:*

1) $f(x)$ *непрерывно дифференцируема при* $x \in [1, \infty)$ *;*

2) несобственный интеграл $\int\limits_1^\infty f'(x)dx$ *сходится абсолютно;*

3) для всех $n \in \mathrm{N}$ *справедливо равенство* $a_n = f(n)$.

Тогда ряд $\sum\limits_{n=1}^\infty a_n$ *и несобственный интеграл* $\int\limits_1^\infty f(x)dx$ *сходятся или расходятся одновременно.*

Доказательство. Справедливо следующее свойство: для того, чтобы последовательности сходились или расходились одновременно достаточно, чтобы существовал предел их разности.

Используя это свойство и условия 1), 3) теоремы, получаем

$$\Delta_n := \sum_{k=2}^n a_k - \int\limits_1^n f(x)dx = \int\limits_1^2 (f(2) - f(x))dx + \ldots + \int\limits_{n-1}^n (f(n) - f(x))dx$$

$$= \int\limits_1^2 \int\limits_x^2 f'(t)dtdx + \ldots + \int\limits_{n-1}^n \int\limits_x^n f'(t)dtdx = \int\limits_1^2 \int\limits_1^t f'(t)dxdt + \ldots + \int\limits_{n-1}^n \int\limits_{n-1}^t f'(t)dxdt$$

$$= \int\limits_1^2 (t-1) f'(t)dt + \ldots + \int\limits_{n-1}^n (t-n+1) f'(t)dt.$$

Таким образом,

$$\Delta_n = \sum_{k=2}^n \int\limits_{k-1}^k (t-k+1) f'(t)dt. \qquad (1)$$

Значит, достаточно доказать абсолютную сходимость ряда в правой части (1). Будем иметь

$$\sum_{k=2}^n \left| \int\limits_{k-1}^k (t-k+1) f'(t)dt \right| \le \sum_{k=2}^n \int\limits_{k-1}^k |f'(t)|dt = \int\limits_1^n |f'(t)|dt .$$

Из условия 2) теоремы следует, что существует предел

$$\lim_{n\to\infty} \int\limits_1^n |f'(t)|dt.$$

Поэтому ряд в правой части равенства (1) сходится абсолютно, следовательно, существует предел и у Δ_n .

Осталось показать, что если существует предел

$$\lim_{n\to\infty} \int\limits_1^n f(x)dx = A, \;\; n \in \mathrm{N}, \qquad (2)$$

то существует также предел

$$\lim_{u\to\infty}\int_1^u f(x)dx,\ \ u\in\mathbf{R}. \tag{3}$$

Из условия 2) теоремы следует, что существует предел

$$\lim_{x\to\infty} f(x),$$

поэтому из (2) следует, что

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=0. \tag{4}$$

Из (2) и (4) следует, что для любого $\varepsilon>0$ существует $n(\varepsilon)$ такое, что для всех натуральных $n\ge n(\varepsilon)$ и всех $x\ge n(\varepsilon)$ выполнены неравенства

$$\left|\int_1^n f(x)dx-A\right|<\frac{\varepsilon}{2},\qquad |f(x)|<\frac{\varepsilon}{2}. \tag{5}$$

Используя неравенства (5) для всех $u\ge n(\varepsilon)$ будем иметь

$$\left|\int_1^u f(x)dx-A\right|\le\left|\int_1^{[u]} f(x)dx-A\right|+\int_{[u]}^u |f(x)|dx<\varepsilon,$$

здесь $[u]$ — целая часть числа u. Таким образом, мы доказали существование предела (3). Теорема 2 доказана.

Приведем пример ряда, который можно исследовать на условную сходимость с помощью теоремы 2.

Пример. Исследовать ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\sqrt{n}}{n}$ на сходимость.

Рассмотрим функцию $f(x)=\dfrac{\sin\sqrt{x}}{x}$ и исследуем на сходимость несобственный интеграл

$$\int_1^{\infty}\frac{\sin\sqrt{x}}{x}dx=\{t=\sqrt{x},x=t^2,dx=2tdt\}=2\int_1^{\infty}\frac{\sin t}{t}dx$$

$$=-\frac{2\cos t}{t}\bigg|_1^{\infty}-2\int_1^{\infty}\frac{\cos t}{t^2}dt=2\cos 1-2\int_1^{\infty}\frac{\cos t}{t^2}dt\ .$$

Интеграл сходится, так как

$$\int_1^{\infty}\left|\frac{\cos t}{t^2}\right|dt\le\int_1^{\infty}\frac{1}{t^2}dt=-\frac{1}{t}\bigg|_1^{\infty}=1\,.$$

Очевидно, что для $x \geq 1$

$$\left|\left(\frac{\sin\sqrt{x}}{x}\right)'\right| = \left|\frac{\cos\sqrt{x}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}x - \sin\sqrt{x}}{x^2}\right| \leq \frac{3}{2x^{\frac{3}{2}}}.$$

Таким образом, интеграл

$$\int_1^\infty \left(\frac{\sin\sqrt{x}}{x}\right)' dx$$

сходится абсолютно, следовательно, и исходный ряд сходится условно.
В заключении отметим, что теорема 2 может быть использована в случаях, когда затруднительно применение признаков Абеля и Дирихле.

Литература

1. Дороговцев А.Я. Математический анализ. Краткий курс в современном изложении. К.: Факт, 2004. - 560 с.

Logachov A.V., Logachova O.M.

THE INTEGRAL CONVERGENCE TEST FOR SERIES OF REAL NUMBERS

Abstract. *A new integral test of series convergence is proposed in this paper. In contrast to the well-known Maclaurin–Cauchy integral test, it allows us to test series of real numbers on the conditional convergence.*
Keywords: *numerical series, conditional convergence, series convergence tests.*

УДК 536.7

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА АРГОНА НА ОСНОВЕ СМЕЩЁННОГО ПОТЕНЦИАЛА ЛЕННАРД-ДЖОНСА В ЗАКРИТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ

Локтионов И.К.

ГОУВПО “Донецкий национальный технический университет”, ДНР

likk@telenet.dn.ua, lok_ig@mail.ru

Рассматривается модель жидкости с модифицированным потенциалом Леннарда-Джонса, допускающая численное решение на основе интегрального представления для свободной энергии с парными межчастичными потенциалами. Результаты расчётов некоторых равновесных термодинамических свойств модели сопоставляются с данными экспериментов.

Ключевые слова*: смещенный потенциал Леннарда-Джонса, уравнение состояния, критическая точка, термодинамические свойства.*

ВВЕДЕНИЕ

Термодинамические свойства вещества зависят от сил взаимодействия между частицами, образующими это вещество. Реальный межчастичный потенциал, связанный с силами взаимодействия неизвестен. Однако данные различных экспериментов позволяют получить определённое представление о характере зависимости потенциалов от сорта взаимодействующих частиц и от расстояния между ними. Поэтому для расчётов свойств вещества в рамках какой-либо математической теории приходится использовать различные потенциальные функции, которые воспроизводят особенности поведения реальных потенциалов. В ряде работ [1-5], где в качестве аппроксимирующих функций привлекались линейные комбинации экспоненциальных, осциллирующих потенциалов и потенциалов Юкавы, на основе формализма Д.Н. Зубарева [6] получены не только качественно верные, но и для некоторых свойств, хорошо согласующиеся с экспериментом результаты. Наиболее востребованным, судя по количеству работ, для описания свойств является потенциал Леннарда-Джонса

$$V(r) = 4\varepsilon\left[\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{6}\right], \qquad (1)$$

(где ε -глубина потенциальной ямы, σ - нуль потенциала).

Однако фурье-образ, вычисляемый по формуле

$$\tilde{v}(k) = \int d^3\vec{r}\, v(r)\exp\left(i\vec{k}\cdot\vec{r}\right) = \frac{4\pi}{k}\int_0^\infty r v(r)\sin(kr)dr \tag{2}$$

для потенциала (1) не существует, т.к. интеграл (2) расходится. Поэтому потенциал (1) не может быть использован в подходе Д. Н. Зубарева, согласно которому свободная энергия системы N одинаковых частиц с парны потенциалом $v(|r|)$, размещённых в объёме V определяется интегральным соотношением

$$F = -\frac{1}{\beta}\ln Z = F_{id} + \frac{n^2V}{2}\tilde{v}(0) + \frac{V}{2\beta}I(n,\beta), \tag{3}$$

$$I(n,\beta) = \int_\Omega \left[\ln\left(1 + n\beta\tilde{v}(k)\right) - n\beta\tilde{v}(k)\right]d^3k/(2\pi)^3 . \tag{4}$$

Здесь обозначено $\beta = 1/k_BT$ – обратная температура, k_B – постоянная Больцмана, $n = N/V$ –плотность числа частиц, $F_{id} = N\ln\left(n\cdot\lambda^3\right)/\beta$, $\lambda^2 = \beta h^2/2\pi m_0$ – тепловая длина волны де Бройля, m_0 –масса частицы, h –постоянная Планка. Предполагается, что парный потенциал $v(|r|)$ имеет фурье-образ $\tilde{v}(k)$. Выражение (3) получено в [7] путём преобразования конфигурационного интеграла к интегралу типа Лапласа, который вычислен в квадратичном приближении метода перевала.

ТЕОРИЯ

Задача расчёта свойств становится разрешимой в рамках подхода [6,7], если потенциал (1) подвергнуть модификации и рассматривать смещённый потенциал

$$v(r) = 4\varepsilon\left[\left(\frac{\sigma^2}{r^2+\alpha^2}\right)^m - \left(\frac{\sigma^2}{r^2+\alpha^2}\right)^n\right] \tag{5}$$

с показателями $m = 6$ и $n = 3$. Введение параметра α приводит к сдвигу потенциала (1) вдоль оси $0-r$ и сходимости интеграла в (2). Ясно, что в пределе при $\alpha \to 0$ потенциал (5) совпадает с (1). Фурье-образ потенциала (5) при $m = 6$ и $n = 3$ имеет вид

$$\tilde{v}(t,a,A) = Aa^3\exp(-t)\left[\frac{a^6}{480}P_4(t) - (t+1)\right] = A\cdot\tilde{v}(t,a), \tag{6}$$

где $P_4(t) = t^4 + 10t^3 + 45t^2 + 105t + 105$, $A = \pi^2\varepsilon\sigma^3$,
$\tilde{v}_0(a) = a^3\left(105a^6/108 - 1\right)$.

Для удобства вычислений здесь введены безразмерные переменная $t=\alpha k$ и параметр $a=\sigma/\alpha$. Из условия устойчивости термодинамической системы $\tilde{v}(k)\geq 0$ [8,9] следует неравенство $a\geq\sqrt[6]{480/105}\approx 1.2883$, определяющее актуальные значения параметра a (или α) при заданном σ.

Расчёт свойств выполняется с помощью стандартных соотношений, получаемых на основе уравнения состояния

$$P=-\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T=\frac{n}{\beta}+\frac{n^2\tilde{v}_0(a)}{2}-\frac{a^3}{4\pi^2\beta\sigma^3}J(n,\beta,a,A), \tag{7}$$

где $J(n,\beta,a,A)=\int\limits_0^\infty dt\,t^2\left[\ln\left(1+n\beta A\tilde{v}(t,a)\right)-\frac{n\beta A\tilde{v}(t,a)}{1+n\beta A\tilde{v}(t,a)}\right]$.

Критическое состояние вещества задается системой уравнений относительно безразмерных неизвестных $x_c=n_c\beta_c A$ и a:

$$\begin{cases}\left(\frac{\partial P}{\partial n}\right)_c=\frac{1}{\beta_c}\left(1+x_c\tilde{v}_0(a)-\frac{a^3}{4\pi^2 n_c\sigma^3}I_1(x_c,a)\right)=0,\\ \left(\frac{\partial^2 P}{\partial n^2}\right)_c=\frac{1}{n_c\beta_c}\left(x_c\tilde{v}_0(a)-\frac{a^3}{4\pi^2 n_c\sigma^3}I_2(x_c,a)\right)=0.\end{cases} \tag{8}$$

$$I_1(x_c,a)=\int\limits_0^\infty dt\,t^2\left(\frac{x_c\tilde{v}(t,a)}{1+x_c\tilde{v}(t,a)}\right)^2,\quad I_2(x_c,a)=\int\limits_0^\infty dt\,t^2\,\frac{\left(x_c\tilde{v}(t,a)\right)^2\left(1-x_c\tilde{v}(t,a)\right)}{\left(1+x_c\tilde{v}(t,a)\right)^3}.$$

$C(a)=\dfrac{a^3}{4\pi^2 n_c\sigma^3}$, все величины, относящиеся к критической точке снабжены индексом “c”.

Заметим, что интегралы $J(n,\beta,a,A)$, $I_1(x_c,a)$ $I_2(x_c,a)$ оказываются “неберущимися”. Решение системы (8) устанавливает связь критических значений n_c,β_c с параметрами потенциала и позволяет производить расчёт в безразмерных координатах.

Систему (8) не удается редуцировать к одному уравнению с одной неизвестной (метод подстановки не реализуется, т.к. не возможно “разделить” искомые величины) решение которого было бы существенно проще решения системы (8). Однако система сводится к уравнению с двумя неизвестными x_c и a:

$$\left(1+x_c\tilde{v}_0(a)-\frac{a^3}{4\pi^2 n_c\sigma^3}I_1(x_c,a)\right)^2+\left(x_c\tilde{v}_0(a)-\frac{a^3}{4\pi^2 n_c\sigma^3}I_2(x_c,a)\right)^2=0, \tag{9}$$

решение которого можно заменить равносильной задачей поиска нулевого минимума функции двух переменных x_c и a. Установлено, что при заданных значениях критической плотности $n_c = \rho_c N_A / M$ и σ ($n_c \sigma^3 = 0.3188$) для аргона нулевой минимум функции в левой части (9) достигается в точке $a \approx 1.6074$, $x_c \approx 0.0720$. Уравнение состояния (7) в приведенных координатах $\Pi = P/P_c$, $\tau = T/T_c$, $\varphi = 1/\omega = n_c/n$ принимает вид

$$\Pi(\tau,\varphi) = \frac{1}{Z_c}\left(\frac{\tau}{\varphi} + \frac{x_c \tilde{v}_0(a)}{2\varphi^2} - \frac{a^3 \cdot \tau}{4\pi^2 n_c \sigma^3} I(\tau,\varphi)\right), \quad (10)$$

$$I(\tau,\varphi) = \int_0^\infty dt t^2 \left[\ln\left(1 + \frac{x_c}{\tau\varphi}\tilde{v}(t,a)\right) - \frac{x_c \tilde{v}(t,a)/\tau\varphi}{1 + x_c \tilde{v}(t,a)/\tau\varphi}\right].$$

$Z_c = 1 + \frac{x_c \tilde{v}_0(a)}{2} - \frac{a^3}{4\pi^2 n_c \sigma^3} I(\tau = 1, \varphi = 1)$, $Z_c = 0.276569$ – фактор сжимаемости в критической точке.

Можно ожидать, что решение (x_c, a) уравнения (9) для других инертных газов будет близко к найденному выше, поскольку для них произведение $n_c \sigma^3 \approx 0.3$. Поэтому знание решения может оказаться полезным для расчётов свойств неона, криптона ксенона.

РАСЧЕТ и ЭКСПЕРИМЕНТ

Расчёт термодинамических свойств выполняется для аргона по следующим ниже формулам, получаемым из (7) при $P = 10\ МПа$ с использованием значений плотности $\omega(T)$, вычисляемым по уравнению состояния (10):

— молярная изобарная теплоемкость

$$C_P(\tau,\omega) = C_V(\tau,\omega) - T_c \tau \frac{(\partial P/\partial T)_V^2}{(\partial P/\partial V)_T}, \quad (11)$$

— молярная изохорная теплоемкость

$$C_V(\tau,\omega) = R\left(\frac{3}{2} + \frac{a^3}{4\pi^2 n_c \sigma^3} \frac{I_1(\tau,\omega)}{\omega}\right), \quad (12)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = k_B n_c \omega \left(1 - \frac{a^3}{4\pi^2 n_c \sigma^3} \frac{1}{\omega}\left[J(\tau,\omega) - I_1(\tau,\omega)\right]\right),$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\tau\frac{(n_c\omega)^2}{\beta_c N_A}\left(q^2(\tau,\omega) - \frac{a^3}{4\pi^2 n_c\sigma^3}\frac{I_1(\tau,\omega)}{\omega}\right),\ C_{P,V}^{óäåë} = \tilde{N}_{P,V}^{ìîëÿð}\cdot/M,$$

$$I_1(\tau,\omega) = \int_0^\infty dt\, t^2\left(\frac{f(\tau,\omega)\tilde{v}(t,a)}{1+f(\tau,\omega)\tilde{v}(t,a)}\right)^2,\quad f(\tau,\omega) = \frac{x_c\omega}{\tau},$$

$$J(\tau,\omega) = \int_0^\infty dt t^2\left[\ln\left(1+f(\tau,\omega)\tilde{v}(t,a)\right) - \frac{f(\tau,\omega)\tilde{v}(t,a)}{1+f(\tau,\omega)\tilde{v}(t,a)}\right].$$

— коэффициент Джоуля-Томсона

$$\alpha_P(\tau,\omega) = \frac{-1}{C_P(\tau,\omega)}\left(T_c\tau\frac{(\partial P/\partial T)_V}{(\partial P/\partial V)_T} + \frac{N_A}{n_c\omega}\right), \tag{13}$$

— скорость звука

$$u_P(\tau,\omega) = \frac{1}{m_0 n_c\omega}\sqrt{\frac{M\tau T_c}{C_V(\tau,\omega)}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V^2 - M\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}, \tag{14}$$

$m_0 = M/N_A$, M – молярная масса вещества, $R = k_B N_A$ – универсальная газовая постоянная, $N_A = 6.022\cdot 10^{23}$ – число Авогадро. На всех рисунках сплошные линии представляют результаты расчётов, а линии с “кружками” изображают соответствующие экспериментальные данные [10].

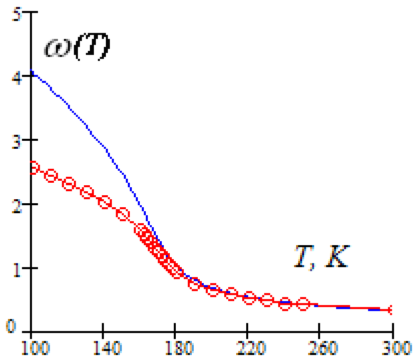


Рис.1. Приведенная плотность при $P = 10$ *МПа.*

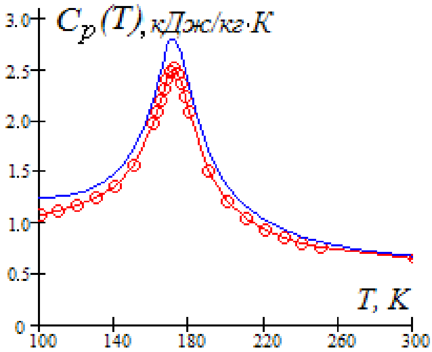


Рис.2. Удельная $C_P(T)$ аргона (11).

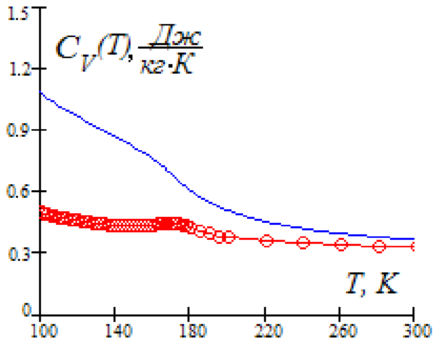


Рис.3. Удельная $C_V(T)$ аргона (12).

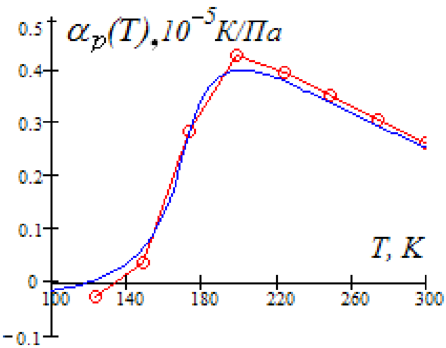


Рис.4. Коэффициент Джоуля-Томсона аргона (13).

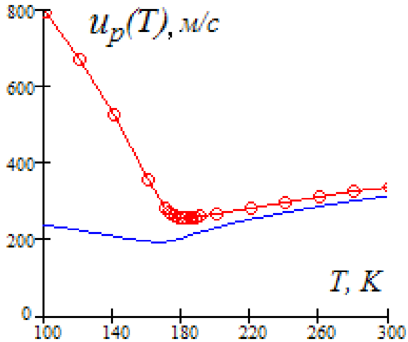


Рис. 5. Скорость звука в аргоне (14)

ВЫВОДЫ

Подобные расчёты можно провести для смещённого потенциала и с другими показателями степеней m и n.

Недостатком рассмотренной модели является наличие единственного решения системы для КТ, что исключает возможность улучшения согласия теоретических расчётов с экспериментом. Поэтому может оказаться перспективным введение в смещённый потенциал дополнительного параметра, вариацией которого можно попытаться уменьшить погрешности теоретических результатов и рассмотреть варианты построения аналитического решения.

Литература

1. *Локтионов И.К.* Термодинамические свойства однокомпонентных систем с парными двухпараметрическими потенциалами взаимодействия // ТВТ. 2011. Т. 49. №4. С. 529-536.

2. *Локтионов И.К.* Исследование равновесных теплофизических свойств простых жидкостей на основе четырехпараметрического осциллирующего потенциала взаимодействия // ТВТ. 2014. Т.52. №6. С. 402.
3. *Локтионов И.К.* Расчет термодинамических свойств аргона в модели простой жидкости с трехпараметрическим потенциалам взаимодействия // Вестник ТвГУ. Серия: химия. 2016. №4. С. 156-167.
4. *Локтионов И.К.* Математическое моделирование термодинамических свойств жидкости на основе двойного потенциала Юкавы // ТВТ. 2019. Т. 57. №5. С. 677-684.
5. *Локтионов И.К.* Асимптотические уравнения состояния в модели простой жидкости с осциллирующим потенциалом взаимодействия // МНТ. 2015. №4(25). С. 67-75.
6. *Зубарев Д.Н.* Вычисление конфигурационных интегралов для системы частиц с кулоновским взаимодействием // ДАН СССР. 1954. Т.35. №4. С. 757.
7. *Захаров А.Ю., Локтионов И.К.* Классическая статистика однокомпонентных систем с модельными потенциалами // ТМФ. 1999. Т. 119. №1. С. 167.
8. *Рюэль Д.* Статистическая механика. Строгие результаты / Под ред. Минлоса Р.А. Пер. с англ. Новикова И.Д., Герцика В.М., М.: Мир, 1971. С. 367.
9. *Baus M., Tejero C.F.* Equilibrium Statistical Physics: Phases of Matter and Phase Transitions. Brussels and Madrid. Springer, 2008. 374 p.
10. *Stewart R.B., Jacobsen R.T.* Thermodynamic Properties of Argon from the Triple Point to 1200 K with Pressures to 1000 MPa // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1989. V.18. №2. P. 639.

I.K. Loktionov

THERMODYNAMIC PROPERTIES OF ARGON BASED ON THE SHIFTED LENNARD-JONES POTENTIAL IN THE SUPERCRITICAL REGION

Abstract. *A model of a fluid with a modified Lennard-Jones potential is considered, which allows a numerical solution based on the integral representation for free energy with paired interparticle potentials. The results of calculations of some equilibrium thermodynamic properties of the model are compared with experimental data.*
Keywords*: shifted Lennard-Jones potential, equation of state, critical point, thermodynamic properties.*

УКД 536.7

АППРОКСИМАЦИЯ ПОТЕНЦИАЛА ЛЕННАРДА-ДЖОНСА ДВОЙНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ ЮКАВЫ и ОБОБЩЁННЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ МОРЗЕ

Локтионов И.К., Калашникова О.А.

ГОУВПО “Донецкий национальный технический университет”, ДНР

likk@telenet.dn.ua lok_ig@mail.ru

Предлагается способ решения системы нелинейных уравнений, возникающих при решении задачи приближения функции взаимодействия, основанный на сведении системы к одному уравнению. Эффективность предложенного приёма иллюстрируется расчётами для потенциала Леннарда-Джонса с параметрами конкретного вещества.

Ключевые слова*: потенциал взаимодействия, система нелинейных уравнений, двойной потенциал Юкавы, обобщённый потенциал Морзе.*

ВВЕДЕНИЕ

Существование жидкого и твёрдого состояний вещества связано с наличием сил взаимодействия между частицами, образующими вещество. Многие физические явления – испарение, конденсация, плавление, кристаллизация, поверхностное натяжение и др., а также термодинамические свойства вещества определяются межчастичными взаимодействиями. В статистической теории расчёт свойств выполняется на основе соотношений, устанавливающих связь измеряемых величин с параметрами потенциала взаимодействия, который не может быть найден непосредственно из эксперимента. Однако информацию о потенциальных функциях можно получить, используя данные экспериментов по рассеянию в атомно-молекулярных пучках, спектроскопических измерений, сведения о вириальных коэффициентах, коэффициентах вязкости и переноса. Наибольшее распространение, по-видимому, в силу своей эффективности при проведении расчётов свойств в рамках численных экспериментов (метод молекулярной динамики и Монте-Карло) получил потенциал Леннарда-Джонса

$$V(r) = 4V_m\left[\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{6}\right], \quad (1)$$

где V_m - глубина потенциальной ямы, σ - нуль потенциала – значение r, при котором $V(\sigma) = 0$ ($r_m = \sigma\sqrt[6]{2}$ - точка минимума).

Однако в микроскопической теории применение потенциала (1) вызывает некоторые сложности при выводе аналитических выражений для расчёта свойств (например, в формализме Д.Н. Зубарева [1] функцию (1) применить не удается, т.к. разложение Фурье для (1) не существует). Поэтому иногда возникает необходимость замены потенциала Леннарда-Джонса другим потенциалом, удачно сочетающим черты реальных взаимодействий и позволяющим обойти математические трудности. К группе таких потенциалов принадлежит двойной потенциал Юкавы

$$v(r) = \frac{1}{8\pi}\left[\frac{A}{a}\exp(-ar) - \frac{B}{b}\exp(-br)\right] \tag{2}$$

и обобщённый потенциал Морзе (двойной экспоненциальный потенциал [4])

$$v(r) = \frac{1}{4\pi r}\left(A\exp(-ar) - B\exp(-br)\right), \tag{3}$$

где положительные параметры A, a, B, b подлежат определению.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ АППРОКСИМИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ

Рассмотрим один из вариантов решения задачи нахождения параметров аппроксимирующих функций (2) и (3). Неизвестные параметры определяются из условий равенства потенциалов и их производных соответствующим значениям $V(\sigma)$, $V(r_m)$, $V'(\sigma)$, $V'(r_m)$ для потенциала (1). Другими словами, приравнивая указанные величины для (2) или (3), вычисленные в точках $r = \sigma$ и $r = r_m$ значениям $V(\sigma) = 0$, $V(r_m) = -V_m$, $V'(\sigma) = -C_\sigma$, $V'(r_m) = 0$, полученным для функции Леннарда-Джонса, приходим к системе нелинейных уравнений относительно параметров A, a, B, b

$$\begin{cases} \frac{1}{8\pi}\left[\frac{A}{a}\exp(-ar_m) - \frac{B}{b}\exp(-br_m)\right] = V(r_m) = -V_m, & (4.1) \\ \frac{1}{8\pi}\left[\frac{A}{a}\exp(-a\sigma) - \frac{B}{b}\exp(-b\sigma)\right] = V(\sigma) = 0, & (4.2) \\ \frac{1}{8\pi}\left[-A\exp(-ar_m) + B\exp(-br_m)\right] = V'(r_m) = 0, & (4.3) \\ \frac{1}{8\pi}\left[-A\exp(-a\sigma) + B\exp(-b\sigma)\right] = V'(\sigma) = -C_\sigma & (4.4) \end{cases} \tag{4}$$

которая сводится к трансцендентному уравнению относительно одной безразмерной неизвестной величины. Покажем это.

Система (4) с учётом новых безразмерных переменных $\delta = b/a$, $\varepsilon = B/A$ преобразуется к следующему виду

$$\begin{cases} \dfrac{A}{a}\exp(-ar_m)\left(1-\dfrac{\varepsilon}{\delta}\exp(ar_m[1-\delta])\right) = -8\pi V_m, & (5.1) \\ \varepsilon \cdot \exp(a\sigma[1-\delta]) = \delta, & (5.2) \\ \varepsilon \cdot \exp(ar_m[1-\delta]) = 1, & (5.3) \\ A\exp(-a\sigma)(-1+\varepsilon \cdot \exp(a\sigma[1-\delta])) = -8\pi C_\sigma. & (5.4) \end{cases} \qquad (5)$$

Заметим, что уравнения (5.2) и (5.3) позволяют упростить уравнения (5.1) и (5.4) и записать систему (5) в виде

$$\begin{cases} \dfrac{A}{a}\exp(-ar_m)\left(1-\dfrac{1}{\delta}\right) = -8\pi V_m, \\ \varepsilon \cdot \exp(a\sigma[1-\delta]) = \delta, \\ \varepsilon \cdot \exp(ar_m[1-\delta]) = 1, \\ A\exp(-a\sigma)(\delta-1) = -8\pi C_\sigma \end{cases} \qquad (6)$$

Разделив в системе (6) 1-е уравнение на 4-е и 2-е на 3-е, получим систему из двух уравнений

$$\left\{ \frac{C_\sigma}{aV_m}\exp(a[\sigma - r_m]) = \delta; \quad \exp(a(1-\delta)(\sigma - r_m)) = \delta \right\} \qquad (7)$$

Приравнивая левые части уравнений в (7) и логарифмируя полученное равенство, приходим к уравнению

$$\frac{C_\sigma}{aV_m}a[r_m - \sigma]\exp(a[\sigma - r_m]) = \ln\left(\frac{C_\sigma}{aV_m}\right), \qquad (8)$$

в котором разность $r_m - \sigma = k\sigma$, для потенциала (1) $k = \left(\sqrt[6]{2}-1\right)$.

Вычислим значение производной функции (1) в точке $r = \sigma$:

$$V'(\sigma) = 4V_m\left(\frac{-12\sigma^{12}}{r^{13}} + \frac{6\sigma^6}{r^7}\right)\Bigg|_{r=\sigma} = -\frac{24}{\sigma}V_m = -C_\sigma .$$

Отсюда находим отношение $C_\sigma / V_m = 24/\sigma$, подстановка которого вместе с разностью $r_m - \sigma = k\sigma$ в уравнение (8) приводит к уравнению

$$\boxed{24k \cdot \exp(-kt) - \ln(24/t) = 0} \tag{9}$$

относительно безразмерной переменной $t = a\sigma$. Это уравнение имеет универсальный характер, т.к. не содержит параметров потенциала конкретного вещества и допускает эффективное решение одним из численных методов. График левой части уравнения (9) – кривая 1 – представлен на рисунке 1. Уравнение (9) имеет три положительных корня $t_1 = 3.7367$, $t_2 = 8.4878$, $t_3 = 15.1871$, отрицательные – не имеют физического смысла.

Параметры обобщённого потенциала Морзе определяются по следующей схеме:

1) если корень t_0 уравнения (9) найден, то по заданному σ получаем значение $a_0 = t_0/\sigma$.

2) из 1-го уравнения системы (7) определяем $\delta_0 = \dfrac{24}{t_0}\exp(-kt_0)$ и вычисляем $b_0 = \delta_0 a_0$.

3) из 1-го уравнения системы (6) выражаем $A_0 = \dfrac{8\pi V_m b_0}{1-\delta_0}\exp(a_0 r_m)$, считая известными значения $r_m = \sigma\sqrt[6]{2}$, V_m.

4) из 3-го (или 4-го) уравнения системы (6) находим $\varepsilon_0 = \exp(-a_0 r_m[1-\delta_0])$ и вычисляем параметр $B_0 = \varepsilon_0 A_0$.

Рассмотренный подход может быть реализован и в случае двойного потенциала Юкавы, для которого исходная система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} \dfrac{1}{4\pi r_m}\left[A\exp(-ar_m) - B\exp(-br_m)\right] = V(r_m) = -V_m, \\ \dfrac{1}{4\pi\sigma}\left[A\exp(-a\sigma) - B\exp(-b\sigma)\right] = V(\sigma) = 0, \\ \dfrac{-1}{4\pi r_m^2}\left[Ae^{-ar_m} - Be^{-br_m} + r_m\left(Aae^{-ar_m} - Bbe^{-br_m}\right)\right] = V'(r_m) = 0, \\ \dfrac{-1}{4\pi\sigma^2}\left[Ae^{-a\sigma} - Be^{-b\sigma} + \sigma\left(Aae^{-a\sigma} - Bbe^{-b\sigma}\right)\right] = V'(\sigma) = -C_\sigma \end{cases} \tag{10}$$

Введение безразмерных переменных $\delta = b/a$, $\varepsilon = B/A$ позволяет привести систему к форме

$$\begin{cases} A\exp(-ar_m)(1-\varepsilon\exp(ar_m[1-\delta])) = -4\pi r_m V_m, \\ A\exp(-a\sigma)(1-\varepsilon\cdot\exp(a\sigma[1-\delta])) = 0, \\ Ae^{-ar_m}\left(1-\varepsilon\cdot e^{ar_m(1-\delta)}\right) + r_m A a e^{-ar_m}\left(1-\varepsilon\delta\cdot e^{ar_m(1-\delta)}\right) = 0, \\ Ae^{-a\sigma}\left(1-\varepsilon\cdot e^{a\sigma(1-\delta)}\right) + \sigma A a e^{-a\sigma}\left(1-\varepsilon\delta\cdot e^{a\sigma(1-\delta)}\right) = 4\pi\sigma^2 C_\sigma \end{cases} \quad (11)$$

Редукция системы (11) к одному уравнению осуществляется с помощью преобразований, подобных тем, которые применялись выше к уравнениям системы (5). В результате получаем

$$\boxed{\frac{k}{\sqrt[6]{2}}\left(24\exp(-kt)-1\right) - \ln\left(\frac{24}{t\sqrt[6]{2}+1}\right) = 0}. \quad (12)$$

В уравнение (12) не входят параметры потенциала индивидуального вещества. Это означает, что его корни можно использовать для расчёта параметров A, a, B, b двойного потенциала Юкавы любого вещества, для которого известны параметры V_m и σ потенциала Леннард-Джонса, как и в случае обобщённого потенциала Морзе. График левой части уравнения (12) – кривая 2 – представлен на рисунке 1. Уравнение (12) имеет три положительных корня $t_1 = 2.9891$, $t_2 = 7.5702$, $t_3 = 13.9365$.

Параметры двойного потенциала Юкавы определяются по следующей схеме:

1) если корень t_0 уравнения (12) найден, то по заданному σ получаем значение $a_0 = t_0/\sigma$.

2) определяем $\delta_0 = \dfrac{24e^{-kt_0} - 1}{t_0\sqrt[6]{2}}$ и вычисляем $b_0 = \delta_0 a_0$.

3) вычисляем $A_0 = \dfrac{96\pi V_m}{a_0(1-\delta_0)}\exp(t_0)$, значение V_m задано.

4) находим $\varepsilon_0 = \exp(-t_0[1-\delta_0])$ и вычисляем параметр $B_0 = \varepsilon_0 A_0$.

Для демонстрации работоспособности представленного способа решения систем нелинейных уравнений используем параметры $V_m = 164.32\cdot10^{-23}$ *Дж*, $\sigma = 3.405\cdot10^{-10}$ *м* потенциала Леннарда-Джонса для аргона [2] .

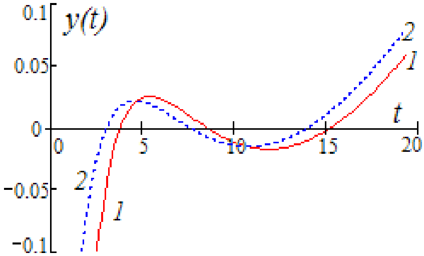


Рис.1. Графики функций (9) и (12).

Таблица 1. Параметры обобщенного потенциала Морзе для аргона.

t	$t_1 = 3.7367$	$t_2 = 8.4878$	$t_3 = 15.1871$
δ	4.0643	0.999999872383	0.2460
ε	$3.8178 \cdot 10^5$	0.999998784171	$2.6193 \cdot 10^{-6}$
$a, 10^{10}$*м*	1.0974	2.49273465	4.4602
$b, 10^{10}$*м*	4.4602	2.49273433	1.0974
$A, 10^{-23}$ *Дж/м*	$-4.0103 \cdot 10^{-8}$	111.41661068	0.0153
$B, 10^{-23}$ *Дж/м*	-0.0153	111.41647521	$4.0103 \cdot 10^{-8}$

Таблица 2. Параметры двойного потенциала Юкавы для аргона

t	$t_1 = 2.9891$	$t_2 = 7.5702$	$t_3 = 13.9365$
δ	4.6625	0.99999982	0.2145
ε	$5.6808 \cdot 10^5$	0.99999864	$1.7603 \cdot 10^{-5}$
$a, 10^{10}$*м*	0.8779	2.22324554	4.0929
$b, 10^{10}$*м*	4.0929	2.22324514	0.8779
$A, 10^{-23}$ *Дж·м*	$-3.0811 \cdot 10^{-5}$	$2.42157582 \cdot 10^4$	1.7503
$B, 10^{-23}$ *Дж·м*	-1.7503	$2.42157253 \cdot 10^4$	$3.0811 \cdot 10^{-5}$

Корни t_1 и t_3 уравнений (9) и (12) порождают физически эквивалентные потенциалы. Можно заметить, что $A_1 = -B_3$, $B_1 = -A_3$, $a_1 = b_3$, $b_1 = a_3$. Это означает, что если в (2) или (3) подставить параметры A, a, B, b, найденные для t_1, то получим потенциал (2) или (3) с параметрами для t_3. На рисунках 2 и 3 кривые 1 и 3 совпадают. Из рисунков 2 и 3 видно, что на промежуточных расстояниях потенциалы Морзе и Юкавы при соответствующих значениях t_1, t_2, t_3 весьма близки в выбранном масштабе. Существенные отличия между аппроксимирующими потенциалами проявляются при малых и больших расстояниях r.

Обращает на себя внимание большое количество знаков после запятой в значениях параметров, рассчитанных при t_2 (см. табл. 1,2) Это связано с тем, что, как видно из таблиц 2 и 3, параметры δ и ε мало отличаются от единицы, но $\delta \neq \varepsilon$. Из приближённого равенства $\delta \approx \varepsilon$ следуют равенства $a \approx b$ и $A \approx B$. Поэтому, чтобы подчеркнуть отличия этих параметров, приходится записывать их значения с большим числом знаков после запятой.

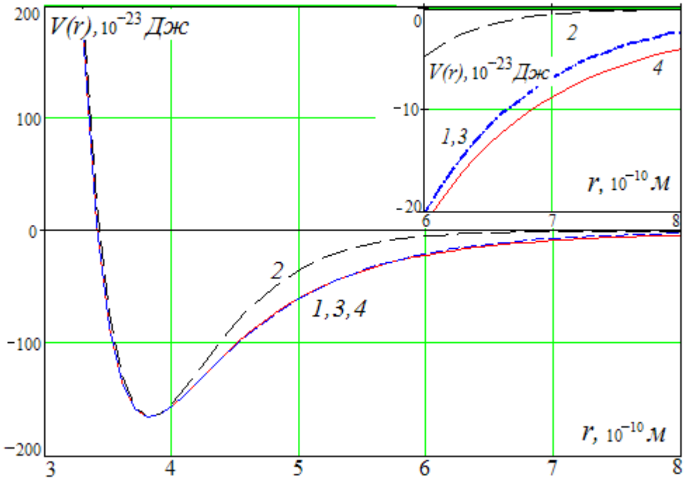


Рис.2. Потенциальные кривые аргона: 1,2,3 – обобщённый потенциал Морзе при t_1, t_2, t_3 соответственно; 4 – потенциал Леннарда-Джонса.

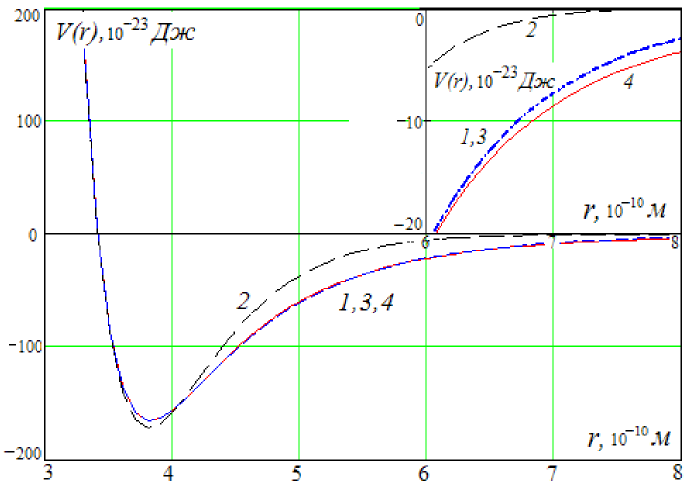


Рис.3. Потенциальные кривые аргона: 1,2,3 – двойной потенциал Юкавы при t_1, t_2, t_3 соответственно; 4 – потенциал Леннарда-Джонса.

ВЫВОДЫ

1) Корни t_1, t_2, t_3 уравнений (9) и (12) могут быть использованы для расчётов параметров потенциалов (2) и (3) любого вещества, если известны параметры V_m и σ потенциала Леннард-Джонса этого вещества.

2) Значения параметров A, a, B, b, найденные для t_2, t_3, удовлетворяют условию устойчивости $\tilde{v}(k) \geq 0$ ($\tilde{v}(k)$-фурье-образ потенциала (2) или (3)) модельной термодинамической системы.

3) Система с потенциалом (3) при t_2 представляет интерес для исследования в рамках подхода, изложенного в [3], где рассматривается единичный предел двойного потенциала Юкавы при $\delta \to 1-0$.

Литература

1. *Зубарев Д.Н.* Вычисление конфигурационных интегралов для системы частиц с кулоновским взаимодействием // ДАН СССР. 1954. Т.35. №4. С. 757.
2. *Дж. Гиршфельд, Ч. Кертисс, Р. Берд.* Молекулярная теория газов и жидкостей / Пер. с англ. под ред. Е.В. Ступоненко, М., изд-во иностранной лит-ры, 1961. С. 928.
3. *Локтионов И.К.* Математическое моделирование термодинамических свойств жидкости на основе двойного потенциала Юкавы // ТВТ. 2019. Т. 57. №5. С. 677-684.
4. *Локтионов И.К.* Уравнение состояния жидкости с двойным экспоненциальным потенциалом // ТВТ. 2021. Т. 59. №2. С. 169-177.

I.K. Loktionov, O.A. Kalashnikova

APPROXIMATION OF THE LENNARD-JONES POTENTIAL BY THE DOUBLE YUKAWA POTENTIAL AND THE GENERALIZED MORSE POTENTIAL

***Abstract**. A method for solving a system of nonlinear equations that arise when solving the problem of approximation of a potential function is considered. The method is based on reducing the system to a single equation. The effectiveness of the proposed method is illustrated by calculations for the Lennard-Jones potential with the parameters of a specific substance.*

***Keywords**: interaction potential, system of nonlinear equations, double Yukawa potential, Morse potential.*

УДК 332.1: 330.4

УПРАВЛЕНИЕ РИСКАМИ ПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА НА ОСНОВЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ

Пелашенко А.В.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»

allapelashenko@mail.ru

Работа посвящена вопросам идентификации и управления рисками промышленного комплекса на основе пространственного распределения экономических ресурсов.

Ключевые слова: *промышленный комплекс, риски, ресурсы, пространственное распределение.*

Функционирование любого экономического объекта, в том числе и промышленного комплекса (ПК), осуществляется в условиях неопределенности и риска.

Риски возникают в том случае, когда отсутствует полная информация об условиях, в которых принимается решение. Источниками рисков являются: дефицит времени, нехватка информации и недостаток возможностей относительно управления ситуацией.

С математической точки зрения под риском понимается вероятность наступления некоторого события, результатом которого может быть отрицательный исход, который проявляется в виде финансовых потерь, дополнительных затрат или недополученного дохода; нейтральный исход, когда наступление события не меняет текущее состояние экономического объекта и положительный итог, в результате которого можно получить дополнительный финансовый доход или иную нематериальную выгоду.

С этой точки зрения управление промышленным комплексом заключается в принятии решения, направленного на получение лучшего результата при любом возможном исходе, т. е. выбора стратегии которая минимизирует убытки в случае отрицательного исхода и максимизирует доход при положительном.

В экономических науках под риском обычно понимают отрицательный исход. Другими словами, риск – это потеря части ресурсов, недополучение доходов или дополнительные затраты.

При определении рисков выделяют два принципиальных подхода: качественный и количественный. Первый основан на экспертных оценках: специалисты в определенной области, исходя из собственного опыта словесно определяют уровень риска. Главным недостатком такого подхода является субъективизм: оценка риска зависит от личности человека, который определяет уровень рискованности ситуации. Количественный подход состоит в расчете численной характеристики степени риска чаще всего, как вероятности наступления неблагоприятного события.

В настоящее время нет общего подхода к классификации рисков, поскольку проблематично выделить единый признак группировки. В связи с этим при изучении характера риска, как правило, определяют основные параметры, в рамках которых будет происходить управление рисками и которые устанавливают возможности для дальнейшего процесса менеджмента риска.

По составляющим элементам потерь риски разделяют на внешние и внутренние. Внешние риски считаются неуправляемыми, поскольку управленческие решения, принимаемые внутри промышленного комплекса, не могут повлиять на внешние факторы. Снизить последствия таких рисков можно лишь застраховав их.

Внутренние рынки обусловлены причинами, заключенными внутри самого экономического объекта. Среди них можно выделить:

- ✓ неудачную стратегию управления;
- ✓ низкое качество продукции;
- ✓ невысокую квалификацию работников;
- ✓ устаревшие основные фонды;
- ✓ нерациональное распределение и использование экономических ресурсов и др.

Внутренние риски считаются управляемыми, поскольку есть возможность воздействовать на причины, их порождающие, а также способы минимизации последствий.

Из многообразия внутренних рисков выделим те, которые связанны с эффективностью распределения и использования экономических ресурсов.

Причинами рисков использования трудовых ресурсов чаще всего являются:

- ✓ нехватка квалифицированных кадров;
- ✓ неэффективное их распределение.

Риски материальных ресурсов делятся на две основных составляющих (табл.1).

Таблица 1. Риски материальных ресурсов

Риски использования орудий труда	**Риски использования сырья**
Причины и источники рисков	
физический износ оборудования; моральный износ; качество оборудования.	излишки производственных запасов; невостребованность сырья или готовой продукция; дефицит запасов; низкое качество сырья; нерациональное размещение и использование запасов.

Угрозы, связанные с финансовыми ресурсами, традиционно делятся на три вида:

- ✓ риски, связанные с покупательной способностью денег;
- ✓ риски, связанные с вложением капитала – инвестиционные риски;
- ✓ риски, связанные с формой организации хозяйственной деятельности организации.

Оценка рисков, связанных с информационными ресурсами определяется требованиями, определяющими их качество: актуальность, достоверность, точность и своевременность. Рассчитывать необходимо потери, связанные с несвоевременно полученной информацией, неточными, не соответствующими истинной ситуации или неполными данными об экономическом состоянии объекта в целом или о функционировании его отдельных систем.

Для количественной оценки рисков, связанных с использованием экономических ресурсов промышленного комплекса, можно рассмотреть следующие показатели.

$$S(t) = \sum_{i=1}^{k} S_i \; -$$

общие затраты ресурсов по всем предприятиям промышленного комплекса за определенный временной период t в стоимостном выражении.

$$D(t) = \sum_{i=1}^{m} D_i \; -$$

объем реализованных товаров и услуг в стоимостном выражении за тот же интервал времени по всем номенклатурам продукции, произведённой в целом промышленным комплексом.

Тогда в качестве абсолютного показателя эффективности использования экономических ресурсов промышленного комплекса можно рассмотреть разность:

$$D(t) - S(t)$$

В случае, если данная разность отрицательна, можно сделать вывод, что затраты на производство продукции в целом превышают доходы, т.е. функционирование промышленного комплекса можно оценить, как неудовлетворительное.

Если $D(t) - S(t) = 0$, то промышленный комплекс функционирует бесприбыльно, т.е. все доходы расходуются на производство продукции. В случае, когда $D(t) - S(t) < 0$ деятельность промышленного комплекса в целом неэффективна, поскольку затраты на производство превышают доход.

Для эффективного управления ПК необходимо разработать такие параметры его функционирования, при которых данная разность будет максимальной, т.е.

$$D(t) - S(t) \to \max$$

Рассмотренная разность оценивает риск в стоимостном выражении, в то же время не менее важно оценить вероятность наступления соответствующего события в рассматриваемом временном периоде. Такую оценку будет давать следующее выражение:

$$E(t) = \frac{|D(t) - S(t)|}{S(t)}$$

В качестве вероятности, оценивающей риски деятельности промышленного комплекса, можно рассмотреть значение:

$$P = 1 - E(t)$$

В зависимости от значения данного выражения можно оценить уровень рискованности функционирования промышленного комплекса

Безрисковая зона предполагает отсутствие или минимальный уровень потерь. Исходя из эмпирических соображений, в экономике эта зона определяется вероятностью неблагоприятного исхода менее 0,05.

Зоной невысокого риска принято считать область, в которой вероятность потерь находится в интервале от 0,05 до 0,25. ПК, находящиеся в этой зоне, при самом неблагоприятном исходе могут рассчитывать как минимум на 76% планируемого дохода.

Область высокого риска характеризуется вероятностью в интервале от 0,25 до 0,5. Зона, в которой вероятность потерь колеблется от 50 до 75%, называется областью предельного риска. Промышленные комплексы, для которых вероятность риска находится в этом интервале находятся на грани банкротства.

Последняя область – область недопустимого риска – предполагает, что вероятность потерь составляет более 75%. Для таких ПК необходимо радикальная реструктуризация, поскольку их функционирование убыточное

Таким образом, на основании статистических данных за предыдущие периоды для промышленного комплекса можно оценить вероятность риска, т.е. неблагоприятного исхода с точки зрения эффективности его функционирования на плановый период. В качестве значений соответствующих показателей можно взять их выборочные средние:

$$\overline{D} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} D(t_i) \text{ и } \overline{S} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} S(t_i)$$

Если прогноз для экономического объекта неблагоприятный, то целесообразно принять меры для уменьшения этого риска или минимизации его последствий. Как было отмечено ранее, причиной риска достаточно часто являются экономические ресурсы комплекса, в частности их нерациональное распределение. С целью уменьшения доли риска за счет оптимизации данной составляющей можно использовать пространственное распределение ресурсов.

Под пространственным распределением экономических ресурсов будем понимать их расположение в границах географически очерченных территорий и экономически взаимосвязанных объектов, входящих в состав промышленного комплекса с учётом концентрации ресурсов, их системной взаимосвязанности и очерёдности размещения, что обеспечивает повышение эффективности функционирования промышленного комплекса.

Таким образом, управление рисками является неотъемлемым и важным элемент общего менеджмента. При всем разнообразии существующих методов анализа и оценки рисков, данная проблема не имеет единого подхода, или универсального решения. Главной целью системы управления рисками промышленного комплекса являет обеспечение успешного функционирования экономического объекта в условиях риска и неопределенности. Реализации данной цели может способствовать, в том числе? и оптимальное распределение экономических ресурсов с учетом пространственного аспекта.

Литература

1. Баранов С. В. Экономические модели производственных функций. История и современность // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. — 2014. — № 10. — С. 53–57.

2. Латыпова Р.Р. Анализ рисков промышленного предприятия / Латыпова Р.Р., Киселевич А.Г. // Теория и практика сервиса: экономика, социальная сфера, технологии. – 2015. – № 2 (24). С 51-54.

3. Мартишин, Е.М. Механизмы пространственно-временного экономического инновационного роста и развития [Текст] / Е.М. Мартишин, Г.Н. Дончевский // Вестник Донецкого национального университета. Серия В. Экономика и право. – 2018. – № 3. – С. 173-181.

4. Полшков, Ю.Н. Оценка качественных характеристик трудовых ресурсов региона: линейно-алгебраический подход [Текст] / Ю.Н. Полшков // Вестник Донецкого национального университета. Серия В. Экономика и право. – 2018. – № 1. – С. 176-182.

5. Рыжкова Е.В. Особенности управления рисками промышленного предприятия / Е.В. Рыжикова, Е.В. Иода // Социально – экономические процессы и являения. Т.10.– 2015. – № 9. – С. 146-152.

6. Шапкин А. С., Шапкин В. А. Экономические и финансовые риски. Оценка, управление, портфель инвестиций. М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и Ко», 2013.

Pelashenko A.V.

INDUSTRIAL COMPLEX RISK MANAGEMENT BASED ON SPATIAL RESOURCE ALLOCATION

Abstract. *The work is devoted to the identification and risk management of the industrial complex based on the spatial distribution of economic resources.*

Keywords: *industrial complex, risks, resources, spatial distribution.*

УДК 536+539.196.3

ОБ ИЗВЕСТНЫХ КРИТЕРИЯХ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДОБИЯ И ИХ СВЯЗИ С УПРАВЛЯЮЩИМИ ПАРАМЕТРАМИ МОЛЕКУЛЯРНОГО УРОВНЯ

Петрик Г.Г., [1]Шихахмедова Д.П.

Институт проблем геотермии и возобновляемой энергетики - филиал ОИВТ РАН; [1] -ДГТУ – Махачкала, 367 030, Россия

galina_petrik@mail.ru

Установлена связь известных критериев термодинамического подобия, в форме и значении которых отражены свойства веществ, с новыми критериями - управляющими параметрами молекулярного уровня, введенными в модели взаимодействующих точечных центров и сферических оболочек, отражающих проявление и соотношение действующих в системе сил притяжения и отталкивания.

Ключевые слова: *критерий подобия, критический фактор сжимаемости, управляющие параметры молекулярного уровня, модели точечных центров и сферических оболочек*

Введение

Понятие «определяющий критерий термодинамического подобия» (ОКТП) неразрывно связано с однопараметрическим законом соответственных состояний, имеющим место для нормальных веществ в состоянии флюида (жидкость и газ). Фундамент закона был разработан ван-дер-Ваальсом на основе его же уравнения состояния (УС). Именно в модели ВДВ впервые появилась величина $Z_C=P_CV_C/RT_C$, симплекс из критических параметров, который принято называть «критический фактор сжимаемости» (КФС) – первый из критериев подобия. Наиболее вероятные значения КФС как характеристики вещества заключены в интервале 0.29 - 0.26 (см. табл. 1).

Таблица 1

Z_C	0.291	0.288	0.279	0.278	0.274	0.270	0.259	0.242	0.234
Вещество	Аргон	Азот	хлор	CF_4	CO_2	SO_2	CHF_3	NH_3	H_2O

В то же время Z_C представляет характеристику УС. Напомним, что огромное количество кубических УС, считающихся модификациями УС ВДВ, рассматриваются как независимые конструкции различной формы. Значения КФС для некоторых известных УС приведены в таблице 2. КФС УС ВДВ - характеристика вещества и имеет для всех веществ одно значение 3/8.

Таблица 2

Z_C	0.375	0.333	0.312	0.3074	0.291	0.2861	0.270
УС	вдВаальс	Редлих-	Клаузиус	Пенг- Р	?	Харм-	Дитерич.

Авторы УС делятся на тех, кто считает КФС характеристикой вещества, и тех, кто считает Z_C характеристикой УС и тогда используется значение на 15-20 % больше экспериментального Z_C. Особый интерес к этому параметру вполне объясним тем, что он является первым среди ОКТП, связан с фундаментальным состоянием вещества и отмечен двойственной природой.

Термодинамическое подобие. Первые критерии подобия

Узкий интервал значений КФС стал одной из причин поиска на термодинамическом уровне описания более доступной характеристики вещества, которая также позволяла бы отличать одно вещество от другого. Почти одновременно было найдено, что в качестве таковых могут быть выбраны функции давления насыщенных паров при температуре, достаточно близкой к температуре кипения. Приведем эти три известных способа:

Питцер, $\omega_P = -\lg \pi - 1$ для τ=0.7 - фактор ацентричности.

Ридель, $\alpha = \frac{d \ln \pi}{d \ln \tau}$ при $\tau \to 1$, производная вдоль линии насыщения.

Филиппов Л.П., [1] A=100π при τ=0.625 - определяющий КП.

Здесь $\pi = P/P_C$, $\tau = T/T_C$, - приведенные давление и температура соответственно, T_C, P_C - критические параметры. Однопараметрические корреляции термодинамических свойств, основанные на критериях Питцера (ω_P), Риделя (α_R) и Филиппова (А), широко известны в литературе. В работах Филиппова установлены соотношения, связывающие эти три ОКТП между собой и КФС Z_C. Например, для КФС и A имеет место [1]:

$$Z_C = 0.2563 + 0.0535 \lg A. \tag{1}$$

ОКТП и КФС-характеристики вещества связывают эмпирические соотношения. Информация представлена графически и в табличной форме. Однако аналитическое представление общего УС, которое включило бы введенный критерий подобия, $\Phi(\pi, \varphi, \tau, КТП)=0$, осталось нерешенной задачей. Самым популярным в литературе стал ацентрический фактор ω_P Питцера. Мы же считаем, что особого внимания заслуживает КП А, введенный Л.П. Филипповым. Основанием для этого служат результаты, полученные нами для новой молекулярно-термодинамической модели, в рамках которой выявлены связи КП А с управляющими параметрами молекулярного уровня. Очевидно, это усиливает фундаментальные основы его модели в сравнении с другими, основанными только на экспериментальных данных о свойствах. Добавим, что в прошедшем 2020 году ученому исполнилось бы 95 лет. Его работы в области прогнозирования теплофизических свойств, основанные на идеях подобия, заняли достойное место наравне с известными подходами.

О новых КП. Модель взаимодействующих центров

В основе разрабатываемой нами молекулярно-термодинамической модели (результаты в открытом доступе на сайте http://csmos.ru) [2-4] лежит самая простая молекулярная модель - взаимодействующие точечные центры (ВТЦ). Для нее получен кластер физически обоснованных УС, отличающихся соотношением сил притяжения и отталкивания ТЦ. Отличие в проявлении сил заложено в значении управляющего параметра модели. Многие УС вдв-типа после переформатирования (в том числе и само УС ВДВ) удается встроить в эту модель, что открывает новые возможности при их анализе. Новые УС дают возможность дополнить информацию, относящуюся к КФС.

УС ВТЦ. Управляющий параметр. КФС

Первое из полученных УС - трехчленное трехпараметрическое – характер действующих сил – жесткое отталкивание и притяжение, с которого снято условие слабости (основное в УС ВДВ). После перехода к приведенным (относительно критических параметров) величинам УС ВТЦ имеет вид

$$\pi = \frac{1}{Z_c}\left[\frac{\tau}{\varphi} + \frac{\tau\beta}{\varphi(\varphi-\beta)} - \frac{\alpha}{\varphi(\varphi+\chi\beta)}\right], \quad \pi = \pi(\varphi, \tau, \beta, \alpha, Z_C, \chi) \qquad (2)$$

УС (2) ВТЦ включает четыре параметра - Z_c и β, σ, α ($\sigma = \chi\beta$), имеющих смысл. Это дало основание ввести параметр χ, который сравнивает проявления сил притяжения и отталкивания в отношении доступного для центров объема V_f *:*

$$\chi_v = c/b \quad \left(\chi_V = \frac{-\Delta V_f(attr)}{\Delta V_f(rep)}\right). \qquad (3)$$

В первую очередь был рассмотрен случай, когда χ **является постоянной**. Применив к УС (2) ВТЦ стандартные условия, определяющие критическую точку, получили кубическое уравнение для β, которое при заданном χ было решено в общем виде. Все приведенные параметры УС (2) ВТЦ являются явными функциями χ. Выражения имеют вид:

$$Z_C = \frac{\chi}{\sqrt[3]{(\chi+1)}(\chi-1)+2\chi+1}, \quad \beta = \frac{1}{\chi}\left(\sqrt[3]{(1+\chi)}-1\right),$$

$$\sigma = \left(\sqrt[3]{(1+\chi)}-1\right), \quad \alpha = \frac{\chi^2}{(\sqrt[3]{(\chi+1)}(\chi-1)+2\chi+1)(\sqrt[3]{\chi+1}-1)} \qquad (4)$$

В результате четырехпараметрическое УС ВТЦ (2) превращается в **однопараметрическое семейство УС ВТЦ, управляющим параметром** которого является связанный с межмолекулярным взаимодействием параметр χ. Семейство УС (2) ВТЦ включает большую группу с реалистичными значениями Z_C из интервала 0.26-0.30 (см. таблицу 3). (Считаем, что это происходит благодаря оптимизированному притягивательному вкладу).

Таблица 3

χ	0	1	2	3	4	5	7	10	12
Z_C	0.375	0.333	0.3105	0.2948	0.283	0.273	0.259	0.253	0.246

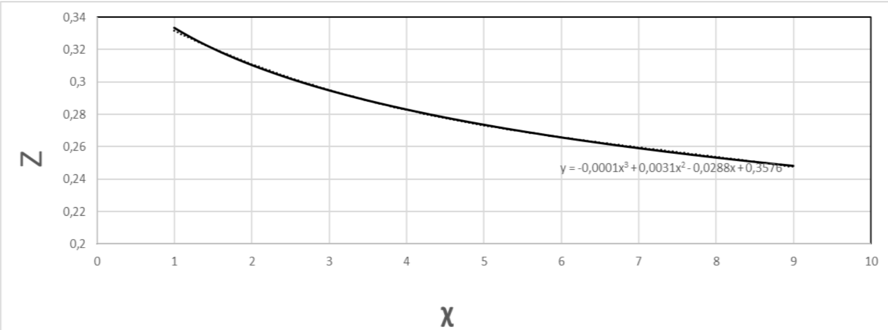


Рис.1.Зависимость критического фактора сжимаемости Z_C от χ.

Значение χ - если оно известно (пока оно находится по виду самого УС) - выделяет в однопараметрическом семействе УС конкретное уравнение. Например, в Табл.3 входят аналоги УС: ВДВ, Редлиха-Квонга, Клаузиуса… Среди значений КФС – любые, отвечающие экспериментальным. Напомним о двойственной природе фактора и добавим несколько слов о том, как этот вопрос решается в модели ВТЦ. Полученные формулы (4) образуют основу методики выбора оптимального УС. По известному значению и формуле КФС находим значение управляющего параметра χ. По другим формулам определяем значения других параметров. Вместе они образуют согласованный набор, задающий УС в рассматриваемом семействе. Проведенные нами расчеты критических изотерм для ряда веществ показали [5], что выбранные таким образом УС оказываются «лучше лучших», в качестве которых Дж.Дж.Мартин предложил УС в форме, которая была введена оппонентом Ван-дер-Ваальса – Клаузиусом и для которого он сделал то же, что для УС ВдВ – Редлих. Они возродили к жизни старые УС.

Однако предположим, что КФС не известен. Как найти χ, не обращаясь к свойствам вещества, но ограничиваясь молекулярной информацией?

ВТЦ. Управляющий параметр θ молекулярного уровня. КФС

В полученные для параметров выражения (4) модели ВТЦ входит величина, для которой было введено обозначение θ:

$$\sqrt[3]{1+\chi} = \theta, \qquad \chi = \theta^3 - 1. \tag{5}$$

КФС в виде функции переменной θ имеет компактный и элегантный вид:

$$Z_C = \frac{1+\theta+\theta^2}{(1+\theta)^3}. \tag{6}$$

другие параметры УС также выражены в виде функций θ, а потому новый параметр также оказывается управляющим для модели ВТЦ. Интервал значений θ, дающих «экспериментальные» значения КФС, достаточно узок: 2.2 - 1.5. Результаты расчетов КФС приведены в таблице 4.

Таблица 4

Θ	1	1.259	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2	2.2
Z_C	0.375	0.333	0.304	0.294	0.284	0.275	0.267	0.259	0.245

Поиски смысла показали, что определяющий **параметр** θ также связан с проявлением сил взаимодействия и **равен отношению диаметров двух сферических эффективных собственных объемов**

$$\theta = \frac{d^{et}}{d^{eff}}. \qquad (7)$$

один из них проявляет ТЦ, когда в системе не учитывается (или не проявляется) притяжение и второй – результирующий объем, который проявляется у ТЦ в результате действия обеих сил – отталкивания и притяжения. Именно этот управляющий параметр выделяет УС в семействе.

Итак. Имеется два новых параметра, которые мы называем управляющими, смысл которых тот же, что у критериев подобия. Однако отличие «старых» и «новых» критериев весьма фундаментально. В новых действующие силы проявляются непосредственно, они сравнивают проявление сил притяжения и отталкивания – в зависимости от того, что преобладает, и как соотносится, имеем определенное состояние системы. В старых силы проявлены опосредованно – через свойства вещества.

На рис. 1- 4 приведены графики зависимости КП двух уровней

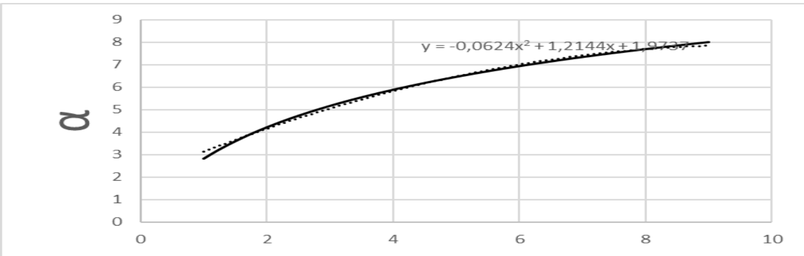


Рис.2. Зависимость коэффициента Риделя α от χ.

Обратимся к возможностям КП Филиппова А **на двух уровнях**

а) «Термодинамическая» форма. Интервал значений А меняется от 1 до 4, что гораздо шире интервала КФС. Попытаемся представить, как была выбрана форма А. Очевидно, что в своих поисках автор формулы обращался к УС ван-дер-Ваальса, которое в приведенных переменных имеет вид:

$$(\pi + 3/\varphi^2)(\varphi - 1/3) = 8\tau/3.$$

Если выбрать τ=0.625 (как сделал Филиппов), и взять φ=100, то пренебрегая малыми величинами, получим π=1.66 / 100.

Скорее всего, это и стало решающим при выборе формы критерия А

$$A = 100\,\pi.$$

Если вид А связан с УС ВДВ, это дает основания рассматривать его как характеристику некоторого семейства уравнений, которое включало бы и УС ВДВ. В качестве такового, вероятно, могло бы выступить полученное нами семейство уравнений $\pi = \pi(\phi, \tau, \beta(\chi), \alpha(\chi), Z_C(\chi), \chi)$, в которое удается вписать многие УС вдв-типа. Однако это задача будущего.

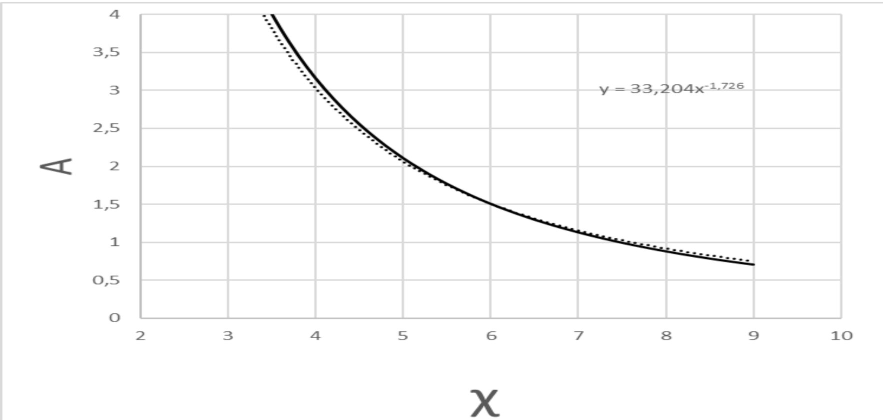


Рис. 3. Зависимость критерия Филиппова А от параметра χ.

б) Молекулярный уровень - форма. В то же время, основываясь на тех же идеях подобия, Филиппов получил еще одно замечательное выражение для А, которое непосредственно связало его с молекулярным уровнем [6]:

$$A = 4 - 8\left(\frac{d}{d+\sigma}\right)^2, \tag{8}$$

σ - размер периферийного атома, d - размер молекулы, d =2ρ, где ρ - длина химической связи. Оно легло в фундамент обоснованного прогноза критических параметров вещества исходя из информации об эффективном потенциале межчастичного взаимодействия и связи его характеристик с геометрическими и энергетическими характеристиками модели. Эти вопросы по-прежнему привлекают внимание. Мы также ищем решение этих задач.

Однако мы хотели бы привлечь внимание к намеченному, но неосуществленному. В монографии «Подобие свойств веществ» [6] автор допускает возможность замены А в виде (8) на новый параметр Ω:

$$\Omega = \frac{4-\grave{A}}{8} = \left(\frac{d}{d+\sigma}\right)^2. \qquad (9)$$

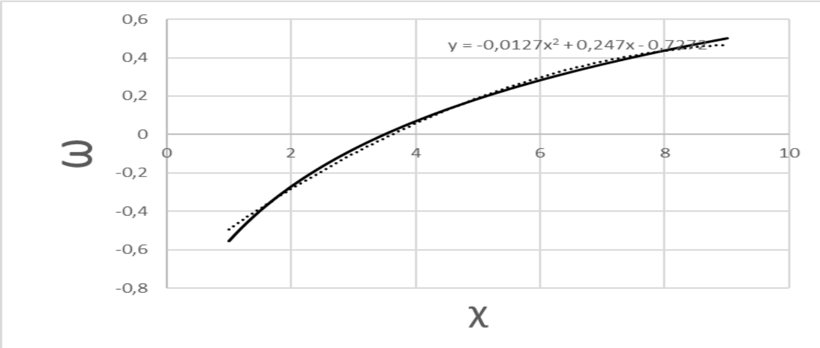


Рис.4. Зависимость ацентрического фактора ω Питцера от параметра χ.

Использование буквы Ω должно отразить идейную связь с «ацентрическим фактором» Питцера ω. (При малых ω имеется прямая пропорциональность $\omega \sim \Omega$). Этот вариант мы намерены обсудить позже. Пока же отметим следующее. Если бы такая замена была сделана, то вполне возможным стал бы переход к новому безразмерному фактору σ / d

$$\Omega = \left(\frac{1}{1+\sigma/d}\right)^2. \qquad (10)$$

В таком случае, вероятно, мог бы встать вопрос о смысле безразмерной величины σ / d. И если бы его удалось отыскать, очевидно, что и сама эта величина могла бы претендовать на роль важного критерия.

$g_s = \sigma/d$ - жесткость оболочки –новый критерий подобия

Подключим к анализу результаты, полученные нами за многие годы в рамках той же модели оболочек, идеи которой использовал Л.П.Филиппов (к сожаленью, большая часть получена нами, когда его не стало).

В первых наших статьях, относящихся к проблемам моделирования межмолекулярного взаимодействия многоатомных молекул [7,8], было показано, что именно величина σ/d определяет параметры потенциала сферических оболочек. При этом встал вопрос о ее смысле. Сначала мы определяли ее как идентификатор принадлежности атома σ определенной молекуле d. Однако системный подход, на идеи которого мы опирались, позволил определить его как жесткость оболочки.

Обратимся к простейшим модельным объектам: сферической оболочке диаметра *d* и жесткой симметричной модели из атомов, моделируемых ТСЦ. Допустим свободное вращение модели. При этом каждый ТСЦ «равномерно размазывается» по индивидуальной оболочке, диаметр которой будет зависеть от межядерных расстояний в статической молекуле. Учтем, что ТСЦ (из которых построена модель молекулы из атомов (М/А)), будучи свободными, взаимодействуют в соответствии с законом (12-6) и обладают определенным эффективным размером σ (кинетический диаметр, диаметр соударений и т. д.). При этом каждая индивидуальная оболочка заменится «слоем», заключенным между двумя сферическими оболочками диаметров *d* и (*d*+σ). Вероятно, наиболее общей характеристикой «электронного слоя» в модели могла бы быть его относительная «толщина» (обозначим ее g_s), определенная в виде:

$$g_s = \frac{(d+\sigma)-d}{d}, \qquad g_s = \sigma/d.$$

Величину g_s мы назвали **мерой жесткости модельного объекта**. Логично было предположить, что различные объекты будут проявлять подобные свойства, если они характеризуются одинаковыми значениями g_s. А далее [9] 1988 г. был найден фундаментальный смысл этого фактора, отражающего факт ядерно-электронного устройства молекул, почему мы и назвали его **максимально-информационноемкий фактор (МИФ)** объекта.

Прогноз ОКТП. Приближение перекрывающихся оболочек

Допустим, что атомные оболочки (АО) в молекуле перекрываются. (Степень перекрывания $\beta_a^м$ АО выступает в роли подгоночного параметра в ряде квантово-механических моделей). Формула для расчета жесткости молекулы

$$g_S^* = \frac{1}{(nd-1)(1-\beta_a^{м})} \qquad (11)$$

Получена из соотношения, связывающего характерные размеры молекулы, атомов и области перекрывания АО. Упрощающие допущения: размеры всех АО одинаковы и перекрываются они в равной степени. nd - число атомов в направлении выстраивания максимального линейного размера молекулы, ее эффективного диаметра. Как правило, оно не равно числу атомов в молекуле. Опираясь на формулы (11) для **g**s и (8) для A (**g**s), дадим прогноз КП для разных веществ. Оценим интервалы, в которых могут изменяться факторы **g**s М/О и КТП вещества **A** и Z_C, в зависимости от числа атомов, определяющих «эффективный» размер объекта. Предположим, что β может меняться от 0 до 50%. Учтем, что атом, входя в молекулу, меняет свои свойства, в том числе и размер σ, который возможно оценить [7]:

$$\mathbf{g_S}^* = 0.8235\,\mathbf{g_S} - 0.08\,,$$

1) *nd* =2, $g_S^* = \dfrac{1}{1-\beta_a^м} = \begin{cases} 1, \beta = 0 (g_S = \sigma/d = 1{,}3) \\ 2, \beta = 1/2 (g_S = 2{,}5) \end{cases}$ *A* = (2,58÷3.45) Z_C=(0.279-0.2845)

2) *n d*=3, $g_S^* = \dfrac{1}{2(1-\beta_a^м)} = \begin{cases} 0{,}5, \beta = 0 (g_S = 0{,}7) \\ 1, \beta = 1/2 (g_S = 1{,}3) \end{cases}$ *A* = (1.44 ÷2.58) Z_C=(0.2656-0.279)

3) *nd*=4, $g_S^* = \frac{1}{3(1-\beta_a^M)} = \begin{cases} 1/3, \beta = 0 (g_S = 0{,}5) \\ 2/3, \beta = 1/2 (g_S = 0{,}9) \end{cases}$ A = (0.7÷2.02) Z_C=(0.2479-0.2745).

Анализ данных по ОКТП ***A*** (пользуемся таблицей из [6]) убеждает, что такое деление веществ на группы имеет место. Для веществ из молекул с числом атомов «в линейке» nd =2 наш прогноз дает значения А в интервале 2.58 - 3.45. В таблице находим вещества со следующими значениями А: Br_2 -2.58, I_2 -2.75, F_2 - 3.17, Cl_2 – 3.1, N_2 – 3.50, O_2 – 3.68, CO - 3.4, HCl -2.6(6), HBr -3.0(2). Все найденные значения (за исключением молекул азота и кислорода) принадлежат этому интервалу. Если сдвинуть верхнюю границу β до 0.6, то все значения попадут в указанный интервал. При этом модельные молекулы меняют форму – от гантели к объединенному единому объекту.

Для молекул с nd =3 прогноз А дает значения в интервале 1.44-2.58. В [6] найдены: CO_2 -1.9(6), N_2O – 2.6, SO_2 – 1.65, MoF_6 – 2.26, WF_6 -1.62; $GeCl_4$ - 1.73, $SiCl_4$ – 1.71, $SnCl_4$ – 1.67, CF_4 – 2.19, CCl_4 – 2.06.

Анализ данных дает основания провести такую сортировку по числу атомов, определяющих характерный размер объекта. Тем самым находит подтверждение мысль Филиппова о главенствующей роли молярного объема.

Заключение

Прогнозируемые в модели значения А реалистичны, а интервалы Z_C (по ((1)) весьма узкие. Следовательно, полученные формулы работают и служат обоснованием представлений выстраиваемой молекулярной модели.

При этом становится очевидно, что установленный смысл управляющего параметра молекулярного уровня g_s, появляющегося в методике Филиппова в КП А, придает его подходу и результатам особый вес и выделяет в ряду других работ, авторы которых используют идеи подобия.

Исследование открывающихся связей между известными критериями подобия и новыми, неизвестными управляющими параметрами модели, должно быть продолжено. Одно их перечисление должно показать, что они образуют не бесформенное множество: ацентрический фактор Питцера ω, коэффициент Риделя α, критерий Филиппова А, КФС Z_C как характеристика вещества; - управляющие параметры термодинамического и молекулярного уровней χ и θ, КФС - как характеристика УС (иерархия УС и параметров для модели ВТЦ); оставшийся нереализованным переход от А к Ω, и все объединяющий МИФ g_s - управляющий параметр модели оболочек, более реалистичной, чем модель ВТЦ. При этом важно, чтобы началом любой цепи было значение молекулярного фактора g_s, рассчитываемого по справочным данным, и оно в конечном счете выделяло бы конкретное УС в исследуемом семействе (ВТЦ или сферических оболочек, или других объектов). Полученные результаты [10] требуют продолжения исследований.

Литература

1. Филиппов Л.П. Закон соответственных состояний, Изд-во МГУ, (1983).
2. Петрик Г.Г. О новом подходе к получению физически обоснованных уравнений состояния. 1. Модель взаимодействующих точечных центров // Мониторинг. Наука и технологии. 2009.1.С.43-59
3. Петрик Г.Г., Гаджиева З.Р. Однопараметрическое семейство уравнений состояния на основе модели точечных центров и его связь с однопараметрическим законом соответственных состояний // Мониторинг. Наука и технологии. 2010.1(2) С.67-78.
4. Петрик Г.Г. О физическом смысле и связи управляющих параметров моделей молекулярного и термодинамического уровней// Мониторинг. Наука и технологии. 2013. 3. С. 43-60
5. Петрик Г.Г. О выборе оптимальных малопараметрических физически обоснованных уравнений состояния// ММнт 2019.1.С.44-52
6. Филиппов Л.П. Подобие свойств веществ. - М.:Изд-во МГУ,1978.-255с
7. Алибеков Б.Г., Петрик Г.Г., Гаджиева З.Р. Расчет параметров потенциала сферической оболочки молекул. Учет взаимодействий с центральным атомом // ЖФХ - 1985.- 59, № 8.1974-1978.
8. Петрик Г.Г., Алибеков Б.Г. Связь потенциала сферической оболочки с потенциалом Ми (m-n). Критерий выбора индексов (m-n). Расчет параметров//ЖФХ. 1987. 61.5. С 1228-1234.
9. Петрик Г.Г., Тодоровский Б.Е. Потенциал сферической оболочки. Общие соотношения между параметрами потенциалов взаимодействия свободных и связанных атомов // Журнал физ. Химии. 1988. 62.12.С. 3257-3266.
10. Петрик Г.Г. Сборник научных статей. Махачкала, ЦСМОСиПР, 2020, 299с.

Petrik G.G., Shikhakhmedova D.P.

ON THE KNOWN CRITERIA OF THERMODYNAMIC SIMILARITY AND THEIR RELATIONSHIP WITH THE CONTROL PARAMETERS OF THE MOLECULAR LEVEL

Abstract. *A connection is established between the known criteria of thermodynamic similarity, in the form and meaning of which the properties of substances are reflected, with new criteria - the control parameters of the molecular level introduced in the model of interacting point centers and spherical shells, reflecting the manifestation and ratio of the forces of attraction and repulsion acting in the system.*

***Keywords**: similarity criterion, critical compressibility factor, control parameters of the molecular level, models of point centers and spherical shells.*

УДК 378.147

МЕЖПРЕДМЕТНАЯ ИНТЕГРАЦИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Прокопенко Н.А., Перетолчина Г.Б.
ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет»
pronatan@rambler.ru

В статье рассмотрена междисциплинарная интеграция высшей математики и теоретической механики, которая обеспечивает взаимосвязь на уровне знаний и видов деятельности. Показано, что межпредметные связи этих дисциплин позволяют обогатить содержание обучения высшей математики знаниями и способами действий, формируя фундаментальный базис естественнонаучного образования в высшей инженерной школе.
Ключевые слова: *междисциплинарная интеграция, высшая математика, теоретическая механика, дифференциальное исчисление функции, вектор 5-8 слов или словосочетаний*

Как показывает практика, математика в техническом университете является основой всего естественнонаучного знания, и система математического образования должна быть направлена на использование математических знаний при изучении естественнонаучных дисциплин. Изучение математики интеллектуально обогащает студента, развивая в нем необходимую для будущего инженера гибкость и строгость мышления.

Междисциплинарная интеграция обеспечит взаимосвязь математики и естественнонаучных дисциплин на уровне знаний и видов деятельностей, если её содержательную основу составит работа по обучению студентов решению задач, обеспечивающих формирование профессиональной компетентности, и позволяющих сформировать как математические, так и профессионально значимые знания, умения и навыки.

Для изучения дисциплины «Теоретическая механика» будущему инженеру необходимо иметь соответствующую математическую подготовку, а в результате изучения студент должен овладеть методами использования основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования.

Для овладения вышеуказанными методами необходимо уметь: дифференцировать функции одной переменной, строить графики этих функций, быть знакомым с понятиями о естественном трехграннике, кривизне кривой и радиусе кривизны, знать основы теории кривых 2-го порядка; находить интегралы (неопределенные и определенные) от простейших функций, вычислять частные производные и полный дифференциал функций нескольких переменных, а также уметь интегрировать дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными и линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка (однородные и неоднородные) с постоянными коэффициентами.

В итоге, понимание сущности и значения основных законов и положений дисциплины «Теоретическая механика» позволяет студентам применять знания и способы действий, полученные ими при изучении таки разделов курса высшей математики как линейная алгебра и аналитическая геометрия, дифференциальное и интегральное исчисления функции одной и нескольких переменных, дифференциальные уравнения и векторный анализ. А для выполнения практических расчетов необходимо, чтобы студенты владели навыками математического исследования прикладных вопросов, умели выбирать математические модели, методы исследования этих моделей и алгоритм решения.

В процессе изучения теоретической механики и других естественнонаучных дисциплин большинство студентов используют только малую долю знаний, полученных при изучении высшей математики.

Для эффективного формирования компетенции применения аналитических и численных методов и алгоритмов математики при решении технических задач необходимо при изучении высшей математики формировать математические понятия не только с точки зрения их логического развития, а в большей мере с точки зрения их приложения в естественнонаучных дисциплинах.

Выработка практических навыков решения задач теоретической механики невозможна без применения математических методов, без изучения методов и алгоритмов построения математических моделей движения или состояния рассматриваемых механических систем, а также методов исследования этих математических моделей.

При выполнении практических работ по разделу «Статика» теоретической механики применяются элементы векторной алгебры: понятие вектора, линейные операции над векторами, координаты вектора, скалярное произведение векторов и его свойства, проекция вектора на ось. Принципы графического представления пространственных образов, заложенные аналитической геометрией, помогают схематизировать реальные конструкции и их связи, выделять из общей конструкции сложного механизма модели и расчетные схемы, то есть помогают строить математические модели. При составлении уравнений равновесия или уравнений статики для различных расчетных схем используются знания по линейной алгебре, далее отыскиваются различные способы решения системы линейных однородных уравнений, то есть применяются навыки составления и исследования замкнутых систем уравнений для математических моделей.

Второй раздел теоретической механики предполагает развитие у студентов умений связывать с законами механики повседневно наблюдаемые в реальной жизни движения материальных точек и тел. Поэтому кинематический анализ движения звеньев машин и механизмов невозможен без знаний раздела курса высшей математики «Функции одной переменной», как понятие и смысл производной, заложенные в основных понятиях скорости и ускорения материальных точек и твердых тел.

При определении траектории движения материальных точек необходимы знания по линейной алгебре, студенты должны уметь по уравнениям линий второго порядка строить графики окружности, эллипса, гиперболы и параболы. Также студенты должны уметь определять радиус и центр кривизны кривой – траектории движения материальной точки. В качестве примера применения описанных знаний и умений обратимся к курсовой работе по теме «Определение скорости и ускорения точки по заданным уравнениям ее движения» из «Сборника заданий для курсовых работ по теоретической механике» [2, с. 64].

Задача 1. По заданным уравнениям траектории движения точки M установить вид её траектории и для момента времени $t = t_1$ (с) найти положение точки на траектории, её скорость, полное, касательное и нормальное ускорения, а также радиус кривизны траектории.

При решении этого задания уравнения движения точки заданы в виде

$x = x(t),\ y = y(t)$, например,
$$\begin{cases} x = 4t, \\ y = 16t^2 - 1. \end{cases} \tag{1}$$

Уравнения движения (1) можно рассматривать как параметрические уравнения движения точки. Чтобы получить уравнения движения в координатной форме, надо исключить время t из уравнений (1). Получим:

$$y = x^2 - 1\cdot \tag{2}$$

График траектории движения изображен на рисунке 1. Для его построения студент должен знать свойства квадратичной функции и уметь строить параболу.

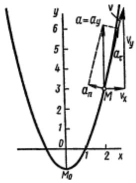


Рисунок 1 – График траектории движения точки из задачи 1

Вектор скорости точки $\overline{V}$ может быть представлен в виде разложения по векторам декартового базиса в плоскости XOY

$$\overline{v} = v_x \cdot \overline{i} + v_y \cdot \overline{j}. \tag{3}$$

Для вектора ускорения разложение имеет вид

$$\overline{a} = a_x \cdot \overline{i} + a_y \cdot \overline{j}. \tag{4}$$

В формулах (3), (4) $\overline{i},\ \overline{j}$ – вектора декартового базиса, $v_x, v_y,\ a_x,\ a_y$ – проекции скорости и ускорения на координатные оси (см. рис. 1).

Для нахождения проекций векторов скорости и ускорения используется понятие производной первого и второго порядков. Причем в физике и теоретической механике обозначение производной по времени имеет отличие от принятого в высшей математике. Об этом обязательно должны быть проинформированы студенты. Различные обозначения и вычисления для задачи 1 для уравнений движения (1) приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Вычисление проекций векторов скорости и ускорения в задаче 1

№ п/	Понятие	Обозначение в математике	Обозначение в физике	Вычисление для задачи 1	Единицы измерения
1.	Проекция вектора скорости на ось OX	$v_x = \frac{dx}{dt}$	$v_x = \dot{x}(t)$	$v_x = (4t)' = 4$	$\left(\frac{м}{с}\right)$
2.	Проекция вектора скорости на ось OY	$v_y = \frac{dy}{dt}$	$v_y = \dot{y}(t)$	$v_y = (16t^2 - 1)' = 32t$	$\left(\frac{м}{с}\right)$
3.	Проекция вектора ускорения на ось OX	$a_x = \frac{dv_x}{dt}$	$a_x = \dot{v}_x(t)$	$a_x = (4)' = 0$	$\left(\frac{м}{с^2}\right)$
4.	Проекция вектора ускорения на ось OY	$a_y = \frac{dv_y}{dt}$	$a_y = \dot{v}_y(t)$	$a_y = (32t)' = 32$	$\left(\frac{м}{с^2}\right)$

Разложение векторов скорости и ускорения по векторам декартового базиса согласно (3), (4) будет иметь вид

$$\bar{v} = 4 \cdot \bar{i} + 32t \cdot \bar{j}, \quad \bar{a} = 0 \cdot \bar{i} + 32 \cdot \bar{j}. \qquad (5)$$

При этом модули векторов (5) равны

$$|\bar{v}| = \sqrt{4^2 + (32t)^2}, \quad |\bar{a}| = \sqrt{0 + 32^2} = 32. \qquad (6)$$

Для момента времени t = 0,5 (с) получаем

$$|\bar{v}| = \sqrt{4^2 + (32t)^2}, = \sqrt{16 + 256} = \sqrt{272} \approx 16{,}49 \left(\frac{м}{с}\right), \; |\bar{a}| = \sqrt{0 + 32^2} = 32 \left(\frac{м}{с^2}\right). \qquad (7)$$

Рассмотренная часть задачи 1 может быть использована при изучении раздела «Дифференциальное исчисление функции одной независимой переменной» курса высшей математики, темы «Производные старших порядков». Это обосновывается тем, что для решения задачи 1 вполне достаточно владения знаниями по высшей математике, поэтому студент может справиться с ним, еще до изучения теоретической механики.

Для нахождения касательного и нормального ускорения потребуется введение формул из курса общей физики, которые не изучаются в курсе высшей математики.

Такие задачи могут быть рассмотрены как на лекции, так и на практическом занятии. После того, как задача подробно решена в аудитории, она может быть предложена для самостоятельного решения студентам в качестве домашнего или индивидуального задания.

Основной раздел «Динамика» курса теоретической механики посвящен изучению механического движения материальной точки и неразрывно связан с элементами теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Понятие и основные свойства определенного интеграла из темы высшей математики «Геометрические и механические приложения определённого интеграла» лежат в основе одной из важнейших характеристик теоретической механики – это геометрические характеристики плоских сечений. К геометрическим характеристикам плоских сечений относятся такие характеристики как полярный момент инерции, полярный момент сопротивления, осевой момент инерции и осевой момент сопротивления, без них не обходится ни один расчет на прочность деталей машин и механизмов.

Задача 2. Определить положение центра тяжести полукруга. [1]

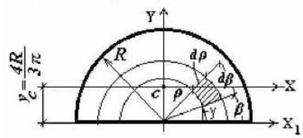


Рисунок 2 – К задаче 2

Направим ось *OY* по оси симметрии полукруга, а ось OX совместим с его основанием. В этом случае $X_C = 0$. Определим координату Y_C. Вычислим статистический момент полусечения непосредственным интегрированием по площади полукруга.

$$S_X = \int_A y\,dA = \int_A \rho \sin\beta\, \rho d\beta d\rho = \int_0^R \rho^2 d\rho \int_0^\pi \sin\beta\, d\beta = \frac{2}{3}R^3 \tag{8}$$

Тогда найдём расстояние от центра тяжести до основания

$$Y_C = \frac{S_X}{S_{кр}} = \frac{\frac{2}{3}R^3}{\frac{\pi R^2}{2}} = \frac{4R}{3\pi}. \tag{9}$$

Рассмотренная задача может быть использована при изучении раздела «Кратные интегралы» курса высшей математики, темы «Двойной интеграл и его механические приложения».

Также при исследовании движения твердых тел в задании на тему «Применение теоремы об изменении кинетического момента к определению угловой скорости твердого тела» используются осевые моменты инерции различных однородных пластинок. Как указывают Х. Н. Ягафарова и А. И. Ямалтдинов, «последовательное стремление к математизации выступает характерной чертой естествознания на протяжении всей его истории» [3, с. 213].

Таким образом, межпредметные связи высшей математики и теоретической механики позволяют обогатить содержание обучения математическим дисциплинам интегративными знаниями и способами действий, что способствует формированию фундаментального базиса естественнонаучного образования в высшей инженерной школе.

Возможности межпредметной интеграции математических и естественнонаучных дисциплин не ограничиваются только рассмотренными дисциплинами. Большое количество приложений математики существует в таких дисциплинах как химия, экология, физическая химия**,** кристалло-графия, изучаемых студентами некоторых инженерных направлений подготовки.

Литература

1. Лукьянов А.М., Лукьянов М.А., Монахов И.И. Геометрические характеристики плоских сечений: Учебное пособие. - М.: МГУПС (МИИТ), 2016, - 40.: ил

2. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике : учеб. пособие для студентов втузов / А. А. Яблон-ский и др. – 10-е изд. – Москва : Интеграл-Пресс, 2003. – 384 с.

3. Ягафарова Х.Н. Применение математических методов при формировании общеинженерных компетенций у студентов технических вузов [Электронный ресурс]/ Ягафарова Х.Н., Ямалтдинов А.И. // Электронный научный журнал “Нефтегазовое дело”. – 2015. - №2. – С.477-490.- Электронные тексттовые дан. – Режим доступа: **http://www.ogbus.ru,** Свободный. – загл. с экрана. – описание основано на версии, датир.: май 22, 2018.

Prokopenko N.A. Peretolchina G.B.

INTERDITIONAL INTEGRATION OF HIGHER MATHEMATICS AND THEORETICAL MECHANICS

Abstract. *The article discusses the interdisciplinary integration of higher mathematics and theoretical mechanics, which provides a relationship at the level of knowledge and activities. It is shown that the interdisciplinary connections of these disciplines make it possible to enrich the content of teaching higher mathematics with knowledge and methods of action, forming the fundamental basis of natural science education in a higher engineering school.*

Keywords: *interdisciplinary integration, higher mathematics, theoretical mechanics, differential calculus of function, vector of 5-8 words or phrases.*

УДК 378.4:519.2

ФОРМИРОВАНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКИХ УМЕНИЙ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Пустовая Ю.В.

ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет»

Julia-Pustovaa@mail.ru

Теория вероятностей является одним из самых важных и богатых приложениями разделов современной математики, она дает возможность как оценивать классические вероятности выигрышных стратегий, так и решать весьма серьезные прикладные задачи. Использование различных эвристических приемов, при изучении курса теории вероятностей, позволит развивать у студентов творческое мышление, гибкость мыслительных процессов, стремление к экономичности и рациональности решения проблемных задач прикладного характера и как результат – формированию эвристических умений.

Ключевые слова: *эвристические приемы поиска решения задач, эвристические умения, эвристическое обучение математике, теория вероятностей.*

Стремительное развитие технического прогресса выдвигает новые требование к подготовке студентов в техническом университете. Помимо высоких профессиональных умений и навыков, они должны уметь анализировать, делать выводы, проявлять инициативность, принимать сложные решения, быстро и свободно перестраивать направленность мыслительного процесса, переключаться с прямого на обратный ход.

Теория вероятностей является одним из самых важных и богатых приложениями разделов современной математики, она дает возможность как оценивать классические вероятности выигрышных стратегий, так и решать весьма серьезные прикладные задачи.

Использование различных эвристических приемов, при изучении курса теории вероятностей, позволит развивать у студентов творческое мышление, гибкость мыслительных процессов, стремление к экономичности и рациональности решения проблемных задач прикладного характера и как результат – формированию эвристических умений.

Эвристические умения – это умения осуществлять целенаправленный поиск решения нестандартной задачи путем использования эвристических приемов [2].

Под ***эвристическими приемами***, Е.И. Скафа, понимает особые приемы, составляющие поисковые стратегии и тактики, определяющие самое общее направление мысли, сформированные в ходе решения одних задач и более или менее сознательно переносящиеся на другие [2]

Теория вероятностей неразрывно связана с нашей повседневной жизнью, что дает возможность вычислять вероятности многих событий. Рассмотрим на примере, применение различных эвристических приемов, при поиске решения задачи, прикладного характера в курсе теории вероятностей [1].

Задача. Система электроснабжения состоит из источника питания, повышающего трансформатора, линии электропередачи и понижающего трансформатора. Вероятности бесперебойной работы каждого элемента системы соответственно равны: 0,9; 0,75; 0,8; 0,85. Какая вероятность отказа системы электроснабжения?

Решение. Составим математическую модель данной задачи используя эвристический прием *переформулировка задачи*.

Событие A ={отказ системы электроснабжения};

Событие B_1 = {отказ источника питания};

Событие B_2 = {отказ повышающего трансформатора };

Событие B_3 = {отказ линии электропередачи };

Событие B_4 = {отказ понижающего трансформатора };

Применяя эвристический прием *перебор*, рассмотрим все варианты, при которых событие A произойдет.

Событие A произойдет, если произойдут следующие события:

B_1; или B_2 ; или B_3; или B_4; или B_1 и B_2; или B_1 и B_3; или B_1 и B_4; или B_2 и B_3; или B_2 и B_4; или B_3 и B_4; или B_1 и B_2 и B_3; или B_1 и B_2 и B_3 и B_4.

Каждый элемент системы может отказать независимо от другого. Следовательно, события отказов элементов системы электроснабжения – события независимые. Но эти события, в свою очередь, и совместны, т.к. отказ сразу нескольких элементов может иметь место.

Применяем эвристические прием «*разбиение целого на части*» и находим вероятность каждого из этих событий.

$$P(B_1)=1-0,9=0,1$$

$$P(B_2)=1-0,75=0,25$$

$$P(B_3)=1-0,8=0,2$$

$$P(B_4)=1-0,85=0,15$$

$$P(B_1\cdot B_2)=P(B_1)\cdot P(B_2)=0,1\cdot 0,25=0,025$$

$$P(B_1\cdot B_3)=P(B_1)\cdot P(B_3)=0,1\cdot 0,2=0,02$$

$$P(B_1\cdot B_4)=P(B_1)\cdot P(B_4)=0,1\cdot 0,15=0,015$$
$$P(B_2\cdot B_3)=P(B_2)\cdot P(B_3)=0,25\cdot 0,2=0,05$$
$$P(B_2\cdot B_4)=P(B_2)\cdot P(B_4)=0,25\cdot 0,15=0,0375$$
$$P(B_3\cdot B_4)=P(B_3)\cdot P(B_4)=0,2\cdot 0,15=0,03$$
$$P(B_1\cdot B_2\cdot B_3)=P(B_1)\cdot P(B_2)\cdot P(B_3)=0,1\cdot 0,25\cdot 0,2=0,005$$
$$P(B_1\cdot B_2\cdot B_3\cdot B_4)=P(B_1)\cdot P(B_2)\cdot P(B_3)\cdot P(B_4)=0,1\cdot 0,25\cdot 0,2\cdot 0,15=0,00075$$

Используя эвристический прием «реконструкция целого по части» вычисляем вероятность события A.

$$P(A)=P(B_1)+P(B_2)+P(B_3)+P(B_4)+P(B_1\cdot B_2)+P(B_1\cdot B_3)+P(B_1\cdot B_4)+$$
$$+P(B_2\cdot B_3)+P(B_2\cdot B_4)+P(B_3\cdot B_4)+P(B_1\cdot B_2\cdot B_3)+P(B_1\cdot B_2\cdot B_3\cdot B_4)$$
$$P(A)=0,1+0,25+0,2+0,15+0,025+0,02+0,015+0,05+0,0375+$$
$$+0,03+0,005+0,00075=0,88325$$

Ответ. Вероятность отказа системы электроснабжения составляет 0,88325.

Поиск решения данной задачи направлен на формирование у студентов следующих эвристических умений: переформулировать поставленную задачу, рассматривать все возможные варианты развития событий, разбивать «целое на части», реконструировать «целое по части», переходить от общего к частному и от частного к общему.

Таким образом, использование различных эвристических приемов при поиске решения задач в курсе теории вероятностей, будет способствовать формированию эвристических умений студентов, что в свою очередь позволит активизировать учебную деятельность, повысить эффективность обучения и уровень усвоения знаний.

Литература

1. Волков Н.Г. Надежность электроснабжения: учебное пособие. 2-е изд., доп. / Н.Г. Волков, А.А. Сивков, А.С. Сайгаш. – Томск: Томского политехнического университета, 2011. – 160 с.
2. Скафа Е.И. Технологии эвристического обучения математике: учебное пособие. 2-е изд испр. и доп. / Е.И. Скафа, И.В. Гончарова, Ю.В. Абраменкова. – Донецк: ДонНУ, 2019. – 220 с.

Pustovay Y.V.

FORMATION OF HEURISTIC SKILLS OF STUDENTS OF THE TECHNICAL UNIVERSITY WHEN STUDYING THE COURSE THEORY OF PROBABILITIES

Abstract. *Probability theory is one of the most important and rich in applications of branches of modern mathematics, it makes it possible to both evaluate the*

classical probabilities of winning strategies and solve very serious applied problems. The use of various heuristic techniques, when studying the course of probability theory, will allow students to develop creative thinking, flexibility of thought processes, the desire for efficiency and rationality in solving problematic problems of an applied nature and, as a result, the formation of heuristic skills.
Keywords: *heuristic methods of finding solutions to problems, heuristic skills, heuristic teaching of mathematics, probability theory*.

УДК 519.62:004.94

АНАЛИЗ ДИНАМИКИ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭПИДЕМИИ КОРОНАВИРУСА COVID-19

Руссиян С.А., Гусар Г.А., Качанова И.А.
ГОУВПО "Донецкий национальный технический университет", ДНР
Кубанский государственный университет, РФ
st_russ@mail.ru

Рассмотрено применение дискретных логистических уравнений при решении задач по оценке динамики распространения и краткосрочному прогнозированию эпидемии коронавируса в ДНР. Для проверки адекватности математической модели проведено сравнение результатов моделирования с распространением коронавируса в Республике на интервале [01.04.2020 – 30.04.2021].
Ключевые слова**:** *вирусы, прогнозирование, математический аппарат, эпидемия, число заболевших, трансмиссивность.*

Введение. Вирусы (лат. virus – яд) не имеют клеточного строения. Это внутриклеточные паразиты, и вне клетки они не проявляют никаких свойств живого организма. Они не растут, не питаются, не вырабатывают энергии. У них нет обмена веществ. Вирусы состоят из генетического материала, заключённого в белковую оболочку. Проникнув в клетку, вирус направляет деятельность клетки на производство вирусных РНК и ДНК, а также вирусных белков. До момента гибели клетки вирус успевает многократно размножиться [1].

Учёные предполагают, что вирусы это деградированные из-за приспособления к паразитизму клетки. У них остались лишь, как сказано ранее, ДНК и РНК в белковой оболочке.

Миллионы лет человечество ведёт оборонительную беспощадную войну с многомиллиардной армией вирусов. Защитная армия человечества от вирусов – это иммунитет.

Вирусы постоянно мутируют, боевые машины агрессора всё время модифицируются. Одни названия вызывают содрогания: чума, холера, грипп, эбола, сибирская язва…

К несчастью, в наши дни появилась и усиливается ещё одна пандемия – пандемия вируса COVID-19. Число 19 – год его признания ВОЗ мировой пандемией. Многие не верят в силу этого вируса. Однако, к маю 2021 г. более 150 миллионов заболевших, более 3,1 млн. человек умерших. Некоторые считают его лабораторной разработкой – оружием борьбы элиты англосаксов против остального человечества. Поэтому не удаётся создать лекарств. И остаётся надежда на создание вакцин. Российские вакцины положительно отличаются от других вакцин, созданных в мире. Они базируются не на ослабленном геноме COVID-19, а на штаммах вирусов, менее опасных, но обладающих похожими генетически штаммами.

Постановка задачи. С помощью дискретных логистических уравнений оценить динамику распространения эпидемии коронавируса COVID-19 в Республике. Выполнить сравнение результатов математического моделирования с распространением коронавируса в ДНР на интервале [01.04.2020 – 30.04.2021] и сделать краткосрочный прогноз динамики распространения эпидемии коронавируса на май 2021 г.

Цель. Проверить работоспособность математического аппарата по оценке динамики распространения эпидемии коронавируса в ДНР и выполнить краткосрочное прогнозирование.

Результаты. Имеющаяся информация об особенностях новой коронавирусной инфекции COVID-19 и то, как люди ее воспринимают и действуют, должны служить базой для построения модели.

В статье для описания распространения эпидемии в ДНР используются дискретные логистические уравнения. Впервые логистическое уравнение в дифференциальной форме (т.е. уравнение, решением которого является логистическая функция) применил бельгийский математик Пьер Ферхюльст в 1845 г. [2] для моделирования роста населения.

Для прогнозирования распространения коронавирусной инфекции необходима модель, учитывающая следующие обстоятельства: во-первых, наличие длительного инкубационного периода, во время которого носитель инфекции заразен для окружающих, а во-вторых, изолирование выявленных носителей инфекции, которые в результате становятся условно незаразными [3].

Ключевым является разделение всех заболевших на две группы: выявленных и затем изолированных носителей инфекции (N_D) и тех, которые остаются невыявленными в силу непрошедшего у них инкубационного периода и продолжают распространять заболевание в популяции (N_A). Общее число заболевших (N_T) на некоторую дату d_i равно сумме выявленных и невыявленных носителей инфекции на ту же дату [3]:

$$N_T\left(d_i\right)=N_D\left(d_i\right)+N_A\left(d_i\right). \qquad (1)$$

Средний инкубационный период заболевания равен шести дням (по разным источникам, от 5,1 до 6,4 дня). Теоретически этот параметр можно снизить тотальным тестированием всего населения, но это реализуемо только для малых сообществ. Поэтому, в среднем, каждый заболевший спустя шесть дней после инфицирования обращается за помощью и изолируется, т.е. общее число выявленных носителей инфекции на дату d_i равно общему числу заболевших шестью днями ранее:

$$N_D\left(d_i\right)=N_T\left(d_i-6\right). \quad (2)$$

Каждый день число инфицированных возрастает. Болезнь разносят невыявленные носители инфекции с некоторой скоростью, которую характеризует параметр, называемый трансмиссивностью (R_0). Численно параметр равен среднему числу людей, которое заражает один человек до изоляции, и зависит от плотности и поведения населения на разных этапах развития эпидемии. При R_0 меньше 1,0 эпидемия затухает, и наоборот [3].

В среднем, невыявленный больной распространяет инфекцию в течение шести дней. Это значит, что в день он заражает порядка $R_0/6$ человек. Кроме того, число повторных случаев заражения COVID-19 незначительно. На миллионы заболевших приходится лишь несколько десятков случаев повторного заболевания. Поэтому будем считать, что у переболевших вырабатывается стойкий иммунитет, исключающий повторную возможность их инфицирования. Тогда общее число заразившихся на дату d_i равно сумме общего числа зараженных днём ранее и числа новых заражённых, которое пропорционально числу ещё невыявленных заражённых с учетом трансмиссивности болезни и доли уже ранее заразившегося населения:

$$N_T\left(d_i\right)=N_T\left(d_i-1\right)+\frac{R_0}{6}\cdot N_A\left(d_i-1\right)\cdot\left(1-\frac{N_T\left(d_i-1\right)}{N_P}\right), \quad (3)$$

где N_P – общее население страны или города.

На момент начала эпидемии (дату d_0) $N_A(d_0)=1$, $N_T(d_0)=1$, а $N_D(d_0)=0$. Таким образом, для каждого последующего дня можно рассчитать общее число заражённых по уравнению (3), общее число уже выявленных больных по уравнению (2), а затем и общее число пока невыявленных заражённых по уравнению (1).

Отметим, что данные уравнения представлены в дискретной, а не дифференциальной форме, что позволяет использовать рекуррентные вычисления.

Заметим, что доля бессимптомных носителей в популяции с течением времени не изменяется, а их наличие учитывается неявным образом величиной коэффициента R_0. При этом, в случае изменения поведения населения с даты d_1 (например, из-за введения или пересмотра карантинных мер) параметр R_0 меняет с этой даты свое значение, становясь R_1. Если далее поведение снова изменяется, то появляется пара d_2 и R_2 и т.д.

Применим модель для анализа параметров распространения инфекции в ДНР.

По данным Главного управления статистики ДНР, по состоянию на 1 января 2021 составляет N_P = 2244419 постоянных жителей [4].

29 марта был госпитализирован, а позже, 31 марта в ДНР зарегистрирован первый случай заболевания коронавирусной инфекцией COVID-19 [5]. Следовательно, началом эпидемии будем считать d_0=29.03.20.

Для оценки общего качества модели будем использовать коэффициент детерминации

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i \left(Y_i - N_T\left(d_i\right)\right)^2}{\sum_i \left(Y_i - \bar{Y}\right)^2}, \tag{4}$$

где Y_i – данные по эпидемиологической обстановки ДНР, $\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i$.

С целью корректного определения трансмиссивности (лат. transmissio – «перенесение на других») как одного из ключевых показателей математической модели распространения коронавируса, целесообразно рассмотреть общее число заразившихся N_T в (3) как функцию от R_0. Очевидно, что чем ближе R^2 к 1,0, тем лучше модель описывает экспериментальные данные. Считается что при R^2>0,8 модель работает хорошо. Соответственно, параметр трансмиссивности R_0 математической модели (1) – (4) определим из условия

$$R^2 \to 1. \tag{5}$$

На рисунке 1 представлена графическая интерпретация распространения инфекции в ДНР с начала эпидемии коронавируса – апрель 2020г. (на 01.04.2020г. зарегистрирован 1 случай заболевания коронавирусом, рис. 1а) по апрель 2021г. (рис. 1д). Позитивная динамика изменения показателя трансмиссивности наблюдалась в мае (рис. 1б) и июне (рис. 1в). Снижение этого показателя, по сравнению с апрелем составило 18% и 30% соответственно. В июне трансмиссивность коронавируса опустилась ниже 1,0, что говорит о затухании эпидемии. Напротив, в декабре (рис. 1г) показатель трансмиссивности составил R_0 = 1,14, что является максимумом с начала эпидемии.

Прогнозируемые случаи (пунктирная линия) заражения в апреле 2021 представлены на рисунке 1д. [6]. Прогноз на 30 апреля составил 33703 случая заражения при R_0 = 1,04. В свою очередь, статистические данные на то же число составили 33434 случая при R_0 = 1,01. Погрешность составила 0,8%, что говорит об адекватности математической модели. Тем не менее, величина коэффициента трансмиссивности всё еще больше единицы, что означает продолжение ускоренного распространения коронавируса среди граждан Республики.

Прогноз общего числа выявленных больных коронавирусной инфекцией на май 2021г. приведен на рисунке 1е. При прогнозировании предполагалось, что показатель трансмиссивности останется на уровне апреля 2021г. (R_0=1,01).

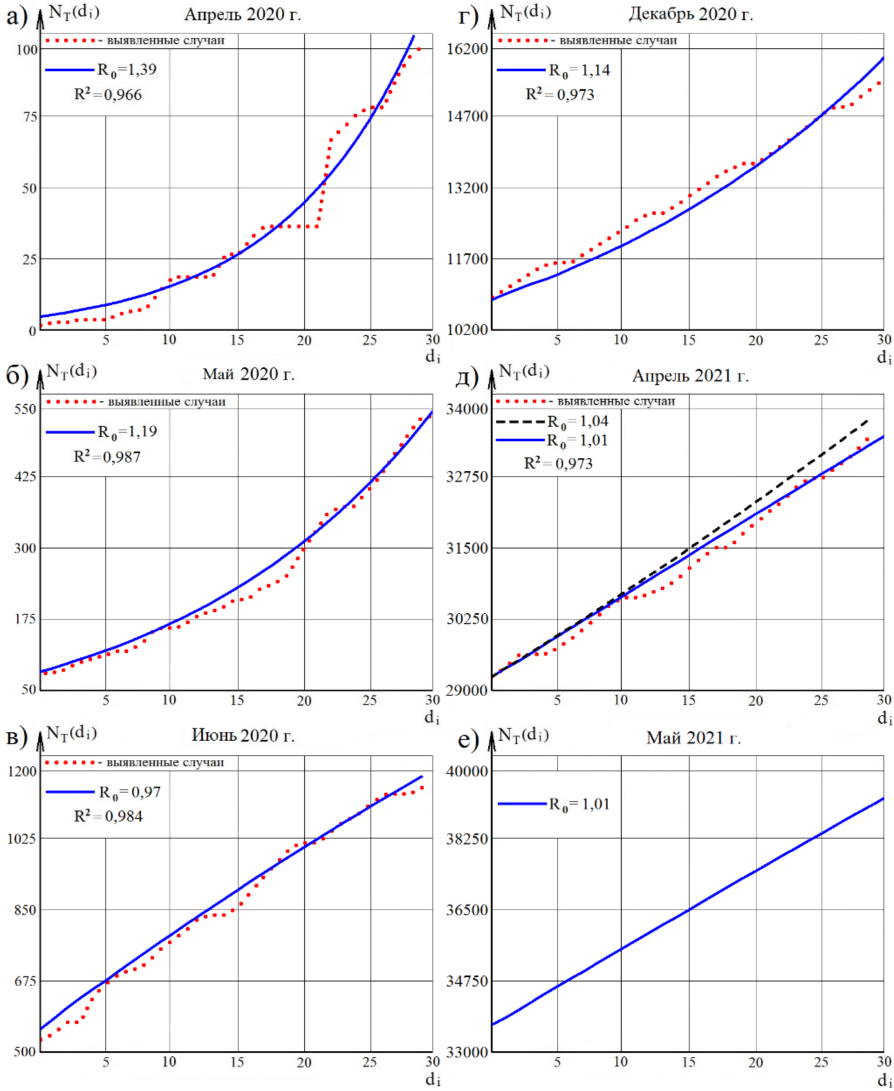


Рисунок 1 – Общее число выявленных случаев (а, б, в, г); сравнение прогнозируемых и выявленных случаев (д); прогнозируемые случаи (е) коронавирусной инфекции в ДНР; параметры модели: R_0 – коэффициент трансмиссивности, R^2 – коэффициент детерминации.

На рисунке 2 представлена динамика изменения коэффициента трансмиссивности коронавируса в ДНР с апреля 2020 г. по апрель 2021 г. Согласно математической модели (1-5), трансмиссивность вируса (R_0 < 1,0) отмечалась в июне 2020 г., а также в январе и феврале 2021 г.

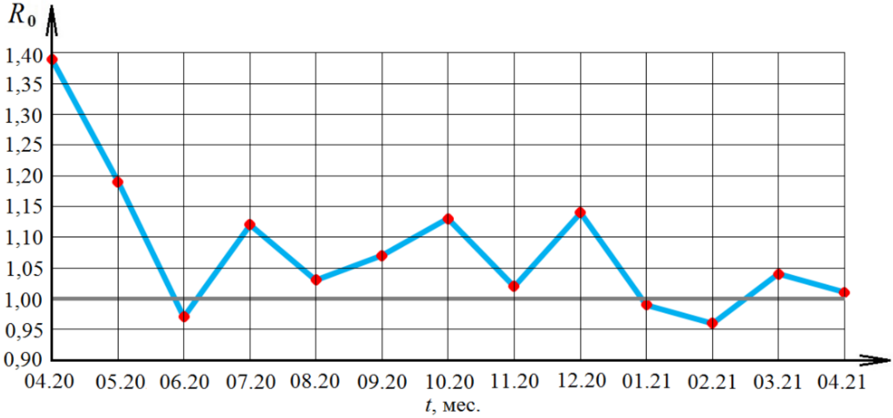


Рисунок 2 – Динамика изменения коэффициента трансмиссивности коронавируса (R_0) в ДНР с апреля 2020 г. по апрель 2021 г.

Выводы. В работе показано применение дискретных логистических уравнений для моделирования распространения коронавируса COVID-19 в ДНР. Определены показатели роста численности популяции инфицированных коронавирусом COVID-19 и приведена динамика изменения коэффициента трансмиссивности коронавируса с начала эпидемии по настоящее время. Также выполнен краткосрочный прогноз динамики распространения эпидемии коронавируса COVID-19 в Республике.

Представленная математическая модель позволяет учитывать важнейшие параметры, влияющие на динамику распространения эпидемии COVID-19:

- даты проникновения вируса;
- численность населения республики;
- наличие инкубационного периода у заболевания, когда носитель остаётся невыявленным и продолжает распространять заболевание;
- скорость, с которой носитель инфекции распространяет заболевание;
- изменение поведения населения, вследствие пересмотра карантинных мер, изменения погоды, наличия праздников и т.д.

Подобные математические модели служат основой для расчёта необходимых ресурсов здравоохранения, а также принятия управленческих решений с целью минимизации негативных последствий, вызванных эпидемией.

Литература

1. Щелканов, М. Ю., История изучения и современная классификация коронавирусов / М. Ю. Щелканов, А. Ю. Попова, В. Г. Дедков, В. Г. Акимкин, В. В. Малеев // Инфекция и иммунитет : научная статья. — 2020. — Т. 10, № 2. — С. 221—246.
2. Verhulst P.F. Mathematical researches into the law of population growth increase. Nouveaux Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles. 1845. Vol. 18. Pp. 1–42.
3. Ильин С. О. Оценка эффективности карантинных мер: что дает математическое моделирование? / С. О. Ильин // Наука и жизнь, 29 апреля 2020. – [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.nkj.ru/open/38644/ - Загл. с экрана
4. Главное управление статистики ДНР, [Электронный ресурс]. – режим доступа: http://glavstat.govdnr.ru/ - Загл. с экрана
5. 31 марта в Донецкой Народной Республике зарегистрирован первый случай заболевания коронавирусной инфекцией. [Электронный ресурс]. – режим доступа: https://dnronline.su/2020/03/31/v-dnr-vyyavlen-pervyj-sluchaj-koronavirusa-patsient-gospitalizirovan-minzdrav/ - Загл. с экрана
6. Ляшко А. А. Применение математического аппарата для оценки и прогнозирования распространения эпидемии коронавируса COVID-19 / А.А. Ляшко // Математическая культура инженера: сборник докладов Республиканской студенческой научно-технической конференции, 14 апреля 2021 г., [Электронный рессурс]. – Донецк : ДонНТУ, 2021. – С. 248 – 253. – Режим доступа: http://kvm.fkita.donntu.org/sites/default/files/sbornik_sntk-2021_kafedra_vm.pdf

Russijan S.A., Gusar G.A., Kachanova I.A.

ANALYSIS OF DYNAMICS AND PREDICTION OF THE SPREAD OF THE COVID-19 CORONAVIRUS

Abstract. *The application of discrete logistic equations in solving problems of assessing the dynamics of the spread and short-term forecasting of the coronavirus epidemic in the DPR is considered. To check the adequacy of the mathematical model, the simulation results were compared with the spread of coronavirus in the Republic on the interval [01.04.2020 – 30.04.2021].*

Key words: *viruses, forecasting, mathematical apparatus, epidemic, number of cases, transmissibility.*

УДК 378.1

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРАВИЛА СУММИРОВАНИЯ ЭЙНШТЕЙНА ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ВУЗАХ

Савельев В.М.

ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный педагогический университет»

svm59@mail.ru

В статье рассмотрено применение индексных обозначений в различных дисциплинах высшей математики. На примерах показано полезность использования индексов в учебном процессе.

Ключевые слова: *индексные обозначения, правило суммирования Эйнштейна, матрица преобразования, вектор, определитель, алгебраическое дополнение.*

Правило суммирования Эйнштейна заключается в следующем. Если одна и та же буква в обозначении индекса встречается в одночлене и сверху, и снизу, то такой одночлен полагается просуммированным по всем значениям, которые может принимать этот индекс. Цель этой статьи заключается в том, чтобы обратить внимание преподавателей математики, работающих в высших учебных заведениях, на возможность использовать систему индексных обозначений в различных дисциплинах высшей математики. Применение этих обозначений окажется полезной как с точки зрения подготовки студентов к таким курсам, как дифференциальная геометрия, векторный и тензорный анализ, так и из чисто дидактических соображений. Индексные обозначения обладают рядом качеств, благодаря которым использование их в некоторых разделах высшей математики освободит его от громоздких записей, заслоняющих сущность идей, и сэкономит место и время. Обратимся к примерам, рассматриваемым в курсах высшей математики.

В качестве первого примера выведем_правило составления скалярного произведения векторов $\mathbf{a}=\{a^1,a^2,a^3\}$ и $\mathbf{b}=\{b^1,b^2,b^3\}$, заданных в системе координат с базисом $\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2,\mathbf{e}_3$.

Согласно известным [1] правилам суммирования, разложение векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ по векторам базиса $\mathbf{e}_i$ запишем в виде

$$\mathbf{a}=a^i\mathbf{e}_i,\ \mathbf{b}=b^j\mathbf{e}_j,\ (i,\ j=1,\ 2,\ 3).$$

Перемножим скалярно эти векторы; тогда будем иметь

$$(\mathbf{a},\mathbf{b})=(a^i\mathbf{e}_i,b^j\mathbf{e}_j).$$

Раскрытие скобок в правой части и вынесение числовых сомножителей за знак скалярного произведения в индексных обозначениях сводится к краткой записи

$$(\mathbf{a},\mathbf{b}) = a^i b^j (\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j),$$

дающей требуемое правило.

Если векторы базиса $\mathbf{e}_i$ единичные и ортогональные, то

$$(\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j, \end{cases}$$

и это правило упрощается

$$(\mathbf{a},\mathbf{b}) = a^i b^j.$$

С повышением сложности примеров преимущество операций в индексных обозначениях над операциями в развернутой координатной форме становится более наглядным.

В качестве второго примера рассмотрим доказательство теоремы об умножении матриц двух линейных преобразований от точки $A(x^1, x^2, x^3)$ к точке $B(y^1, y^2, y^3)$ и от точки $B(y^1, y^2, y^3)$ к точке $C(z^1, z^2, z^3)$.

В развернутой координатной форме уравнения этих линейных преобразований имеют вид:

$$\begin{cases} y^1 = a_1^1 x^1 + a_2^1 x^2 + a_3^1 x^3, \\ y^2 = a_1^2 x^1 + a_2^2 x^2 + a_3^2 x^3, \\ y^1 = a_1^3 x^1 + a_2^3 x^2 + a_3^3 x^3; \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} z^1 = b_1^1 x^1 + b_2^1 x^2 + b_3^1 x^3, \\ z^2 = b_1^2 x^1 + b_2^2 x^2 + b_3^2 x^3, \\ z^3 = b_1^3 x^1 + b_2^3 x^2 + b_3^3 x^3. \end{cases} \tag{1}$$

В индексных обозначениях структура этих уравнений более компактно и четко выражена:

$$y^i = a_j^i x^j, \ z^k = b_l^k x^l, \tag{2}$$

где a_j^i и b_l^k $(i, j, k = 1,2,3)$ – элементы матриц.

Подстановка в уравнения второго преобразования вместо координат y^i их выражений через координаты x^j и операции: раскрытие скобок, группировка слагаемых, содержащих сомножители и вынесение их за скобки – сводятся в индексных обозначениях к очень экономным записям, подсказывающим рациональную группировку слагаемых:

$$z^k = b_i^k (a_j^i x^j) = b_i^k a_j^i x^j = (b_i^k a_j^i) x^j = c_j^k x^j, \tag{3}$$

где

$$c_j^k = b_i^k a_j^i \tag{4}$$

выражает теорему о произведении матриц преобразований (1).

Сопоставление выкладок и записей в этих двух примерах с выкладками и записями, которые нужно было бы сделать в развернутой координатной форме, убеждают, что использование индексных обозначений экономит время и место и, что наиболее важно, четко выявляет структуру уравнений, не рассредоточивает внимание записями простейших преобразований и подсказывает правило группировки слагаемых.

Автор этой статьи в своей педагогической работе знакомил студентов с индексными обозначениями и связанными с ними правилами суммирования, начиная с первых же занятий по математических дисциплин (аналитическая геометрия, линейная алгебра), и последовательно использовал их во всех случаях, где это было целесообразно, в других дисциплин (дифференциальная геометрия и топология, векторный и тензорный анализ). протяжении всего курса. Методика этого вопроса несложна и основные положения ее изложены в пределах этой статьи.

Для элементов изучаемых математических объектов вводилась наряду с обозначениями, принятыми в учебной литературе, система индексных обозначений. Например, координаты векторов (контравариантных) и точек трехмерного пространства обозначались символами x^1, x^2, x^3 или более компактно: x^i ($i = 1,\ 2,\ 3$); общий элемент определителя третьего порядка обозначился символом a^i_j, ($i, j = 1,\ 2,\ 3$), где верхний индекс обозначает номер строки, а нижний – номер столбца. Если не иметь в виду в дальнейшем вводить понятия контравариантных и ковариантных векторов и тензоров, то можно ограничиться только нижними индексами, так, как это сделано, например, в книге [1]. В начальный период обучения равенства типа (2) записывались и в развернутой координатной форме, и в индексных обозначениях. На равенствах такого типа разъяснялись правила суммирования. Эти правила сводятся к следующим:

Индексы, повторяющиеся в одночленном выражении, такие, как i в (4), означают суммирование; они могут быть обозначены любой другой буквой, которая не встречается в одночлене, и принимать все целые значения от 1 до n; значение n устанавливается соглашением о числе измерений пространства; знак суммы не пишется, но подразумевается.

Так, под выражением $\frac{\partial z}{\partial x^i} dx^i$ следует понимать

$$\frac{\partial z}{\partial x^i} dx^i = \frac{\partial z}{\partial x^1} dx^1 + \frac{\partial z}{\partial x^2} dx^2 + \frac{\partial z}{\partial x^3} dx^3$$

при $i = 1,\ 2,\ 3.$

Использование скобок должно быть тщательно разъяснено. Например, $(x_{ii})^2 = (x_{11} + x_{22} + x_{33})^2$, но $x_{ii}^2 = x_{11}^2 + x_{22}^2 + x_{33}^{2.}$. Прежде чем выполнить любую другую операцию, необходимо произвести суммирование в скобках.

Неповторяющиеся индексы (подставные), такие, как k и j в (4), в обеих частях равенства должны быть одними и теми же. Равенство (4) имеет силу при всех значениях подставных индексов. Так, при $k=2$ и $j=1$ равенство (4) означает

$$c_1^2 = b_1^2 a_1^1 + b_2^2 a_1^2 + b_3^2 a_1^3.$$

Для самоконтроля корректности написанных равенств рекомендуется правило: в каждом одночлене повторяющийся индекс может встретиться только два раза: один раз в верхнем, другой раз в нижнем положении.

Чтобы обеспечить студентам условия сознательного освоения операций в индексных обозначениях, например, такой, как изменение порядка суммирования, использованной в (3), все этапы их должны быть обсуждены отдельно и обоснованы законами алгебры. Поскольку операция изменения порядка суммирования встречается часто, методику её изложения разберем подробно на решении системы уравнений

$$x^i = a_j^i y^j, \ (i, j = 1,2,3)$$

относительно y^j.

Умножим каждое из этих уравнений почленно на алгебраическое дополнение A_i^k элемента определителя системы i-й строки и k-го столбца и сложим полученные равенства. При таких разъяснениях для записей сумм лучше возвратиться к более привычной форме

$$\sum_i A_i^k x^i = \sum_i A_i^k \left(\sum_j a_j^i y^j \right)$$

Здесь скобки показывают, что прежде производится суммирование по индексу j, а после – по индексу i.

В силу дистрибутивности умножения относительно сложения раскроем скобки в правой части этого равенства:

$$\sum_i A_i^k x^i = \sum_i \sum_j A_i^k a_j^i y^j.$$

Внутренний знак суммы $\sum_j$ показывает, что каждые три последовательных слагаемых содержат один и тот же сомножитель A_i^k.

Коммутативность и ассоциативность сложения позволяет собрать все слагаемые, содержащие сомножитель y^j в отдельные группы. Эта операция равносильна перемене местами знаков сумм:

$$\sum_i A_i^k x^i = \sum_j \sum_i A_i^k a_j^i y^j.$$

Вновь используя свойство дистрибутивности умножения относительно сложения, вынесем сомножитель y^j за знак суммы по индексу i и придем к изменению порядка суммирования:

$$\sum_i A_i^k x^i = \sum_j \left(\sum_j A_i^k a_j^i \right) y^j.$$

После сознательного освоения этой операции рекомендуется знак суммы опустить и все выкладки записать в виде

$$A_i^k x^i = A_i^k (a_j^i y^j) = A_i^k a_j^i y^j = (A_i^k a_j^i) y^j .$$

Заметим, что сумма по индексу i, стоящая в круглых скобках, при $k = j$ равна значению определителя системы, а при $k \neq j$ – нулю.

Этих методических сведений, по нашему мнению, достаточно, чтобы начать использовать индексные обозначения при изложении курса высшей математики в высших учебных заведениях. Более подробно с этой системой обозначений и ее приложениями можно ознакомиться по книге [2].

Экономия времени при изложении некоторых разделов курса высшей математики в индексных обозначениях очевидна и такова, что вполне компенсирует затрату времени и труда на ознакомление студентов с этими обозначениями. Студенты быстро осваиваются с правилами простейших преобразований в индексных обозначениях и в дальнейшем самостоятельно с большим интересом заменяют записи в развернутой координатной форме записями в индексных обозначениях. Затруднения в использовании этих обозначений связаны главным образом с тем, что индексные обозначения в учебной литературе втузов не получили отражения. Для организованного использования индексных обозначений в дисциплинах высшей математики желательно, чтобы в учебной литературе для них было выделено место. В настоящее время имеется много прекрасных книг, где в полной мере используются индексные обозначения. Особенно мы рекомендуем книгу «Современная геометрия. Методы и приложения» (М.: URSS, 2000-2001) Б.А. Дубровина, С.П. Новикова и А.Т. Фоменко и серию книг М.М. Постникова «Лекции по геометрии». Незаменимой остается книга П.К. Рашевского «Риманова геометрия и тензорный анализ» (М.: URSS, 2010).

Литература

1. Акивис М.А. Тензорное исчисление/ М.А. Акивис, В. В. Гольдберг.– Учеб. пособие. 3-е изд., перераб. 2003. – 304 с.
2. Постников М. М. Аналитическая геометрия/ Лекции по геометрии. Часть I: Учебное пособие. 3-е изд., испр. — СПб.: Издательство «Лань», 2009. – 416 с.

Savelyev V. M.

USING THE EINSTEIN SUMMATION RULE IN THE STUDY OF MATHEMATICAL DISCIPLINES IN UNIVERSITIES

Abstract. *The article considers the use of index notation in various disciplines of higher mathematics. The examples show the usefulness of using indexes in the educational process.*

Keywords: *index notation, Einstein summation rule, transformation matrix, vector, determinant, algebraic complement.*

УДК 519.242: 519.25

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАКЕТА MINITAB ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ И ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИНЖЕНЕРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Симогин А.А.

ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»

anatolsimsim@gmail.com

Рассмотрен системный подход к постановке и анализу результатов активного инженерного эксперимента с помощью пакета статистических программ Minitab. В частности, изложена методика организации полного факторного эксперимента при построении регрессионной модели для свойств строительного материала в Minitab.

Ключевые слова: *планирование эксперимента, полный факторный эксперимент, MiniTab.*

Введение. Главным инструментом при построении статистических моделей в инженерной практике является активный эксперимент. Под активным экспериментом понимается система целенаправленных воздействий на изучаемый объект или процесс с целью изучения его свойств, которые интересуют исследователя. При этом предполагается возможность со стороны исследователя воздействовать на ход эксперимента: выбора порядка и количества опытов, определения уровней факторов в каждом опыте.

В силу того, что при большом количестве факторов тем более, если число уровней, на которых они варьируются велико, проведение активного эксперимента требует большого количества опытов. Это сопряжено со значительными затратами материальных и временных ресурсов. В связи с этим возникает немаловажная проблема: получение значимых результатов при минимальном числе опытов. Именно решению этой проблемы посвящена математическая теория планирования эксперимента. В общем случае планирование эксперимента позволяет решить следующие задачи. Во-первых, как организовать эксперимент, который при минимальных затратах времени и средств обеспечивал требуемую точность результатов. Во-вторых, как извлечь из этих результатов максимум информации о свойствах изучаемого объекта. В-третьих, сделать достоверные выводы по результатам эксперимента.

Как правило, при планировании эксперимента (построение матрицы планирования, отвечающей тем или иным критериям оптимальности;

вычисление коэффициентов модели; верификация и проверка адекватности модели и т.п.), связанного с решением прикладной задачи, необходимы очень трудоемкие вычисления. И эти вычислительные проблемы зачастую мешают внедрению в инженерную практику методов планирования эксперимента, не смотря на их эффективность.

Но в наше время, в век компьютерных технологий, на достаточно мощных персональных компьютерах с использованием пакетов прикладных программ можно автоматизировать рутинную вычислительную работу.

При планировании и обработке результатов эксперимента, можно использовать как зарубежные программные средства, например, Statistica, SPSS, SAS, Statgraphics plus, Statview, Minitab, так и российские Polyanalyst, Stadia и др. Эти статистические пакеты универсальны и могут быть применены при планировании эксперимента в разных предметных областях: строительство, металлургия, медицина и др.

Постановка задачи. Ознакомить читателей с методикой применения статистического пакета прикладных программ Minitab при планировании и обработке результатов инженерного эксперимента на примере полного факторного эксперимента типа 2^3 для построения линейной регрессионной модели с взаимодействиями [1] зависимости прочности бетона на сжатие. При использовании пакета Minitab не только расчеты выполняются автоматически, но и существенно упрощается сама методика планирования эксперимента.

Основное содержание. Пакет Minitab [2–3] служит для обработки данных при использовании различных статистических методов. Он содержит современные алгоритмы определения базовых статистик, проведения регрессионного и дисперсионного анализа, планирования экспериментов. Простой интерфейс Minitab позволяет быстро приступать к работе, а наличие различных графиков и диаграмм помогает делать анализ более наглядным.

Что касается планирования эксперимента, то для этого в Minitab реализовано большое число методов: планы отсеивающего эксперимента, планы Плакета-Бурмана, двухуровневые факторные планы, планы с расщепленной делянкой, общие факторные планы, планы на поверхности отклика эксперимента, смешанные планы, D-оптимальный план и планы зависимости от расстояний, методы Тагучи, пользователе-ориентированные планы, анализ изменчивости для факторных планов, прогнозирование и оптимизация откликов.

Кроме аналитических расчетов, Minitab позволят проиллюстрировать результаты эксперимента в виде графиков: график остатков, график главных эффектов, график взаимодействия, графики эффектов (нормальные, полунормальные, Парето), кубический график, контурный график, график поверхности, каркасный график и т.д.

Рассмотрим пример использования Minitab для планирования эксперимента типа 2^3, целью которого является составление адекватной линейной регрессионной модели со взаимодействиями для прочности на сжатие тяжелого бетона – Y. На основании предварительного анализа было выявлено, что наибольшее влияние на прочность на Y оказывают следующие факторы:

– количество цемента (кг) – X_1,

– водоцементное отношение смеси (В/Ц) – X_2,

– соотношение по массе между песком и щебнем (П/Щ) – X_3.

В качестве области Ω_X варьирования факторов выберем параллелепипед

$$230 \le X_1 \le 330,\ 0,45 \le X_2 \le 0,55,\ 0,65 \le X_3 \le 0,75.$$

В каждой точке факторного пространства будет проведено три параллельных опыта.

На первом этапе в программе Minitab составим план полного факторного эксперимента типа 2^3, для этого необходимо в ниспадающем меню последовательно выбрать пункты Stat – DOE – Factorial – Create Factorial Design…

В появившемся окне нужно выбрать:

– Type of design (тип плана): 2-level factorial (default generators) (двухуровневый факторный эксперимент (генераторы по умолчанию));

– Number offactors (количество факторов) – 3.

При активизации кнопки Display Available Designs (показать доступные планы), в диалоговом окне будут выведены все возможные планы и необходимое количество опытов.

При нажатии кнопки Designs (планы), в верхней части диалогового окна перечислены все доступные планы для выбранного типа плана и числа факторов. Для создания плана типа 2^3 в этом окне необходимо выбрать: Full factorial (полный факторный). В нижней части окна необходимо выбрать:

– в поле Number of center points per block (количество центральных точек на блок): 0;

– в поле Number of replicates for corner points (число повторов для угловых точек): 3;

– Number of blocks (количество блоков): 1.

После нажатия кнопки Factors (факторы), Minitab выведет диалоговое окно, в поля которого надо ввести имена факторов, их тип, а так же верхнее и нижнее значения для каждого фактора (по умолчанию -1 и 1).

При нажатии на кнопку Options (параметры), появится диалоговое окно. В этом окне можно выбрать выполнять рандомизацию опытов или нет, так же необходимо поставить флажок на пункте Store design in worksheet (сохранить план в рабочем листе).

При нажатии кнопки Results (результаты) в диалоговом окне можно выбрать какие именно результаты войдут в отчет. Работа с каждым окном заканчивается нажатием кнопки OK.

В результате этих действий программа Minitab создаст план, в котором сохранит информацию о плане и факторах в столбцах рабочего листа, часть которого отображена на рис. 1.

↓	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9
	StdOrder	RunOrder	CenterPt	Blocks	X1	X2	X3	Y	
1	11	1	1	1	230	0,55	0,65	26,0	
2	15	2	1	1	230	0,55	0,75	21,6	
3	7	3	1	1	230	0,55	0,75	21,4	
4	18	4	1	1	330	0,45	0,65	31,9	
5	5	5	1	1	230	0,45	0,75	30,5	

Рис. 1 – План эксперимента с его результатами

После этого надо ввести результаты эксперимента. Их можно вводить во все столбцы, кроме тех, что содержат сведения о плане. Кроме того, для одного эксперимента можно ввести несколько откликов, каждый в своем столбце. В данном случае результаты эксперимента сохранены в столбце C8 с именем Y.

В остальном структура плана такова: в столбце RunOrder (порядок наблюдений, C2), значения в котором расставляются случайным образом, указан порядок проведения опытов; если план не рандомизирован, значения в столбцах StdOrder (стандартный порядок) и RunOrder (порядок наблюдений) совпадают. В нашем случае не были добавлены центральные точки и план не был разделен на блоки, поэтому Minitab вписал в ячейки столбцов C3 и C4 значение 1. Уровни факторов сохранены в столбцах C5, C6 и C7 с метками X1, X2, и X3.

Когда факторный план создан и сохранен, программа Minitab делает активной команду Analyze Factorial Design (анализ факторного плана) в меню DOE – Factorial. Теперь для построения регрессионной модели необходимо выбрать в меню команды Stat – DOE – Factorial – Analyze Factorial Design… Нажмите кнопку Terms (условия). В поле Responses (отклики) надо ввести Y. Для создания полной квадратичной модели в поле Include terms in the model up through order выбрать (введите условия в модель до порядка): 3. В поле Selected Terms должны быть указаны A:X1, B:X2, C:X3, AB, AC, BC, ABC, т. е. будет оценена полная квадратичная модель с взаимодействием второго порядка:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + b_{12} X_1 X_2 + b_{13} X_1 X_3 + b_{23} X_2 X_3 + b_{123} X_1 X_2 X_3 .$$

После нажатия кнопки OK, в окне сеанса будет выведена таблица оценок коэффициентов регрессионной модели в кодированном масштабе факторов (табл. 1). Для проверки значимости коэффициентов модели воспользуемся столбцом P-Value (P-значения). Так как P-значения для всех коэффициентов, кроме взаимодействия второго порядка, меньше 0,05, то на уровне значимости 0,05 незначимым коэффициентом признается только тройное взаимодействие, этим взаимодействием можно пренебречь.

Табл. 1 – Coded Coefficients (кодированные коэффициенты)

Term	Effect	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant		27,038	0,329	82,07	0,000	
X_1	-2,875	-1,438	0,329	-4,36	0,000	1,00
X_2	-9,025	-4,513	0,329	-13,70	0,000	1,00
X_3	-2,025	-1,013	0,329	-3,07	0,007	1,00
X_1X_2	-2,275	-1,137	0,329	-3,45	0,003	1,00
X_1X_3	1,725	0,863	0,329	2,62	0,019	1,00
X_2X_3	-1,625	-0,813	0,329	-2,47	0,025	1,00
$X_1X_2X_3$	0,225	0,112	0,329	0,34	0,737	1,00

Для построения модели в физическом масштабе факторов выполним переоценку модели, убрав в окне условия составляющую ABC. Minitab в окне сеанса выведет регрессионное уравнение модели:

$$Y = -15,4 - 0,043X_1 + 264,7X_2 + 45,7X_3 - 0,455X_1X_2 + 0,345X_1X_3 - 325X_2X_3$$

и таблицу результатов дисперсионного анализа (табл. 2).

Табл. 2 – Analysis of Variance (дисперсионный анализ)

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Model	6	627,653	104,609	42,36	0,000
Lineяar	3	562,901	187,634	75,98	0,000
X_1	1	49,594	49,594	20,08	0,000
X_2	1	488,704	488,704	197,89	0,000
X_3	1	24,604	24,604	9,96	0,006
2-Way Interactions	3	64,751	21,584	8,74	0,001
X_1X_2	1	31,054	31,054	12,57	0,002
X_1X_3	1	17,854	17,854	7,23	0,016
X_2X_3	1	15,844	15,844	6,42	0,021
Error	17	41,984	2,470		
Lack-of-Fit	1	0,304	0,304	0,12	0,737
Pure Error	16	41,680	2,605		
Total	23	669,636			

Поскольку значение 0,737 в столбце P-Value строки Lack-of-Fit (отсутствие соответствия) (табл. 2) больше уровня значимости 0,05, дисперсионный анализ свидетельствует об адекватности построенной регрессионной модели экспериментальным данным.

Выводы. Использование пакета прикладных программ Minitab позволяет автоматизировать переход от физического к стандартизированному масштабу факторов и обратно, рандомизацию опытов, что значительно ускоряет планирование и проведение эксперимента. Кроме того, упрощается вычисление статистики Стьюдента для проверки значимости коэффициентов регрессии и статистики Фишера для проверки адекватности модели в целом. Отпадает необходимость в использовании статистических таблиц для нахождения критических t- и F-значений.

Кроме всего изложенного, Minitab позволяет строить множество статистических графиков, что облегчает визуальный анализ экспериментальных данных. Также, используя данный пакет в случае необходимости (линейная модель не адекватна, необходимо найти значения факторов, доставляющие экстремум функции отклика), можно построить полную квадратичную модель. При этом можно воспользоваться, например, центральным композиционным планированием. Все это делает планирование активного эксперимент более привлекательным для инженера-исследователя. А это в свой черед повлечет более глубокое внедрение этого метода проведения эксперимента в практическое применение.

Литература

1. Симогин А. А. Математическое моделирование: учебно–метод. пособие / А. А. Симогин, Т. В. Жмыхова. – Макеевка: ГОУ ВПО «ДонНАСА». – 2021. – 312 с.

2. Cintas P. G. Industrial Statistics with Minitab / P. G. Cintas. – Chichester, West Sussex: Wiley. – 2012. – 420 p.

3. Meyer Ruth K. Minitab Guide to Statistics / Ruth K. Meyer, David D. Krueger. – 3rd. – Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall Publishing, – 2004. – 448 p.

Simogin A. A.

USING THE MINITAB PACKAGE IN DESING AND PROCESSING THE RESULT OF AN ENGINEERING EXPERIMENT

Abstract. *A systematic approach to design techniques and analyzing the results of an active engineering experiment using the Minitab statistical software package is considered. In particular, a methodology for organizing a full factorial experiment is described when constructing a regression model for the properties of building material in Minitab.*

Keywords: *experimental design techniques, full factorial experiment, MiniTab.*

УДК 378.016

ОСОБЕННОСТИ И НЕОБХОДИМОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ МОБИЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИН ВЫСШЕЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

Сошина Е.И.

ГО ВПО Донецкий национальный университет экономики и торговли им.М.Туган-Барановского

evgenia.soshina@gmail.com

В данном исследовании было проанализировано применение мобильных устройств при преподавании дисциплин высшей и прикладной математики в дневной и дистанционной формах обучения.

Ключевые слова: *мобильные устройства, ноутбук, телефон, цифровые устройства.*

Мобильные устройства, такие как ноутбуки, персональные цифровые планшеты и мобильные телефоны, стали инструментом обучения с большим потенциалом как в аудитории, так и дома. Несмотря на качественный анализ использования мобильных устройств в образовании, систематические количественные анализы эффектов мобильного интегрированного образования отсутствуют. В данном исследовании был проведен мета-анализ и обобщение исследований, посвященных эффектам использования интегрированных мобильных устройств в преподавании дисциплин высшей и прикладной математики.

Анализ эмпирических исследований по использованию мобильных устройств как инструментов в образовательных программах математических дисциплин, показал, что общий эффект от использования мобильных устройств в образовании лучше, чем при использовании настольных компьютеров или без использования мобильных устройств. Проведя анализ переменных факторов, было обнаружено, что множество различных комбинаций аппаратных средств, программного обеспечения и продолжительности применения мобильных устройств были использованы для обучающихся 1-2 курсов ВУЗа при изучении дисциплин высшей и прикладной математики, условий реализации, методов преподавания и предметных областей. Эффект от такого использования был ниже для персональных компьютеров, чем для ноутбуков и мобильных телефонов; использование в процессе обучения, ориентированного на запросы, было более эффективным, чем использование вместе с лекциями, самостоятельным обучением, совместным обучением и обучением на основе игр; неформальная образовательная среда была более эффективной, чем ее формальные аналоги, а средние и краткосрочные вмешательства превосходили долгосрочные.

Основываясь на результатах данного исследования, можно предположить, что для более полного использования преимуществ мобильных устройств в образовании необходимы более тщательные разработки в области проектирования обучения. Ниже рассмотрим три приема, которые будут полезны для достижения этих целей.

1. Использование образовательных возможностей мобильных устройств посредством продуманного плана обучения/преподавания.

Мобильные устройства имеют различные отличительные особенности, такие как индивидуализированные интерфейсы, доступ к информации в реальном времени, чувствительность к контексту, мгновенная связь и обратная связь. Эти особенности могут усилить эффект некоторых образовательных методик, таких как самостоятельное обучение, обучение в форме исследования или оценивание. Однако следует отметить, что особенности мобильных устройств не являются достаточным условием для положительного эффекта обучения. Преподавателям необходимо найти подходы к интеграции мобильных устройств с учебными стратегиями и изобретательно подобрать уникальные возможности мобильных устройств для решения конкретных прикладных задач при изучении дисциплин математического цикла. Это позволит добиться максимального влияния этих функций на результаты обучения.

Некоторые приложения включают в себя использование функций мгновенной обратной связи для решения проблемы эффективного использования и управления оцениванием в аудитории с большим количеством обучающихся, а для совместных групп - использование беспроводной связи для облегчения межгрупповых работ и предотвращения отвлечения внимания от задания. Как одна из наиболее используемых стратегий в мобильном обучении/преподавании, самостоятельное обучение является примером метода, который заслуживает большего внимания, чтобы уделить больше внимания подбору конкретных функций для решения конкретных задач для достижения лучших результатов. Кроме того, в большинстве работ, проведенных в рамках нашего исследования, для самостоятельного обучения использовались индивидуальность мобильных устройств и возможности беспроводной связи, например, построение графиков функций, вычисление производной и интеграла с целью проверки, построение графиков моделей регрессии, или использование текстовых процессоров для написания текстов. Поэтому для улучшения взаимодействия между обучающимися и мобильными устройства и усиления эффекта самостоятельного обучения следует рассмотреть более сложные методы реализации работы с мобильными устройствами, для этого преподавателю необходимо дать обучающемуся четкий алгоритм работы с мобильным устройством в зависимости от задачи. К примеру, на мобильном устройстве с помощью программы Microsoft Excel провести вспомогательные расчеты для построения линейной и нелинейной модели регрессии, что существенно ускорит процесс вычисления и покажет прикладную сторону данной задачи.

Повышение эффективности плана использования мобильного устройства. Хотя было установлено, что мобильные устройства могут усилить образовательный эффект, фактическое воздействие программ мобильного обучения должно быть усилено за счет большей продолжительности использования, систематичного использования, более тесной интеграции технологии и учебной программы, а также дальнейшей оценки навыков более высокого уровня.

Продолжительность использования повлияет на надежность и экологическую валидность программ мобильного обучения. Были проанализированы исследования в которых мобильные устройства использовались в течении недели и в течении 1 семестра изучения дисциплин высшей и прикладной математики для студентов экономических и гуманитарных направлений. При использовании недолгих занятий, особенно тех, которые длятся всего несколько часов, трудно доказать, что эффект от них вызван особенностями интегрирования мобильных устройств в процесс обучения, а не впечатлениями от новизны технологии. Более того, краткосрочное использование может плохо адаптироваться к обычной практике работы в аудитории, которая может длиться несколько месяцев. Еще один вопрос, связанный с продолжительностью обучения, - это теснота интеграции мобильных устройств с учебной программой. Большинство краткосрочных занятий с использование мобильных устройств, предусматривали лишь одну или две единицы учебного материала в учебном плане целого семестра. Хотя преподавателю нет необходимости использовать мобильные устройства на каждом занятии, различные разделы или темы могут предполагать различные учебные конструкции при использовании таких устройств, и, следовательно, скорее всего, потребуется итеративный процесс для определения оптимальной процедуры для достижения наилучшего эффекта. Поэтому обилие мобильных учебных модулей поможет предоставить преподавателю образцовые модели и повысить возможность переноса технологии на различные занятия. Кроме того, с точки зрения исследований, это может повысить надежность и экологическую валидность мобильных программ в образовании. Исходя из вышеизложенных соображений, преподаватели могут определить соответствующую продолжительность использования мобильных устройств на занятиях математических дисциплин в зависимости от навыков или методов обучения, которые необходимо развивать с помощью мобильных устройств. Например, при изучении основных понятий дисциплины «Математический анализ» могут подойти материалы небольшого размера и краткосрочные занятия в цифровом формате, но для более сложных навыков решения примеров и задач, может потребоваться более длительное использование, чтобы гарантировать эффект мобильных программ.

Расширение возможностей педагогов-практиков через взаимодействие мобильных устройств, программного обеспечения и педагогического планирования.

Преподаватели дисциплин высшей и прикладной математики постепенно пришли к единому мнению, что для достижения максимального эффекта от использования информационных технологий в сфере образования необходимо согласовать связь между компонентами технологии (аппаратное и программное обеспечение), образовательным контекстом и задачами (например, процессы обучения и преподавания в различных условиях), а также пользователями (преподавателями и студентами), чтобы преодолеть многие ограничения, существующие в этой области. Для достижения согласованности в мобильно-интегрированном образовании необходимо, по крайней мере, два направления исследований и практик. Первое - это усиление функций и расширение применимости и широты охвата программного обеспечения, ориентированного на обучение.

Второе направление - усиление программ профессионального развития преподавателей для обучения с использованием мобильных технологий. В большинстве обзорных исследований по использованию мобильных устройств в образовании подчеркивается, что одним из самых больших препятствий для внедрения эффективных программ мобильного обучения является недостаточная подготовка преподавателей и обучающихся.

В ходе данного исследования на занятиях по дисциплинам высшей и прикладной математики были использованы следующие мобильные устройства:

1. Мобильный телефон обучающегося с выходом в Интернет.
2. Ноутбук.
3. Стационарный компьютер (при режиме дистанционного обучения).
4. Мультимедийный проектор.
5. Планшет.

При использовании мобильных устройств были использованы следующие приложения и прикладные программные средства и технологии:

1. Платформа дистанционного обучения Moodle.
2. Приложение фотоаппарат (для фотографирования задания, текста и т.п.)
3. Мобильный браузер для доступа к ресурсам в сети Интерне.
4. Диктофон для голосовой записи лекционного занятия.
5. Электронная почта(yandex, google), социальные сети (vk.com) и мессенджеры, приложение Zoom и Skype, Instagram для проведения онлайн-занятий и прямых эфиров, а также для коммуникации между собой.
6. Облачные технологии, хостинги медиа данных (Youtube, Rutube)
7. Пакет офисных программ Microsoft Office
8. Прикладные математические программные средства (Maple, Mathlab), онлайн калькуляторы.
9. Электронные ресурсы библиотеки (учебный пособия, методические рекомендации в цифровом формате).

В настоящее время при высокой скорости развития информационных технологий перед высшим образованием стоит задача - сохранить весь опыт и знания, которые были наработаны ранее, предоставлять обучающимся высокий уровень знаний и навыков, при этом соответствовать современным требованиям, т.е. перейти к процессу обучения при активном использовании мобильных устройств, при этом упростив, ускорив процесс обучения, обогатив его содержание.

Обучение с использованием мобильных устройств дает возможность выйти за пределы физических границ аудиторий, расширив образование, предоставляя доступ к более широкому объему информации, ученым, экспертам.

Применение мобильных устройств заключается в том, что они дают возможность обучающимся и преподавателям идти в ногу со временем, обучаться, обмениваться опытом, создавать учебные материалы с помощью цифровых ресурсов.

Литература

1. Лузгина В. Б., [Электронный ресурс]. – Режим доступа:https://cyberleninka.ru/article/n/opyt-ispolzovaniya-mobilnyh-tehnologiy-v-obrazovatelnoy-srede-vuza– Опыт использования мобильных технологий в образовательной среде. – (Дата обращения 15.05.2021 г.).
2. Голицына И. Н., Половникова Н. Л. Мобильное обучение как новая технология в образовании //Образовательные технологии и общество. - 2011. - Т. 14. - № 1
3. Заседатель В.С., Сербин В.А. Мобильное обучение в концепции современного образования // Открытое и дистанционное образование. 2014. № 4 (56). С. 77-85.
4. Соболева Е.В., Караваев Н.Л., Перевозчикова М.С. Совершенствование содержания подготовки учителей к разработке и применению компьютерных игр в обучении // Вестник Новосибирского государственного педагогического университета. 2017. Т. 7. № 6. С. 54-70. DOI: http://dx.doi.org/10.15293/2226-3365.1706.04

Soshina E.I.

MOBILE DEVICES FEATURES AND NECESSITY IN LEARNING HIGHER AND APPLIED MATHEMATICS

Abstract: *In this research the application of mobile devices in teaching higher and applied mathematics disciplines in full-time and distant forms of education was analyzed.*

Key words: *mobile devices, laptop, phone, digital devices.*

УДК 378.016:378.147.091-027.31

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ИННОВАЦИОННЫХ МЕТОДОВ В ПРЕПОДАВАНИИ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ

Сухотинова А.С.

ГОУ ВО ЛНР «Луганский государственный педагогический университет»

asuhotinova@gmail.com

В статье рассматриваются инновационные методы преподавания дискретной математики, их значение в современном высшем образовании. Кратко представлена технология применения кейс-метода в рамках преподавания дискретной математики, развивающая познавательную активность студентов.

Ключевые слова: *преподавание, дискретная математика, инновационные методы обучения, активные и интерактивные методы, кейс-метод.*

На современное высшее образование активно влияют изменения в мире, связанные с реальными запросами общества. Такие изменения ставят современное высшее образование перед необходимостью пересмотра традиционных целей, ориентиров в содержании образования, подходов и методов преподавания.

С целью активизации познавательной деятельности студентов и формирования у них профессиональных знаний, умений и навыков в современных условиях высшее образование по-новому подходит к преподаванию дисциплин, в частности математических.

Одним из подходов высшего образования к решению новых профессиональных задач может стать активное использование инноваций в обучении студентов, т.е. применение инновационных методов обучения на занятиях в вузе.

Инновационные методы обучения, активно сменяя традиционные методы работы преподавателей, меняют характер взаимодействия и взаимоотношений преподавателя и студента, изменяют мышление преподавателя. При этом инновационные методы обучения вносят определенное новшество и в практическую деятельность студента в процессе овладения учебным материалом. Таким образом, через внедрение новых, инновационных методов и методик обучения происходит реальное реформирование процесса обучения и образования в целом, которое может реализовать каждый преподаватель на каждом конкретном занятии с определенной группой студентов.

Прежде чем описать пример технологии применения инновационных методов в преподавании математических дисциплин, в частности дискретной математики, определим типы новшеств в современном понимании. Новшество по отношению к технологиям, методам, методикам обучения можно трактовать как:

- абсолютно новая технология;
- технология в новой области применения;
- технология, привнесенная на другую территорию;
- модернизированное новшество (значительно усовершенствованная технология);
- модифицированное новшество (незначительно усовершенствованная технология) [3, с. 37].

На наш взгляд, сущность инновационных методов обучения можно определить их динамичностью и активностью обучающихся во время обучения. С этой точки зрения мы будем рассматривать инновационные методы обучения дискретной математике как активные и интерактивные методы обучения, а также как технологии, привнесенные из другой области применения и ранее редко используемые.

Отметим, что введение активных и интерактивных методов в вузе сегодня не является новшеством, т.е. абсолютно новой технологией, а скорее – становится более осознанным и осмысленным выбором преподавателя, реализуемым в виде использования и применения данных педагогических технологий на занятиях различных дисциплин, которые могут решить одновременно несколько образовательных задач [4]. Активные методы обучения вовлекают студентов в учебный процесс и активизируют их мышление, т.е. личностные ресурсы студента для творческого поиска и решения заданной профессиональной задачи. Тем самым, чтобы преодолеть традиционное закрепление за студентами исполнительской части совместной деятельности и перейти к подготовке активного специалиста, способного на самостоятельный анализ и принятие нестандартных решений в рамках заданной профессиональной задачи, преподаватели применяют во время обучения активные и интерактивные методы.

При применении инновационных (активных и интерактивных) методов обучения в содержание математической дисциплины стало возможным включать такие вопросы, которые раньше считались доступными в традиционном обучении лишь аспирантам или студентам с достаточным практическим опытом работы.

На сегодняшний день существуют различные классификации активных и интерактивных методов обучения. Например, довольно известной является классификация активных методов обучения М.М. Новик, которая строится на имитации профессиональной деятельности [2]. М.М. Новик выделяет имитационные и неимитационные активные методы обучения как педагогические технологии, в которых определяется наличие или отсутствие соответственно модели изучаемого процесса или деятельности («метод анализа конкретных ситуаций», «проблемная лекция», «деловые игры», «исследовательские игры», «круглый стол», «кейс-метод», «мозговой штурм», «тренинги» и др.).

Выбор метода обучения в вузе заслуживает внимательного отношения со стороны преподавателей для конкретного занятия в определенных условиях, так как перечисленные педагогические технологии на практике сложно реализовать в полном объеме в рамках учебного занятия.

Отметим, что применение инновационных методов обучения во время изучения дисциплины «Дискретная математика» положительно влияет не только на студентов, которые получают опыт в решении ряда профессиональных задач, но и на самого преподавателя, обогащая его педагогическую деятельность новыми образовательными технологиями.

Рассмотрим применение инновационных (активных и интерактивных) методов обучения в рамках преподавания дискретной математики.

Дисциплина «Дискретная математика» является базовой в системе профессиональной подготовки математика-информатика. Она включает в себя теорию множеств, комбинаторику, теорию графов, общую алгебру, логику, булевы функции и т.д. Знакомит студентов с основными понятиями, методами дискретной математики, обучает осмысленному оперированию математическими формулами с использованием определенных методов решения задач, формирует навыки решения задач и умения применять математические методы в решении прикладных задач.

В качестве целей преподавания дискретной математики мы выделили следующие:

– формирование у студентов представлений о законах дискретной математики и применении этих законов при решении задач,

– формирование представлений о математическом моделировании процессов и связях математических моделей с компьютерными.

Овладение студентами методами дискретной математики будет способствовать:

– умению строить дискретные математические модели;

– формированию навыков решения типовых профессионально-ориентированных задач на основе соответствующих методов дискретной математики;

– формированию способностей к самостоятельному освоению новых методов и приемов моделирования явлений из разных предметных областей, а также к их компьютерной реализации.

В преподавании данной дисциплины используются:

1. традиционные технологии обучения (лекции, практические занятия, самостоятельная работа),

2. инновационные - активные и интерактивные методы обучения (объяснительно-иллюстративный метод с элементами проблемного изложения; разбор конкретных ситуаций, решение ситуационных задач, использование специальных программ и т.д.).

Также мы при проведении практических занятий, самостоятельной работы студентов предлагаем активно использовать пакеты прикладных программ (Maple, Mathematica, Mathcad и др.), которые облегчают решение сложных профессиональных задач и повышают заинтересованность студентов в изучении данного направления математики.

Рассмотрим подробнее некоторые инновационные (активные и интерактивные) методы обучения в рамках преподавания дискретной математики.

1. Использование визуализаторов в преподавании дискретной математики как интерактивный метод (т.е. традиционные методы изложения материала дополняются возможностью использования динамических иллюстраций). Другими словами, иллюстративный материал содержит текстовые файлы и так называемые визуализаторы алгоритмов. Например, алгоритм раскраски графа методом упорядочения множества вершин в неориентированном графе. Использование данного подхода способствует улучшению понимания студентами лекционного материала, а также открывает новые возможности для дистанционного обучения.

2. Смешанное обучение – это интеграция электронного и традиционного обучения. Такому обучению присуща педагогическая ценность и запланированность. Как метод обучения, смешанное обучение комбинирует различные ресурсы, например, элементы очных учебных сессий и самостоятельного электронного обучения. Технология применения смешанного обучения в процессе преподавания дискретной математики целесообразна при изучении разных разделов дисциплины («Кольцо остатков», «Группы» и др.), особенно в условиях дистанционного обучения.

3. Кейс-метод (метод ситуативного анализа) – это метод активного обучения на основе реальных ситуаций – конкретных учебных ситуаций (или профессионально-ориентированных задач), которые подводят к формулированию проблемы и поиску вариантов ее решения с последующим разбором на учебных занятиях. Цель данного метода активного обучения – помочь каждому студенту выбрать и определить свой собственный уникальный путь освоения знания. При этом наблюдается выход в самообразование студента согласно современным тенденциям вузовского образования.

Остановимся на данном методе подробнее. Данный метод обучения объединяет в себе одновременно и ролевые игры, и метод проектов, и ситуативный анализ. Он включает в себя элементы развивающего обучения, исследовательского обучения, проектной деятельности, а также использование информационно-коммуникативных технологий.

Кейс-метод завоевывает признание и у студентов, которые видят в нем игру, обеспечивающую освоение теоретических положений и овладение практическими навыками применения знаний. Это благоприятно влияет на профессиональное становление студентов, способствует их самостоятельности, формирует интерес и позитивную мотивацию по отношению к учебе.

Рассмотрим типы кейсов, которые можно использовать при преподавании дискретной математики в вузе.

1. Типы кейсов, решаемые методами математической логики.

Элементы математической логики часто включают в школьный курс математики в виде элективных курсов. Однако обучение методам математической логики особенно актуально в педагогическом вузе в качестве дополнения к решению задач в других разделах высшей математики.

– Логические задачи, которые состоят из этапов моделирования кейса: анализ постановки поиска решений; разработка последовательности действий по реализации решения.

Пример 1. Условие задачи: если Маша не встретила Вику на улице, то Вика либо ходила в театр, либо Вика сказала правду; если Вика не ходила в театр, то Маша не встретила Вику на улице, и Вика сказала правду. Если Вика сказала правду, то либо она ходила в театр, либо Маша сказала неправду. Определите, ходила ли Вика в театр (решить логическую задачу, применяя этапы моделирования ситуаций).

– Задачи, которые решаются с помощью методов логики высказываний.

Пример 2. Определить, является ли система функций K полной, выделить ее базис: $K=\{x\to\neg y, \neg x \wedge y\}$ (применение теоремы Поста о полноте).

Задачи, которые решаются с помощью метода резолюций: проверка рассуждений, общезначимости формул логики предикатов и т.д.

Пример 3. Пусть дана формула:

$$\succ (X \supset Z) \supset \left((Y \supset Z) \supset \left(((X \supset Y) \supset Z)\right)\right)$$

Методом резолюций проверить выводимость формулы.

Пример 4. Проверить правильность рассуждения методом резолюций, используя круги Эйлера-Венна. *Теория булевых алгебр имеет многочисленные приложения в математической логике и в теории вероятностей. Она позволяет рассматривать с единой точки зрения операции над множествами, над высказываниями, над случайными событиями. Следовательно, теория булевых алгебр является частью математической логики и теории вероятностей.*

2. Отдельно можно выделить типы кейсов с применением теории графов. Задачи данного типа можно соотнести с большим классом задач, например, с задачами сетевого моделирования и сетевого планирования.

Пример 5. Найти временные параметры работ, событий сетевых моделей данной задачи (рис. 1). Определить критические пути и их длительность (нахождение кратчайшего пути от первой вершины ко всем остальным по алгоритму Дейкстры).

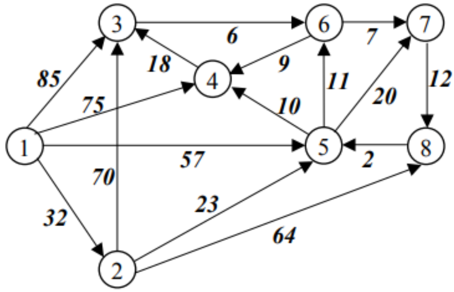


Рис. 1. Ориентированный граф (пример 5).

Для того чтобы применять кейс-метод при обучении студентов в рамках изучения дискретной математики, необходимо разрабатывать математические задания, обладающие определенной спецификой: каждое задание в кейсе должно содержать новое знание и представлять проблему для студентов. Однако при построении математических моделей реальных ситуаций и их решения, студенту необходимо владеть развернутым математическим аппаратом.

Предложенные типы заданий дискретной математики показывают возможность применения кейс-метода для получения новых знаний и их закрепления, что будет способствовать развитию профессиональной подготовки студентов-математиков.

Рассмотренные выше инновационные методы направлены на повышение эффективности обучения, что говорит о целесообразности их применения в учебном процессе.

Итак, ключевые идеи состоят в следующем:

1. Процесс обучения становится более эффективным, если его участники решают содержательные профессиональные задачи, для чего им необходимо осваивать новые методы и средства работы [1].

2. Инновационные методы обучения, на наш взгляд, - это активные и интерактивные методы обучения, позволяющие студентам в большей степени усвоить учебный материал.

3. Приучение к инновационным методам обучения, постоянное их использование позволяет сделать открытым к новшествам мышление самих студентов, научить работать на опережение, поскольку эти качества непосредственно развиваются в процессе инновационного обучения.

Таким образом, деятельность преподавателей по поиску, разработке и реализации новых методов и средств обучения, активизирующих творческое мышление студентов при изучении различных дисциплин, в том числе и дискретной математики, является перспективной тенденцией развития образования.

Литература

1. Башкин М.А., Дурнев В.Г. Инновационные методы в преподавании дисциплины «Дискретная математика» // Международный журнал экспериментального образования. – 2010. – № 9 – С.97-98.
2. Зарукина Е. В. Активные методы обучения: рекомендации по разработке и применению: учеб.-метод. пособие / Е.В. Зарукина, Н.А. Логинова, М.М. Новик. – СПб.: СПбГИЭУ. – 2010. – 59 с.
3. Мынбаева А.К. Инновационные методы обучения, или Как интересно преподавать: уч.пос. / А.К. Мынбаева, З.М. Садвакасова. – 7-е изд.доп. – Алматы. – 2012. – 355 с.
4. Фалунина Е.В. Активные методы обучения в системе высшего образования – современный взгляд на проблему обучения // Евразийский Союз Ученых. Психологические науки. – 2020. – № 3(72) – С.65-67.

Sukhotinova A.S.

APPLICATION FEATURES OF INNOVATIVE METHODS IN TEACHING DISCRETE MATHEMATICS

Annotation. *The article reveals innovative methods of teaching discrete mathematics and their importance in modern higher education. The technology of application of the case method, which develops the cognitive activity of students is teaching discrete mathematics, is briefly presented.*

Keywords: *teaching, discrete mathematics, innovative teaching methods, active and interactive methods, case method.*

УДК 372.851

ПРОФИЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА КАК ФОРМА ЭВРИСТИЧЕСКОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

Тищенко А.А.

ГОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет»

alexandr.ti2019@gmail.com

В статье рассматривается проблема использования потенциала олимпиадных задач и олимпиады как эвристической формы изучения школьного курса математики. Автор, анализируя содержание понятия эвристика, подчеркивает творческий характер подобного рода работы. Приведенные примеры показывают возможности олимпиадных заданий по активизации творческого мышления школьников.

***Ключевые слова**: эвристика, эвристические формы работы, школьный курс математики, олимпиадная задача, творческое мышление.*

Математическим дисциплинам в рамках школьного обучения уделяется достаточно много внимания: дети учат математику на протяжении всей школы, велика насыщенность программы как по алгебре, так и по геометрии, именно математика является одной из приоритетных дисциплин ЕГЭ и именно математику как профильный предмет сдают затем абитуриенты на внутренних экзаменах вузов, поступая на довольно широкий спектр специальностей – от специальности «ПО. Математика» до специальности «Таможенное дело».

При этом надо сказать, что математика в школе - это довольно сложный предмет, и многие учащиеся испытывают трудности при его изучении. Поэтому одной из задач школьной дидактики является поиск путей (форм, средств и методов) преподавания математики, которые бы не только позволяли учащимся наиболее успешно овладевать знаниями по предметам математического цикла, но и стимулировали бы познавательный интерес детей, углубляли бы их математическое мышление, повышали математическую грамотность путем использования нестандартных подходов подачи и обработки учебного материала.

Одним из таких подходов к преподаванию математики в школе является широкое применение различных эвристических приемов и методов.

Существуют различные подходы к толкованию термина «эвристика».

В Энциклопедическом словаре [4] отмечается, что эвристика – это специальные методы решения задач (эвристические методы), которые обычно противопоставляются формальным методам решения, опирающимся на точные математические модели.

Психологический словарь трактует понятие «эвристика» следующим образом:

1) система обучения путем наводящих вопросов;

2) совокупность логических приемов и методических правил теоретического исследования и отыскания истины; метод обучения, способствующий развитию находчивости, активности;

3) в узком, более современном смысле — теория и практика организации избирательного поиска при решении сложных интеллектуальных задач [5, с. 768-769].

В рамках нашей статьи интересным является толкование эвристики как методики обучения, основанной на открытии или догадке. Изучение эвристических методов обнаруживает определенное сходство исследовательских процедур и деятельности, по крайней мере, в той их части, которая связана с творческим обобщением наличного материала и выдвижением гипотез.

О потенциале развития креативности учащихся путем применения эвристических методов говорит Лопухов, определяя эвристику как искусство изобретения; методология нахождения всего нового. В эвристике широко используются гипотезы, фантазийные образы, примеры и контрпримеры, сочетания «несочетаемого» (т. е. принципы кентавристики), наводящие вопросы, алогизмы, коллективные решения проблем («мозговые штурмы»), интуитивно-дискурсивный и интуитивно-художественный поиск и т. д. [1, с. 459].

В. Кузнецов также утверждает, что эвристика совокупность порождающих процедур, направленных на решение творческих задач, проблемных ситуаций, устранение противоречий, разработку механизмов принятия решений в условиях неопределенности; организация процесса продуктивного творческого мышления или специальные (индуктивные, сократические, «мозговой штурм») методы решения задач, противостоящие формальным методам [2, с. 687].

Исходя из приведенных определений можно сделать логический вывод, что применение эвристики в математике не просто целесообразно, а необходимо, так как не только повышает интерес учащихся к предмету, а стимулирует развитие нестандартного мышления – одного из важнейших условий при изучении дисциплины.

Эвристические методы, отмечает Фролов, позволяют ускорить процесс решения задания, их назначением является построение моделей процесса решения какой-либо новой задачи [3, с. 530.].

Т.к., как уже отмечалось, эвристика – это теория и практика организации избирательного поиска при решении сложных интеллектуальных задач, логично, что одной из эвристических форм деятельности в рамках учебного процесса является предметная олимпиада, т.к. она непосредственно нацелена на раскрытие творческого потенциала учащегося. Так, например, на олимпиаде верный ответ, найденный путем подбора, будет меньше оценен, чем нестандартный и творческий подход к решению даже не доведенный до конца.

Олимпиадные (повышенной сложности с нестандартным подходом к решению) задачи активизируют у учащихся процесс самостоятельного решения научной проблемы опытным путем всестороннего анализа данной задачи, путем экспериментов с алгоритмом ее решения.

Для развития математической культуры школьников, повышения качества их математического образования уже мало знать методы и подходы к решению типовых заданий из различных разделов математики. Необходимо приобщать детей к задачам, требующим нестандартного мышления, что будет стимулировать поисковый интерес и развивать и творческое мышление детей в целом. Следовательно, и олимпиадные задачи, и олимпиада как эвристическая форма работы в рамках школьного курса математики – это действенный инструмент в руках учителя по повышению качества обучения математике в школе.

Олимпиады по профильным предметам начинаются еще со школ, активно вовлекая детей в самостоятельную поисковую деятельность, расширяя их знания по предмету и в целом развивая их интеллект, и продолжаются в вузах.

Рассмотрим на примере олимпиадных заданий по математике как при помощи такой эвристической формы работы можно развивать математическое мышление учащихся.

Рассмотрим такую актуальную тему для любого старшеклассника, как «Решение уравнений».

Пример 1. Решить уравнение: $3\sqrt{x+3}+2\sqrt{x-2}=5-(x-1)^2$

Стандартным подходом будет посмотреть ОДЗ или сделать замену, но в данном случае это не даст результата. Тогда можно попробовать избавится от иррациональности, но и в этом случае ничего не сократится, и школьник получит уравнение восьмой степени, которое поставит его в тупик.

Применив нестандартный подход, найдем область определения данного уравнения:

$$\begin{cases} x+3\geq 0 \\ x-2\geq 0 \end{cases} \quad x\geq 2$$

Оценим правую и левую части уравнений:

$$x+3\geq 5;\ \sqrt{x+3}>2;\ 3\sqrt{x+3}>6. \text{ т.е.}$$

$$3\sqrt{x+3}+2\sqrt{x-2}>6, \text{ а } 5-(x-1)^2\leq 4.$$

Левая часть уравнения больше правой, значит, данное уравнение не имеет корней.

Также в олимпиадных движениях иногда рассматривают теоремы, которые не проходят в общеобразовательной школе, но школьник, проанализировав задание, логическим путем может сам прийти к верному решению.

Например, при решении уравнений вида f(f(x)) = x полезна бывает следующая теорема: Если y=f(x) – монотонно возрастающая функция, то уравнения f(x)=x и f(f(x))=x эквивалентны.

Приведем пример ее использования в олимпиадном задании.

Пример 2. Решить уравнение $x^3+1=2\sqrt[3]{2x-1}$.

Аналогично предыдущему примеру, к этому стандартными способами не подойти.

Тут не только необходимо понять, что можно сделать, но и еще преобразовать к нужному виду.

Преобразуем уравнение $\dfrac{1+\left(\dfrac{1+x^3}{2}\right)^3}{2}=x$.

Данное уравнение имеет вид: f(f(x))=x, где f(x)=$\dfrac{1+x^3}{2}$, эта функция монотонно возрастает. Согласно теореме имеем эквивалентное уравнение:

$$\frac{1+x^3}{2}=x$$

$$x^3-2x+1=0$$

$$(x-1)(x^2+x-1)=0$$

$$x_1=1 \quad \text{или} \quad x^2+x-1=0$$

$$x_{2,3}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$$

Ответ: $x_1=1$, $x_2=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$, $x_3=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$.

Пример 3. Докажите, что уравнение $5^x+5^{-x}=ax^4+4x^2+2$ имеет нечетное число корней при всех значениях параметра a.

Опять же подход к решению данного задания не сразу понятен.

Тут необходимо заметить определенное свойство.

Рассмотрим функцию f(x)= $5^x+5^{-x}-ax^4-4x^2-2$.

Она определена при всех действительных x, является четной, т.к.f(x)=f(-x) и область определения симметрична относительно нуля. График функции f(x) симметричен относительно оси ординат, то есть для любого x из области определения, существует -x из области определения и только x=0 симметричен сам себе. Тогда, если исходное уравнение имеет нечетное число корней, то x=0 корень исходного уравнения.

Проверим: $5^0+5^0=2$, $0+0+2=2$, $2=2$. x=0 является корнем уравнения, значит, исходное уравнение имеет нечетное число корней.

Итак, как видим использование олимпиадных задач в школьном курсе математики (задачи со звездочкой) и в целом предметная олимпиала как форма эвристического обучения математике имеет большой потенциал в рамках развития творческого мышления учащихся и их математической культуры, что будет сказываться и на качестве математического образования школьников. Так интеллектуально сложные задачи будут подталкивать школьников к самостоятельному поиску и собственному открытию верного решения, что будет делать их полноценными субъектами образовательного процесса современной школы.

Литература

1. Словарь терминов и понятий по обществознанию/Автор-составитель А.М. Лопухов. – Москва, 2013. – 512 с.
2. Словарь философских терминов/ Научная редакция профессора В.Г. Кузнецова. – Москва: ИНФРА-М, 2007. – 730 с.
3. Философский словарь/ Под ред. И.Т. Фролова. – Москва, 1991. – 719 с.
4. Философский энциклопедический словарь/ под ред. Л. Ф. Ильичёва, П. Н. Федосеева, С. М. Ковалёва, В. Г. Панова. – Москва: Советская энциклопедия. 1983. – 840 с.
5. Шапарь В.Б. Новейший психологический словарь / В.Б. Шапарь, В.Е. Рассоха, О.В. Шапарь; под. общ. ред. В.Б. Шапаря. – Ростов н/Д. Феникс, 2009. – 806 с.

Tishchenko A.A.

PROFILE OLYMPIAD AS A FORM OF HEURISTIC TEACHING MATHEMATICS AT SCHOOL

Annotation. *The article deals with the problem of using the potential of the Olympiad problems and the Olympiad as a heuristic form of studying the school course of mathematics. The author, analyzing the content of the concept of heuristic, emphasizes the creative nature of this kind of work. The examples given show the possibilities of the Olympiad tasks to activate the creative thinking of schoolchildren.*

Key words: *heuristics, heuristic forms of work, school mathematics course, Olympiad problem, creative thinking.*

УДК 517.6

О ПРИМЕНЕНИИ НЕКОТОРЫХ СПЕЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ В РЕШЕНИИ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ

Улитин Г. М.

ГОУВПО “Донецкий национальный технический университет”

В работе рассмотрены вопросы о применении специальных функций при решении неоднородного уравнения Бесселя и уравнений, сводящихся к нему. Введена новая функция – модифицированная функция Ломмеля и получены рекуррентные соотношения для неё. Показано преиму щество применения тех или иных специальных функций при решении таких уравнений. Приведён пример по использованию модифицированной функции Ломмеля.

Ключевые слова: *специальные функции, уравнение Бесселя, метод вариации произвольных постоянных, функция Ломмеля.*

Решение многих задач физики и механики сводится к решению уравнения Бесселя или путём замены, приводящимися к нему. Решение однородных таких уравнений известно [1]. Трудность составляет решение неоднородных уравнений.

Остановимся на частном случае таких задач, когда правая часть пред - ставляет собой многочлен, хотя это можно распространить и для некоторых других видов правых частей уравнений.

Рассмотрим два вида уравнений Бесселя:

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}+\left(x^2-\upsilon^2\right)y=0; \tag{1}$$

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}-\left(x^2+\upsilon^2\right)y=0. \tag{2}$$

Соответствующие решения однородных уравнений (1) и (2) известны:

$$y(x)=C_1J_\upsilon(x)+C_2J_{-\upsilon}(x);$$

$$y(x)=C_1I_\upsilon(x)+C_2I_{-\upsilon}(x),$$

где $J_\upsilon(x)$ и $J_{-\upsilon}(x)$ - функции Бесселя, а $I_\nu(x)$ и $I_{-\nu}(x)$ модифицированные функции Бесселя.

Остановимся на случае, когда индекс ν - нецелое число. Для целых значений всё будет аналогично. При этом для двух видов уравнения Бесселя вронскиан фундаментальной системы функций будет одинаков [2]

$$W\left(J_{\upsilon}, J_{-\upsilon}\right) = W\left(I_{\upsilon}, I_{-\upsilon}\right) = -\frac{3\sin \upsilon\pi}{\pi x}. \tag{3}$$

Вначале рассмотрим неоднородное уравнение, соответствующее однородному уравнению (1), с правой частью вида

$$f(x) = Ax^{\mu+1},$$

где $A = const.$

Тогда его частное решение можно получить методом вариации произвольных постоянных. При этом, если $\mu \pm \upsilon$ нечётное отрицательное число, то в виде [2]

$$y = \frac{A\pi}{2\sin\nu\pi}\left(J_{\upsilon}(x)\int_0^x x^{\mu} J_{-\upsilon}(x)dx - J_{-\upsilon}(x)\int_0^x x^{\mu} J_{\upsilon}(x)dx\right) = As_{\mu,\upsilon}(x),$$

где $s_{\mu,\upsilon}(x) = x^{\mu-1}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m x^{2m+2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\mu-\frac{1}{2}\upsilon+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\mu+\frac{1}{2}\upsilon+\frac{1}{2}\right)}{2^{2m+2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\mu-\frac{1}{2}\upsilon+m+\frac{3}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\mu+\frac{1}{2}\upsilon+m+\frac{3}{2}\right)}$ - функция Ломмеля, а $\Gamma(x)$ -гамма-функция.

Если же индекс υ любой, то путём введения другой функции Ломмеля $S_{\mu,\upsilon}(x)$, которая выражается через $s_{\mu,\upsilon}(x)$, можно аналогично получить решение неоднородного уравнения.

Этот результат легко распространить для любого многочлена в правой части. Так, например, если $f(x) = Ax + B$, то частным решением будет

$$y = As_{0,\upsilon}(x) + Bs_{-1,\upsilon}(x).$$

Теперь рассмотрим случай неоднородного уравнения для второго вида (2). Воспользуемся тем, что вронскиан такой же. Тогда методом вариации произвольных постоянных получаем решение

$$y = \frac{A\pi}{2\sin\nu\pi}\left(I_{\upsilon}(x)\int_0^x x^{\mu} I_{-\upsilon}(x)dx - I_{-\upsilon}(x)\int_0^x x^{\mu} I_{\upsilon}(x)dx\right). \tag{4}$$

Функцию (4) преобразуем, как и в работе [2], к виду $y = Ag_{\mu,\upsilon}(x)$, где

$$g_{\mu,\upsilon}(x)=x^{\mu-1}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{x^{2m+2}\Gamma\left(\frac{1}{2}\mu-\frac{1}{2}\upsilon+\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\mu+\frac{1}{2}\upsilon+\frac{1}{2}\right)}{2^{2m+2}\,\Gamma\left(\frac{1}{2}\mu-\frac{1}{2}\upsilon+m+\frac{3}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\mu+\frac{1}{2}\upsilon+m+\frac{3}{2}\right)} \qquad (5)$$

и назовём эту функцию по аналогии с функциями Бесселя модифицированной функцией Ломмеля.

Если же индекс υ любой, то аналогично [2] можно ввести модифицированную функцию $G_{\mu,\upsilon}(x)$, которая выражается через функцию $g_{\mu,\upsilon}(x)$.

Для того, чтобы удовлетворить граничным условиям необходимо знать рекуррентные соотношения для модифицированной функции Ломмеля.

Если в формуле (5) выделить нулевой член $(m=0)$, а в оставшейся сумме перейти к суммированию по $k=m-1$, то получим рекуррентную формулу

$$g_{\mu,\upsilon}(x)=\frac{x^{\mu+1}+g_{\mu+2,\upsilon}(x)}{(\mu+1)^2-\upsilon^2} \text{ или } g_{\mu+2,\upsilon}(x)=\left((\mu+1)^2-\upsilon^2\right)g_{\mu,\nu}(x)-x^{\mu+1}, \qquad (6)$$

аналогичную как и в работе [2] .

Можно проверить непосредственным дифференцированием равенство

$$\frac{d}{dx}\left(x^{\upsilon}g_{\mu,\nu}(x)\right)=(\mu+\upsilon-1)x^{\upsilon}g_{\mu-1,\nu-1}(x),$$

из которого следуют:

$$g'_{\mu,\upsilon}(x)+\frac{\upsilon}{x}g_{\mu,\upsilon}(x)=(\mu+\upsilon-1)g_{\mu-1,\nu-1}(x);$$

$$g'_{\mu,\upsilon}(x)-\frac{\upsilon}{x}g_{\mu,\upsilon}(x)=(\mu-\upsilon-1)g_{\mu-1,\nu-1}(x). \qquad (7)$$

Эти формулы совпали с формулами для функции $s_{\mu,\upsilon}(x)$ [2].

Таким образом, формулы (6) и (7) позволяют удовлетворить различным граничным условиям.

В качестве примера использования модифицированных функций Ломмеля рассмотрим задачу об устойчивости весомого стержня. С точностью до констант это уравнение имеет вид

$$\frac{d^2y}{dx^2}-xy=A. \qquad (8)$$

Решение соответствующего однородного уравнения известно [1]

$$y(x)=C_1x^{\frac{1}{2}}I_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right)+C_2x^{\frac{1}{2}}I_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right).$$

Применим метод вариации произвольных постоянных с учётом, что вронскиан фундаментальной системы функций равен $w=-3\sqrt{3}/2\pi$ [3]. Тогда частное решение примет вид [3]

$$y(x)=A\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}}x^{\frac{1}{3}}g_{0,\frac{1}{3}}(x),$$

где $g_{0,\frac{1}{3}}(x)=\dfrac{1}{x}\sum\limits_{m=0}^{\infty}\dfrac{x^{2m+2}}{2^{2m+2}\,\Gamma\left(\frac{4}{3}+m\right)\Gamma\left(\frac{5}{3}+m\right)}$.

Решение соответствующего однородного уравнения (8) можно получить и в функциях Эйри $Ai(x)$ и $Bi(x)$ [4]

$$y(x)=C_1Ai(x)+C_2Bi(x).$$

Здесь $W(Ai,Bi)=1/\pi$. Методом вариации произвольных постоянных находим частное решение в виде [4]

$$y(x)=A\pi Gi(x),$$

где $Gi(x)=\dfrac{1}{3}Bi(x)+\int\limits_0^x\left(Ai(x)Bi(t)-Ai(t)Bi(x)\right)dt$ - специальная функция [5].

Однако такой подход к решению уравнения (8) не совсем удобен, т. к. нет рекуррентных формул для производных функций Эйри, что усложняет удовлетворение граничным условиям.

Таким образом, применение специальных функций позволяет расширить аналитический класс решений неоднородного уравнения Бесселя или уравнений, сводящихся к нему.

Литература

1. Камкэ Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям /Камкэ Э. – М. :Наука. 1976. – 576 с.
2. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций / Ватсон Г. Н. – М. :ИЛ. 1949. – 798 с.
3. Ulitin G. M. Stability of the column of a rotor- type drilling rig / Ulitin G.M. – Strength of Materials.- 2002. –Vol.34.- No.1.-P. 94-98.
4. Ulitin G. Solution for an equation of a bend of a weighable rod / Ulitin G. Buletinul stiintific al universitati Din Baia Mare.- 2001. –Vol.17.- No.1- 2.-P. 169-172.

5. Абрамовиц М. Справочник по специальным функциям /Абрамовиц М., Стиган И. – М. :Наука. 1979. – 832 с.

G.M. Ulitin

ABOUT USING OF SOME SPECIAL FUNCTIONS IN BORDERING PROBLEMS SOLUTION

Abstract. *This article deals with problems of using of special functions solving heterogeneous Bessel equation and equations close to them. A new function is brought in , it is modified Lommel's function and constructive correlations for it are received. The preference of using other special functions for solving such equations is shown here. The example of using modified Lommel's function is shown.*

Key words: *Special functions, Bessel's equation, variation method of any constant ones, Lommel's function.*

УДК 621.923

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ШЕРОХОВАТОСТИ ШЛИФОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Цокур В.П., Азарова Н.В.

ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет»

azarova_n_v@list.ru

Предложена методика экспериментального определения параметров шероховатости шлифованной поверхности. Запись и обработка профилограмм на ПЭВМ позволяет значительно снизить трудоемкость исследований.

Ключевые слова: *шлифование, шероховатость поверхности.*

Введение. Для обеспечения требуемых значений эксплуатационных показателей деталей машин в ходе механической обработки необходимо сформировать определенную совокупность геометрических и физико-механических параметров качества их поверхностей, что наиболее часто достигается на технологических операциях шлифования, позволяющих обеспечить высокие точность размеров и качество обрабатываемой поверхности. При этом особое внимание уделяется параметрам шероховатости.

Параметры шероховатости определяются по профилограммам шлифованной поверхности, записанным на профилографическую бумагу. Обработка профилограмм вручную отличается высокой трудоемкостью. Поэтому часто ограничиваются нахождением только высотных параметров шероховатости: наибольшей высоты неровностей профиля R_{max}, высоты неровностей профиля R_z и среднего арифметического отклонения профиля R_a. Вместе с тем, по профилограммам можно определить весь комплекс параметров шероховатости, предусмотренный ГОСТ 25142-82 и ГОСТ 2789 – 73 [1, 2]. Запись профилограмм на персональный компьютер (ПК) позволяет автоматизировать процесс обработки профилограмм для определения параметров шероховатости.

Целью работы является определение параметров шероховатости шлифованной поверхности при помощи специально разработанной программы обработки на ПК участков профилограммы базовой длины.

Основное содержание и результаты работы. Для экспериментального определения параметров шероховатости шлифованной поверхности образцы из быстрорежущей стали Р6М5Ф3 обрабатывали на модернизированном для алмазно-электроэрозионной правки плоскошлифовальном станке 3Д711Ф11 кругом 1А1 250×76×15×5 АС6 160/125-4-М2-01. Перед проведением эксперимента шлифовальный круг правили 10 мин электроэрозионным способом на медном электроде на следующих режимах: скорость круга 30 м/с, скорость стола равна нулю, вертикальная подача 0,002…0,007 мм/ход, поперечная подача − ручная, средняя сила тока 5…8 А, напряжение холостого хода 50 В.

Известно, что характеристики рельефа рабочей поверхности стабилизируются после 15 – 30 мин шлифования [3], поэтому перед проведением эксперимента круг прирабатывали в течение 20 мин на режимах: $v_к$ = 30 м/с, $v_{ст}$ = 6 м/мин, $t_н$ = 0,015 мм. Параметры радиальных колебаний круга: частота f = 37 Гц, амплитуда A = 0,9 мкм.

Параметры шероховатости измеряли после нескольких проходов, в результате которых были выбраны зазоры в шпиндельном узле станка, и фактическая глубина шлифования составляла 0,013 – 0,015 мм при подаче на врезание 0,015 мм. Дальнейшую обработку проводили врезным шлифованием за один проход.

Параметры шероховатости определяли методом профилографирования обработанной поверхности на профилометре-профилографе модели 201. Запись профилограммы выполняли на ПК, оснащенный аналогово-цифровым преобразователем и дисплеем, при помощи специально разработанного устройства, позволяющего производить запись с постоянной линейной скоростью движения исследуемой поверхности (рис. 1).

Рисунок 1 – Общий вид комплекса для записи профилограммы обработанной поверхности на ПК.

Запись профилограммы на ПК позволила автоматизировать процесс обработки участков профилограммы базовой длины для определения параметров шероховатости при помощи разработанной нами программы.

Шероховатость обработанной поверхности оценивали следующими параметрами:

– наибольшей высотой неровностей профиля R_{max} ;

– высотой неровностей профиля по десяти точкам R_z ;

– средним арифметическим отклонением профиля R_a ;

– опорной длиной профиля η_{50} на уровне 50 % R_{max} ;

– относительной опорной длиной профиля t_{50} ;

– средним шагом неровностей профиля по вершинам *s*.

Обработку записанных профилограмм осуществляли по методике ГОСТ 27964-88 [4] при помощи разработанной нами программы для определения параметров шероховатости.

Результаты определения параметров шероховатости шлифованной поверхности экспериментальным и расчетным путем приведены в таблице 1. Расчет параметров шероховатости выполнен на ПЭВМ по разработанной нами методике, учитывающей влияние радиальных колебаний рабочей поверхности, обусловленных колебаниями оси вращения шпинделя со шлифовальным кругом [5].

Таблица 1. Значения параметров шероховатости поверхности при плоском шлифовании стали Р6М5Ф3 кругом 1А1 250×16×75×5 АС6 160/125-4-М2-01 ($v_к$ = 30 м/с, $v_{ст}$ = 6 м/мин, $t_н$ = 0,015 мм, f = 37 Гц, A = 0,9 мкм)

Параметры шероховатости	Значения параметров	
	Расчетные	Экспериментальные с 95% доверительным интервалом
R_{max}, мкм	7,29	5,83±1,89
R_z, мкм	5,72	4,76±1,09
R_a, мкм	1,14	1,01±0,20
η_{50}, мм	0,68	0,60±0,17
t_{50}, %	85,60	74,73±20,76
s, мкм	10,23	11,17±1,18

Результаты определения параметров шлифованной поверхности экспериментальным и расчетным путем (см. табл. 1) позволяют дать количественную оценку соответствия теоретических расчетов практике шлифования.

Как видно из приведенных данных, параметры шероховатости, полученные расчетным путем, находятся в пределах 95%-го доверительного интервала на экспериментальные величины, что вполне удовлетворительно.

Выводы. На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Разработано и изготовлено устройство, позволяющее производить запись профилограммы исследуемой поверхности обработанного образца на персональный компьютер.

2. Разработана программа для определения на ПЭВМ параметров шероховатости поверхности в пределах базовой длины.

3. Предложена методика экспериментального определения комплекса параметров шероховатости шлифованной поверхности, предусмотренных ГОСТом.

Полученные результаты говорят об удовлетворительном совпадении экспериментальных и расчетных данных по определению параметров шероховатости шлифованной поверхности на основании предложенной нами методики.

Литература

1. Шероховатость поверхности. Термины и определения: ГОСТ 25142-82 (СТ СЭВ 1156-78). − [Введен с 1983-01-01] – М.: Изд-во стандартов, 2018. – 20 с.

2. Шероховатость поверхности. Параметры и характеристики: ГОСТ 2789-73. − [Введен с 1975-01-01] – М.: Стандартинформ, 2018. – 6 с.

3. Азарова Н.В. Изменение координат рабочей поверхности алмазного круга в процессе шлифования / Н.В. Азарова, В.П. Цокур // Сборник научно-методических работ. – Вып. 11. – Донецк: ДонНТУ, 2019. – С. 3-7.

4. Измерение параметров шероховатости. Термины и определения: ГОСТ 27964-88 (СТ СЭВ 6134-87, ИСО 4287/2-84). − [Введен с 1990-01-01]– М.: Изд-во стандартов, 1992. – 20 с.

5. Азарова Н.В. Расчет параметров шероховатости шлифованной поверхности с учетом радиальных колебаний рабочей поверхности круга / Н.В. Азарова, П.Г. Матюха // Сверхтвердые материалы. – 2006. – № 3. – С. 52-61.

Tsokyr V.P., Azarova N.V.

DETERMINATION OF PARAMETERS OF ROUGHNESS OF THE GRINDED SURFACE

Abstract. *The method of determination of parameters of roughness of the machined surface is developed. Recording and handling of profilograms by PC has allowed considerably reduce laboriousness of research.*

Keywords: *grinding, surface roughness.*

УДК 51-7

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДРОБНО-ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Чудина Е.Ю., Бондаренко Н.А.

ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры»

eka-chudina@ya.ru

В статье рассмотрена возможность применения графического метода при решении задач дробно-линейного программирования в экономике.

***Ключевые слова**: дробно-линейное программирование, графический метод, решение экономических задач.*

Постановка задачи. Общая задача дробно-линейного программирования состоит в определении максимального (минимального) значения функции.

$$F = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} v_i x_i}, \quad d_i, v_i \in R.$$

Рассмотрим задачу определения оптимальных объемов производства продукции x_i, где d_i – прибыль от реализации единицы i-го вида продукции, а v_i – затраты на производство i-го вида продукции. Отсюда составим общую формулу. При случае максимизации рентабельности критерий оптимальности:

$$F = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} v_i x_i} \to \max, \tag{1}$$

при выполнении ограничений на j видов ресурсов:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \le b_j, \quad a_{ij}, b_j \in R, \tag{2}$$

$$x_j \ge 0, \quad i = 1,\ldots n. \tag{3}$$

Предполагается, что знаменатель целевой функции в области определения системы ограничений не равен нулю.

В случае, когда задача дробно-линейного программирования содержит в себе не более двух переменных, наилучшим способом для её решения станет графический метод.

Результаты. Пусть имеем задачу:

$$F = \frac{d_1 x_1 + d_2 x_2}{v_1 x_1 + v_2 x_2} \to \max, \tag{4}$$

при выполнении условий:

$$\begin{cases} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 \le b_1; \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 \le b_2; \end{cases} \tag{5}$$

$$x_j \ge 0, \quad i = 1,2.$$

Для определения решения задачи необходимо найти многоугольник допустимых решений, определяемый ограничениями. Предполагая, что этот многоугольник не пуст, путём элементарных вычислений получим:

$$-\frac{d_1 - F v_1}{d_2 - F v_2} x_1 = x_2.$$

Получили уравнение прямой, которая вращается вокруг начала координат и проходит через них, имеет общие точки с многоугольником решений.

Вращая построенную прямую вокруг начала координат, определяем вершину (вершины), в которой функция принимает максимальное значение, или устанавливаем неограниченность функции на множестве планов задачи.

Найдем угловой коэффициент данной прямой. Он является функцией от F:

$$k(F) = -\frac{d_1 - Fv_1}{d_2 - Fv_2}.$$

Исследуем производную углового коэффициента:

$$k'(F) = \frac{d_2v_1 - d_1v_2}{(d_2 - Fv_2)^2}.$$

1) Если $d_2v_1 - d_1v_2 > 0$, то $k'(F) > 0$ и функция $k(F)$, соответственно, возрастает с увеличением значения F. В данном случае необходимо повернуть прямую вокруг начала координат против часовой стрелки для нахождения максимума.

2) Если $d_2v_1 - d_1v_2 < 0$, то $k'(F) < 0$ и функция $k(F)$, соответственно, убывает с увеличением значения F. В данном случае необходимо повернуть прямую вокруг начала координат по часовой стрелке для нахождения максимума.

Сформулируем алгоритм решения:

1. Построить область допустимых решений.
2. Определить угловой коэффициент k и установить направление поворота вектора целевой функции.
3. Найти точку экстремума целевой функции или установить неразрешимость задачи.

Рассмотрим экономическую интерпретацию задачи дробно-линейного программирования. Задачи дробно-линейного программирования могут быть использованы для определения рентабельности затрат на производство, рентабельности производства, относительных производственных затрат и себестоимости продукции.

Обозначим:

r_i – прибыль предприятия от реализации единицы продукции i-го вида;

x_i – объем выпущенной продукции i-го вида;

s_i – конечная стоимость единицы продукции i-го вида;

c_i – себестоимость единицы изделия i-го вида;

d_i – производственные затраты на единицу продукции i-го вида.

Тогда задача рентабельности производства будет иметь вид:

$$R_{затрат} = \frac{\sum_{i=1}^{n} r_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} c_i x_i} \rightarrow \max.$$

Задача рентабельности продаж будет иметь вид:

$$R_{продаж} = \frac{\sum_{i=1}^{n} r_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} s_i x_i} \rightarrow \max.$$

Задача определения относительных производственных затрат (Зр) в расчете на единицу конечной стоимости товарной продукции:

$$Z_{затрат} = \frac{\sum_{i=1}^{n} c_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} s_i x_i} \rightarrow \min.$$

Задача определения себестоимости продукции:

$$C_i = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i} \rightarrow \min.$$

Рассмотрим задачу определения себестоимости изделий. Пусть для производства двух видов корпусной мебели: двустворчатых шкафов-купе и угловых шкафов без зеркала, предприятие «Своя мебель» использует 3 типа оборудования. Каждый вид оборудования используется для изготовления обоих видов шкафов. Оборудование 1 и 3 типов предприятие может использовать не более 27 и 22 ч соответственно, ручной труд целесообразно использовать в объеме не более 6 ч.

Необходимо определить, сколько шкафов каждого вида следует изготовить предприятию, чтобы средняя себестоимость одного шкафа была минимальной.

Время обработки каждого из видов шкафов и производственные затраты приведены в таблице 1.

Таблица 1.

Тип оборудования	Затраты времени на изготовление одного изделия, ч	
	Шкаф-купе двустворчатый	Угловой шкаф без зеркала
Станок для облицовки кромки древесных плит	2	2,5
Ручная работа	1	1
Форматно-раскроечный станок	5	3
Затраты на производство, тыс. руб.	7	5

Пусть x_1 – количество единиц двустворчатого шкафа-купе, x_2 – количество единиц углового шкафа без зеркал. Суммарные затраты на их производство составят $(7x_1 + 5x_2)$ тыс. руб., тогда средняя себестоимость одного шкафа будет равна:

$$\frac{7x_1 + 5x_2}{x_1 + x_2}.$$

Задача состоит в нахождении минимума целевой функции:

$$L = \frac{7x_1 + 5x_2}{x_1 + x_2} \to \min,$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2{,}5x_2 \le 27; \\ x_1 + x_2 \le 6; \\ 7x_1 + 5x_2 \ge 22; \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

$ABCD$ – область допустимых решений (рис. 1).

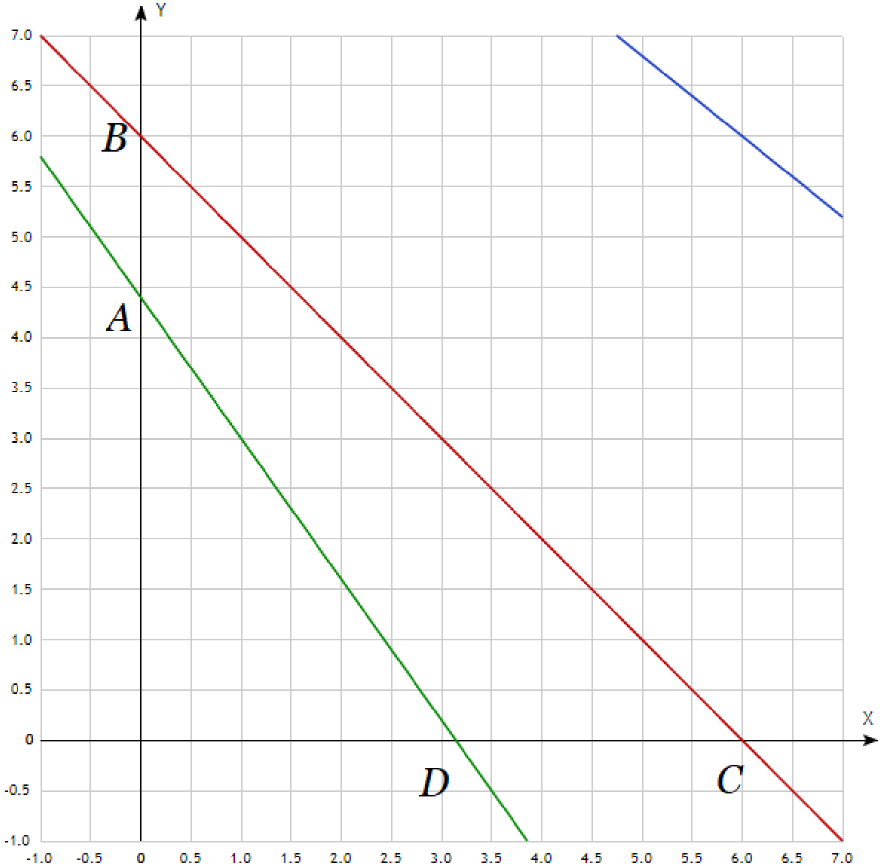


Рис. 1

Найдём x_2: $x_2 = \dfrac{L-7}{5-L}x_1$. Угловой коэффициент прямой равен $k = \dfrac{L-7}{5-L}$. Тогда

$$k' = \frac{5-L-(-1)(L-7)}{(5-L)^2} = \frac{1}{(5-L)^2} > 0.$$

Значит, функция $k(L)$ возрастает при увеличении L. Для нахождения минимума необходимо вращать прямую по часовой стрелке. В точке $C(6;0)$ целевая функция достигает минимума:

$$L_{\min} = \frac{7\cdot 6+5\cdot 0}{6+0} = 42 \quad \text{(тыс.руб./ед.).}$$

Таким образом, предприятию следует выпускать 6 единиц двустворчатого шкафа-купе и не выпускать угловые шкафы без зеркала.

Выводы. Графический метод решения задач дробно-линейного программирования может применяться для решения практических задач в экономике, в частности, экономике предприятий.

Литература

1. Указания к выполнению контрольных работ по дисциплине «Методы оптимальных решений» / Сост.: Саблинский А.И. – Кемерово: Кемеровский технологический институт пищевой промышленности. – 96 с.

2. Листопад В.В. Некоторые методы решения задач дробно-линейного программирования [Электронный ресурс] / Репозиторий Белорусского национального технического университета. – Режим доступа: https://rep.bntu.by/ (дата обращения: 12.05.2021).

Chudina E. Y., Bondarenko N. A.

GRAPHICAL METHOD FOR SOLVING FRACTIONAL-LINEAR PROGRAMMING PROBLEMS

***Abstract**. The article considers the possibility of using the graphical method in solving problems of fractional-linear programming in economics.*
***Keywords**: fractional-linear programming, graphical method, solving economic problems.*